

## Fuzzy Rule Minimization에 대한 효과적인 방법에 관한 연구

김 명 순\*, 손 병 성\*\*, 최 성 혜\*\*\*, 진 상 화\*\*\*\*

### I. 서 론

인간이 다루는 지식의 대부분이 기존의 이치 논리로는 다루기 힘든 애매성(fuzziness)을 포함하고 있음에도 불구하고, 이를 표현하는 지식은 부정확하며 신뢰성은 떨어지게 된다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 애매성의 개념을 표현하는 Fuzzy 이론이 1965년 미국 stanford 대학 교수인 L.A.Zadeh에 의해 제창되었다.

이 논문에서 제안한 것은 Fuzzy Inference에서 사용되는 Fuzzy Rule을 효과적으로 Minimization 시켜서, 적절한 퍼지 추론(Fuzzy Inference)가 가능하도록 하고자 하는 것이다.

Fuzzy Inference는 대부분 Fuzzy 논리를 기초로 한다. 자연어와 문제 영역의 지식을 Fuzzy set의 소속 함수(Membership Function) 값을 이용하여 명제(Proposition)속에 포함된 애매성을 처리한다. Fuzzy Inference에서의 지식 표현은 인간이 쓰는 언어를 그대로 적용하여 애매한 지식을 언어적 변수에 언어 진리치를 부여한 퍼지 논리로써 표현한다.

### II. 본 론

#### 1. Fuzzy의 정의

인간의 사고 방법과 그 원리를 연구하는 논리에서 이진 논리는 참(true) 혹은 거짓(false) 중 하나만의 진리값을 갖는 명제를 다룬다. Fuzzy 논리는 전문가의 지식 표현에 애매함을 내포하고 있는 명제를 처리하기 위해 L.A.Zadeh에 의해 제안된 Fuzzy 집합론에서 경계가 애매한 개념을 정량적으로 처리할 수 있는 기틀을 제공하였다.

일반적으로 IF - THEN 형식으로 Fuzzy Rule을 표현하므로 모델의 구조를 이해하기 쉽고, 비선형적인 입·출력 관계도 쉽게 표현할 수 있는 특징이 있다. 즉, Fuzzy System은 Knowledge Base에서 애매한 지식들을 표현하고, 추론 엔진(Inference Engine)에서 애매한 지식이 입력될 때, 반드시 정확한 매칭이 이루어지지 않더라도 원하는 조건을 어느 정도 만족한다면 그 만족도를 감안하여 결론이 유도되도록 한다. 지식은 "규칙(rule)"과 "사실

\* 동주여자전문대학 무역사무자동화과  
\*\* 경주전문대학

\*\*\* 상지전문대학 전산정보처리과  
\*\*\*\* 경북실업전문대학 전자계산과

(fact)”로 표현되며, 이때의 Rule은 다음과 같은 형태를 갖는다.

IF 조건(condition) THEN 결론(conclusion)

“IF tomato is red THEN it is ripe.”, “This tomato is rather red.”, “Thus the tomato is rather ripe.” 이는 잘 알려진 L.A.Zadeh에 의한 근사 추론의 예이다. 이 추론에서 사람은 “red”, “green”, “yellow”라는 tomato의 상태를 알고 있고, “not red”는 “green”과 동가이고 조건 Fuzzy 집합의 정의 구역은 “green”에서 “red”까지 묵시적으로 암시하고 있다. 그리고, “green”에서 “red”로 점차 붉어짐에 따라 익은 정도로 대응되어 증가한다는 지식을 알고 사용한다. 이런 사실은 실제의 추론에서 여러개의 Rule에 대한 지식에 기반을 두고 있다. A,B를 Fuzzy Label이라고 하면 단지 하나의 Rule  $A \rightarrow B$ 만을 사용하여 추론을 하는 경우 다른 지식 “not  $A \rightarrow$  not  $B$ ”라든가 “rather  $A \rightarrow$  rather  $B$ ” 등의 지식을 갖고 있는 것이 묵시적으로 가정되어 있다. 이러한 가정이 인정되면 사람이 근사 추론을 하는 경우의 모든 지

식 또는 그 일부가 기술된 집합으로서 고려할 수 있다. 즉, Rule은 집합과 Rule Table로서 나타낼 수 있다.

