

## 주유동중에 놓인 원관 외부에서의 발생하는 착상 및 열전달에 관한 연구

### A Study of Frost Formation and Heat Transfer on a Cylinder in a Cross-Flow

이 등 근\*, 최 만 수\*\*, 노 승 탁\*\*  
D. G. Lee, M. Choi, S. T. Ro

**Key words** : 착상(Frost formation), 열 및 물질전달(Heat and mass transfer), 원관주위유동(Flow around a cylinder)

#### Abstract

A numerical study of heat and mass transfer has been carried out for a frost formation process on a circular cylinder in a cross flow including the effect of buoyancy. Studies include cases of low and high Reynolds number flows. The effect of normal velocity at the surface which is produced due to mass transfer was included in the analysis as well as heat transfer contribution generated due to mass transfer. Variations of heat transfer and frost growth both in time and in the circumferential direction have been obtained for various buoyancy parameters. The effect of flow directions(identical or opposite directions to the gravity) has been studied to yield different frost growth. Our results have been compared with existing experimental data and are in good agreement. Buoyancy analyses for a high Reynolds number flow agree with full numerical solutions for the case of having the same flow direction as gravity. However, for the opposite direction case, the boundary layer analyses would not be applicable to predict frost growth except the region near the stagnation point.

#### 기 호 설 명

$c_p$  : 정압비열 [J/Kg/K]  
 $C_p$  : 압력계수  
 $D$  : 물질확산계수 [ $m^2/s$ ]  
 $Gr$  : Grashof 수

$\Delta H$  : 수증기의 응고잠열 [J/kg]  
 $H_c$  : 외기로부터의 열전달계수 [ $W/m^2K$ ]  
 $h_c$  : 서리층을 통한 등가 열전달 계수 [ $W/m^2K$ ]  
 $k$  : 열전도도 [ $W/m/K$ ]  
 $Le$  : Lewis 수 =  $D/\alpha$   
 $M$  : 습공기의 분자량 [kg/kmol]  
 $m''$  : 서리표면으로의 수증기 질량유속 [ $kg/m^2s$ ]  
 $m$  : 질량분률 [kg/kg<sub>wa</sub>]  
 $Nu$  : Nusselt 수

\* 서울대학교 대학원

\*\* 정회원, 서울대학교 기계공학과

p : 압력 [pa]  
 Pr : Prandtl 수  
 Q : 서리표면으로의 열유속 [ $W/m^2s$ ]  
 R : 착상전의 원관 반경 [m]  
 Re : Reynolds 수  
 S : Source 항  
 Sc : Schmidt 수 =  $\nu/D$   
 T : 온도 [K]  
 t : 시간 [s]  
 u : 속도의 x성분 [m/s]  
 $u_e$  : 경계층 외부의 속도 [m/s]  
 $U'$  : 반변속도성분 [m/s]  
 v : 속도의 y성분 [m/s]  
 $V_{is}$  : 서리표면에서의 수직속도 [m/s]  
 W : 절대 습도 [ $kg_w/kg_{da}$ ]  
 x, y : Cartesian 좌표계 성분 [m]  
 $X_{is}$  : 서리두께 [m]

#### 희랍문자

$\alpha$  : 열확산도 [ $m^2/s$ ]  
 $\beta$  : 열팽창계수 [ $1/K$ ]  
 $\rho$  : 밀도 [ $kg/m^3$ ]  
 $\xi, \zeta, \eta$  : 일반좌표계 성분  
 $\mu$  : 동점성계수 [ $kg/m/s^2$ ]  
 $\phi$  : 일반적인 의존변수

#### 하 첨 자

a : 건공기  
 f : 서리층  
 fs : 서리표면  
 in : 입구상태  
 sat : 포화상태  
 w : 습공기  
 $\infty$  : 자유유동상태  
 e : 경계층의 외부상태  
 0 : 기준상태

## 1. 서 론

냉장고, 열펌프, 냉동실 등의 냉동, 공기조화 장치에서 발생하는 심각한 문제는 수증기의 노점(dew point)과 빙점(frosting point) 이하로 유지되는 증발기의 관표면에서 발생하는 수증기의 결빙으로 인한 서리의 생성이다. 서리가 성장할수록 열교환기내의 공기의 유동면적이 작아져서 공기의 유량이 줄게되고 압력강하가 커져서 같은 양의 공기를 보내기 위하여서는 송풍기 동력이 더 필요하게 되며 서리층의 열저항으로 인하여 열교환기의 열전달 성능이 낮아지므로 전체적인 냉동효율이 낮아진다. 그러므로 서리 생성 과정에 대한 연구가 공조기기의 열교환기 해석에 있어서 매우 중요하다<sup>(1)</sup>. 서리의 형성은 열 및 물질전달의 결과이며 증발관 주위의 유동 및 조건등에 크게 의존하게 된다. 주위 유동 조건에 따라서는 원관 주위에 경계층 유동이 발생할 수도 있으며 경계층 유동을 가정할 수 없는 경우도 있다. 또한 자연대류가 지배적인 경우와 강제대류가 지배적인 경우, 그리고 혼합대류를 고려해야 하는 경우 등이 발생할 수 있으며 이러한 여러가지 경우에 따라 서리의 성장이 다르게 된다.

서리가 생기는 현상에 대해서 1930년대부터 연구결과가 발표되었다. 초기에는 주로 실험적인 연구가 진행되었고 1970년대 이후부터는 서리층 내부의 모델링 개발과 검증에 관한 연구가 활발히 진행되었다. 실험적인 방법으로는 서리의 성장 두께, 열전달계수, 압력강하량, 서리의 밀도와 열전도와의 관계, 서리의 구조 등에 대한 연구가 진행되어 왔다<sup>(2)~(6)</sup>. 이론적인 방법으로는 chung<sup>(2)</sup>, Parish<sup>(7)</sup>, Sherif<sup>(8)</sup> 등이 원관 주위의 유동에 대하여 경계층 해석을 하여 외부에서의 열 및 물질전달량을 구하고 서리층 내부에서 열 및 물질전달 균형을 고려한 1차원 모델을 개발하여 서리의 성장을 예측하였다. 그리고 Brian<sup>(9)</sup>, Jone and Parker<sup>(10)</sup>, Sami<sup>(11)</sup>, 이관수<sup>(12)</sup> 등은 평판에 대하여 서리층 내부의 모델을 개발하고 서리층 외부로부터의 열 및 물질전달량은 Hollman<sup>(13)</sup> 등의 실험상관식을 이용하여 계산한

후 시간에 따른 서리의 성장 두께를 밝혔다. 또한 배태식<sup>(14)</sup> 등은 원관 주위에서 서리층 외부로부터의 열 및 물질전달량을 타원형 편미분 방정식을 해석하여 구하였다. 위와같이 해석적인 방법으로는 원관과 평판과 같은 간단한 형상에 국한되어 왔으며 특히 원관에 대해서는 경계층이 형성되는 높은 레이놀즈수 범위에 한하여 박리점 이전까지의 서리 성장 결과가 발표된 바 있다<sup>(2), (7), (6)</sup>. 그리고 원관 주위에서 발생하는 서리 성장에 관하여 실험적으로 연구한 논문으로 Chung<sup>(2)</sup>, Andrichak<sup>(3)</sup> 그리고 Aoki<sup>(6)</sup>를 들 수 있다. Chung<sup>(2)</sup>는 원관주위에서 형성된 서리층의 질량과 열전달량의 시간에 따른 변화를 측정하였다. 그리고 Andrichak<sup>(3)</sup>는 10분까지의 초기 서리 성장 두께를 측정하였으며 Aoki<sup>(6)</sup>은 190분까지 원주방향의 위치에 따라 변화하는 서리층 두께, 열전달량, 밀도 등을 측정하였다.

