

스트레스에 의존하는 척도모수를 가진 대수정규 가속수명시험의 최적설계

박병구·윤상철·서호철¹

요약 일정스트레스 가속수명시험에서 제품의 수명이 대수정규분포를 따르고 위치모수와 척도모수 모두가 스트레스의 영향을 받는다고 하자. 설계 스트레스 조건에서 대수정규분포의 백분위수의 최우추정량의 점근분산이 최소가 되는 낮은 수준의 최적의 스트레스의 양과 최적의 표본할당비율을 모수의 여러가지 경우에 대해서 연구한다.

주제어: 최적설계, 대수정규분포, 수명가속시험, 척도모수

1. 서론

대부분의 신제품들은 정상적인 조건에서 이루어지는 시험에서는 단지 몇 개의 제품만이 고장을 일으키는 경우가 대부분이므로 수명분포에 대한 충분한 정보를 얻는 것이 쉬운 일이 아니며 많은 비용과 시간이 소모된다. 이런 문제점을 해결하는 방법으로서 많이 이용되는 가속수명시험(Accelerated Life Tests)은 더 큰 스트레스를 준 열악한 조건-높은 온도, 압력, 진동, 전압 등-에서 제품의 수명을 단축시키거나 성능을 급속히 저하시키는 수명시험을 말한다. 이 시험에서 얻어진 자료를 이용하여 스트레스와 모수의 관계를 나타내는 적절한 모형을 찾고 정상조건에서의 자료로 외삽하여 수명의 분포를 추정하게 된다.

일정스트레스 가속수명시험에서 Singpurwalla(1971,1973)는 스트레스와 수명의 관계를 추정하는 문제를 다루었으며 이외에도 Barlow와 Scheuer(1971), Nelson과 Kiełpinski(1975,1976), Nelson과 Meeker(1978), Meeker(1984), Meeker와 Hahn(1985) 등은 정상조건에서 평균수명 혹은 백분위수의 추정량의 분산을 최소로 하는 스트레스의 양을 찾는 최적설계를 제안했다. 단계스트레스 가속수명시험에서 Miller와 Nelson(1983), Bai와 Chung(1992) 등이 수명분포의 추정문제와 정상조건에서 평균수명 혹은 백분위수의 추정량의 분산을 최소로 하는 스트레스의 변환시점을 찾는 최적설계를 다루었다.

지금까지의 가속수명시험에서는 제품의 수명이 위치-척도 모수를 가지는 분포를 따른다고 할 때 위치모수 μ 는 스트레스의 양에 따라 변하고 척도모수 σ 는 스트레스와 무관한 상수라고 가정했다. 그러나 척도모수 σ 가 스트레스에 영향을 받지 않는다는 것은 실제적으로

¹ 대구광역시 북구 산격동 1370번지 경북대학교 통계학과 702-701

많은 경우에 부적절하다. 예를 들면 표준편차의 퍼짐정도가 금속 피로도의 경우에는 낮은 스트레스에서 더 크며, 전기 절연상태의 경우에는 높은 스트레스에서 더 크다. Meeter와 Meeker(1994)는 제품의 수명이 와이블분포를 따를 때 척도모수 σ 도 스트레스에 영향을 받는다고 하고 최적설계 문제를 다루었다.

이 연구에서는 일정스트레스 가속수명시험에서 각 제품의 수명이 대수정규분포(Lognormal Distribution)를 따를 때 위치모수와 척도모수 모두가 스트레스의 영향을 받는다고 가정한다. 시간 중도절단된 자료를 이용하여 정상조건에서 수명분포의 제 100 P% 백분위수의 최우추정량의 점근분산을 최소화하는 낮은 수준의 최적의 스트레스의 양과 최적의 표본할당비율을 모수의 여러가지 값에 대해서 구해보고 비교한다.

2. 모형과 백분위수의 추정

제품의 수명은 서로 독립이며 대수정규분포를 따른다고 하자. 이 때 수명의 대수값 Y 는 정규분포를 따른다.

$$\Pr(Y \leq y) = \Phi((y - \mu)/\sigma), \quad -\infty < y < \infty.$$

여기에서 $\sigma > 0$ 는 척도모수이고 $-\infty < \mu < \infty$ 는 위치모수이다.

