

최대밀도점 부근의 물 속에 잠겨있는 수직 등온 강선에 의한 자연대류

Free Convection due to Vertical Isothermal Wires Immersed in Water near its Density Extremum

엄 용 균*, 유 갑 증**
Y. K. Eom, K. J. Riu

Key words : Vertical isothermal cylinder (수직 등온원기둥), Short cylinder (짧은 원기둥), Long cylinder(긴 원기둥), Wires(강선), Modified rayleigh number(수정 레일리히수), Aspect ratio(중횡비)

Abstract

A numerical analysis is carried out to study the two-dimensional steady state natural convection from vertical wires immersed in cold pure water. The surface of the wire is 0°C uniform temperature. Results of the analysis are presented for free stream temperature from 0°C to 25°C and the aspect ratio N from 5.26×10^{-3} to 1.0×10^{-3} . The effects of the density extremum and aspect ratio on the flow pattern and the heat transfer characteristics are discussed

As the aspect ratio N becomes larger, in the range of $1.0^\circ\text{C} \leq T_\infty \leq 4.4^\circ\text{C}$ and $6^\circ\text{C} \leq T_\infty \leq 17^\circ\text{C}$, the effect of Pr number on the heat transfer is shown to be more significant than the aspect ratio. Investigating into the effect of the density extremum on the heat transfer from wires, the new heat transfer correlations are suggested with the relation of average Nu number vs. modified Ra number. Here, the coefficient values C of correlations are presented as the function of density extremum parameter R^* . The effects of the density extremum parameter are also discussed.

기 호 설 명

Gr_L^* : 식 (4)에 의한 Grashof 수,

$$\frac{\rho_m g \alpha L^3}{\rho_c \nu^3} (T_\infty - T_0)^q$$

Gr_D^* : 직경 D 에 의한 수정 Grashof 수,

$$\frac{\rho_m g \alpha D^3}{\rho_c \nu^3} (T_\infty - T_0)^q$$

g : 중력가속도, m/s^2

κ : 열전도율, $\text{W/m}^\circ\text{C}$

N : 강선의 길이와 지름의 비, D/L .

Nu_D : 직경 D 에 의한 평균 Nusselt 수, hD/k

Nu_L : 직경 L 에 의한 평균 Nusselt 수, hL/k

Nu_p : 수직 평판에 의한 평균 Nusselt 수,

$$hL/k$$

* 정회원, 안동대학교 기계공학과

** 정회원, 경북대학교 기계공학과

- Nu_z : 국소 Nusselt 수, hZ/k
- R : 반경방향 무차원좌표, r/L
- R^* : 최대밀도 파라미터,
($T_m - T_\infty$)/($T_w - T_\infty$)
- Ra^* : 식 (4)의 특성길이 L 에 의한 수정 Rayleigh 수, $Gr_L^* \times Pr$
- Ra_D^* : 식 (4)의 직경 D 에 의한 수정 Rayleigh 수, $Gr_D \times Pr$
- R_w : 강선의 무차원반경
- T : 온도, $^{\circ}C$
- T_f : 막온도, $T_f = (T_w + T_\infty)/2$
- θ : 무차원 온도, $(T - T_\infty)/(T_w - T_\infty)$
- U : 축방향 무차원속도, uL/ν
- V : 반경 방향 무차원속도, vL_r/ν
- Z : 축방향 무차원좌표, z/L

그리스 문자

- α : 열확산계수, m^2/s
- α_m : 밀도식 (4)의 계수, $(^{\circ}C)^{-1}$
- β : 유체의 열팽창계수, $1/K$
- ν : 동점성계수, m^2/s
- ρ : 밀도, kg/m^3

하 첨 자

- w : 벽면
- ∞ : 주위물
- m : 최대 밀도점

1. 서 론

최근 에너지 절약 차원에서 축열조 시스템이나 효율을 극대화 하기 위한 냉동 및 제빙시스템의 설계에 대한 관심이 고조되면서, 이에 대한 연구들이 다각적으로 진행되어 왔다.^{(1)~(13)}