본 연구에서는 일정한 온도로 유지되는 원관에 대하여 낮은 레이놀즈수 유동에서는 타원형 편미분 방정식 해석, 그리고 높은 레이놀즈수 유동에서는 경계층 해석을 이용하여 원관 외부에서 발생하는 열 및 물질전달을 파악하였으며 시간과 원주방향에 따라 변화하는 서리층의 성장과 열전달 성능을 계산하였다. 본 해석에서는 기존의 연구에서 무시되어 오던 물질전달에 의한 열전달항과 범선속도의 영향을 포함하였으며 그 항들이 서리층 성장에 어떠한 영향을 미치는가를 파악하였다. 또한 부력의 효과를 포함시킴으로써 유동방향이 (중력방향과 같거나 반대인 방향) 서리층의 성장에 어떠한 영향을 미치는가를 파악하였다. 본 연구의 타당성을 검증하기 위하여 해석결과를 기존의 실험결과<sup>(3), (6)</sup>와 비교하여 보았다. 그리고 다양한 Re 수 범위에서 유동방향이 따라 경계층 해석해와 타원형 편미분 방정식 해를 비교하여 각 유동방향에서 경계층 해석이 유효한 Re 수 범위를 파악하였다.

## 2. 해 석

넓은 범위의 유동 조건에서 원관 외부에서 발생하는 열 및 물질전달을 해석하고 서리의 성장을 예측하기 위하여 낮은 레이놀즈수 유동을 위하여서는 타원형 편미분 방정식의 해석을 수행하였고 높은

레이놀즈수 유동에서는 경계층해석을 수행하였다. 서리의 성장속도가 느리므로 준정상태를 가정하여 서리층 외부에서의 열 및 물질전달량을 계산하였고, 서리층 내부에서는 열전도로 열이 전달된다고 가정하였으며 서리층 표면에서의 에너지 균형으로부터 시간에 따른 서리층의 성장을 계산하였다.

### 2.1 타원형 편미분 방정식 해석

#### 2.1.1 지배방정식

부력의 영향이 고려된 원관 주위의 층류유동에서 열 및 물질전달을 해석하였다. 부력의 영향을 고려하기 위하여 Fig.1(a)에서 보는 바와 같이 유동방향과 중력방향이 같을 때와 반대일 때를 각각 해석하였다. 유동방향과 중력방향이 같을 경우를 Assisting Flow Regime이라 하고 반대 경우를 Opposing Flow Regime이라 칭하였으며 아래와 같은 연속, 운동량, 수증기 질량보존, 그리고 에너지 방정식을 해석하였다.

연속방정식 :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

운동량 방정식 :

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} \pm g(\rho_\infty - \rho) \end{aligned} \tag{2}$$

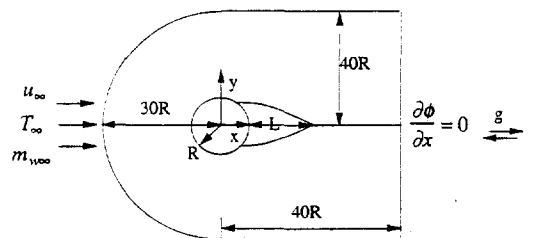


Fig.1(a) Coordinate system for a full numerical calculation on an elliptic forms of equation.

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} \end{aligned} \quad (3)$$

수증기의 질량 보존 방정식 :

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial m_u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial m_u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} (\rho D \frac{\partial m_u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho D \frac{\partial m_u}{\partial y}) \\ \rho = \rho_a + \rho_u, \quad m_u = 1, \quad \rho v = \rho_a v_a + \rho_u v_u \\ v = \left( \frac{\rho_a}{\rho} \right) v_a + \left( \frac{\rho_u}{\rho} \right) v_u = m_a v_a + m_u v_u \end{aligned} \quad (4)$$

에너지 보존 방정식 :

$$\begin{aligned} \rho u c_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v c_p \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} (k_a \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k_a \frac{\partial T}{\partial y}) \\ + \rho D (c_{p,u} - c_{p,a}) \left( \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial m_u}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial m_u}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

점성 소산을 무시하였으며 식 (5)의 우변에서 마지막 항은 물질전달로 인한 열전달 항이다. Le 수가 1에 가까울때는 무시할 수 있는 항이며 본 연구에서는 이 항이 서리층 성장에 어떠한 영향을 미치는 가를 검토하였다. 그리고 식 (2)의 우변의 마지막에 있는 부력항을 계산하기 위하여 이상기체를 가정하고 열전도도, 점성계수, 비열 등은 Shang<sup>(15)</sup>을 참조하였다.

2.1.2 경계조건

경계조건은 Fig.1(a)에서 보는 바와 같이 반경 R인 원판 표면에서 등온조건(T=T<sub>w</sub>)을, 원판에서 충분히 떨어진 상류와 바깥경계면에는 주어진 균일 등은 평행유동을 가정하였다. 원판으로부터 충분히 떨어진 하류 출구 경계에서는 종속변수의 x에 대한 1차 미분을 0으로 하였다. 서리 표면에서 수증기의 포화상태를 가정하여 서리 표면에서의 수증기 질량분율을 구하였다. 서리층 표면으로 공기의 비침투성을 가정하여 법선속도를 유도하였으며 이것이 서리층 표면에서의 경계조건이 된다. 따라서 운동량, 수증기 질량 보존, 그리고 에너지 방정식 모두가 서로 연계(couple) 되어있다. 만약 법선속도를 0으로 가정하고 물질전달로 인한 열전달항을 무시하면 보다 단순한 해석이 가능하여지며 본 연구에서는 이러한 가정의 타당성을 검토하였다.

$$\begin{aligned} \rho v_s m_a + \rho D \frac{\partial m_a}{\partial n} = 0, \\ v_s = \left[ \frac{-D}{m_a} \frac{\partial m_a}{\partial n} \right]_s = \left[ \frac{D}{1 - m_u} \frac{\partial m_u}{\partial n} \right]_s \end{aligned} \quad (6)$$

2.1.3 수치 해법

격자생성과 좌표변환은 Thompson<sup>(16)</sup>을 참고하여 격자선을 자유로이 조절할 수 있는 타원형 격자 생성 기법(elliptic grid generation method)을 이용하여 정체점 부근의 정확한 수치해석을 위하여 C형태의 격자계를 사용하였다. 그리고 수치격자는 일반적으로 비직교 좌표계이나 유동의 변화가 큰 지역에 조밀한 격자를 배열하고 가급적 직교성이 유지되게 하였다. 모든 종속변수는 격자점에서 계산되는 비엇갈림격자계를(non-staggered grid system)을 사용하였으며 비엇갈림 격자계에서 나타날 수 있는 압력진동을 막기위해 검사체적면에서의 속도는 지역적인 격자점에 대하여 선형화된 운동량 방정식을 풀어서 구해내었다<sup>(17)</sup>. 지배방정식을 변환하여 일반적인 형태로 쓰면 다음과 같다.

$$\left[ \sqrt{g} \left( \rho U^i \phi - \Gamma g^i \phi_{,\xi^i} \right) \right]_{,\xi^i} - b = 0 \quad (7)$$

위의 변환된 지배방정식에 대하여 Patankar<sup>(18)</sup>의 Hybrid Scheme을 사용하여 차분시켰으며 그 차분방정식을 SIMPLE 알고리즘과 ADI Solver<sup>(16)</sup>를 이용하여 반복적으로 해를 구하였다. 수렴 기준은 잔류생성항의 합이 10<sup>-3</sup>이하로 될 때로 하였다.