위치모수 μ 는 스트레스 x 와 선형관계에 있고 척도모수 σ 는 스트레스 x 와 대수선형관계에 있다고 가정하자:

$$\mu(x) = \gamma_0 + \gamma_1 x, \quad \log \sigma(x) = \gamma_0^{[\sigma]} + \gamma_1^{[\sigma]} x. \quad (2.1)$$

일정스트레스 가속수명시험에서 모든 제품은 동시에 미리 정해진 대수 중도절단시간 η 까지 시험하고 이 자료로 부터 모수 $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_0^{[\sigma]}, \gamma_1^{[\sigma]}$ 를 추정후 정상조건에서 대수정규분포의 제 100 P% 백분위수 $Y_p(x) = \mu(x) + z_p \sigma(x)$ 를 추정하고자 한다. 여기에서 z_p 는 표준정규분포의 백분위수이다.

주어진 시험시간안에 정상조건(x_D)에서는 많은 자료를 기대할 수 없으므로 정상조건에서 혹은 그 근처에서 시험을 한다는 것은 비효율적이다. 따라서 스트레스의 수준을 두 개로 했을 때 높은 수준의 스트레스 x_H 는 모형을 적절하게 유지하는 조건에서 가능한 높게 설정한다. 그러나 x_H 를 증가시킴으로써 많은 양의 자료를 얻게 되어 모수 추정의 정밀도를 높힐 수 있다 할지라도 더 이상 모형이 유지되지 않는다면 편의가 생기는 결과를 유발할 수도 있다.

수식을 보다 간결하게 나타내기 위해서 사용되는 모수를 다음과 같이 정의한다.

1. 표준화된 임의의 스트레스 ξ 를

$$\xi = \xi(x) = (x - x_D)/(x_H - x_D) \quad (2.2)$$

이라 하면 정상조건에서는 $\xi_D = 0$ 이고 높은 수준의 스트레스에서는 $\xi_H = 1$ 이 된다. 따라서 식 (2.1)에서의 모수와 스트레스와의 관계식은 다음과 같다.

$$\mu(\xi) = \beta_0 + \beta_1 \xi, \log \sigma(\xi) = \beta_0^{[\sigma]} + \beta_1^{[\sigma]} \xi \quad (2.3)$$

2. 척도모수 σ 와 표준화된 임의의 스트레스 ξ 의 관계식을 $\sigma(\xi) = \sigma_D \theta^\xi$ 이라 하면 $\theta = \sigma_H / \sigma_D$ 로서 높은 수준의 스트레스와 정상조건인 척도모수의 비를 나타낸다.

3. a 와 b 는 정상조건에서 표준화된 대수중도절단 $a = (\eta - \beta_0) / \sigma_D = (\eta - \mu_D) / \sigma_D$ 와 표준화된 기울기 $b = \beta_1 / \sigma_D = (\mu_H - \mu_D) / \sigma_D$ 라 하자. 이 때 $p_D = \Phi(a)$ 는 표준화된 대수중도절단 시간까지 정상조건에서 제품이 고장을 일으킬 확률, $p_H = \Phi((a-b)/\theta)$ 는 표준화된 대수중도절단 시간까지 높은 수준의 스트레스에서 제품이 고장을 일으킬 확률을 나타낸다.

앞서 정의한 수식으로 정상조건에서 대수정규분포의 제 100 P% 백분위수의 최우추정량의 점근분산 $\text{var}(\hat{Y}_p(\xi_D))$ 은 a, b, θ, P 의 함수가 됨을 알 수 있다.

척도모수 σ_i 가 일정하지 않을 때, 제품 i 가 중도절단시간 η 전에 고장을 일으킬 때까지의 대수수명시간은 Y_i 이고 표준화된 스트레스 ξ_i 에서의 표준화된 대수중도절단시간 ζ_i 는

$$\zeta_i = \frac{\eta - \mu_i}{\sigma_i} = \frac{\eta - \beta_0 - \beta_1 \xi_i}{\sigma_D \theta^{\xi_i}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.4)$$

으로 주어진다. 이 때 스트레스 ξ_i 에서의 표준화된 대수수명시간 Z_i 는

$$Z_i = \frac{Y_i - \mu_i}{\sigma_i} = \frac{Y_i - \beta_0 - \beta_1 \xi_i}{\sigma_D \theta^{\xi_i}}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

