

## 이동 통신 시스템에서 조정 계수를 이용한 적응 등화기에 관한 연구

전 상 규\*, 김 노 환\*

### A Study On The Adaptive Equalizer Of Coefficient Adjustment In Mobile Communication Systems

Sang Kyu Jun\*, No Whan Kim\*

#### 요 약

이동 통신 시스템에서 DSP 기능을 수행하는 적응필터를 설계하기 위한 방법으로는 최소-제곱 조정(Least-squares adjustment) 알고리즘, Fast-Kalman 알고리즘 그리고 적응 격자(adaptive lattice) 알고리즘이 있다. 최소-제곱 조정 알고리즘은 적응 등화의 신호처리를 위해 고속 수렴하고, 이동 통신 시스템의 다중 경로 페이딩 채널에서 발생하는 심볼간 간섭을 제거하는데 사용된다. 본 논문에서는 기존의 최소-제곱 조정 알고리즘의 계수를 몇가지 새로운 데이터 순서에 대한 샘플링된 신호 벡터의 대수학적인 특성을 적절히 조정하여 구하는 방법을 제시하였고, 컴퓨터 시뮬레이션 결과 기존 알고리즘들보다 고속 수렴하고 반복 수행 속도가 개선됨을 확인하였다.

#### ABSTRACT

The methods for designing the adaptive filter performing DSP(digital signal processing) functions in mobile communication systems are Least-squares algorithm, Fast-Kalman and adaptive lattice algorithm. Least-squares algorithm is fast convergence algorithm for signal processor of adaptive equalizer and used for eliminating inter symbol interference which occur in multiple path fading channel in mobile communication systems. In this paper, we propose the method of control adjustably algebra characteristics of signal vector that is sampling at some of new data sequence and confirm the improvement of fast convergence and iterative performance speed compared to existing algorithms by computer simulation.

---

\* 동우전문대학 사무자동화과

## I. 서론

이동 통신 시스템에서 아날로그 방식으로는 주파수 이용 효율이 낮고 가입자의 다양한 서비스 요구에 부응할 수 없으므로 최근 디지털 이동 통신 시스템이 상용화되고 있다.

디지털 이동 통신 채널상에 가장 심각하게 나타나는 다중 경로 상의 각기 다른 시간 지연에 의한 주파수 선택적 페이딩은 심볼간 간섭(ISI: Inter Symbol Interference)으로서, 이러한 심볼간 간섭을 조정할 수 있는 적응 등화 기술(Adaptive Equalization Schemes)이 절대적으로 요구된다.

채널 상의 잡음에 의해 왜곡된 디지털 신호를 복원하기 위한 등화기로는 반복횟수가 적고 필터의 구조가 간단한 선형 등화기와 심볼간 간섭에 대한 제거 능력이 뛰어난 결정 궤환(decision feedback) 등화기, 수신 데이터의 에러를 최소화할 수 있는 MLSE(Maximum Likelihood Sequential Estimation)방법을 이용한 비선형 등화기가 있다.

본 논문에서는 다중 경로 페이딩 채널에서 발생하는 심볼간 간섭을 제거하기 위한 최소-제곱 알고리즘을 조정하여 적용하고 시뮬레이션에 의하여 성능 분석 및 그 결과를 검토하고자 한다.

## II. 적응 등화기의 구조적 모델

### 1.1 시스템의 개요

선형 등화기와 결정 궤환 등화기는 격자형 적응 필터를 사용하고, 수렴 속도, 복잡도 및 특징 등을 고려하여 LMS(Least Mean Square), RLS(Recursive Least Square), Kalman 등을 선택하며, 선형 등화기는 비트 동기를 쉽게 하도록 클럭 속도를 빠르게 한 Fractionally Spaced 방식의 적응 등화 알고리

즘을 이용하고, 결정 궤환 등화기(Decision feedback equalizer)는 하나의 정보를 갖는 심볼이 검파되었다면 심볼의 검파되기 이전 값이 측정되어지고, 이때 추출된 데이터는 격자 구조로서 나타난다.

또한 MLSE 등화기는 최근에 고속 DSP 칩 구현이 실현됨에 따라 많이 사용되고 있는 방식으로 결정 궤환 등화기가 비교적 간단하며, 채널 왜곡이 심한 구릉지역 등에 적용된다.

### 1.2 적응 등화기 알고리즘

적응 등화기는 변복조기의 심볼간 간섭을 제거하게 되는데 전체 데이터 처리량은 속도에 비례하므로 처리 속도가 빠른 등화기 조정 알고리즘이 중요한 변수가 된다.

MSE(mean squared error)의 최소화를 위하여 채널 등화기의 수신기는 부가 잡음의 영향을 감소시키는 정합 필터와 전송로의 왜곡에 의한 심볼간 간섭을 감소시키는 등화기로 구성되며, 등화기 계수 조정은 Fig. 1과 같이 적응을 위한 에러 신호 형성에 있어서 검파기 출력으로 결정하거나 정보 전송 동안 적절하게 수행된다.