2.2 경계층 해석

2.2.1 지배방정식

사용된 좌표계는 Fig.1(b)에서 보는 바와 같으

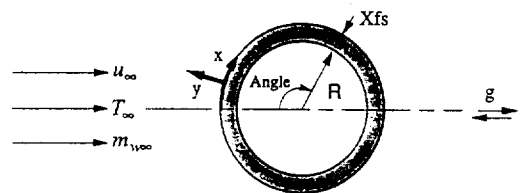


Fig.1(b) Coordinate system for a boundary layer calculation

며 원관 주위 유동에서 반경에 비해 경계층 두께가 얇을때 곡률효과는 무시되어 아래와 같은 식이 얻어진다<sup>(7)</sup>.

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = u_c \frac{du_c}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + B \quad (8)$$

$$B = \pm (\rho_\infty - \rho) g \sin(x/R) : \text{이상기체근사} \quad (9)$$

$$B = \pm \rho g \beta (T - T_\infty) \sin(x/R) : \text{Boussinesq 근사} \quad (10)$$

위식에서 B는 부력항을 나타내며 이상기체 근사와 Boussinesq 근사 등 두가지 경우에 대해 해석을 수행하여 비교 검토하였다.

### 2.2.2 수치해법

지배방정식을 Cebeci<sup>(19)</sup>를 참고하여 비상사방정식(non-similar equation)으로 변환시킨 후 Box Method<sup>(19)</sup>를 사용하여 박리점(separation point)까지 해를 구하였다. 좌표전환관계식과 전환된 지배방정식은 다음과 같다.

$$d\xi = \rho_c \mu_c u_c dx, d\eta = \frac{\rho_c}{(2\xi)^{1/2}} dy, \Psi = (2\xi)^{1/2} f(\xi, \eta) \quad (11)$$

$$\rho u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \rho v = \frac{\partial \Psi}{\partial x}, f = \frac{u}{u_c}, t = \frac{T}{T_\infty}, C = \frac{m_w}{m_{u_\infty}} \quad (12)$$

운동량 방정식 :

$$(bf''') + ff''' + \beta [c - (f')^2] = 2\xi \left( f' \frac{\partial f'}{\partial \xi} - f'' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) + B \frac{2\xi}{\rho u_c^3 \rho_c \mu_c} \quad (13)$$

에너지 보존 방정식 :

$$\left( \frac{b}{Pr} t' \right)' + \left( f + \frac{b}{Sc} \frac{C_{p,w} - C_{p,a}}{C_p} m_{w,c} C' \right) t' = 2\xi \left( \frac{\partial t}{\partial \xi} f' - \frac{\partial f}{\partial \xi} t' \right) \quad (14)$$

수증기 질량 보존 방정식 :

$$\left( \frac{b}{Sc} C \right)' + fC = 2\xi \left( \frac{\partial C}{\partial \xi} f' - \frac{\partial f}{\partial \xi} C \right), b = \frac{\rho \mu}{\rho_c \mu_c} \quad (15)$$

위의 비선형 상미분 방정식 (13) (14) (15)을 Box Method<sup>(6),(19)</sup>를 사용하여 해석하였으며 각종 변수의 상대적인 변화율이 10<sup>-5</sup>이 되면 수렴된 것으로 판정하였다.

### 2.3 서리층 모델링

서리층의 성장속도가 느리기 때문에 준정상상태를 가정할 수 있으며 2.1과 2.2에서 설명한 정상상태 해법을 이용하여 서리층 외부에서의 열 및 물질전달량을 계산하였다. 그리고 서리층 표면에서 포화상태를 가정하고 서리표면온도의 함수로 나타낸 서리층의 밀도와 밀도의 함수로 나타낸 열전도도를 이용하여 서리층 표면에서의 열 및 물질전달 균형을 고려하면 서리 표면온도를 계산할 수 있다. 그리고 서리표면온도와 이때의 물질전달량을 이용하여 밀도 증가와 서리층의 두께성장을 계산한다.

#### 2.3.1 서리층의 물성치

서리의 밀도는 Hayashi, et al<sup>(5)</sup>가 제안한 아래와 같은 서리표면온도와의 상관식을 사용하였고 서리의 열전도는 Yonko and Sepsy<sup>(4)</sup>가 제안한 서리층의 밀도와의 상관식을 사용하였다.

$$K_f = 2.425 \times 10^{-2} + 7.231 \times 10^{-4} \rho_f + 1.183 \times 10^{-6} \rho_f^2 \quad (16)$$

$$\rho_f = 650 \exp(0.277 T_{fs} - 62), T_{fs} [K], \rho_f [kg/m^3], K [W/mK] \quad (17)$$

습공기의 확산 계수 D와 수증기의 잠열 ΔH는 Eckert<sup>(20)</sup>와 Parish<sup>(7)</sup>의 식을 이용하였다.

$$D = 2.302 \times 10^{-5} \left( \frac{P_o}{P} \right) \left( \frac{T}{T_o} \right)^{1.81}, P_o = 0.98 \times 10^5 P_o, T_o = 256 K \quad (18)$$

$$\Delta H = 2.324 \times 10^3 [-4.667 \times 10^{-2} (1.8 T_{fs} - 459.67) + 1220.1], T_{fs} [K] \quad (19)$$

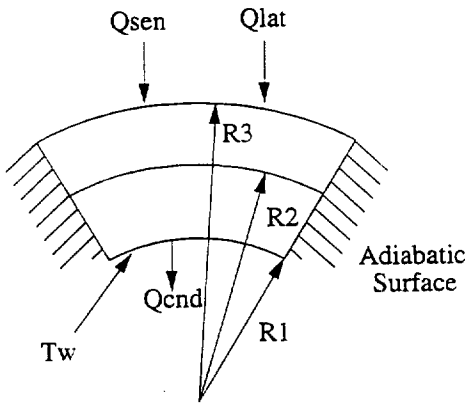


Fig.1(c) Energy balance in the frost layer

위 식들에서 상수들은 단위 전환에서 나온 것이다.