이 된다. 지시함수 I_i 를

$$I_i = \begin{cases} 1, & Y_i \leq \eta \\ 0, & Y_i > \eta \end{cases}$$

누적분포함수를 $\Phi_i = \Phi(\zeta_i)$, 확률밀도함수를 $\phi = \phi(\zeta_i) = d\Phi(\zeta_i)/dz$ 이라고 하자. 제품 $i, i = 1, 2, \dots, n$ 에 대한 대수우도함수 L_i 는

$$\begin{aligned} L_i &= I_i \log \left[\frac{\phi(Z_i)}{\sigma_i} \right] + (1 - I_i) \log [1 - \Phi(\zeta_i)] \\ &= I_i \left[-\log \sigma_i - \frac{1}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} Z_i^2 \right] + (1 - I_i) \log [1 - \Phi_i] \end{aligned}$$

이며 모수 $\beta_0, \beta_1, \sigma_D, \sigma_H$ 의 함수이다. 따라서 n 개의 제품에 대한 표본대수우도함수 $L = L_1 + L_2 + \dots + L_n$ 으로부터 $\beta_0, \beta_1, \sigma_D, \sigma_H$ 의 최우추정량 $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\sigma}_D, \hat{\sigma}_H$ 을 구하면 정상조건에서 대수정규분포의 100 P% 백분위수의 최우추정량은 $\hat{Y}_p(x) = \hat{\mu}(x) + z_p \hat{\sigma}(x)$ 이다. 여기에서 $\hat{\mu}(\xi) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \xi$ 이고 $\hat{\sigma}(\xi) = \exp(\hat{\beta}_0^{[\sigma]} + \hat{\beta}_1^{[\sigma]} \xi)$ 이다.

3. 백분위수의 점근분산

정상조건에서 대수정규분포에 대한 추정된 제 100 P% 백분위수의 점근분산을 척도모수의

비 θ 를 모르는 경우에 구하고 그 점근분산을 최소로 하는 낮은 수준의 스트레스 x_L 과 그 수준에 할당되는 표본할당비율 π 를 결정하고자 한다. 이 때 높은 수준의 스트레스 x_H 는 미리 정해져 있다.

대수정규분포의 척도모수 σ_i 와 표준화된 스트레스 ξ_i 의 관계식 $\sigma_i = \sigma_D \theta^{\xi_i} = \sigma_H^{\xi_i} \sigma_D^{(1-\xi_i)}$ 을 이용하면 제품 i 에 대해서 각 모수에 대한 이차편미분식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_j \partial \beta_k} &= \frac{\xi_{ij} \xi_{ik}}{\sigma_i^2} \left[-I_i + (1-I_i) \phi_i \left(\frac{\zeta_i}{1-\Phi_i} - \frac{\phi_i}{(1-\Phi_i)^2} \right) \right], \\
 \frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_j \partial \sigma_D} &= \frac{(1-\xi_i) \sigma_i}{\sigma_D} \frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_j \partial \sigma_i}, \\
 \frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_j \partial \sigma_H} &= \frac{\xi_i \sigma_i}{\sigma_D \theta} \frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_j \partial \sigma_i}, \\
 \frac{\partial^2 L_i}{\partial \sigma_D^2} &= -\frac{\xi_i (1-\xi_i) \sigma_i}{\sigma_D^2} \frac{\partial L_i}{\partial \sigma_i} + \frac{(1-\xi_i)^2 \sigma_i^2}{\sigma_D^2} \frac{\partial^2 L_i}{\partial \sigma_i^2}, \\
 \frac{\partial^2 L_i}{\partial \sigma_D \partial \sigma_H} &= \frac{\xi_i (1-\xi_i) \sigma_i}{\sigma_D^2 \theta} \frac{\partial L_i}{\partial \sigma_i} + \frac{\xi_i (1-\xi_i) \sigma_i^2}{\sigma_D^2 \theta} \frac{\partial^2 L_i}{\partial \sigma_i^2}, \\
 \frac{\partial^2 L_i}{\partial \sigma_H^2} &= -\frac{\xi_i (1-\xi_i) \sigma_i}{\sigma_D^2 \theta^2} \frac{\partial L_i}{\partial \sigma_i} + \frac{\xi_i^2 \sigma_i^2}{\sigma_D^2 \theta^2} \frac{\partial^2 L_i}{\partial \sigma_i^2}.
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