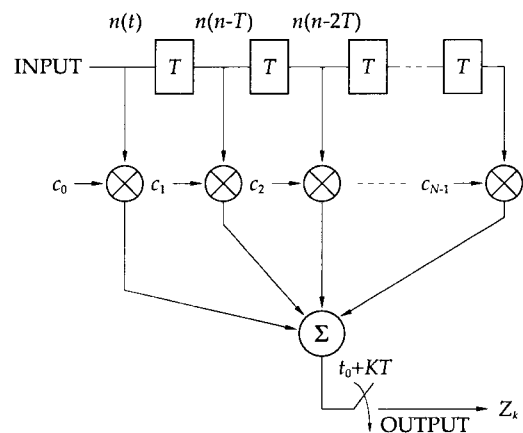


Fig. 1. Transversal Equalizer System

또한, Fig. 2와 같은 선형 등화기의 일종인 분과적 공간 등화기는 비트 동기를 쉽게 하기 위해 수신 신호를 샘플화하여  $M/T$  속도로 등화기 지연 선에 변이가 발생하고, 하나의 출력은 각 심볼 간격으로 나타나므로, 심볼 속도 샘플링 이전에 두개의 대역폭에서 신호 스펙트럼을 조정하여 비트 에러율을 개선하였다.

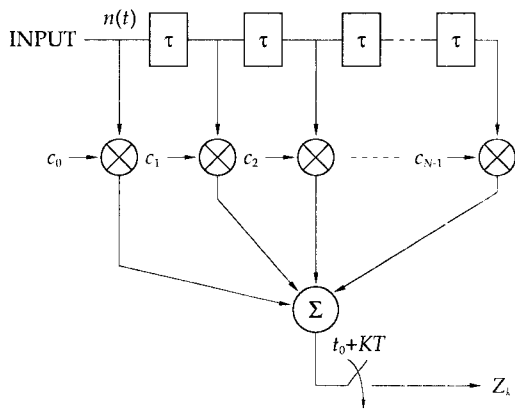


Fig. 2. Fractionally spaced Equalizer

일반적으로 MSE의 최소화는 LMS를 반복적으로 사용해서 구할 수 있으며, 조정된 계수는 비선형 부하 응답 등화기를 나타낸다.

선형 등화기는 주파수 응답특성에 있어서 스펙트럼이 빈 채널에서 수행되지 않는 것이 단점이다. 본 논문의 비선형 등화기는 채널 왜곡 보정을 위해서 빈 스펙트럼에 근접하여 큰 이득을 얻을 수 있으며, 그 결과로서 수신된 신호에 나타나는 부가적인 잡음을 개선시킬 수 있다.

Fig. 3은 결정 궤환 등화기의 격자 구조로서 순방향 필터(FFF)와 역방향 필터(FBF)로 구성되어 있다. 후자는 검파기 출력의 결과와 결정에 의해서 이루어지고, 그것의 계수는 전자에서 검파된 심볼의 결과에 의해서 나타난 현재의 심볼에 간섭 차를 조정하는 것이며, 계수 조정은 선형 등화기 처럼 LMS 또는 RLS 알고리즘에 의해서 수행된다.

결정 궤환 등화기에 대체할 수 있는 고속 변환 RLS 알고리즘의 구조는  $N_1 \geq N_2$ 일 때 길이  $N_1$ 의 순방향 필터와 길이  $N_2$ 의 역방향 필터를 갖는 눈(eye) 모양으로 나타낼 수 있으며, 격자 구조는 단일 채널과 복수 채널 구조가 있다.

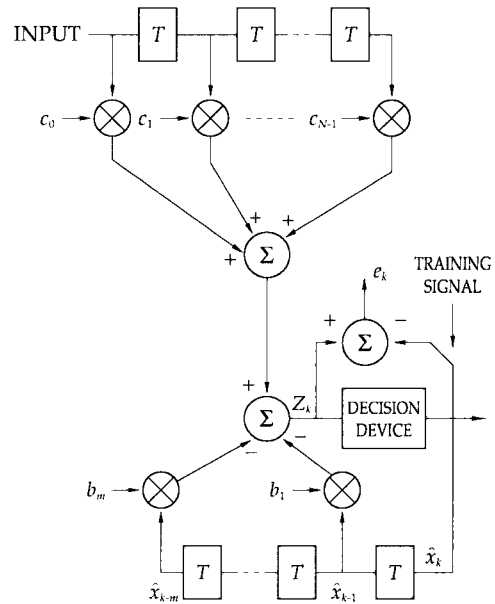


Fig. 3. Decision Feedback Equalizer

또한, 예측적 결정 궤환 등화기는 역방향 필터를 검파기의 출력과 순방향 필터의 출력 차이점에 의해서 결정하고, 입력 순서에 의해서 나타나며, 순방향 필터의 출력에 신호를 포함하여 궤환이 약간 지연된 후에 검파기의 출력으로부터 추출하는 잡음과 잔여의 심볼간의 간섭을 측정하게 된다.

결정 궤환 등화기는 순방향 필터와 역방향 필터가 무한대로 접근할 때 여러 개의 연타음처럼 그 범위 내에서 전형적인 결정 궤환 등화기처럼 수행된다. 역방향 필터는 FIR 필터 구조로 구현될 수 있고, LMS 또는 RLS 알고리즘을 사용한다.

RLS 알고리즘은 LMS 알고리즘보다 시 변수 채널 특성이 빠른 수렴과 추적을 나타내며, 빈 스펙트럼을 포함하고 있는 채널의 수렴율이 채널 특성에 의해서 영향을 받지 않는 장점이 있다.