2.3.2 서리표면온도 결정

서리표면온도는 서리표면에서의 에너지 균형으로부터 계산한다. Fig.1(c)을 참고로 서리표면으로의 현열유속(sensible heat flux)을  $Q_{sen}$ , 잠열유속(latent heat flux)을  $Q_{lat}$ , 서리층 내부에서의 열전도도로인한 열전달량을  $Q_{cnd}$ 라 할때 서리층에서의 에너지 균형식은 다음과 같다.

$$Q_{sen} + Q_{lat} - Q_{cnd} = 0 \tag{20}$$

$$Q_{sen} = H_c(T_\infty - T_{fs}) \tag{21}$$

$$Q_{lat} = m_w'' \Delta H \tag{22}$$

$$Q_{cnd} = h_c(T_{fs} - T_{wall}), h_c = \frac{1}{R_{r,j} \sum \frac{\ln[R_{r,j+1}/R_{r,j}]}{K_{f,j}}}$$

$$R_{r,j} = R + X_{f,j} \tag{23}$$

식 (21), (22) 그리고 (23)를 식 (20)에 대입한 후 정리하면 다음과 같이  $T_{fs}$ 를 구할 수 있는 식을 얻을 수 있다.

$$T_{fs} = \frac{H_c T_\infty + h_c T_{wall} + m_w'' 2.886 \times 10^6}{H_c + h_c + 1.953 \times 10^2 m_w''} [K] \tag{24}$$

여기서 서리층 내부에서의 열전도를 1차원으로 가정하였으나 2차원 열전도를 가정한 경우에 대해서도 해석하였으며 본 연구의 서리층 성장 범위에

서는 1차원 해석 결과와 2차원 해석결과가 거의 같음을 알 수 있었다.

2.3.3 서리 물성치 및 서리 성장 계산

계산된 서리표면온도가 수렴되면 시간 증분량  $\Delta time$ 에 대한 서리층 두께 증분량  $\Delta X_{fs}$ 는 다음 방법으로 계산한다<sup>(7)</sup>.

$$m_w'' = \rho_{f,i} \frac{dX_{fs}}{dt}, \Delta X_{fs} = \frac{m_w''}{\rho_{f,i}} \Delta time \tag{25}$$

이때 원주방향의 위치에 따라 서리 두께 성장이 다르지만 매 시간 증가때 부피 평균(volume average) 으로부터 평균 서리 두께 증분을 계산하고 원주방향으로 균일한 서리두께증가를 가정하여 시간이 진행되어도 유동해석을 위한 외부 형상은 원형을 유지하게 하였다. 이는 경계층 해석시는 경계층 외부의 압력을 기존의 식으로부터 구하기 위해서이고 타원형방정식 계산시는 격자 재생성에 걸리는 시간을 줄여 전체 계산시간을 줄이기 위해서이다. Sheriff<sup>(6)</sup> Parish<sup>(7)</sup> 등도 균일한 서리 두께 증가를 가정하여 유동해석시 원형경계를 유지한 바 있다. 하지만 원주방향으로의 각 위치에서 물질전달량을 시간에 따라 적분하면 각 위치에 따라 변화하는 서리 두께 성장을 구할 수 있다.

3. 결과 및 토의

타원형 편미분 방정식의 해석결과가 격자계에 어느정도 의존하는 가를 파악하기 위하여 103×41, 123×51과 153×81의 세가지 격자계에 대해 Re 수 40일때 격자 감도 검사(grid sensitivity test)를 수행한 결과 123×51 격자계와 153×81 격자계의 결과가 1%내외의 오차를 나타냄을 알았으며 이후의 계산에서는 123×51 격자계를 사용하였다. 원관 주위 유동의 강제대류 열전달에 대한 검증으로서 강제대류시의 각도에 따른 Cp와 Nu 수 분포를 Grove<sup>(21)</sup>, Dennis<sup>(22)</sup>, Badr<sup>(23)</sup> 등과 비교한 결과 후류에서 비정상와류섭동(unsteady vortex shedding)을 보이는 Re수 175에서도 실험결과와 본 계산결과는 매우 잘 일치하여 정상상태계산으로도 상당히 높은 Re 수까지 박리점이전까지 매우 정확한 결과를 얻을 수 있었다<sup>(28)</sup>.

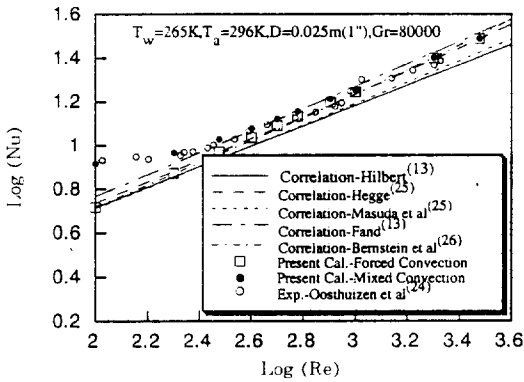


Fig.2(a) Average nusselt number variation for various reynolds numbers of the assisting flow regime

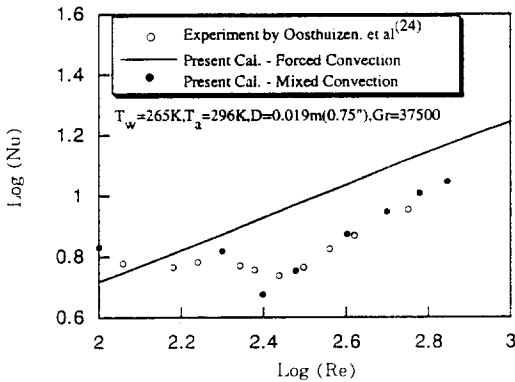


Fig.2(b) Average nusselt number variation for various reynolds numbers of the opposing flow regime

부력의 방향과 크기가 고려된 혼합대류의 경우 평균 Nu 수의 Re 수에 따른 경향을 지름 0.025m (1in)와 0.019m(0.75in)에 대하여 계산하여 Oosthuizen<sup>(24)</sup>의 실험결과와 비교하여 Fig.2에 나타내었다. 본 해석의 결과가 기존의 실험결과와 잘 일치함을 알 수 있으며 부력의 효과를 잘 나타냄을 알 수 있다. 여기서 특이한 점은 Re 수의 증가에 따라 자연대류에서 강제대류로의 천이가 발생한다는 것이다. 이는 Opposing Flow Regime에서 더 잘 나타났다. 즉 Fig.2(b)에서 보듯이 Re 수가

250( $Gr/Re^2=0.6$ )을 전후로 평균 Nu 수의 극소 값이 존재하며 높은 Re 수에서는 거의 강제대류가 지배적이지만 Re 수가 낮아지면서 부력의 영향으로 박리점이 앞당겨지며 경계층 두께가 두꺼워져서 평균 Nu 수가 낮아지면서 부력의 영향으로 박리점이 앞당겨지며 경계층 두께가 두꺼워져서 평균 Nu 수는 강제대류에서의 결과보다 빨리 감소한다. 그러나 Re 수가 200( $Gr/Re^2=0.9$ )이하로되면 자연대류가 지배적인 메카니즘으로 유동이 거꾸로 흘러서 박리가 없어지므로 Nu 수가 강제대류에서 보다 약 30% 이상 높아진다. 또한 정체점의 위치가 반대로 되므로 각도가 커질수록 Nu 수는 증가함을 알 수 있었다<sup>(26)</sup>. 그리고 유동방향과 같은 Assisting Flow Regime에서는 낮은 Re 수에서 역시 자연대류가 지배적이므로 박리점이 뒤로 밀려나며 전체적인 열전달률이 거의 Re 수에 무관해진다(Fig. 2(a) 참조). 평균 Nu 수의 크기를 두가지 부력방향에 대해 정량적으로 비교하면 낮은 Re 수 범위에서 Assisting Flow Regime일 때가 Opposing Flow Regime에서 보다 최대 25% 이상 크며 상당히 높은 Re 수인 800에서도 약 10% 정도 크게 나타났다. 따라서 열 및 물질전달의 유사성을 고려할 때 서리층의 성장 역시 부력의 방향에 따라(즉, 수평 원관에 습공기가 상향 혹은 하향으로 주어질 때) 그 변화율은 크게 달라질 것으로 판단되며 이는 차후 다시 논의할 것이다. 그리고 2.1.1과 2.2.1의 지배방정식에서 고려된 부력항에서 Boussinesq 근사를 사용할 경우와 이상기체를 가정할 경우를 각각 계산하여 그 결과를 비교하였다. 각도에 따른 Nu 수의 분포를 비교할 때 정체점에서 이상기체를 가정한 경우가 최대 5% 정도 Boussinesq 근사의 경우보다 크게 나타났다. 따라서 이하 계산에는 이상기체 가정을 사용하여 부력을 고려하였다<sup>(25)</sup>.

