

정수계획법에 의한 셀제조 시스템에서 부품-기계군의 생성
- An integer programming model to generate part-machine families in a cellular manufacturing system -

양 정 문*
Yang, Jung-Mun
문 기 주*
Moon, Geeju
김 정 자*
Kim, Jung-Ja

Abstract

The purpose of this research is to develop a method for part-machine grouping subject to production and management constraints. In the proposed integer programming model, minimization of operating and material-handling costs are considered as an objective function. The model allows one to recognize the existing parts and machines into disaggregated cells. New constraints are introduced in the model to resolve unbalancing capacity and bottleneck problems. It is found that this approach could have a better flexibility on cell size design for more alternatives than conventional methods. Experimental grouping and comparison studies with ROC algorithm are given for evaluation purposes.

1. 서론

CM(cellular manufacturing)은 상이한 기계로 구성된 전용 기계군에서 유사부품을 가공한다. 이 시스템은 납기, 자재처리, 준비시간, 공정 내 작업 등을 감소시킬 수 있다.(Blank, 1983) (Liao, 1994) 설계자가 추구하는 목적, 셀 간의 능력의 균형 뿐만아니라 부품과 셀의 하청 비용을 최소화하기 위해서는 생산 시스템의 완전 분할이 필요하다. 이 생산 시스템의 완전 분할은 집중화 공장의 개념을 성취하기 위해서이다.(Skinner, 1974) (Turksen, 1988)

CM 시스템은 생산 라인, 부품특성 혹은 부품경로를 기초로 설계할 수 있다. 생산라인을 기초로한 CM 시스템의 설계가 집중공장 접근법(focus factory approach)이고, 부품경로를 기반으로한 CM이 부품-특성 지향적 접근법(part-characteristics oriented approach)이다.(Liao, 1994) 집중공장 접근법은 제품조립과 부품조립을 많이 하는 회사나 컴퓨터 칩 제조, 금속가공, JIT 개념을 적용하는 제조회사에 널리 사용되고 있다. 소위 GT(Group Technology)로 불리는 부품-특성 지향적 접근법은 Mitrofanov에 의해 제창되었고 Burbidge(1975)에 의해 통합적 방법으로 개발되었다. GT 제조 시스템에서 첫 번째 단계는 부품 군과 기계 그룹으로 나눈다. 이를 셀 구성(cell formation)이라고 한다.

일반적으로 셀 구성 혹은 부품-기계군의 생성은 부품기계 발생 행렬(machine-part incidence matrix)만을 가지고 찾는 방법과 다른 경영 및 생산관련 요소를 고려하여 셀을 구성하는 방법으로 나눌 수 있다. 본 논문에서는 경영 및 생산관련 요인을 고려하여, 운영비용과

* 동아대학교 산업공학과

물류비용을 최소화하는 정수계획법을 제시한다. 모형화에 있어서 제약조건으로 능력 불균형(unbalancing capacity)과 에로기계 문제가 새로운 제약조건으로 고려되었다.

2. 문헌 연구

부품-기계군의 생성은 CM 시스템의 설계 시의 기본적인 문제이다. 첫 번째 접근법은 부품-기계 발생 행렬(machine-part incidence matrix)만으로 부품-기계군을 형성하는 방법이다. 여기에는 SLCA(single link cluster analysis)(Mcauley, 1972), ROC(ranking order clustering)(King, 1980) 등과 같은 몇 가지 발전적 방법이 있다. King(1980)은 ROC 알고리즘을 개발하였으며, King과 Nakornchai(1982)은 이 알고리즘을 확장하였다.

Rajamani와 Singh(1990)는 자원이용 제약 하에서 투자자본을 최소화하는 목적함수로서 최적 부품경로를 찾는 정수계획법을 제안하였다. 그리고 Vankharia와 Wemmerlov(1990)는 작업 순서를 기반으로 물류흐름 접근법을 제안하였고, Valle 등(1994)은 총 셀간 물류비용과 장비비용을 최소화하는 작업부하 기초모형(workload based model)을 제안하였으며 Srinicasan과 Narendran(1991)은 비계층적 군집 알고리즘인 GRAFICS를 개발하였다.