여기에서 $\xi_{i0} = 1$, $\xi_{ii} = \xi_i$, $i = 1, 2, \dots, n$ 이고 $j, k = 0, 1$ 이다. 그리고

$$E(I_i) = \Phi_i, \quad E\left(\frac{\partial L_i}{\partial \beta_j}\right) = 0, \quad j = 0, 1, \quad E\left(\frac{\partial L_i}{\partial \sigma_i}\right) = 0, \quad E(I_i Z_i) = -\phi_i, \quad E(I_i Z_i^2) = -\zeta_i \phi_i + \Phi_i$$

이므로 이차편미분의 음의 기대값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E\left(-\frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_j \partial \beta_k}\right) &= \frac{\xi_{ij} \xi_{ik}}{\sigma_i^2} \left[\Phi_i - \phi_i \left(\zeta_i - \frac{\phi_i}{1-\Phi_i} \right) \right] = \frac{\xi_{ij} \xi_{ik}}{\sigma_i^2} A(\zeta_i), \\
 E\left(-\frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_j \partial \sigma_i}\right) &= \frac{\xi_{ij}}{\sigma_i^2} \left[-\phi_i \left(1 + \zeta_i \left(\zeta_i - \frac{\phi_i}{1-\Phi_i} \right) \right) \right] = \frac{\xi_{ij}}{\sigma_i^2} B(\zeta_i), \\
 E\left(-\frac{\partial^2 L_i}{\partial \sigma_i^2}\right) &= \frac{1}{\sigma_i^2} \left[2\Phi_i - \zeta_i \phi_i \left(1 + \zeta_i^2 - \frac{\phi_i \zeta_i}{1-\Phi_i} \right) \right] = \frac{1}{\sigma_i^2} C(\zeta_i).
 \end{aligned}$$

따라서 식 (3.1)의 이차편미분식의 음의 기대값으로부터 피서정보행렬을 구해보면

$$F_i = \frac{1}{\sigma_D^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\theta^{2\xi_i}} A(\zeta_i) & \frac{\xi_i}{\theta^{2\xi_i}} A(\zeta_i) & \frac{1-\xi_i}{\theta^{\xi_i}} B(\zeta_i) & \frac{\xi_i}{\theta^{1+\xi_i}} B(\zeta_i) \\ \frac{\xi_i}{\theta^{2\xi_i}} A(\zeta_i) & \frac{\xi_i^2}{\theta^{2\xi_i}} A(\zeta_i) & \frac{\xi_i(1-\xi_i)}{\theta^{\xi_i}} B(\zeta_i) & \frac{\xi_i^2}{\theta^{1+\xi_i}} B(\zeta_i) \\ \frac{1-\xi_i}{\theta^{\xi_i}} B(\zeta_i) & \frac{\xi_i(1-\xi_i)}{\theta^{\xi_i}} B(\zeta_i) & (1-\xi_i)^2 C(\zeta_i) & \frac{\xi_i(1-\xi_i)}{\theta} C(\zeta_i) \\ \frac{\xi_i}{\theta^{1+\xi_i}} B(\zeta_i) & \frac{\xi_i^2}{\theta^{1+\xi_i}} B(\zeta_i) & \frac{\xi_i(1-\xi_i)}{\theta} C(\zeta_i) & \frac{\xi_i^2}{\theta^2} C(\zeta_i) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

이다. 여기에서 ζ_i 는 표준화된 대수중도절단시간을 나타낸다.

식 (2.4)에 주어진 대수중도절단시간 ζ_i 는 정상조건에서 표준화된 대수중도절단시간 a 와 표준화된 기울기 b 를 이용하면

$$\zeta_i = \frac{\eta - \mu_i}{\sigma_i} = \frac{\eta - \beta_0 - \beta_1 \xi_i}{\sigma_D \theta^{\xi_i}} = \frac{a - b \xi_i}{\theta^{\xi_i}}$$

이다. 따라서 식 (3.2)에 있는 피서정보행렬은 a, b, θ, ξ_i 의 함수가 됨을 알 수 있다.