### Ⅲ. 계수 조정 알고리즘

#### 3.1 최적 등화기의 알고리즘 계수

적응 등화기 알고리즘에서 각 계수의 탭을 조정하는 등화기의 알고리즘 출력 값은 송신기의 연속적 자료간의 심볼 간격 ( $T$ )당 1회씩 계산되므로 임의의  $nT$  시간에 수신된 신호의 샘플  $\xi(nT)$ 는 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\xi(nT) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a(k)h |(n+M-k)T| + v(nT) \quad (1)$$

식(1)에서  $v(nT)$ 는 채널 잡음이고, 등화기

길이  $N$ 은  $2M + 1$ 이며,  $x(n)$ 이 지나간  $N$  수신 신호 샘플의 복잡도는 식 (2)와 같이 벡터로 나타낼 수 있다.

$$x(n)^* = [\xi(n)^*, \xi(n-1)^*, \dots, \xi(n-N+1)^*] \quad (2)$$

임의의 시간  $nT$ 에서 등화기 출력  $y(n)$ 은 스칼라 곱으로 식 (3)과 같다.

$$y(n) = c(n)^* x(n) \quad (3)$$

여기서  $*$ 는 쥘레 이항벡터(conjugate matrices)이거나 쥘레 복소수 스칼라를 나타내며, 입력된 원 신호를  $a(n)$ 이라 하면 출력 에러  $e(n)$ 은 식 (4)와 같다.

$$e(n) = a(n) - y(n) \quad (4)$$

여기서 평균 제곱법 기준에 대해 등화기 출력 계수  $y(n)$ 을 데이터 값  $a(n)$ 에 접근시키면 최적 계수는 식 (3)과 식 (4)로부터 식 (5)와 같다.

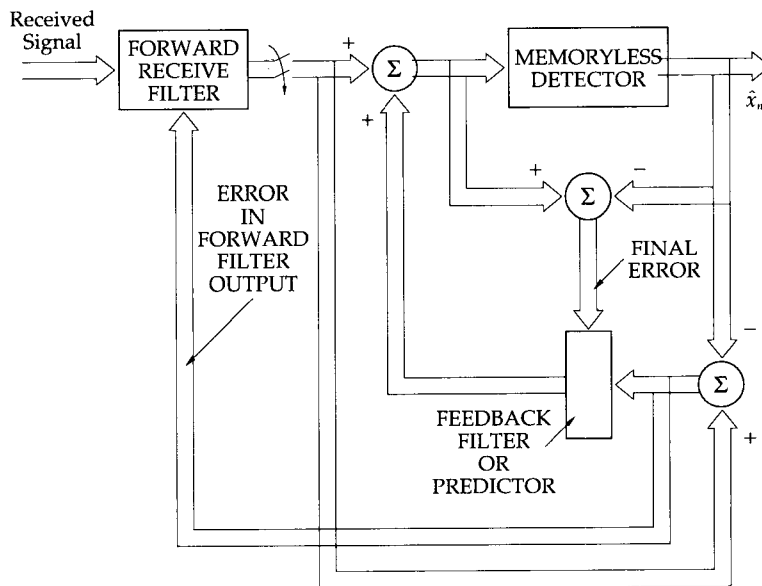


Fig. 4. Predictive form of Decision Feedback Equalizer

$$\epsilon(n) = E[|c(n)^*x(n) - a(n)|^2] \quad (5)$$

式 (5)에서  $E[\cdot]$ 은 전송된 순서 자료  $a(n)$ 에 대한 균형적 평균을 나타내며, 채널의 자기 상관 행렬은 式 (6)과 같고 신호 벡터와 전달된 데이터 값 사이의 교차 상관 벡터는 式 (7)과 같다.

$$A = E[x(n)x(n)^*] \quad (6)$$

$$v = E[x(n)a(n)^*] \quad (7)$$

모든 제공된 에러 합계를 최소화하는 계수 벡터  $z(n)$ 은 최소-제곱 알고리즘을 이용해 최소화하면 式 (5)에서 式 (8)과 같이 된다.

$$z(n) = \sum_{k=1}^n |c(n)^*x(k) - a(k)|^2 \quad (8)$$

式 (3)에서 이전 시간  $n-1$ 의 계수 벡터를  $c(n-1)$ 이라 하고 式 (6)과 式 (7)에 Kalman 이득  $g(n)$ 을 포함하여 반복적으로 계산하면 갱신된 최신 계수 벡터  $c(n)$ 은 式 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$c(n) = c(n-1) + g(n)e(n)^* \quad (9)$$

式 (9)에서  $g(n)$ 은 상관행렬  $A(n)$ 의 역(逆)과 신호벡터  $x(n)$ 의 곱으로  $A(n)^{-1}x(n)$ 으로 나타나는 Kalman 이득이다. 또한  $c(n)$ 에 대해 式 (8)에 유도된 값을 0으로 설정함으로써 계수 벡터  $c(n)$ 에 대한 선형 방정식은 式 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{k=1}^n x(k)x(k)^*c(n) = \sum_{k=1}^n x(k)a(k)^* \quad (10)$$

임의의  $n$ 시간의 바로 전 시간인  $(n-1)T$ 에서 반복으로 형성된 등화기의 계수 벡터가 사

용될 경우 형성된 MSE는 式 (11)과 같다.

$$\epsilon(n-1) = E[|c(n)^*x(n) - a(n)|^2] \quad (11)$$

式 (11)에서 탭 계수의 반복 회수  $n$ 이 최종  $N$ 에 도달할 때 수렴함을 알 수 있으며,  $N$  반복후 式 (11)의 결과로부터 계수 벡터  $c(n)$ 과 등화기 계수 벡터 사이의 관계를 유도할 수 있다. 선형으로 독립적인 신호 벡터  $x(n)$ 에 대한 가정 하에서  $b(k) = 0$ (모든  $k = 1 \dots N$ 에 대해)일 경우 선형 결합은 式 (10)에서 式 (12)와 같다.