앞에서 언급한 바와 같이 일반적인 셀 구성방법은 크게 2가지 범주로 나눌 수 있다. 첫째, 기계-부품 행렬만을 고려하는 것이고, 다른 하나는 다른 경영 및 관리요인을 고려하는 것이다. 전자의 경우에는 비용적 측면을 고려하지 않으나 후자의 경우에는 비용적 요소를 고려함으로써 이들 결과는 차이가 발생한다. 현실적으로 운용비용과 셀간 자재취급비용은 매우 중요하다.(Garza와 Smunt, 1994) 그러므로 이들 비용은 반드시 중요한 요인으로 고려되어야 한다.

최근 Liao(1994)는 운용비용과 자재취급비용을 그의 모형에 반영하였다. 첫 번째 단계에서 운용비용을 최소화하는 정수계획 모형을 만들고 두 번째 단계에서는 셀간 그리고 셀내 자재취급비용을 고려하였다. 그러나 이와 같이 비용을 분리하는 경우에는 셀 구성이 최적해와는 거리가 있는 것이 될 수 있으므로 이들 비용을 동시에 고려해야 할 필요가 있다. 본 논문에서는 이 문제를 해결하기 위하여 이 비용요인을 하나의 함수로 통합하였으며, 새로운 제약조건으로 셀간 능력 불균형과 에로 기계문제를 포함하였다.

3. 수학적 모형의 개발

이 장에서는 정수계획 모형을 개발하기 위해 필요한 각 첨자, 의사결정 변수, 각 계수를 정의하고 정수계획 모형을 구축한다. 모형에 필요한 기본 설명은 다음과 같다.

첨자

$$i: \text{셀}, i=1,2,\dots,C \quad j: \text{기계}, j=1,2,\dots,M \quad k: \text{부품}, k=1,2,\dots,P$$

의사결정 변수

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1: \text{만일 기계 } j \text{가 셀 } i \text{에 속하면} \\ 0: \text{그렇지 않으면} \end{cases}$$

$$X_{ijk} = \begin{cases} 1: \text{만일 부품 } k \text{가 셀 } i \text{내 기계 } j \text{에서 제조된다면} \\ 0: \text{그렇지 않으면} \end{cases}$$

계수

- O_{ijk} : 셀 i 에 있는 기계 j 에서 부품 k 가 가공될 때의 운용비용
- H_{ii} : 셀 i 에서 셀 I 까지의 단위 흐름당 셀간 자재취급비용, $I \neq i, i, I=1, 2, \dots, C$
- H_{jj} : 기계 j 에서 부품 k 가 가공될 때의 단위 흐름당 셀내 자재취급비용
- P_k : 부품 k 의 생산 요구량
- t_{jk} : 부품 k 가 기계 j 에서 가공될 때의 가공시간
- t'_j : 기계 j 의 가공가능시간
- f_{ii} : 셀 i 에서 셀 I 로 부품의 흐름 빈도, $I \neq i, i, I=1, 2, \dots, C$
- f_{jj} : 셀내 기계 j 에서 기계 J 로 이송되는 부품의 흐름 빈도
- α_{jk} : 기계-부품 발생 행렬
- UB : 최대 허용 셀 능력 불균형
- B_j : 에로 기계 j 의 최대 허용 대수

목적함수

$$Min \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^P O_{ijk} P_k X_{ijk} + \sum_{i=1}^C \sum_{I \neq i}^C \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^P \alpha_{jk} f_{ii} H_{ii} X_{ijk} + \sum_{j=1}^M \sum_{J \neq j}^M \sum_{k=1}^P \alpha_{jk} f_{jj} H_{jj} X_{ijk}$$

s.t.