일정스트레스 가속수명시험에서 스트레스 수준의 수가 2일 때 스트레스 ξ_i 는

$$\begin{aligned} \xi_i &= 1, \quad i=1,2,\dots,n(1-\pi), \\ \xi_i &= \xi, \quad i=1,2,\dots,n\pi \end{aligned}$$

이다. 즉, 전체 n 개의 제품중 $n(1-\pi)$ 개는 높은 수준의 스트레스에서, 나머지 $n\pi$ 개의 제품은 최적의 낮은 수준의 스트레스에서 수명을 시험한다. 따라서 두 수준의 일정스트레스 가속수명시험에서 구한 피서정보행렬은 두 행렬의 합 형태

$$F = n(1-\pi)F_1 + n\pi F_\xi \quad (3.3)$$

로 표현된다. 여기에서 F_1 은 높은 수준의 스트레스에서의 정보행렬을 나타내고 F_ξ 는 최적의 낮은 수준의 스트레스에서의 정보행렬을 나타낸다.

위에 주어진 식 (3.3)에 의해서 피서정보행렬은 다음과 같이 유도된다.

$$F = \frac{n(1-\pi)}{\sigma_D^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\theta^2} A\left(\frac{a-b}{\theta}\right) & \frac{1}{\theta^2} A\left(\frac{a-b}{\theta}\right) & 0 & \frac{1}{\theta^2} B\left(\frac{a-b}{\theta}\right) \\ \frac{1}{\theta^2} A\left(\frac{a-b}{\theta}\right) & \frac{1}{\theta^2} A\left(\frac{a-b}{\theta}\right) & 0 & \frac{1}{\theta^2} B\left(\frac{a-b}{\theta}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\theta^2} B\left(\frac{a-b}{\theta}\right) & \frac{1}{\theta^2} B\left(\frac{a-b}{\theta}\right) & 0 & \frac{1}{\theta^2} C\left(\frac{a-b}{\theta}\right) \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{n\pi}{\sigma_D^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\theta^{2\xi}} A \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) & \frac{\xi}{\theta^{2\xi}} A \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) & \frac{1-\xi}{\theta^\xi} B \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) & \frac{\xi}{\theta^{1+\xi}} B \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) \\ \frac{\xi}{\theta^{2\xi}} A \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) & \frac{\xi^2}{\theta^{2\xi}} A \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) & \frac{\xi(1-\xi)}{\theta^\xi} B \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) & \frac{\xi^2}{\theta^{1+\xi}} B \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) \\ \frac{1-\xi}{\theta^\xi} B \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) & \frac{\xi(1-\xi)}{\theta^\xi} B \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) & (1-\xi_i)^2 C \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) & \frac{\xi(1-\xi)}{\theta} C \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) \\ \frac{1-\xi}{\theta^\xi} B \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) & \frac{\xi^2}{\theta^{1+\xi}} B \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) & \frac{\xi(1-\xi)}{\theta} C \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) & \frac{\xi^2}{\theta^2} C \left(\frac{a-b\xi}{\theta} \right) \end{bmatrix}$$

또한 최우추정량 $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\sigma}_D, \hat{\sigma}_H$ 의 점근공분산행렬 Σ_4 은 피서정보행렬 F 의 역행렬이기 때문에 임의의 스트레스 ξ 에서의 대수정규분포의 제 100 P% 백분위수의 최우추정량 $\hat{Y}_p(\xi) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \xi + z_p \hat{\sigma}_D \hat{\theta}^\xi$ 의 점근분산은 $\text{var}(\hat{Y}_p(\xi)) = v \Sigma_4 v'$ 으로 주어짐을 알 수 있다. 여기에서 벡터 V 는 $v = [1, \xi, z_p(1-\xi)\theta^\xi, z_p \xi \theta^{\xi-1}]$ 이다. 따라서 식 (2.2)에 의해 $\xi = 0$ 인 정상조건에서의 대수정규분포의 제 100 P% 백분위수의 최우추정량의 점근 분산은 $\text{var}(\hat{Y}_p(0)) = [1, 0, z_p, 0] \Sigma_4 [1, 0, z_p, 0]$ 가 된다.

4. 최적설계

이 절에서는 정상조건에서의 대수정규분포의 제 100 P% 백분위수의 최우추정량의 점근분산을 이용하여 두 수준의 일정스트레스 가속수명시험에서의 최적설계를 하고자 한다. 척도모수의 비 θ 를 모르는 경우에 두 수준의 일정스트레스 가속 수명시험에서 모수 (P, P_D, P_H, θ) 의 여러가지 값과 표본할당비율 $\pi = 0.5(0.1)0.9$ 에 대해 점근분산 $\text{var}(\hat{Y}_p(0))$ 을 최소로 하는 스트레스의 양 ξ_L 이 존재함을 그림 1과 2를 통해서 알 수 있다.