이들의 연구 대상은 주로 장방향 용기^{(1)~(5)}와 수평^{(6)~(8)}, 수직 원기둥^{(9)~(10)} 구형^{(11)~(13)} 시스템에 대한 얼음의 용해/응고 현상, 유동 및 열전달현상을 구명하고, 또한 최대밀도점이($4^{\circ}C$) 이들에 미

치는 영향을 고찰하였다. 그 결과 저온의 물 $4^{\circ}C$ 에서 밀도반전을 수반하므로 열전달 기구와 얼음의 용해/응고 형상에 큰 영향을 미치는 것으로 발표하고 있다.

그러나 이렇게 다양한 연구에도 불구하고 연구범위가 한정적이거나 특정한 현상에 대한 규명에 비중을 둠으로서, 각 시스템에서 최대밀도점($4^{\circ}C$)의 영향이 고려된 열전달 기구의 일반적인 성향을 알 수 있는 열전달 상관식은 제시되지 못하였다. 특히 수직원기둥에 대한 연구는 모든 면에서 미비한 상태이다.

한편 Nagendra 등^{(14),(15)}은 상온의 물 속에 잠겨있는 균일 열유속과 등은 수직 원기둥에 대한 열전달 특성에 관한 이론 및 실험적 연구를 수행하여 Nusselt수, Rayleigh수 및 종횡비에 관한 열전달 상관식을 발표했으며, 이때 원기둥을 열전달 특성과 종횡비가 포함된 Rayleigh 수를 기준으로 하여 짧은 원기둥군(short cylinders), 긴 원기둥군(long cylinders) 및 강선군(wires)으로 구분하였다.

최근 유 등⁽¹⁶⁾이 저온의 물 속에서 짧은 원기둥군 및 긴 원기둥군에 의한 자연대류 열전달특성을 수치 해석하여 최대밀도 파라미터를 함수로 하는 새로운 열전달상관식을 제시한 이래, Angirasa 등⁽¹⁷⁾이 L형태의 모서리(corner)에서 자연대류 현상에 대한 새로운 상관식을 각각 발표하였다.

그러나 지금까지 Nagendra 등^{(14),(15)}이 정의한 강선군(Wires)영역에 대한 저온의 물에서의 유동 및 열전달특성을 구명한 연구결과는 보고된바 없는 것으로 여겨지며, 이것이 본 연구의 기본 동기이다. 일반적으로 원기둥의 경우 유동특성은 종횡비가 클수록 수직평판의 열전달 현상과 유사하며 $Pr = 0.72$ 일 때,

$$\frac{D}{L}(Ra_L)^{\frac{1}{4}} \geq 37.74, \quad Pr = 1.0 \text{ 일 때}$$

$\frac{D}{L}(Ra_L)^{\frac{1}{4}} \geq 37.27$ 인 경우 원기둥의 열전달 기구는 평판의 열전달 기구로 취급할 수 있으며^{(18),(19)}, 종횡비가 적을수록 유속은 증가하며 열전달율도 활발해진다^{(18)~(20)}.

강선에 대한 상온물에서의 연구 결과^{(14)~(16)}는 종횡비의 감소에 따라 곡률효과로 인한 유속의 증가와 열전달율이 증가한다는 일반적인 물리적 현상

이 제시되었을 뿐이다. 따라서 본 연구자는 저온의 물에서 강선군(Wires)영역에 대한 열전달현상을 구명함으로써 이전의 연구결과⁽¹⁶⁾ 형태(종횡비)에 따른 일반적인 열전달 특성에 대한 연구를 완결코자 한다. 현재까지 실질적으로 적용되고 있는 응용기기의 대부분이 긴 원기둥 영역의 구조이지만 강선영역에서의 열전달현상을 구명함으로써 원기둥 구조에 대한 열전달 기구를 명확히 하고, 원기둥 구조의 활용대상을 확대할 수 있는 자료를 제공하는데 연구의 목적이 있다.