$$x(k)^*c(N) = a(k)^* \quad k = 1, \dots, N \quad (12)$$

### 3.2 최적 적응 등화기 벡터

최적 적응 등화기 벡터의 대수학적 특성은 잡음이 없는 경우 정적  $N \times L$ 을  $B$ , 정적인  $L$ 차원 벡터를  $d(k)$ 라 하면,  $N$ 차원 벡터  $x(k)$ 는 式 (13), (14), (15)와 같다.

$$x(k) = Bd(k) \quad (13)$$

$$B = \begin{bmatrix} \dots h_0 & \dots h_M & \dots h_{N-1} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \dots h_{-M} & \dots h_0 & \dots h_M & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \dots h_{1-N} & \dots h_{-M} & \dots h_0 & \dots \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$d(k)^T = [\dots, a(k+M), \dots, a(k), \dots, a(k-M), \dots] \quad (15)$$

여기서  $L$ 은 최소한 채널 메모리인  $(N-1)$ 의 합으로 길이  $N$ 이  $2M + 1$ 인 것은 式 (14)와 같으며, 계수 벡터  $x(1) \dots x(N)$ 은  $N$ 차원 공간으로 확대될 경우에 선형으로 독립적이며 순서  $N$ 을 갖는  $N \times N$  행렬은 式 (16)과 같다.

$$[x(1)|x(2)| \dots |x(N)] = B[d(1)| \dots |d(N)] \quad (16)$$

式 (16)은 순서  $N$ 을 갖는  $B$ 에 대해  $B$ 의 행 (row) 벡터와  $N$  벡터  $b_1, \dots, b_n$ 이 선형적으로 독립적일 때 式 (17)과 같다.

$$\begin{vmatrix} b_1^* b_1 & b_1^* b_2 \dots & b_1^* b_N \\ b_2^* b_1 & b_2^* b_2 \dots & b_2^* b_N \\ \dots & \dots & \dots \\ b_N^* b_1 & \dots & b_N^* b_N \end{vmatrix} \neq 0 \quad (17)$$

式 (17)에서  $b_1^*$ 를  $B$ 의 첫 행으로 하고,  $b_n^*$ 를  $B$ 의  $n$ 번째 행으로 하면 행렬은 채널의 자기 상관 행렬이며, 최적 계수 벡터가 존재할 때마다 행렬  $B$ 는 완전한  $N$  순서임을 알 수 있다.

### 3.3 최소-제공 조정 알고리즘

최소-제공 조정 알고리즘은 첫번째, 단일 신호 계수 벡터  $k = 1 + M$ 으로 나타내면, 式 (13), (14), (15)를 式 (12)에 대입하여 계수  $N$  반복 후의 등화기 계수 벡터는 式 (18)과 같다.

$$\begin{vmatrix} h_0 \dots & h_M \dots & h_{N-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ h_{-M} \dots & h_0 \dots & h_M \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ h_{1-N} \dots & h_{-M} \dots & h_0 \dots \end{vmatrix} c(N) = \begin{vmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix} \quad (18)$$

式 (18)은 영점 강제교차(zero forcing) 등화기를 나타낸 것으로 채널 임펄스 응답의 절정 왜곡 (peak distortion)이 1 보다 작으면 式 (19)와 같다.

$$D = \frac{1}{\sum_{k=-\infty, k \neq 0}^{\infty} |h_k|} \leq 1 \quad (19)$$

式 (19)에서 등화기는 전체 채널의 절정 왜곡을 최소화하고, 최소-제공 조정 알고리즘 기술은  $N$ 반복에서 영점 강제교차 등화기를 산출하고, 기울기가 불변의 상태에서  $N$ 반복의 배수를 요구하면, 시간이 무한대 접근 시  $n$ 은 式 (20)과 같다.

$$x(k)^* c(n) = a(k)^* \quad k = 1, \dots, n \quad (20)$$

式 (20)에서 式 (18)에 대해 필요,충분조건이 만족될 수 없으며, 이 경우  $c(n)$ 은 式 (10)에서 결정되고, 이 때 式 (13), (14), (15)를 대입하면 式 (21)과 같다.

$$\lim_{n \geq x} BB^* c(n) = B \begin{vmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix} \quad (21)$$

式 (21)에서  $BB^*$ 는 式 (6)에서와 같이 자기 상관 행렬  $A$ 에 비례하고, 式 (21)의 우측은 式 (7)에서 나타낸 바와 같이  $v$ 에 비례하기 때문에 같은 비례 상수를 가지고 式 (22)가 유도된다.

$$\lim_{n \geq x} c(n) = c_{opt} \quad (22)$$

최소-제공 조정 알고리즘은 MSE 의미에 제시한 송신기의 대역 폭 크기에서 Fig. 5와 같이 확장 파동을 심볼  $n$  비트와 같은 최적 계수에 대해서 잡음 없이 수렴한다.

두 번째, 임의의 잡음 순서를 차단된 실험 펄스를 통해 채널에 출력하는 기술은 가능하며, 단일 신호 벡터는 짧은 기간 동안에 매우 가깝게 최적 결과에 접근하여 수렴된다.