식 (5), (6)에 나타나 있는 법선속도의 영향과 물질전달에 의한 에너지 전달의 영향을 각각 검토한 결과 서리층 성장에 영향을 거의 주지 않아 물질전달로 인한 에너지 전달항을 무시할 수 있으며 서리표면에서는 점착조건(no-slip condition)을 줄 수 있음을 파악하였다<sup>(25)</sup>. 그리고 이 결과는 전형적인 냉동기의 서리층 형성 조건에서 다음과 같은 Scale Analysis를 통해 확인할 수 있었다. 먼저 물

질전달로 인한 에너지 전달 영향을 알기위하여 열확산항  $k_a \Delta T$  과 물질전달로 인한 에너지 전달량  $\rho D(c_{p,w} - c_{p,a}) \Delta T \Delta m_w$  의 크기를 비교하였다. 입구온도 265K, 벽면온도 296K, 입구절대습도 0.0014 일때  $\rho=1.24$ ,  $D=2 \times 10^{-5}$ ,  $C_{p,a}=998$ ,  $C_{p,w}=1872$ ,  $\Delta T=31K$ ,  $\Delta m_w=0.0068$ ,  $k_a=0.025$  이므로 열확산량은 0.78이고 물질전달에 의한 양은 0.0045가 된다. 즉 열확산량이 100배 이상 크다. 그리고 범선속도는  $5 \times 10^{-5}$  이므로 점착조건으로 하여도 거의 차이가 없음을 알 수 있다. 경계층 해석에서는 Cebeci<sup>(11)</sup>를 참고하여 기존의 급수해와 마찬가지로 수 및 Nu 수 분포를 비교한 결과 잘 일치하였으며 부력을 고려한 Chen<sup>(15)</sup>의 계산결과와 비교하여 다양한 부력변수에도 정량적으로 잘 일치하였으므로 본 계산에서 사용된 경계층 해석의 정확성을 확인하였다<sup>(25)</sup>.

본 해석 결과인 서리층의 성장을 기존의 실험결과와 비교하였다. 원관주위의 서리층 성장에 대한 기존의 실험은 Andrichak<sup>(3)</sup>, Aoki<sup>(6)</sup> 등이 있으며 Andrichak<sup>(3)</sup>는 8분까지의 초기 서리성장을 측정하였으며 Aoki<sup>(6)</sup>은 190분까지 원주방향의 위치에 따라 변화하는 서리층 두께, 열전달, 밀도 등을 측정하였다. Andrichak<sup>(3)</sup>가 실험에 사용한 조건은 입구온도 301K, 벽면온도 265K, 입구 절대 습도 0.01455, 원형관 직경 0.05m(2in), 입구속도 3.74 m/s이므로 이때 Gr 수는 786,000, Re 수는 13,100 이고 부력변수는 0.0045가 되어 부력의 영향은 무시할 수 있고 Re 수 13,100은 타원형 방정식 계산으로는 너무 높은 영역이므로 경계층 해석으로 계산하여 정체점과 박리점에서 시간에 따른 서리의 두께를 Andrichak<sup>(3)</sup>의 실험결과와 비교하여 Fig.3에 나타내었다. 서리층의 초기조건은 Jone and Parker<sup>(10)</sup>를 참고하여 초기의 서리층 두께  $2 \times 10^{-5}m$ , 서리 밀도  $36kg/m^3$ 를 사용하였고 여기서 사용한 서리층 초기 조건의 영향을 검토하기 위하여 밀도를 24, 36 그리고  $48kg/m^3$ 로 바꿔가며 계산한 결과 1%내의 오차를 나타냄을 알 수 있었다. 시간간격의 영향을 검토하기 위하여 시간간격이 2, 5 그리고 10초로 변화시켜 가며 계산을 수행하였으며 그 결과는 각각 1%이내 오차를 보이므로 이하 모든 계산에서의 시간간격은 10초로 하였다. Fig.3

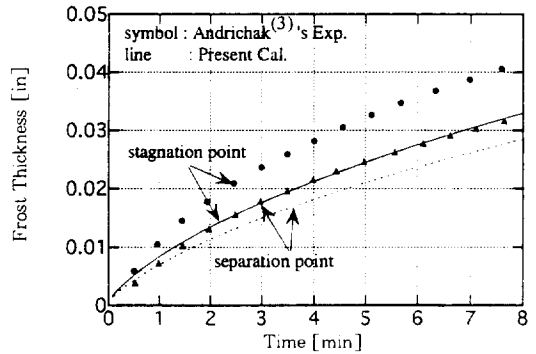


Fig.3 Comparison of the frost thickness at the stagnation point and the separation point with experimental data of Andrichak<sup>(3)</sup> for different times

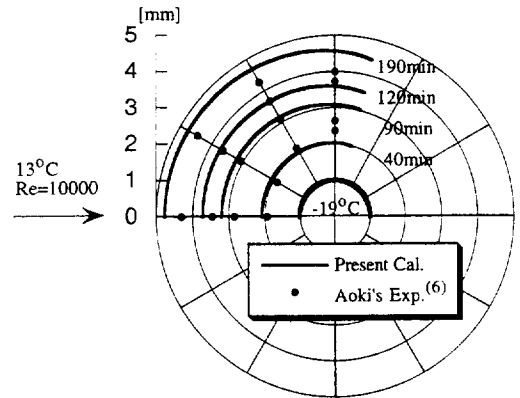


Fig.4 Comparison of the variation of local frost thickness with experimental data of Aoki<sup>(6)</sup> for different times

에서 나타난 바와 같이 8분이 지날때 정체점에서 25%, 박리점에서 10% 정도 본 해석결과가 실험결과보다 작게 서리층 두께를 예측하고 있다. 서리가 증착된지 10분간은 서리층 두께의 성장률이 매우 크고 다공성의(porous) 구조를 가지므로 서리 두께의 측정에 상당한 오차를 가질 수 있으며 0.2~0.3mm의 서리층 성장을 정확히 파악해야하는 어려움이 있었을 것으로 사료된다<sup>(6)</sup>.