$$\sum_{k=1}^P P_k t_{jk} X_{ijk} \leq t'_j; \quad i=1, 2, \dots, C, \quad j=1, 2, \dots, M \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^M \alpha_{jk} X_{ijk} = B_j + 1; \quad k=1, 2, \dots, P \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^P t_{jk} X_{ijk} - \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^P t_{jk} X_{Ijk} \leq UB; \quad i=1, 2, \dots, C-1, \quad I=i+1. \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^C Y_{ij} = B_j + 1; \quad j=1, \dots, M. \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^C \alpha_{jk} X_{ijk} - \sum_{k=1}^P \alpha_{jk} Y_{ik} = 0; \quad i=1, 2, \dots, C, \quad j=1, 2, \dots, M, \quad k=1, 2, \dots, P. \quad (5)$$

$$X_{ijk}, Y_{ij} = 0, 1; \quad \text{모든 } i, j, k \quad (6)$$

위의 식에서 목적함수는 운용비용과 셀내 물류비용 그리고 셀간 물류 비용의 합을 나타낸다. 제약조건을 살펴보면 제약식 (1)은 각 개별가공기간이 각 기계의 능력을 초과하지 못함을 나타내고, 제약식 (2)는 셀내 모든 가공 부품은 오직 한 기계에서만 가공됨을 의미한다. 제약식 (3)은 셀간 가공시간의 차이는 최대허용 능력 불균형을 초과할 수 없음을 나타낸다. 또 제약식 (4)와 (5)는 전체 셀에 특정기계가 최대에로기계 대수를 초과할 수 없음을 나타낸다. 제약식 (6)은 의사결정변수가 0 혹은 1인 정수임을 의미한다. 이렇게 모형화함으로써 Liao(1994)가 2단계로 나누어서 처리할 때 발생할 수 있는 문제점을 해결할 수 있다.

4. 제안방법의 적용예

본 논문에서 제안한 정수계획 모형을 한 예에 적용해보자. <표 1>에서 보는 바와 같이 이 예에서는 3개 셀로 구성된, 5대의 기계에서 6가지의 부품을 가공하는 경우이다. 이 표에는 각 셀에 대한 운용비용을 나타낸다. 예를 들어 셀 1의 기계 2에서 가공되는 부품 3의 운용비용은 단위당 6이다. <표 2>는 부품-기계 발생 행렬이며, 이 표에서 나타낸 바와 같이 부품 2는 기계 1, 3, 4에서 '1'로 표시하였다. 또한 가공시간은 <표 3>에서 보는 바와 같이 기계 1에서 가공되는 부품 3의 가공시간은 단위당 5이다. 생산요구량은 <표 4>와 같으며, 가공가능시간, 셀간 흐름빈도, 셀내 흐름빈도는 각각 <표 5>, <표 6>, <표 7> 그리고 <표 8>과 같다. 셀간 단위당 자재취급비용은 <표 8>같이 각각 다르게 가정하였으며 셀내 단위당 자재취급비용은 모두 동일하게 3으로 하였다. 셀간 자재취급비용의 한 예를 들면 셀1과 셀2 사이의 단위당 비용은 <표 8>에서와 같이 10이다.

<표 1> 셀의 운용비용

셀 \ 부품	1						2						3					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
기계 1	2	3	3	3	5	5	3	2	4	2	4	4	4	3	5	3	5	5
2	6	4	6	3	5	1	5	3	4	6	4	1	6	5	6	5	3	1
3	6	8	3	4	3	6	3	4	2	3	2	5	4	5	1	2	2	3
4	8	7	8	2	1	1	5	3	2	1	1	1	5	5	5	1	1	1
5	9	5	5	6	4	1	8	4	4	5	3	1	6	4	4	3	2	1

<표 2> 부품-기계 발생행렬

부품 \ 기계	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	1	1
2	1	0	1	1	0	1
3	0	1	1	0	1	1
4	1	1	1	0	0	0
5	1	0	1	1	0	0

<표 3> 가공시간

부품 \ 기계	1	2	3	4	5	6
1	2	3	5	4	5	6
2	7	3	9	8	2	2
3	5	8	4	5	3	7
4	7	7	9	3	4	5
5	8	2	6	7	5	4

<표 4> 생산요구량

부품	1	2	3	4	5	6
수량	1,000	2,500	1,000	500	800	760

<표 5> 가공가능시간

기계	1	2	3	4	5
시간	30,000	25,000	40,000	45,000	30,000

<표 6> 셀간 흐름빈도

셀	1	2	3
1	0	100	150
2	200	0	300
3	300	200	0

<표 7> 셀내 흐름빈도

기계	1	2	3	4	5
1	0	10	10	20	15
2	10	0	20	30	15
3	10	20	0	20	20
4	20	30	20	0	20
5	15	15	20	20	0

<표 8> 단위흐름당 셀간 자재취급비용

셀	1	2	3
1	0	10	8
2	10	0	7
3	8	7	0

위의 경우를 본 논문에서 제시한 정수계획으로 풀기 위하여, FORTRAN으로 코딩된 자동문제 생성 프로그램을 이용하여 정수계획문제를 생성하고, 이 문제를 Miche Bakelaar의 LP-solver로 해를 구하였다. LP-solver는 변수 30,000개, 제약식 50,000개까지 풀 수 있는 프로그램이다.