만일, 주기 길이  $P = N$ 이 임의의 잡음 순서가

사용되면 샘플화된 신호의 벡터는 주기적인 형태로서 다음 식 (23), (24), (25), (26)과 같다.

$$\tilde{x}(k) = \tilde{B}\tilde{d}(k) \quad (23)$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} \tilde{h}_0 \cdots \tilde{h}_{N-1} \cdots \\ \cdots \cdots \\ \cdots \cdots \\ \tilde{h}_{1-N} \tilde{h}_0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\tilde{h}_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_{n+kN} \quad (25)$$

$$\tilde{d}(k)^T = [a_{k+M}, \cdots a_k, \cdots a_{k-M}] \quad (26)$$

식 (23)에서  $\tilde{B}$ 의 벡터와 벡터  $\tilde{d}(k)$ 는 크기  $N$ 을 갖으며, 식 (24)와 식 (25)의 분석은  $\tilde{B}$ 가  $N \times N$  순환 행렬이 되며, 채널 임펄스 응답의 변형이 0을 갖지 않는 한  $\tilde{B}$ 는 완전한  $N$ 의 순서를 갖는다.

식 (26)에서 데이터 순서가 주기적이면  $a(k+N) = a(k)$ 이고,  $N$ 연속 데이터 벡터  $d(k) \cdots (k+N-1)$ 은  $N \times N$  순환 행렬로 구성한다.

이들 벡터는 데이터 순서가 0을 갖지 않을 때 선형으로 독립되며,  $N$ 의 임의의 잡음 순서에 대해서는 식 (27)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} d(k)'d(k) &= N \\ d(k)'d(j) &= -1 \quad k \neq j \end{aligned} \quad (27)$$

식 (17)에서 행렬의 고유 값을 가진 순환은 식 (28)과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 1 \\ \lambda_j &= N + 1 \quad j = 2 \cdots N \end{aligned} \quad (28)$$

여기서  $(N+1)^{N-1} = 0$ 이 아니며, 주기  $N$ 과 함께 임의의 잡음 순서의  $N$  연속 데이터 벡터는 항상 선형으로 독립하며,  $N$ 과 상이한  $\tilde{x}$  벡터는 선형으로 독립한다. 따라서  $N$  반복 후 계수 벡터는 다음 식 (29)와 같다.

$$\tilde{x}(k)'c(N) = \tilde{a}(k)' \quad k = 1, \cdots N \quad (29)$$

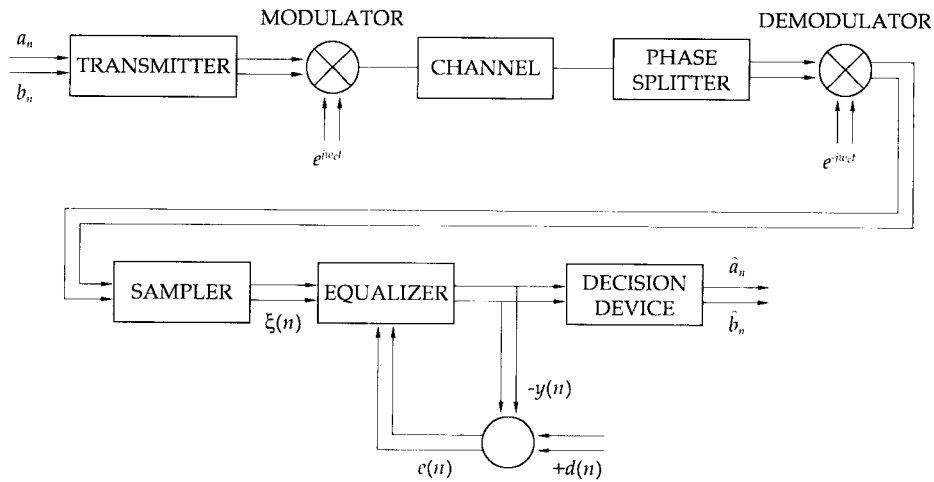


Fig. 5. Simulated transmission system

여기서 등화기 길이가 임의의 잡음 순서의 주기  $P$ 와 같을 때 식 (29)의 결과는 주파수 영역의  $N$  등거리 포인트에서 주기적으로 반복된 임펄스 응답의 채널 이동 함수와 등화한다. 따라서  $P$  반복 후 결과  $c(P)$ 를 고려하여 식 (23)을 식 (10)에 대입하여 식 (27)을 유도하면 식 (30)과 같다.

$$\tilde{B}(I-D)\tilde{B}^*c(P) = B \begin{pmatrix} -1 \\ \vdots \\ -1 \\ P \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \end{pmatrix} \frac{1}{P+1} \quad (30)$$

여기서  $D$ 는 동일한 요소를 포함하고 있는 행렬로서 식 (31)과 같다.

$$D_{ij} = \frac{1}{P+1} \quad (31)$$

또한  $B$ 의 모든 행이 동일한 합을 가질 때 식 (32)가 된다.

$$\sum_{k=1}^N \tilde{h}_k = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k$$

$$\tilde{B}\tilde{B}^*c(P) = \tilde{v} + q \quad (32)$$

여기서  $q$ 가 동일한 요소를 가진 벡터일 때 식 (33), (34)와 같다.