본 연구에서는 용해/응고가 반복되는 과정에서 필연적으로 존재하게 되는 저온영역에 동온 수직 강선이 잠겨있을때 일어나는 자연대류 현상을 층류 유동 영역에서 수치해석적 방법으로 해석하여 속도 분포, 온도분포 및 Nusselt 수를 각각 제시하고 최대밀도 파라미터를 포함하는 새로운 열전달상관식을 제시하였다.

2. 이론 해석

2.1 지배방정식

Fig.1은 순수물 속에 잠겨있는 동온 수직 강선에

의한 유동 및 열전달특성을 해석하기 위하여 본 수치계산에 사용한 좌표계이다. 수직 강선의 동온조건은 빙축열시스템의 배관구조에서 형성되고 기존의 연구결과들과 비교할 수 있는 0°C로 하였다.

상향유동이 지배적일 때에는 강선의 축방향 좌표 z 와 중력가속도 g 의 방향은 서로 반대이며, 하향 유동이 지배적일 때에는 동일하다. 이때 축방향 좌표 z 의 속도성분은 u , 반경방향 좌표 r 의 속도성분은 v 이다.

위와 같은 수직 강선 주위의 유동을 해석하기 위하여 다음의 가정을 하여 지배방정식을 단순화하였다.

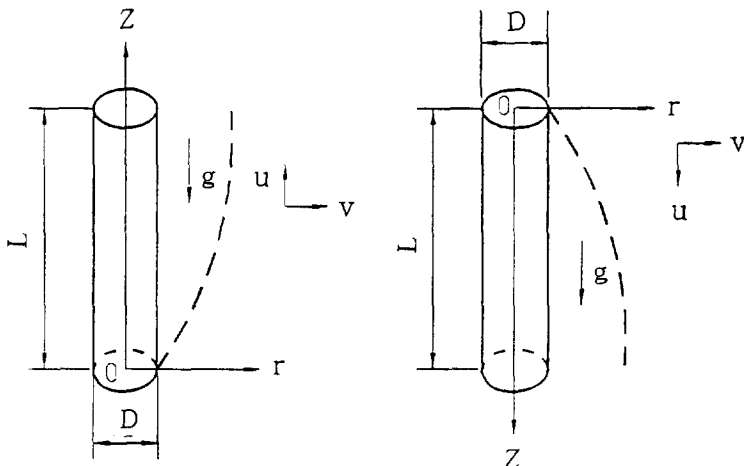
- 1) 유동은 2차원 정상 층류유동이다.
- 2) Boussinesq 근사를 적용하였다.
- 3) 점성소산, 압축성효과 및 복사열전달은 무시한다.

위의 가정에 따라 이 계에 적용되는 무차원 지배방정식은 다음과 같다.

연속방정식 :

$$\frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{V}{R} = 0 \tag{1}$$

운동량방정식 :



(a) dominant upflow

(b) dominant downflow

Fig.1 Coordinate System

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial Z} \left(U \frac{\partial V}{\partial Z} + V \frac{\partial V}{\partial R} \right) - \frac{\partial}{\partial R} \left(U \frac{\partial U}{\partial Z} + V \frac{\partial U}{\partial R} \right) \\ &= \frac{N}{Gr^*_L} \left[\frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial R} - \frac{V}{R^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \right] \quad (2) \\ & \mp \frac{N^2}{Gr^*_L} q | \theta - R^* |^{-q} (\theta - R^*) \frac{\partial \theta}{\partial R} \end{aligned}$$

에너지방정식 :

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z} + V \frac{\partial \theta}{\partial R} = \frac{N}{Ra^*} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} \quad (3)$$

위 지배방정식에 사용된 무차원 변수 및 파라미터는 다음과 같다.

$$Z = \frac{z}{L}, R = \frac{r}{L}, N = \frac{D}{L}, U = \frac{Du}{\nu Gr^*_L}, V = \frac{Dv}{\nu Gr^*_L},$$

$$R^* = \frac{T_m - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}$$

$$Gr^*_L = \frac{\rho_m g \alpha L^3}{\rho_c \nu^2} (T_\infty - T_0)^q, Ra^* = Gr^*_L \cdot Pr$$