## 2. Fuzzy Rule

VS(Very Small)

SM(SMall)

ME(Medium)

LA(LArge)

VL(Very Large)로 정의하고, Fuzzy Rule

Table은 다음과 같다.

B \ A	VS	SM	ME	LA	VL
VS	VL	LA	ME	SM	LA
SM	VL	LA	ME	SM	LA
ME	VL	LA	ME	SM	VS
LA	LA	ME	SM	VS	VS
VL	LA	ME	SM	VS	VS

본 논문에서 사용되는 Fuzzy Rule은 다음과 같이 25개의 Fuzzy Rule로 정의된다.

- Rule 1 : IF A is VS and B is VS THEN C is VL.
- Rule 2 : IF A is VS and B is SM THEN C is VL.
- Rule 3 : IF A is VS and B is ME THEN C is VL.
- Rule 4 : IF A is VS and B is LA THEN C is LA.
- Rule 5 : IF A is VS and B is VL THEN C is LA.
- Rule 6 : IF A is SM and B is VS THEN C is LA.
- Rule 7 : IF A is SM and B is SM THEN C is LA.
- Rule 8 : IF A is SM and B is ME THEN C is LA.
- Rule 9 : IF A is SM and B is LA THEN C is ME.
- Rule 10 : IF A is SM and B is VL THEN C is ME.
- Rule 11 : IF A is ME and B is VS THEN C is ME.
- Rule 12 : IF A is ME and B is SM THEN C is ME.
- Rule 13 : IF A is ME and B is ME THEN C is ME.
- Rule 14 : IF A is ME and B is LA THEN C is ME.

- Rule 15 : IF A is ME and B is VS THEN C is SM.
- Rule 16 : IF A is LA and B is VS THEN C is SM.
- Rule 17 : IF A is LA and B is SM THEN C is SM.
- Rule 18 : IF A is LA and B is ME THEN C is SM.
- Rule 19 : IF A is LA and B is LA THEN C is VS.
- Rule 20 : IF A is LA and B is VL THEN C is VS.
- Rule 21 : IF A is VL and B is SM THEN C is LA.
- Rule 22 : IF A is VL and B is VS THEN C is LA.
- Rule 23 : IF A is VL and B is SM THEN C is VS.
- Rule 24 : IF A is VL and B is ME THEN C is VS.
- Rule 25 : IF A is VL and B is VL THEN C is VS.

### 3. Fuzzy Rule Minimization 방법

본 논문에서 사용되는 Fuzzy Rule Minimization 방법은 다음과 같이 선언하여 Minimization시킨다.

A : A1(=VS), A2(=SM), A3(=ME),  
A4(=LA), A5(=VL)

B : B1(=VS), B2(=SM), B3(=ME),  
B4(=LB), B5(=VL)

C : C1(=VS), C2(=SM), C3(=ME),  
C4(=LA), C5(=VL)

로 대치시킨다.

$$S(\text{Small}) = VS + SM : \\ S1 = A1 + A2 \quad S2 = B1 + B2 \\ \text{----- (식 2.1)}$$

$$L(\text{Large}) = LA + VL : \\ L1 = A4 + A5 \quad L2 = B4 + B5 \\ \text{----- (식 2.2)}$$

(식 2.1)과 (식 2.2)와 같이 정의한다.

이렇게 정의된 부분을 사용하여 Minimization 을 전개하여 보자.

$$C = C5(A1B1+A1B2+A1B3) \\ + C4(A1B4+A1B5+A2B1 \\ + A2B2+A2B3+A5B1+A5B2) \\ + C3(A2B4+A2B5+A3B1+A2B2 \\ + A3B3) \\ + C2(A3B4+A3B5+A4B2+A4B3) \\ + C1(A4B4+A4B5+A5B3+A5B4 \\ + A5B5) \text{로 표현된다.}$$

위의 식을 처음에 정의된 부분에 대입시켜 보면 다음과 같다.

$$C = C5\{A1(B1+B2) + A1B3\} \\ + C4\{A1(B4+B5) + A2(B1+B2) \\ + A2B3 + A5(B1+B2)\} \\ + C3\{A2(B4+B5) + A3(B1+B2) \\ + A3B3\} \\ + C2\{A3(B4+B5) + A4(B1+B2) \\ + A4B3\} + C1\{A4(B4+B5) + A5B3 \\ + A5(B4+B5)\} \text{가 된다.}$$