$$q_i = \frac{1}{P+1} \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k \right|^2 \sum_{k=1}^N c_k(P) - \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k \quad (33)$$

$$\tilde{v}_i = \tilde{h}_i$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k \quad (34)$$

$$\sum_{k=1}^N c_k(P)^t$$

여기서  $c_k(P)$ 의  $t$ 은  $c(p)$ 의  $k$ 번째 요소를 나타내며, 잡음이 없을 때와  $P \geq \infty$ 에 대해 이들의 결과는 1이 되며, 식 (33)에서  $q_i = 0$ 이다. 따라서  $q_i$ 는  $P$ 보다 적으며,  $c(P)$ 는 식 (35)와 같다.

$$c(P) \cong (\tilde{B}\tilde{B}^*)^{-1}\tilde{v} \quad (35)$$

식 (35)의 결과는 기본 간격  $[-PT/2, PT/2]$ 에서 주기적으로 반복된 임펄스 응답과 동일한 제한된 기간  $P$ 의 임펄스 응답을 가진 채널에 대해 평균 제곱 법에서 최적의 결과로 나타낼 수 있다. 또한 추가 잡음이 있으면 샘플링된 신호의 벡터  $w(k)$ 는 식 (36)과 같다.

$$w(k) = x(k) + r(k) \quad (36)$$

식 (36)에서 하나의 펄스가 전달되면  $x(k)$ 는 식 (13)으로 정의되며,  $r(k)$ 는 잡음 벡터이고, 계수벡터  $c_s(n)$ 은  $N$  반복 후 식 (37), (38), (39)가 된다.

$$|H+R|c_s(N) = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (37)$$

$$H = \begin{pmatrix} h_0 & \vdots & h_M & \vdots & h_{N-1} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ h_{1-N} & \vdots & h_M & \vdots & h_0 \end{pmatrix} \quad (38)$$

$$R = \begin{pmatrix} v_1 & v_2 & \cdots & v_n \\ v_0 & v_1 & \cdots & \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_{2-N} & \vdots & \cdots & v_1 \end{pmatrix} \quad (39)$$



이 식의 결과와 식 (18)에서 제시된 결과와의 차이는 식 (40)과 같다.

$$c_a(N) - c(N) = H^1 R c_a(N) \quad (40)$$

식 (40)에서 비용 함수의 값을 계산하기 위해 식 (8)에 정의된  $c(N)$ 을 사용하면 식 (41)과 같다.

$$z_a(N) = |c_a(N) - c(N)|^T H^1 H |c_a(N) - c(N)| \quad (41)$$

식 (40)을 식 (41)에 대입하고 비용 함수의 기대값을 계산하면 식 (42)와 같다.

$$E|z_a(N)| = E|c_a(N)^T R^1 R c_a(N)| = c_a(N)^T E|R^1 R| c_a(N) \quad (42)$$

식 (42)에서  $E|R^1 R|$ 은  $N$  반복의 임의의 잡음 행렬이며, 등화기의 이동함수  $C_a(w)$ 와 잡음  $v(n)$ 의 전력 스펙트럼밀도  $S_v(w)$ 로 표시하면 식 (43)과 같다.

$$E|z_a(N)| \cong TN/2\pi \int_{-\pi/T}^{\pi/T} |C_a(W)|^2 S_v(w) dw \quad (43)$$

등화된 심볼당 평균 제곱 에러를 나타내는 식 (12)가 등화 후 잡음 변화와 동일하며,  $n > N$ 에 대해 식 (10)의 결과를 나타내면 등화기 계수 벡터는 식 (44)와 같다.

$$|B(n)B(n)^T + \sum_{k=1}^n r(k)r(k)^T|c(n) = B(n) \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (44)$$

식 (44)에서  $B(n)$ 은  $n$ 과 동일한 행의 길이를 가진 식 (14)와 유사하며,  $n$ 이 커짐에 따라 잡음의 영향은 비례하여 증가한다는 것을 나타낸다.

#### IV. 시뮬레이션 및 결과

제안된 최소-제곱 조정 알고리즘의 성능을 검토하기 위하여 Mueller가 제안한 적응 등화기 알고리즘과 비교하면 Fast Kalman, Gradient, Adaptive lattice 알고리즘의 심볼 간격과 샘플 간격의 반복된 곱셈 연산의 수와 정확성은 계산의 복잡성 외에는 별 차이가 없었다. 알고리즘들의 비교 계산량은 식 (10)에서 얻어진 추정치를 기울기 알고리즘에서 이용한 연산수  $g(n)$ 을 스칼라로 대치하여  $T/2$ 로 구성하면 식 (10)에서

$$\text{Fast Kalman } \lambda \neq 1 \quad N(p^3 + 6p) + \frac{5}{3}p^3 + 2p^2 + \frac{4}{3}p \quad \text{와} \quad (45)$$

$$\lambda = 1p(p+1)/2 \text{ less than for } \lambda \neq 1$$

을 각각 이용하여 Table 1과 같이 계산량을 얻을 수 있다.

기울기 알고리즘에서는 연산 수가 최소로 나타나며, 심볼로 구성된 적응 등화기는  $T/2$ 를 이용한 등화기가 2배수가 되므로 적응 격자 알고리즘 연산의 항수를 결정할 수 있다. Fast Kalman의 최소-제곱 조정 알고리즘에서의 복잡성이 가장 낮은 것으로 나타났으며, 기울기 알고리즘에 비해 곱셈의 연산보다는 5배 정도 빠르고  $T/2$ 로 구성된 적응 등화기보다는 약 10배 정도 빠르다는 것을 알 수 있다.

$$\text{Adaptive Lattice } \lambda \neq 1 \quad N(\frac{13}{3}p^3 + 7p^2 + \frac{11}{3}) - 4p^3 - 5p^2 - 2p \quad \text{와}$$

$$\lambda = 1N(N - \frac{1}{2})p(p+1) \text{ less than for } \lambda \neq 1$$

를 식 (45)에 대입하면 적응 격자 알고리즘의 성능은 Fast Kalman 알고리즘이나  $T/2$ 로 구성된 적응 등화기는 보다 더 많은 계산량을 요구하며, 이와 같은 원인은  $p^3$ 의 큰 계수가 반영되어 이용된 행렬 수 때문이다.