Aoki<sup>(6)</sup>는 초기상태를 지난 40분 이상 190분까지 원주방향으로 변화하는 착상을 연구하였으며 입



구온도 286K, 벽면온도 254K, 절대습도 0.0061, 원관 직경 55mm, Re 수 10,000 이므로 이때 Gr 수는  $10^6$  정도가 되어 부력변수는 0.01이 된다. 그리고 실험에서 부력의 영향을 없애기 위하여 수직 원관을 사용하였다. 따라서 이 경우도 부력의 영향을 제외한 경계층 해석으로 비교하였다. Fig.4에서 나타난 바와 같이 서리층의 두께는 120분까지도 아주 잘 일치하며 190분에서는 본 해석결과가 정체점에서 약 10% 더 크게 예측하였다. 실험결과가 비교적 원형으로 유지하는 서리층 성장을 보여주고 있어 본 해석 방법에서 사용한 가정의 타당성을 보여주고 있으며 원주방향의 각 위치에서의 물질전달량을 적분하여 나타난 서리층의 두께증가는  $90^\circ$ 의 위치보다는 정체점에서 약간 큰 값을 보여주고 있다. Fig.5에는 원주방향으로 변화하는 서리층의 밀도를 실험과 본 해석결과에 대하여 나타내었다. 정량치들은 서로 잘 일치하지 않았으나 그 경향은 잘 일치하고 있다. 즉 실험치나 해석결과 모두 정체점에서 높은 밀도를 보여주고 있으며 원주방향으로 갈 수록 밀도가 낮아지는 경향을 나타내고 있다. 그리고 증착후 40분에서의 밀도는  $60^\circ$ 까지는 잘 일치하고 있으며  $90^\circ$ 에서는 해석결과가 실험치보다 상당히 큰 값을 예측하고 있다. Fig.6은 서리층 표면에서의 열플럭스를 비교한 그림으로 40분과 190분에서의 값을 나타내었으며 서로 잘

일치함을 보여주고 있다. Fig.5의 밀도의 원주방향의 변화와 마찬가지로 정체점에서 높은 열플럭스를 보여주고 있으며 원주방향으로 갈 수록 낮아지는 경향을 보여주고 있다. 또한 서리층의 열저항 역할로 서리층이 두꺼워 지면서 전체 열전달량은 시간이 지남에 따라 줄어들음을 확인하였다. 그리고 주목할 것은 실험결과와 계산결과에 의하면 밀도는 위치에 따라 큰 변화를 보이지만 서리층의 성장으로 인한 외부 형상은 시간이 상당히 지나도 거의 원형에 근사함을 알 수 있었다.

다음은 서리층의 성장에 미치는 부력 방향의 영향을 타원형 편미분 방정식 해석으로 계산하여 비교한 결과이다. 계산시간이 상당히 많이 걸리고 부력의 크기와 방향에 따라 정량적으로는 그 차이가 시간에 따라 커지지만 정상적인 경향은 시간에 따라 크게 다르지 않으므로 계산 시간을 10분으로 한정하였다. 부력변수( $Gr/Re^2$ )가 커지면 부력의 영향이 커짐은 주지의 사실이나 부력변수를 구성하는 Gr 수는 서리 생성에 큰 영향을 미치는 환경변수(enviromental parameter)의 영향을 받으므로 서리층에 미치는 순수한 부력의 영향을 알아보기 위하여 Gr 수를 3,500으로 고정하고 Re 수를 증가시켜서 부력변수를 변화시켰다. Fig.7, 8에서는 증착후 9분이 지난 후에 원주방향과 중력방향이 같을 때)의 결과이며 점선이 Opposing Flow Re-

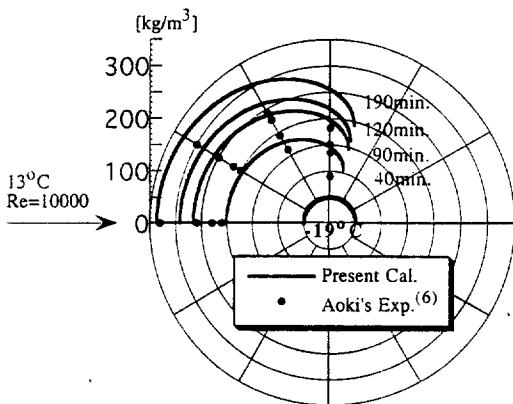


Fig.5 Comparison of the variation of a verage frost density with experimental data of Aoki<sup>(6)</sup> for different times

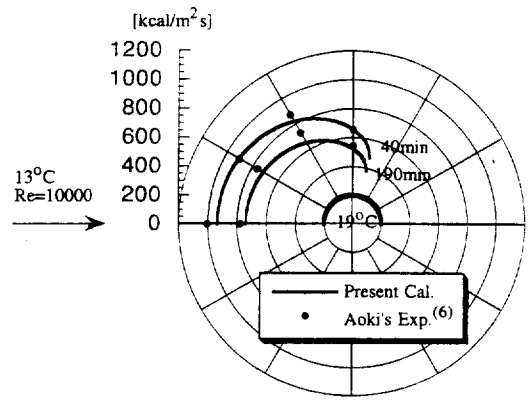


Fig.6 Comparison of the variation of local heat flux with experimental data Aoki<sup>(6)</sup> for different times

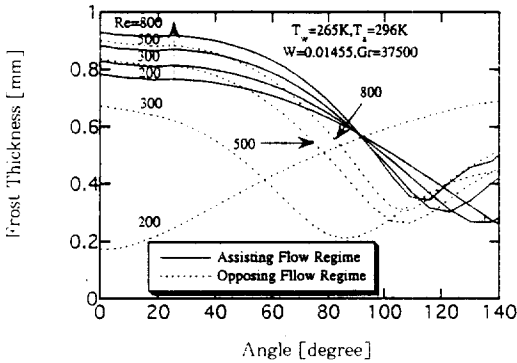


Fig. 7 Variation of frost thickness in the circumferential direction at 9 min. for two different gravity direction

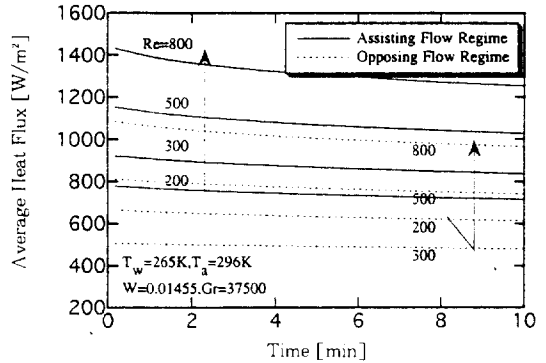


Fig. 9 Variation of average heat fluxes with time for different gravity direction and different Reynolds numbers