위의 식을 다시 (식 2.1)과 (식 2.2)에 대입시켜 보자.

$$\begin{aligned}
 C &= C5(A1S2+A1B3) \\
 &+ C4(A1L2+A1S2+A2B3+A5S2) \\
 &+ C3(A2L2+A3S2+A3B3) \\
 &+ C2(A3L2+A4S2+A4B3) \\
 &+ C1(A4L2+A5B3+A5L2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= C5(A1S2+A1B3) \\
 &+ C4(A1L2+A2S2+A2B3+A5S2) \\
 &+ C3(A2L2+A3S2+A3B3) \\
 &+ C2(A3L2+A4S2+A4B3) \\
 &+ C1(L2L1+A5B3) \text{와 같이 된다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= C5(A1S2+A1B3) \\
 &+ C4(A1L2+A3S2+A2B3+A5S2) \\
 &+ C3(A2L2+A3S2+A3B3) \\
 &+ C2(A3L2+A4S2+A4B3) \\
 &+ C1\{L2(A4+A5) + A5B3\}
 \end{aligned}$$

#### 4. Minimization된 Fuzzy Rule

$$SMALL = VS + SM$$

LARGE = LA + VL와 같이 정의할 수 있다.

- |                |                             |                      |
|----------------|-----------------------------|----------------------|
| <b>Rule 1</b>  | : IF A is VS and B is SMALL | <b>THEN</b> C is VL. |
| <b>Rule 2</b>  | : IF A is VS and B is ME    | <b>THEN</b> C is VL. |
| <b>Rule 3</b>  | : IF A is VS and B is LARGE | <b>THEN</b> C is LA. |
| <b>Rule 4</b>  | : IF A is SM and B is SMALL | <b>THEN</b> C is LA. |
| <b>Rule 5</b>  | : IF A is SM and B is ME    | <b>THEN</b> C is LA. |
| <b>Rule 6</b>  | : IF A is SM and B is LARGE | <b>THEN</b> C is ME. |
| <b>Rule 7</b>  | : IF A is ME and B is SMALL | <b>THEN</b> C is ME. |
| <b>Rule 8</b>  | : IF A is ME and B is ME    | <b>THEN</b> C is ME. |
| <b>Rule 9</b>  | : IF A is ME and B is LARGE | <b>THEN</b> C is SM. |
| <b>Rule 10</b> | : IF A is LA and B is SMALL | <b>THEN</b> C is SM. |
| <b>Rule 11</b> | : IF A is LA and B is ME    | <b>THEN</b> C is SM. |
| <b>Rule 12</b> | : IF A is LA and B is LARGE | <b>THEN</b> C is VS. |
| <b>Rule 13</b> | : IF A is VL and B is SMALL | <b>THEN</b> C is LA. |
| <b>Rule 14</b> | : IF A is VL and B is ME    | <b>THEN</b> C is VS. |
| <b>Rule 15</b> | : IF A is VL and B is LARGE | <b>THEN</b> C is VS. |

여기서 다시 Rule 12와 Rule 15는 다시 다음과 같이 14개가 된다.  
Minimization되어서, 최종적인 Fuzzy Rule은

- |               |                             |                      |
|---------------|-----------------------------|----------------------|
| <b>Rule 1</b> | : IF A is VS and B is SMALL | <b>THEN</b> C is VL. |
| <b>Rule 2</b> | : IF A is VS and B is ME    | <b>THEN</b> C is VL. |
| <b>Rule 3</b> | : IF A is VS and B is LARGE | <b>THEN</b> C is LA. |
| <b>Rule 4</b> | : IF A is SM and B is SMALL | <b>THEN</b> C is LA. |
| <b>Rule 5</b> | : IF A is SM and B is ME    | <b>THEN</b> C is LA. |

Rule 6	: IF A is SM and B is LARGE	THEN C is ME.
Rule 7	: IF A is ME and B is SMALL	THEN C is ME.
Rule 8	: IF A is ME and B is ME	THEN C is ME.
Rule 9	: IF A is ME and B is LARGE	THEN C is SM.
Rule 10	: IF A is LA and B is SMALL	THEN C is SM.
Rule 11	: IF A is LA and B is ME	THEN C is SM.
Rule 12	: IF A is LARGE and B is LARGE	THEN C is VS.
Rule 13	: IF A is VL and B is SMALL	THEN C is LA.
Rule 14	: IF A is VL and B is ME	THEN C is VS.