N 은 강선의 길이와 지름의 비, Pr 은 프란틀수, Gr^* 은 수정 Grashof 수, U 와 V 는 각각 Z 와 R 방향의 무차원 속도성분이고, T, ρ, μ, k , 및 C_p 는 유체의 온도, 밀도, 점성계수, 열전도율 및 정압비열을 각각 나타낸다. 수치계산의 사용된 물성치들은 막온도(film temperature), $T_f = (T_w + T_\infty)/2$ 에서의 값이고, Kukulka⁽²¹⁾의 연구결과를 사용하였다.

운동량방정식에 포함된 밀도식은 기존의 연구⁽¹⁵⁾에서는 온도에 따른 다항식을 사용하였으나, 본 연구에서는 기존의 다항식보다 더욱 정확한 Gebhart와 Mollendorf⁽²²⁾의 연구결과인 식 (4)를 사용하였다.

$$\rho(T) = \rho_m [1 - \alpha_f | T - T_m |^q] \quad (4)$$

식 (4)에서 1 bar_{abs}의 압력 하에 있는 순수물의 최대밀도 ρ_m 은 999.9720kg/m³, 밀도가 최대일때 물의 온도 T_m 은 4.029325°C, 계수 α_f 는 $9.297173 \times 10^{-6} (^{\circ}\text{C})^{-q}$, 지수 q 는 1.894816이다.

무차원 변수를 근거로 한 국소열전달계수 h_s , 평균 열전달계수 h , 국소 Nusselt 수 Nu_s , 직경을 기준으로 한 평균 Nusselt 수 Nu_D , 길이를 기준으로 한 Nusselt 수 Nu_L 을 각각 식 (5)~(9)로 정의하였다.

$$h_s = \frac{q''}{T_w - T_\infty} = - \left(\frac{k}{L} \frac{\partial \theta}{\partial R} \right)_{R=R_w} \quad (5)$$

$$h = \int_0^1 h_s dz \quad (6)$$

$$Nu_s = \frac{h_s z}{k} \quad (7)$$

$$Nu_L = \frac{h L}{k} \quad (8)$$

$$Nu_D = \frac{h D}{k} \quad (9)$$

2.2 경계조건

전연(leading edge)의 위치는 유동방향이 어떤 경우라도 $R=R_w, Z=0$ 인 곳이다. 전연에서는 속도가 0이고, 유체는 R 방향과 Z 방향으로 전단응력 없이 유동이 시작된다고 가정한 경계조건을 도시하면 Fig.2와 같다. 그리고 $Z=L$ 에서는 인접한 내부의 값으로부터 외삽법을 이용하여 구하였다.