추가적인 입력정보로 능력 불균형을 100으로 했을 때 얻어진 셀 구성은 <표 9>와 같다. 이 경우는 예로 기계를 허용하지 않았을 때이다. 만약 예로 기계의 도입이 허용된다고 할 경우, 가공시간이 가장 작고 셀 내의 흐름빈도가 가장 높은 기계 2를 한 대 더 도입해 볼 수 있다. 이와 같이 기계 2를 예로 기계로 허용한 경우 그 결과는 <표 10>과 같아진다.

<표 9> 기계그룹과 부품경로의 결과(예로기계 허용하지 않음, U=100)

부품 기계	셀 1						셀 2						셀 3					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0

(U=100는 능력 불균형이 100임을 의미한다.)

먼저 <표 9>를 살펴보면 최적 설계는 셀 1에 기계 1, 2를 배치하고 셀 2에 기계 4, 셀 3에 기계 3을 배치한다. 만일 능력 불균형이 100이고 기계 2를 1대 더 예로 기계로 허용하는 경우에는 <표 10>과 같아진다. <표 10>에서 보는 바와 같이 최적 설계는 셀 1에 기계 1과 2, 셀 2에 기계 2와 4 그리고 셀 3에 기계 3을 배치하는 것이다. 예로 기계를 허용하지 않는 경우의 목적함수 값은 134,780이고, 허용하는 경우에는(기계 2를 1대) 이 값은 135,580로 증가한다. 예로 기계를 허용하는 경우 비용은 증가하나, 생산 능력은 25,000에서 50,000으로 향상된다. 본 논문에서는 예로 기계의 추가도입에 따른 비용은 고려하지 않았으나, 실질적으로는 운영비용과 자체처리비용 뿐만아니라 예로기계의 추가도입비용까지 포함해야 한다. 그러므로 실질적인 총 비용은 135,580과 기계 2의 1대 추가도입비의 합이 될 것이다.

<표 10> 기계그룹과 부품경로의 결과(U=100, B₂=1)

부품 기계	셀 1						셀 2						셀 3					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(2)	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0

(B₂=1는 기계 2를 예로 기계로 1대 허용함을 의미하며, 기계의 (2)는 허용된 예로 기계를 의미한다.)

이 결과를 ROC 알고리즘 적용결과와 비교해보자. 먼저 <표 1>에서 살펴본 부품-기계 발생 행렬을 ROC 알고리즘으로 균을 구성한 결과는 <표 11>과 같다. 이 결과를 살펴보면 ROC 알고리즘으로 균을 형성하는 경우 기계 2, 3, 4 그리고 5가 각각 1대씩 더 필요함을 알 수 있으

며 이 같은 경우 목적함수 값은 176,850된다. ROC 알고리즘을 적용한 경우에는 <표 11>에서와 같이 2개의 셀로 구성됨을 알 수 있다. 첫 번째 셀에는 기계 2, 3, 4 그리고 5가 배치되고 두 번째 셀에는 기계 1, 2, 3, 4 그리고 5가 할당된다. 이 결과와 비교하기 위해 본 논문에서 제시한 모형에 기계 2, 3, 4 그리고 5를 1대 더 추가도입하는 경우를 살펴보자. 그 결과는 <표 12>와 같이 3개의 셀로 구성됨을 알 수 있다. 첫 번째 셀에는 기계 1, 2, 그리고 5가 배치되고 두 번째 셀에는 기계 2, 3, 그리고 4가 할당되며 세 번째 셀에는 기계 3, 4, 그리고 5가 배정된다. 그리고 그 때 목적함수의 값은 135,990.으로 ROC로 구한 176850 보다 40860 작은 값, 즉 23% 낮아진 값이 구해진다.