Table 1. Number of complex multiplications for equalizer spanning  $N$  symbol intervals with  $p$  samples per interval

	# Multiplications	
	$N = 31$ $p = 1$	$N = 31$ $p = 2$
Gradient	63	127
Fast Kalman	316	1202
Adaptive Lattice	315	1199
	454	2046
	393	1863

등화기 탭의 수는 특정 채널에 대한 실질적 요구에 따라 증가할 수 있으며, 또한 Fast Kalman 알고리즘은 등화 수행이 가장 빨리 알려진 방법이나 부가적인 잡음이 나타나지 않으며, 최적 MSE에서 3 dB내에 수렴된다.

본 논문에서는 기울기 알고리즘의 반복 수행에 1/3 정도만 요구되는 최소-제곱 조정 알고리즘을 이용하여 최적 등화기를 구현하여 검토한다.

최소-제곱 조정 알고리즘에서 시뮬레이션을 위한 Fig. 5에 제시한 시스템의 송신기는 12%의 초과 대역 폭 크기를 가진 상승된 모양의 전송 기능을 갖게 하고, 확장 파동은 2400 baud의 심볼 비율과 심볼당 2비트를 가진 것을 사용한다.

반송파 빈도는 1700Hz로 설정하고 동일한 항의 데이터 심볼을 서로 다른 임의적 잡음에서 시간에 따라 변이되는 역회전된 것으로 사용했다.

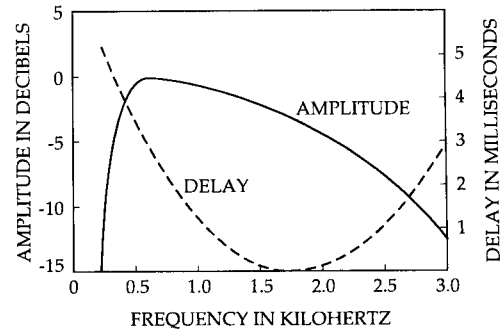


Fig. 6. Channel transfer function

시뮬레이션에서 다양한 채널 전송 기능을 응용하여 Fig. 6에서 기본적 요건을 충족시키는 샘플을 위한 자동 상관 행렬의 고유값 확장은 9.8에 일치시켰으며, 송신자와 채널의 동등한 기본 대역 폭의 충동 응답을 사용하여 등화기 입력자료를 생성시키고 명시된 전력 Gaussian 잡음을 부가시켰다.

정확한 부동점 계산에서 가수는 24비트로 나타내며,  $S/N$ 은 25 dB로 모든 등화기 계수 설정은 0으로 한다. 127개 심볼 구간을 가진 임의적 잡음 연쇄는 자료 심볼을 위해 10회 수행하여 임의적 잡음 연쇄와 관련된 시작점이 다른 평균값과 0.9 만큼 감소됨을 Fig. 6에서 알 수 있으며, 채널에 대한 결과는 Fig. 7-a, b와 같이 샘플 단계는 적정의 샘플링 단계에서 25%로 심볼 간격을 설정하였다.

이때 최소-제곱 조정 알고리즘에서 최적 등화기는 Fast Kalman 알고리즘의 형태와 동일하였으며, 출력 MSE 상의 차이는 0.01 dB 보다 더 적음을 알 수 있다.  $T/2$ 로 된 등화기의 경우 기울기 알고리즘은 약 400번 반복 수행해야 같은 레벨에 수렴할 수 있었으나, 최소-제곱 조정 알고리즘은 심볼로 이루어진 등화기의 경우 약 125번의 반복에서 20dB의 MSE에 수렴시킬 수 있었다.

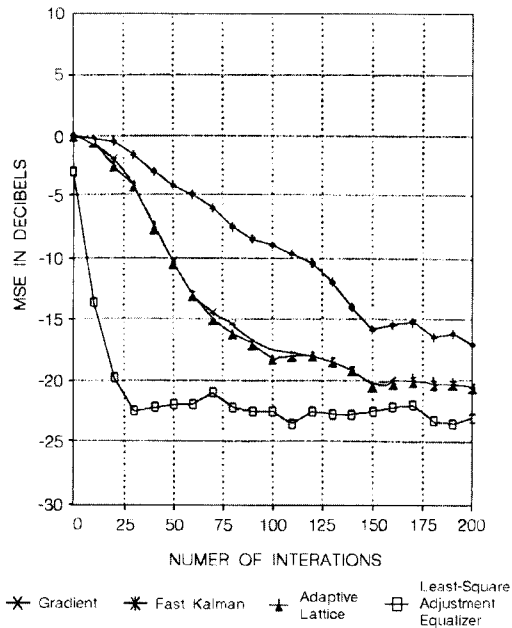


Fig. 7-a Convergence of symbol spaced equalizer.  
 $N = 31, s/n = 25 \text{ dB}$