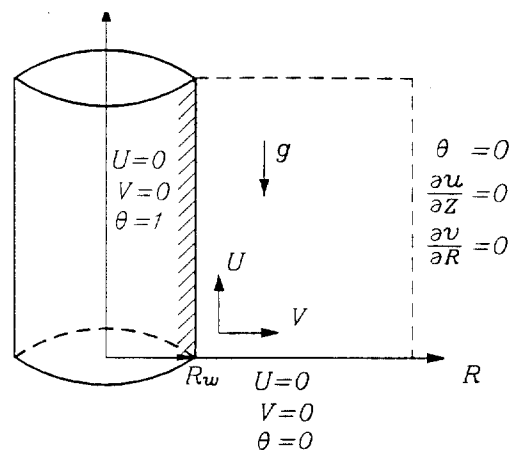


Fig.2 Schematic diagram of an isothermal ice cylinder and boundary conditions

2.3 수치해석 방법

지배방정식의 수치해를 구하기 위하여 유한차분법을 사용하였으며, 대류항은 상류 차분 도식(upwind difference scheme), 그 외의 항은 중앙 차분 도식(central difference scheme)을 적용하였다. Fig.3은 차분식이 적용될 격자계로써 반경 R_w 에 대한 격자의 상대적 크기를 도시한 것이다. 격자의 절점수는 $Gr_L^* \cong 10^8$ 일때 90×50 을 선택하였다. 강선의 경우 긴 원기둥 영역과는 다르게 종횡비 증가에 따라 열전달은 더욱 활발해지고 각 물성치 구배가 급격하게 변하면서 수치해석 수렴치를 구하기가 쉽지 않다. 따라서 격자의 수를 충분히 잡고 각 격자계를 늘리는 방법을, Z 방향을 쌍곡탄젠트 분포(hyperbolic tangent distribution) R 방향은 쌍곡사인 분포(hyperbolic sine distribution) 함수 방식을 적용하여, 물성치 변화가 심한 전연부근과 벽면 가까운 곳에서는 절점의 간격을 조밀하게 하고, 벽면에서 멀리 떨어질 수록, 하류(downstream)영역으로 갈수록 간격을 크게한 비균일 격자계를 사용하였다. 또한 강선군에서는 종횡비가 감소할수록 유동현상은 난류영역으로 천이할 수 있으며, 지배 방정식에 내재되어 있는 미소 R 값으로 인한 수렴치의 불확실성을 내포할 수 있다. 따라서 층류유동영역에서 신뢰성 있는 수렴치를 얻기 위해서 기존의 연구 범위^{(14), (15), (20)}를 참조하여 계산의 한계치를 각각 $10^{-3} \leq Ra_D^* \leq 4 \times 10^2$, $5.26 \times 10^{-3} < D/L \leq 1.0 \times 10^{-3}$ 로 하였다. 또한 Fig.1에 제시된 유동방향에 의한 좌표설정은 기존의 연구결과들^{(9), (10), (16)}의 경험을 기초로 하여 $1.0^\circ C \leq T_\infty \leq 4.0^\circ C$ 에서 상향유동좌표, $7.0^\circ C \leq T_\infty$ 에서 하향유동

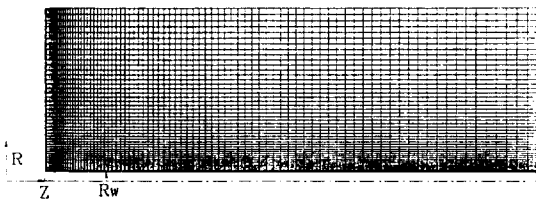


Fig.3 Non-uniform grid System in Computational domain

좌표를 적용하고, 각각의 좌표에 대하여 비정상상태영역의 주위물 온도(T_∞)로 확장하면서 수렴치를 구하였다.

계산과정에 있어서 수렴정도를 개선하기 위하여 SUR(successive under relaxation)방법을 도입하였다. 각 변수 Φ_p 에 대한 새로 계산한 값 Φ_{pnew} 와 바로 이전에 계산된 값 Φ_{pold} 사이의 SUR관계는 식 (10)과 같다.

$$\Phi_{pnew} = \Phi_{pold} + R_r(\Phi_p - \Phi_{pold}) \quad (10)$$

여기서 R_r 는 완화계수(relaxation factor)이다. Gr_L^* 수의 증가에 따라 R_r 값도 차이는 있으나 0.02, 0.06 및 0.08을 사용하였다. 수렴조건은 식 (11)으로 정하였다.

$$\text{Max} | (\Phi_p^n - \Phi_p^{n-1}) / \Phi_p^n | \leq \epsilon \quad (11)$$

n 은 반복횟수를 나타내며, 수렴 한계값 ϵ 은 10^{-4} 로 하였다.

3. 결과 및 고찰

최대밀도점부근의 물 속에 잠겨있는 강선에 대한 새로운 열전달 상관식을 구하고, 수치해의 타당성을 검증하기 위해 상온영역에서의 기존의 연구결과들과 비교 분석하였다.