### III. 결 론

Fuzzy Inference에 사용되는 Fuzzy Rule을 Minimization시킴으로 인하여, 상대적으로 Fuzzy Rule의 갯수가 적으면서도 우리가 필요한 Fuzzy Inference을 할 수 있다는 점이다.

모든 경우에는 다 적용될 수 없지만, 상당 부분에 적용이 가능하여 Fuzzy Inference가 사용되는 Fuzzy Rule의 Minimization에 효과적인 방법이라고 생각된다.

앞으로의 연구 과제는 현재 제안된 여러가지 Fuzzy Rule Minimization 방법에 대한 비교 검토와 보충이 있어야 된다고 생각된다.

### 참 고 문 헌

- [1] 강훈, "퍼지 논리의 제어 응용", JCEANF, pp.89~168.
- [2] M.Mizumoto, "Fuzzy contrils under Various Approximate Reasoning Methods". In Proceodings 2nd IFSA Congress, pp.143~146, Tokyo, Japan, 1987.
- [3] W.J.M.Kickert and E.H.Mamdani, "Analysis of a Fuzzy Logic Controller", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 12, pp.29~44, 1978.
- [4] A.Kandel and S.C.Lee, "Fuzzy Switching and Automate", Theory and Applications, Crane and Edward Arnold, 1987
- [5] E.H.Madani, "Application of Fuzzy Logic to Approximate Reasoning using Linguistic Systems", IEEE Trans. Computer, vol. 26, pp.1182~1191, 1977.
- [6] F.Bousslama and A.Ichikawa, "fuzzy Control Rules and Their Natural control Laws", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 48, pp.65~86, 1992.
- [7] S.Z.He., "Control of Dynamical Process using an On-line Rule-adaptive Fuzzy Control System", Fuzzy sets and Systems, Vol. 54, pp.11~22, 1993.
- [8] L.T.Koczy and K.Hirota, "Reasoning by Analogy with Fuzzy Rules", IEEE Int. Conference on Fuzzy Systems, pp.263~270, 1992.
- [9] E.H.Mamdani and J.J.Ostergard and E.Lembessis, "Use of Fuzzy Logic for Implementing Rule-based Control of Industrial Process", Advances in Fuzzy Sets, Possibility Theory and Applications, Plenum Press, pp.307~323, 1983.
- [10] J.A.Bernard, "Use of a Rule-based

System for Process Control", IEEE oct., 1988.  
Control System Magazine, pp.3~13,

□ 著者紹介

김 명 순



1985년 방송통신대학 경영학과 졸업(경영학사)  
1988년 경성대학교 대학원 산업정보학과(공학석사)  
1995년 대구 효성 카톨릭 대학교 대학원 전자계산학과 박사과정 수료  
1996년 현재 동주여자전문대학 무역사무자동화과 전임강사

※ 관심 분야 : 인공지능, 지능형 교수 시스템, 뉴로 컴퓨팅

손 병 성



1980년 영남대학교 전자공학과 졸업(공학사)  
1985년 영남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)  
1995년 대구 효성 카톨릭 대학교 대학원 박사과정 수료  
1996년 현재 상지전문대학 전산정보처리과 부교수

※ 관심 분야 : 신경망, 퍼지논리, 자료구조

최 성 혜



1989년 경북산업대학교 졸업(공학사)  
1993년 대구 효성 카톨릭 대학교 대학원 전자계산학과 졸업(이학석사)  
1996년 현재 대구 효성 카톨릭 대학교 대학원 전자계산학과 박사과정 재학중  
경주전문대학 겸임교수, 일본 쓰쿠바 대학교 전자공학부 연구원

※ 관심 분야 : 인공지능, 뉴로 컴퓨팅, 전산교육

진 상 화



1981년 울산대학교 전자계산학과 졸업(공학사)  
1993년 중앙대학교 대학원 전자계산학과 졸업(이학석사)  
1995년 대구 효성 카톨릭 대학교 대학원 박사과정 수료  
1996년 현재 경북실업전문대학 전자계산과 부교수

※ 관심 분야 : 인공지능, 분산시스템