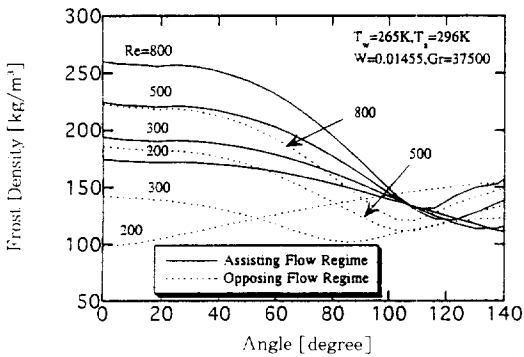


Fig. 8 Variation of frost density in the circumferential direction at 9 min. for two different gravity direction

gime(즉 유동방향과 중력방향이 반대일 때)의 결과이다. 정성적으로 열전달률과 같은 경향으로 정체점에서는 Re 수가 커질 수록 열 및 물질전달량이 커져서 두껍고 높은 밀도의 서리층이 형성되며 후류로 갈 수록 얇고 낮은 밀도의 서리층이 형성되었다. 부력의 영향이 작으리라 예상되는 Re 수 800(부력변수=0.06)에서도 Opposing Flow Regime에 비하여 Assisting Flow Regime이 정체점에서 약 15% 정도 큰 밀도를 예측하였고 낮은 Re 수에서는 부력방향에 따라 큰 차이를 보이므로 서리 생성과정에서, 특히 낮은 Re 수 유동에서 부력

은 상당히 중요한 역할을 한다. 특이한 것은 Opposing Flow Regime에서 Re 수가 200(부력변수=0.94)일때는 정체점보다 원관의 후미로 갈 수록 서리층의 두께와 밀도가 증가하는 경향인데 이는 fig.2(b)에서 확인한 바와 같이 부력변수 0.94일때 거의 자연대류가 지배적이므로 주어진 유동방향에 반대하는 자연대류 유동의 영향으로 이런 형상의 서리층이 형성된다. Fig.9에서는 원주방향으로 평균된 열유속(잠열과 현열로 인한 전체 열유속)을 시간에 따라 나타내었다. Assisting Flow Regime과 Opposing Flow Regime 모두 시간이 지남에 따라 열유속이 감소하며 같은 유동조건 일 때 Assisting Flow Regime인 경우가 약 40% 정도 열유속이 높음을 알 수 있다. 그리고 각도에 따른 Nu 수 분포와 서리층 두께, 밀도, 열유속의 분포를 비교한 결과 유사성을 가짐을 알 수 있었다<sup>(25)</sup>. 이는 열전달과 물질전달 현상이 유사성을 가짐을 나타내는 것이며 서리 성장 과정의 해석에서 열전달의 정확한 해석이 가장 중요한 요소가 됨을 알 수 있다.

다음에서 부력이 고려될 때 경계층 해석의 유효성을 검토하였다. 먼저 Assisting Flow Regime에서 Gr 수 37,500에서 Re 수가 100~300까지 변화할 때 2.1과 2.2의 두가지 방법으로 계산하여 서리층의 두께, 질량과 열유속의 각도에 따른 분포를 Fig.10, 11, 12에 각각 나타내었다. Re 수가 200

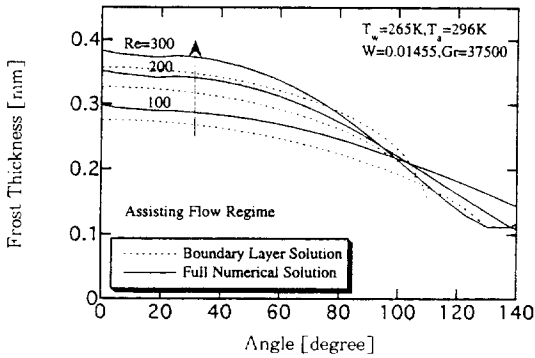


Fig.10 Comparisons of boundary layer solution and full numerical solution : angular distributions of frost thickness at 3 min. for an assisting flow regime

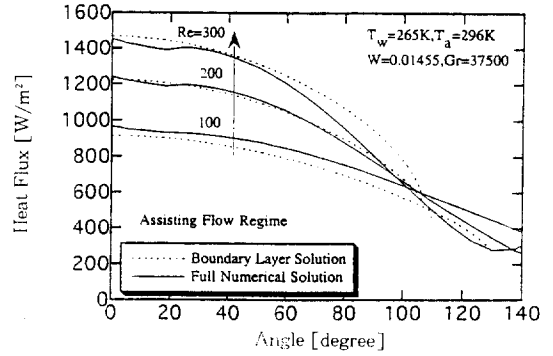


Fig.12 Comparisons of boundary layer solution and full numerical solution : angular distributions of heat flux at 3 min. for an assisting flow regime

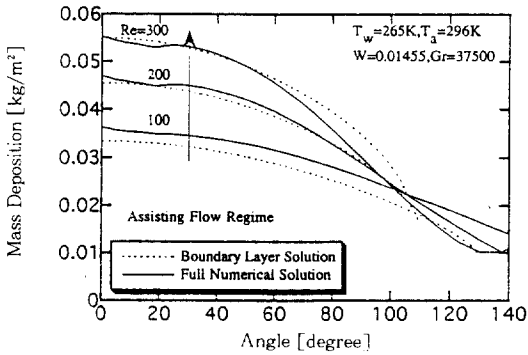


Fig.11 Comparisons of boundary layer solution and full numerical solution : angular distributions of local mass deposition at 3 min. for an assisting flow regime

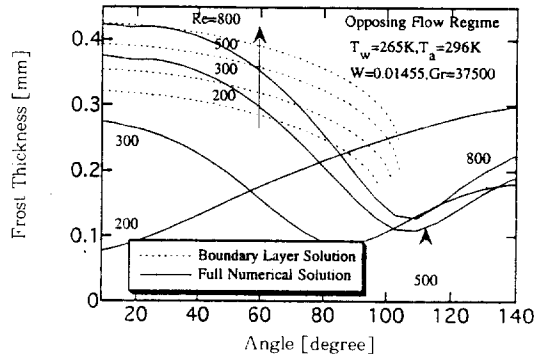


Fig.13 Comparisons of boundary layer solution and full numerical solution : angular distributions of frost thickness at 3 min. for an opposing flow regime

만 되어도 거의 경계층 근사해와 전체 수치해의 결과가 잘 일치함을 알 수 있다. 이는 낮은 Re 수에서도 부력의 영향으로 운동량이 부가되어 경계층이 강제대류에서보다 더욱 얇아지므로 경계층 근사가 타당함을 보여주는 것으로 사료된다. 그러나 Opposing Flow Regime에서는 부력이 클때 즉 낮은 Re 수에서는 부력의 영향으로 경계층이 매우 두꺼워져서 경계층 해석이 적용이 되지 않을 것을 예상할 수 있다. Fig.13은 Opposing Flow Regime에서 원주방향 위치에 다른 서리층 두께의 변화를 나

타낸 그림으로 경계층 해석의 결과와 전체 수치해가 서로 다른 결과를 보여 주고 있다. 전체 수치해는 주어진 Gr 수에서 Re 수 200일 때 자연대류의 영향으로 다른 경우와 비교하여 볼때 반대의 경향을 잘 나타내고 있음에 비하여 경계층 해석은 그렇지 못하며 Re 수가 증가하여도 원주방향의 분포는 서로 큰 차이를 보인다. 그리고 높은 Re 수인 800에서도 원관 후미로 갈 수록 많은 차이를 보인다. 단지 정체점에서의 값이 Re 수가 증가하면서 일치하는 경향을 보여 높은 Re 수에서 정체점에서의

서리 성장은 경계층 해석이 예측할 수 있을 것으로 판단된다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 낮은 온도로 유지되는 원관주위에 형성되는 서리층에 대하여 시간과 위치에 따른 두께 증가와 밀도 변화 그리고 서리표면에서 열플럭스의 변화를 예측하였다. 또한 기존의 해석에서 고려하지 않았던 항들의 영향 즉 부력, 법선속도, 물질전달에 의한 에너지 전달항 등의 영향을 검토하였다. 이러한 여러가지 결과를 검토하여 다음과 같은 결론을 도출하였다.