여기서 짧은 원기둥, 긴 원기둥, 강선의 범위는 $10^4 \leq Ra_D^* \cdot D/L$, $0.05 \leq Ra_D^* \cdot D/L \leq 10^4$, $10^{-4} \leq Ra_D^* \cdot D/L \leq 0.05$, 이다^{(14), (15)}.

3.1 유동형태

Fig.4는 수직 강선 주위물의 온도에 대한 부력의 방향을 표시 한 것이다.

수치해석 결과 등은 수직강선 주위의 유동형태는 주위물의 온도가 $1.0^\circ C \leq T_\infty \leq 4.4^\circ C$ 인 구간에서는 상향유동(upflow)으로 나타났다. 이는 (a)와 같이 $1.0^\circ C \leq T_\infty \leq 4.03^\circ C$ 의 영역은 물의 최대밀도점 온도인 $4.03^\circ C$ 보다 낮은 영역이다. 이 영역에서는 경계층내의 물의 밀도가 주위물의 밀도보다 항상 적어서 유동을 일으키는 힘은 상향부력만이 존재하므로 상향유동이 형성된다. 상향유동이 나타나는 영역이 하향부력이 존재하는 $4.4^\circ C$ 까지 확장되는

것은 (b)와 같이 하향부력항이 미세하여 유동장내에 지배적으로 형성된 상향유동층에 의한 전단력을 극복하지 못하기 때문인 것으로 생각된다.

(c)와 같이 주위물의 온도가 $4.4^{\circ}\text{C} \leq T_{\infty} \leq 6.0^{\circ}\text{C}$ 인 영역에서는 해를 구할 수 없었다. 이 영역에서는 기존의 연구들^{(10), (16)}에서 비정상상태유동이 형성되는 것으로 밝혀진 바 있다. 이는 주위물 온도가 4.4°C 이상으로 점차 증가함에 따라 경계층의 경계부근에 형성되는 하향부력의 영역이 점차 확대되면서 유동을 주도하는 상·하향부력층이 서로 불안정하게 되어 매우 복잡한 유동으로 변화되기 때문이다.

주위물의 온도 $T_{\infty} \geq 6.0^{\circ}\text{C}$ 영역에서는 유동형태가 하향유동(downflow)으로 나타났다. 이는 주위물의 온도가 6.0°C 이상으로 증가하면 (d)와 같이 하향부력은 확대되고, 이때 벽면의 부근에 존재하는 상향유동은 감쇄되기 때문이다. 상향유동의 감쇄는 벽면의 마찰력과 강한 하향유동층에 의한 전

단력 때문이다.

이상과 같은 유동방향은 강선의 지름과 길이의 비에 따라 다소 차이는 있었으나 대체로 긴 원기둥, 짧은 원기둥에 대한 기존연구결과들과 잘 일치하고 있다^{(10), (16)}.

상기 결과에 의하여 이후 논의될 강선에 대한 주위물의 범위는 안정된 수렴치를 구할 수 있는 영역, 즉 상향유동영역은 $1.0^{\circ}\text{C} \leq T_{\infty} \leq 4.0^{\circ}\text{C}$, 하향유동영역은 $T_{\infty} \geq 7.0^{\circ}\text{C}$ 범위의 결과 값들을 취하였다.

3.2 속도 및 온도 분포

Fig.5는 강선에서 Z의 값이 0.4945인 지점에서, 주위물의 온도 T_{∞} 이 3°C ($R^* = -0.345$), 7°C ($R^* = -0.424$) 및 25°C ($R^* = 0.839$)이고, 강선의 길이와 지름의 비 N 이 4.0×10^{-3} , 2.0×10^{-3} , 1.3×10^{-3} 일때 반경방향좌표에 따른 무차원 속도 U 및 무차원온도 θ 를 나타낸 그림이다.