따라서 최적의 스트레스 양과 표본할당비율의 존재성을 수치적으로 확인할 수 있으며 낮은 수준의 스트레스에서의 최적 스트레스의 양은 식 (2.2)에 의해서 $x_L = x_D + \xi_L^*(x_H - x_D)$ 이다. 여기에서 ξ_L 는 $\text{var}(\hat{Y}_p(0))$ 을 최소로 하는 ξ_L 의 값이다.

척도모수의 비 $\theta = \sigma_H / \sigma_D$ 를 모르고 척도모수 σ 가 스트레스에 영향을 받는 대수정규분포에서 제 100 P% 백분위수의 최우추정량의 점근분산 $\text{var}(\hat{Y}_p(0))$ 을 최소로 하는 최적의 낮은 수준의 스트레스의 양 ξ_L 과 표본할당비율 π 을 구해 본 결과, 표 1과 2를 통하여 다음의 몇 가지 사실을 알 수 있었다.

첫째, 최적의 낮은 수준의 스트레스에 할당될 표본비율 π 의 값이 대부분의 경우 0.7이상으로 나타났음을 알 수 있다. 이것은 최적의 스트레스의 양 ξ_L 이 높은 수준의 스트레스보다 정상조건에 가까운 값을 가지므로 낮은 수준의 스트레스에서 각 제품이 고장을 일으킬 확률도 낮아지기 때문이다.

둘째, 고정된 낮은 수준의 스트레스에서, 각 제품이 고장을 일으킬 확률 P_L 값에 대해 높은 수준의 스트레스에서 각 제품이 고장을 일으킬 확률 P_H 가 증가할수록 점근분산 $\text{var}(\hat{Y}_p(0))$ 은 감소함을 알 수 있다. 이것은 스트레스의 양을 증가시킴으로서 정상조건에서

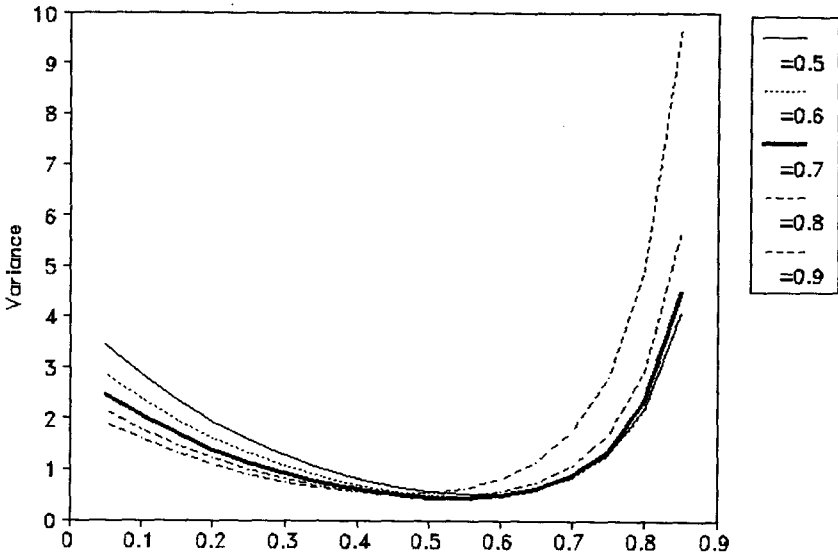


그림 1. 점근분산 ($P = 0.10, p_D = 0.01, p_H = 0.25, \theta = 0.8$)