1) 기존의 해석적인 결과에서 제시되지 않은 박리점이후의 서리층의 분포를 제시하여 정체점 주위에서 두껍고 높은 밀도의 서리층이 생성되고 박리점 주위에서 얇고 낮은 밀도의 서리층이 생성됨을 밝혔으며 기존의 실험결과와 비교하여 잘 일치함을 밝혔다. 그리고 넓은 범위의 Re 수에 대한 혼합대류에 대하여 서리층의 성장 경향을 밝혔다.

2) 서리층 생성에 미치는 법선 속도항과 물질전달에 의한 열전달항의 영향은 거의 없음을 밝혔다. 그리고 간단한 Scale Analysis를 통하여 그 결과를 검증하였다.

3) 서리층에 미치는 부력 방향의 영향을 파악하기 위하여, 중력방향이 유동 방향과 일치하는 Assisting Flow Regime과 유동 방향과 반대인 Opposing Flow Regime에 대한 해석을 각각 수행하였으며 Assisting Flow Regime일 때가 Opposing Flow Regime 일 때보다 두껍고 높은 밀도의 서리층이 형성되고 20% 이상 증가된 열전달이 발생함을 확인하였다.

4) 경계층 해석의 유효성을 파악하기 위하여 다양한 Re 수 범위에서 Assisting Flow Regime과 Opposing Flow Regime의 경우에서 타원형 편미분 방정식의 해와 경계층 해석해를 비교한 결과 Assisting flow Regime일 때는 상당히 낮은 Re 수에서도 잘 적용되었으나 Opposing Flow Regime 일 때는 높은 Re 수에서도 정체점 주위를 제외하면 적용이 불가능함을 밝혔다.

#### 참 고 문 헌

1. O'Neal, D. L., 1987, "The Effects of Frost Growth on Extended Surface Heat Exchanger Performance: A Review", *ASHRAE transactions*, vol. 93, no. 2.
2. Chung, P. M. and Algren, A. B., 1958, "Frost Formation and Heat Transfer on a Cylinder in Humid Air Cross Flow", part I and II, *Heating, Piping and Air Conditioning*, September, vol. 30, no. 9, pp. 171~178, 115~122.
3. Andrichak, S. M., 1962, "Formation of a layer of frost on a cylinder in cross flow of air", *MS Thesis The Ohio State University, Columbus, Ohio*.
4. Yonko, J. D. and Sepsy, C. F., 1967, "An Investigation of the Conductivity of Frost While Forming on a Flat Horizontal Plate", *ASHRAE Transactions*, no. 2043.
5. Hayashi, Y., Aoki, A., Adachi, S. and Hori, K. 1977, "Study of Frost Properties Correlating with Frost Formation Types", *ASME J Heat Transfer*, vol. 99, no. 2, pp. 239~245.
6. Aoki, H., Yamakawa, N. and Ohtani, S., 1980, "Forced Convective Heat Transfer around A Vertical Cylinder under Frosting Condition", *Kagaku Logaku Ronbunshu*, 6, pp. 8~14.
7. Parish, H. C. and Sepsy, C., F., 1972, "A Numerical Analysis of Frost Formation under Forced Convection", *ASHRAE Transactions*, no. 2231.
8. Raju, S. P. and Sherif, S. A., 1993, "Frost Formation and Heat Transfer on Circular Cylinder in Cross Flow", *International Journal of Refrigeration*, vol. 16, no. 6, pp. 390~402.
9. Brian, P. L. T., Reid, R. C. and Shah, Y. T.,

- 1970, "Frost Deposition on Cold Surfaces", *I/EC Fundamentals*, vol. 9, no. 3, pp. 375~380.
10. Jones, B. W. and Parker, J. D., 1975, "Frost Formation with Varying Environmental Parameters", *Journal of Heat Transfer*, vol. 97, pp. 255
11. Sami, S. M. and Duong, T., 1989, "Mass and Heat Transfer during Frost Growth", *ASHRAE Transactions*, vol. 95, pp. 158~165.
12. 이관수, 박희용, 이태희, 이남교, 이수엽, 이명렬, 1995, "착상조건하에서 핀-관 열교환기 성능에 관한 실험적 연구", *공기조화 냉동공학회 논문집*, vol.7, no. 2, pp. 319~328.
13. Hwu, J. P., 1992, *Heat Transfer*, 7th Ed., pp. 300.
14. 배태식, 최만수, 오명도, 1994, "원관외부의 서리형성과정에 관한 수치해석적 연구", *공기조화 냉동공학회 하계학술대회 논문집*, pp. 178~184.
15. Shang, D. Y. and Wang, B. X., 1990, "Effect of Variable Thermophysical Properties on Laminar Free Convection of Gas", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 33, no. 7, pp. 1387~1395.
16. Thompson, J. F., et al., 1995, *Numerical Grid Generation*, North-Holland, New York.
17. Schuh, M. J., 1987, "Numerical Prediction of Fluid and Particle Motions in Flows past Tubes", *Ph D Thesis*, Univ. of California, Berkeley.
18. Patankar, Suhas V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corp.
19. Cebeci, T. and Smith, M. O., 1974, *Analysis of Turbulent Boundary Layers*, Academic Press., New York, San Francisco, London.
20. Eckert, E. R., and Drake, R. M. Jr, 1972, *Analysis of Heat and Mass Transfer*, New York, Mcgraw-Hill.
21. Gropve, A. S., and F. H., Peterson., E. E., and Acrivos, A., 1965, "An Experimental Investigation of the Steady Sperated Flow past a Circulr Cylinder", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 21, pp. 737.
22. Dennis, C. S. R. and Chang, G. Z., 1970, "Numerical Solutions for Steady Flow Past a Cylinder at Reynolds Number up to 100", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 42, pp. 471~489.
23. Badr, H. M., 1983, "A Theoretical Study of Laminar Mixed Convection from a Horizontal Cylinder in a Cross Stream", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 26, pp. 639~653.
24. Oosthuizen, P. H. and Madan, S., 1970, "Combined Cinvective Heat Transfer from Horizontal Cylinders in Air", *Journal of Heat Transfer, Trans, ASME, Series C*, vol. 92, no. 1, pp. 194~196.
25. Hatton, A. P., James, D. D. and Swire, H. W., 1970, "Combined Forced and Natural Convection with Low speed Air Flow over Horizontal Cylinders", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 42, pp. 17~31.
26. T. H. Kuehn and R. J. Goldstein, 1976, "Correlating Equations for Natural Convection Heat Transfer between Horizontal Circular Cyulinder", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 19, pp. 1127~1134, Pergamon Press., Printed in Great Britain.
27. Chen, T. S. and Mugoglu, A., 1977, "Analysis of Combinde Forced and Free Convection Across a Horizontal Cylinder", *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 55, pp. 265.
28. 이동근, 1996, "원관 외부에서 발생하는 착상 및 열전달에 관한 연구", *공학석사학위논문*, 기계공학과, 서울대학교.