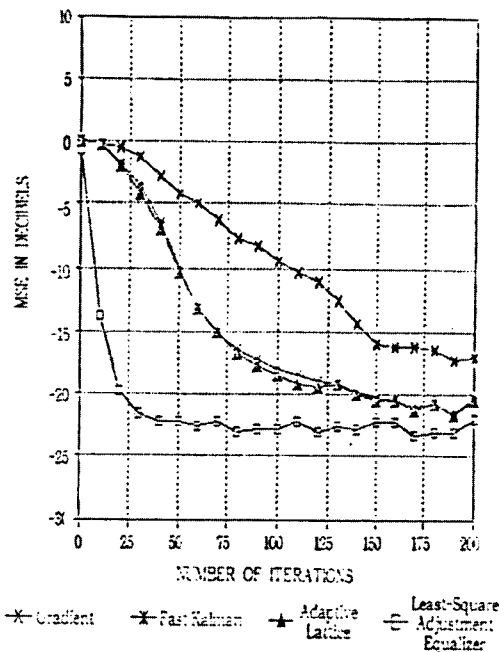


Fig. 7-b Convergence of  $T/2$ -spaced equalizer.  
 $N = 31, p = 2, s/n = 25 \text{ dB}$

## V. 결론

본 논문에서는 TDMA 디지털 이동통신 시스템에서 DSP 기능을 수행하는 적응 필터를 설계하기 위한 여러가지 방법 중 Mueller가 제안한 최소-제곱 조정 알고리즘을 분석 검토하였다. 먼저 적응 등화기 조정 알고리즘에서 최적 알고리즘 계수를 설정하여 계수 벡터를 산출하였다. 이는 비선형 등화기에서 샘플화된 신호벡터로서, 대수학적 특성을 이용하여 적절하게 계수조정을 한 후, 광범위한 전파채널에서 데이터 순서에 대해 연속 샘플링된 독립 선형 신호벡터로 표현할 수 있다.

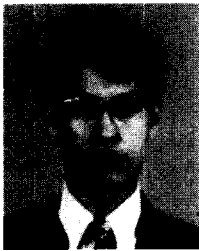
컴퓨터 시뮬레이션 결과 제안된 조정 알고리즘을 적용하면 기존 알고리즘을 적용할 때보다 고속 수렴하며 알고리즘의 반복 수행 속도도 현저히 향상됨을 알 수 있었다. 제안된 알고리즘은 TDMA 디지털 이동 통신 시스템에서 심각한 심볼간 간섭을 제거하기 위한 훌륭한 개선 방법임을 알 수 있었다.

## 참고 문헌

- [1] 김 노환, "디지털 셀룰라 시스템에 관한 검토", 동우전문대학 논문집 7집, 1995
- [2] John G. Proakis, "Adaptive Equalizer for TDMA Digital Mobile Radio", IEEE Communications, Vol.40, No.2 pp.333-341, MAY 1991.
- [3] Giovanna D'Aria, Roberto Piermarini, and Valerio Zingarelli, "Fast Adaptive Equalizers for Narrow Band TDMA Mobile Radio", IEEE Tran, Vol.40, No.2, May 1991.
- [4] J.E.MAZO, "Optimum Timing Phase for an Infinite Equalizer", The Bell System Tech, Vol.54, No.1, January

- 1975.
- [5] M.S.MUELLER, "Least Squares Algorithms for Adaptive Equalizers", The Bell System Tech. Vol.60, No.8, Octo. 1981
- [6] M.S.MUELLER, "On the Rapid Initial Convergence of Least-Squares Equalizer Adjustment Algorithms", The Bell System Tech. Vol.60, No.10, Decem. 1981.
- [7] SHAHID U.H.QURESHI, "Adaptive Equalization", IEEE Vol.73, No.9, sept. 1985.
- [8] Giovanna D. Aria, Roberto Piermarini, "Fast Adaptive Equalizer for Narrow-Band TDMA Mobile Radio", IEEE Communications, Vol.40, No.2, pp. 392-404, MAY 1991.
- [9] 김남용,나상동,배철수, "TDMA 이동 통신용 적응 Equalizer의 복잡도 및 성능분석", 한국통신학회 논문집, Vol.40, No.2, pp.675-678, 1991.
- [10] 김학춘外4인, "이동 통신 제어 시스템에서 그래프 색채화 문제에 의한 채널 할당", 한국통신학회 하계종합학술 발표회 논문집, Vol.12, No.1, pp.635-638, 1993.
- [8] Giovanna D. Aria, Roberto Piermarini,

□ 著者紹介



전 상 규

1978.2. 동국대학교 공과대학 전자공학과 졸업.(공학사)  
 1980.2. 경북대학교 대학원 전자공학과 졸업.(공학석사)  
 1989.4. 한국 컴퓨터 엔지니어링(주) 이사.  
 현재, 한국 컴퓨터 엔지니어링(주) 상무이사.  
 동우전문대학 사무자동화과 산업체 겸임교수

김 노 환

1978. 2. 숭실대학교 공과대학 전자공학과 졸업.(공학사)  
 1985. 2. 연세대학교 산업대학원 전자공학과 졸업.(공학석사)  
 1980. 8. 금성전기(주) 기술연구소 연구원.  
 1983. 7. 현대전자산업(주) 시스템 연구소 과장  
 1988. 4. (주)한독 기술연구소 연구 6부장.  
 1993. 3. 동우전문대학 사무자동화과 학과장.