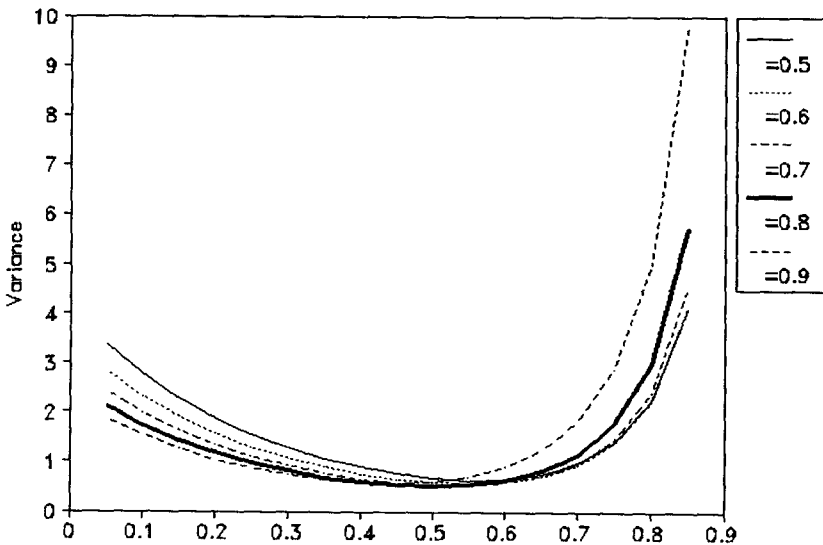


그림 2. 점근분산 ($P = 0.10, p_D = 0.01, p_H = 0.25, \theta = 1.0$)

표 1. $V(P)$ 를 최소화하는 (π, ξ_L) 의 값 - $\theta = 0.8$

P	P_1	P_H	π	ξ_L	$V(P)$
.001	.001	.250	.900	.050	1.13717
.001	.001	.400	.900	.050	1.12092
.001	.001	.600	.900	.050	1.10932
.001	.001	.800	.900	.050	1.10314
.001	.001	.900	.900	.050	1.10239
.001	.001	.990	.900	.050	1.10933
.010	.001	.250	.800	.300	.65775
.010	.001	.400	.800	.300	.51624
.010	.001	.600	.900	.250	.42140
.010	.001	.800	.900	.250	.38448
.010	.001	.900	.900	.200	.33543
.010	.001	.990	.900	.200	.30823
.010	.010	.250	.900	.050	.18825
.010	.010	.400	.900	.050	.18357
.010	.010	.600	.900	.050	.18008
.010	.010	.800	.900	.050	.17792
.010	.010	.900	.900	.050	.17728
.010	.010	.990	.900	.050	.17817
.050	.001	.250	.700	.550	.74141
.050	.001	.400	.700	.500	.47180
.050	.001	.600	.700	.450	.32913
.050	.001	.800	.800	.400	.24894
.050	.001	.900	.800	.350	.22417
.050	.001	.990	.800	.300	.16205
.050	.010	.250	.800	.350	.28242
.050	.010	.400	.800	.350	.20538
.050	.010	.600	.800	.300	.15606
.050	.010	.800	.800	.250	.12880
.050	.010	.900	.800	.250	.11922
.050	.010	.990	.900	.200	.09695
.100	.001	.250	.700	.650	1.05428
.100	.001	.400	.700	.600	.58748
.100	.001	.600	.700	.550	.35800
.100	.001	.800	.700	.500	.24635
.100	.001	.900	.700	.450	.20298
.100	.001	.990	.700	.400	.13946
.100	.010	.250	.700	.550	.43976
.100	.010	.400	.700	.500	.27291
.100	.010	.600	.800	.400	.18679
.100	.010	.800	.800	.350	.13801
.100	.010	.900	.800	.350	.11744
.100	.010	.990	.800	.300	.08826

표 2. $V(P)$ 를 최소화하는 (π, ξ_L) 의 값 - $\theta = 1.0$

P	P_L	P_H	π	ξ_L	$V(P)$
.001	.001	.250	.900	.050	1.06313
.001	.001	.400	.900	.050	1.04364
.001	.001	.600	.900	.050	1.03028
.001	.001	.800	.900	.050	1.02454
.001	.001	.900	.900	.050	1.02527
.001	.001	.990	.900	.050	1.03825
.010	.001	.250	.800	.350	.59043
.010	.001	.400	.800	.300	.44334
.010	.001	.600	.900	.250	.36585
.010	.001	.800	.900	.200	.32472
.010	.001	.900	.900	.200	.28580
.010	.001	.990	.900	.150	.25675
.010	.010	.250	.900	.050	.18425
.010	.010	.400	.900	.050	.17887
.010	.010	.600	.900	.050	.17483
.010	.010	.800	.900	.050	.17260
.010	.010	.900	.900	.050	.17229
.010	.010	.990	.900	.050	.17489
.050	.001	.250	.700	.550	.81877
.050	.001	.400	.700	.500	.48281
.050	.001	.600	.700	.450	.31719
.050	.001	.800	.700	.400	.23499
.050	.001	.900	.800	.350	.19588
.050	.001	.990	.800	.300	.14403
.050	.010	.250	.800	.350	.30291
.050	.010	.400	.800	.350	.20899
.050	.010	.600	.800	.300	.15451
.050	.010	.800	.800	.250	.12370
.050	.010	.900	.900	.200	.11380
.050	.010	.990	.900	.150	.09560
.100	.001	.250	.700	.650	1.30311
.100	.001	.400	.700	.600	.65415
.100	.001	.600	.700	.550	.37671
.100	.001	.800	.700	.500	.25605
.100	.001	.900	.700	.450	.19970
.100	.001	.990	.800	.350	.13215
.100	.010	.250	.800	.500	.52768
.100	.010	.400	.800	.450	.30356
.100	.010	.600	.800	.400	.19243
.100	.010	.800	.800	.350	.13674
.100	.010	.900	.800	.300	.11432
.100	.010	.990	.800	.250	.08285