<표 11> ROC 알고리즘에 의한 결과

부품 기계	2	3	1	4	6	5
4	1	1	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0
5	1	1	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1
(3)	0	0	1	0	1	1
(4)	0	0	1	0	0	0
(2)	0	0	0	1	1	0
(5)	0	0	0	1	0	0

<표 12> 기계그룹과 부품경로의 결과(U=100, B₂=1, B₃=1, B₄=1, B₅=1)

부품 기계	셀 1						셀 2						셀 3						
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	
1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(2)	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(3)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
4	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(4)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(5)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0

(B₂=1, B₃=1, B₄=1, B₅=1는 기계 2, 3, 4, 그리고 5를 예로 기계로 1대 허용함을 의미하며, (2), (3), (4) 그리고 (5)는 허용된 예로 기계를 의미한다.)

5. 결론

CM 설계 시에는 고려해야 하는 여러 가지 제약조건이 있으나 모든 제약을 동시에 고려해 주는 것은 현실적으로 불가능하다고 할 수 있다. 그러나 부품-기계 발생행렬만으로 부품-기계 군을 구성하는 것은 비용적 요소와 기타 주요 생산관련 요소가 고려되지 않았기 때문에 현실적으로 바람직한 안을 구할 수 없다. 물론 비용적 요소와 생산관련 조건들이 아주 미미하여 무시해도 좋은 경우에는 부품-기계 발생행렬만으로 군을 형성하여도 무방할 것이나 일반적으로 이들 요소는 매우 중요하며 큰 비중을 차지하고 있으므로 운용비용, 자재취급비용과 같은 비용적 요소를 최소화 할 수 있는 부품-기계군을 구성하는 것은 필수적이라 하겠다.

본 논문에서는 시스템 설계시 유연성을 부여하기 위하여 에로기계를 고려할 수 있도록 하였다. 또한 생산적 측면에서 셀 설계시 셀간 능력 균형을 고려할 수 있도록 이들을 제약조건으로 고려하였다. 이와 같은 조건하에서 운영비용과 물류비용의 합을 최소화할 수 있는 부품-기계군의 생성을 위한 정수계획모형을 개발 제시하고 LP-solver를 이용한 사례연구를 통하여 이 모형의 타당성을 입증하였다.

참고문헌

- [1] Garza, O. and Smunt, T. L., "Reducing flow between manufacturing cells: a sensitivity analysis", *International Journal of Production Research*, Vol. 32, No. 9, 1994, pp. 2131-2147.
- [2] King, J. R., "Machine-component grouping in production flow analysis : an approach using a rank order clustering algorithm", *International Journal of Production Research*, Vol. 18, No.2, 1980, pp. 213-232.
- [3] King, J. R., and Nakornchai, V., "Machine-component group formation in group technology : review and extension", *International Journal of Production Research*, Vol. 20, No.2, 1982, pp. 117-133.
- [4] Liao, T. W., "Design of line type cellular manufacturing systems for minimum operating and material-handling cost", *International Journal of Production Research*, Vol. 32, NO. 2, 1994, pp.387-397.
- [5] Mcauley, J., 1972, "Machine grouping for efficient production", *Production Engineer*, 1972, pp. 53-57.
- [6] Rajamani, D., and Singh, H., "Integrated design of cellular manufacturing systems in the presence of alternative process plans", *International Journal of Production Research*, Vol. 28, No. 8, 1990, pp. 1541-1553.
- [7] Srinivasan and Narendran, "GRAFICS-a non-hierarchical clustering algorithms for group technology", *International Journal of Production Research*, Vol. 32, No. 9, 1991, pp. 2105-2116.
- [8] Valle, A. G. Del, Balarezo, S., and Tejero, J., "A heuristic workload-based model to form cells by minimizing inter cellular movements", *International Journal of Production Research*, Vol. 32, No. 10, 1994, pp. 2275-2285.
- [9] Vankharia, A. J., and Wemmerlov, U., "Designing a cellular manufacturing system: a material flow approach based on operation sequences", *IIE Transactions*, Vol. 22, No. 1, 1990, pp. 84-97.