의 추정량의 접근 분산을 줄일 수 있음을 의미한다. 또한 백분위수 P 값이 증가할수록 최적의 스트레스 양 ξ_L 값도 증가하는 경향을 보인다.

셋째, 고정된 P, P_L 에 대해서 P_H 가 증가하고 σ 가 증가할수록 최적의 스트레스의 양 ξ_L 은 증가함을 알 수 있다.

참고 문헌

- Bai, D. S. and Chung, S. W. (1992), Optimal Design of Partially Accelerated Life Tests for Exponential Distribution under Type-I Censoring, *IEEE Transactions on Reliability*, 41, 400-406.
- Barlow, R. E. and Scheuer, E. M. (1971), Estimation from Accelerated Life Tests, *Technometrics*, 13, 145-159.
- Kielpinski, T. J. and Nelson, W. (1975), Optimum Censored Accelerated Life Tests for Normal and Lognormal Life Distributions, *IEEE Transactions on Reliability*, 24, 310-320.
- Meeker, W. Q. A (1984), Comparison of Accelerated Life Test Plans for Weibull and Lognormal Distribution and Type I censoring, *Technometrics*, 26, 157-171.
- Meeker, W. Q. and Hann, G. J. (1985), How To Plan An Accelerated Life Test—Some Practical Guidelines (Vol. 10 in the ASQC Basic References in Quality Control: Statistical techniques), Milwaukee, WI: *American Society for Quality Control*.
- Meeter, C. A. and Meeker, W. Q. (1994), Optimum Accelerated Life Tests With Nonconstant Scale Parameter, *Technometrics*, 36, 71-83.
- Miller, R. and Nelson, W. (1983), Optimal Simple Step-Stress Plans for Accelerated Life Testing, *IEEE Transactions on Reliability*, 32, 59-65.
- Nelson, W. and Kielpinski, T. J. (1976), Theory for Censored Accelerated Life Tests for Normal and Lognormal Life Distribution, *Technometrics*, 18, 105-144.
- Nelson, W. and Meeker, W. Q. (1978), Theory for Optimum Accelerated Censored Life Tests for Weibull and Extreme Value Distributions, *Technometrics*, 20, 171-177.
- Singpurwalla, N. D. (1971), Inference from Accelerated Life Tests When Observations Are Obtained From Censored Samples, *Technometrics*, 13, 161-170.
- Singpurwalla, N. D. (1973), Inference from Accelerated Life Tests Using Arrhenius Type Re-Parameterizations, *Technometrics*, 15, 289-299.

Optimal Design of Lognormal Accelerated Life Tests with Nonconstant Scale Parameter

Byung-Gu Park · Sang-Chul Yoon · Ho-Cheol Seo²

Abstract This paper on planning constant accelerated life test is assumed that parameters for a lognormal life distribution are depended on changes of stresses. The proposed test plans are optimum in that they minimize the asymptotic variance of maximum likelihood estimator of a specified quantile at the design stress.

The optimal amount of low stress level ξ_L and optimal sample proportion π to be allocated at low stress level are obtained when the ratio of scales at high stress level and design stress level is unknown.

keywords: Optimal Design, Lognormal distribution, Accelerated Life Tests, Nonconstant Scale Parameter.

² Department of Statistics, Kyungpook National University, Taegu, 702-701, Korea