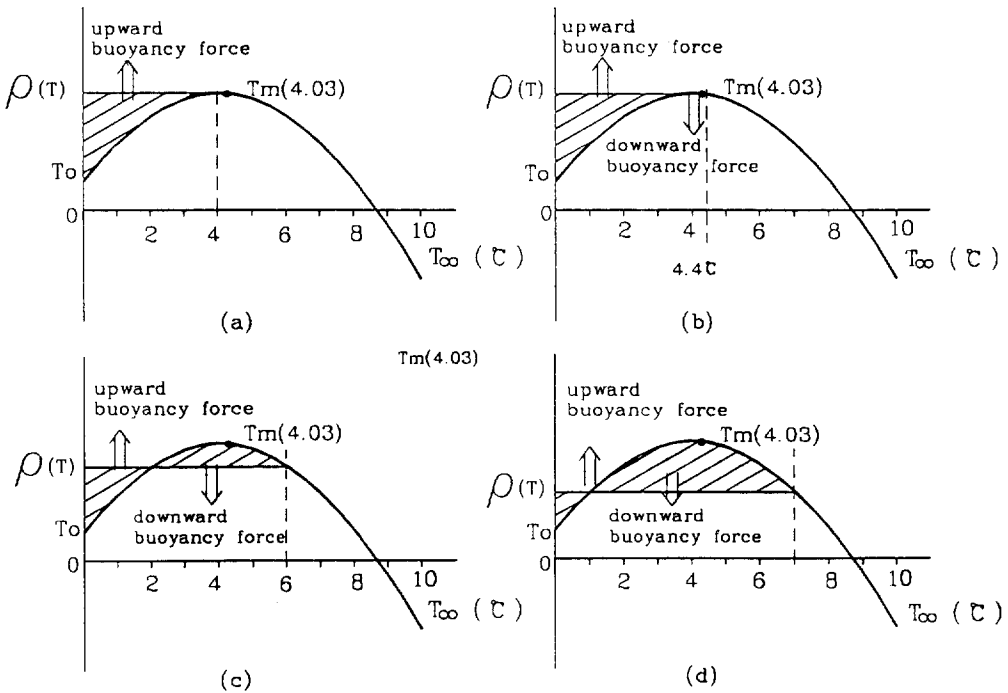
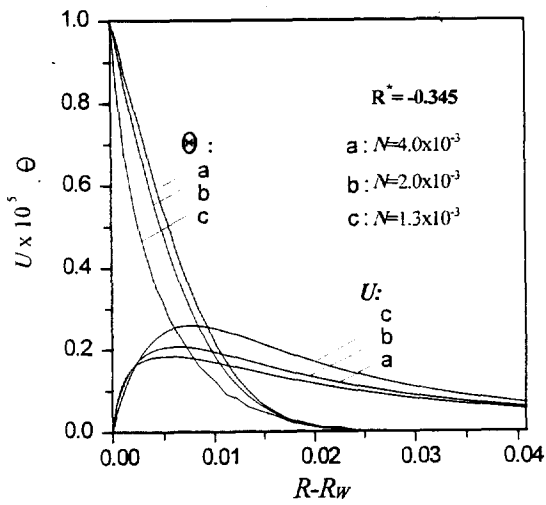
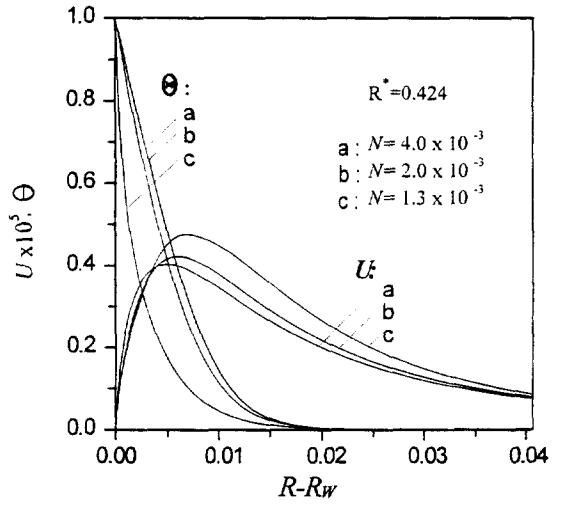


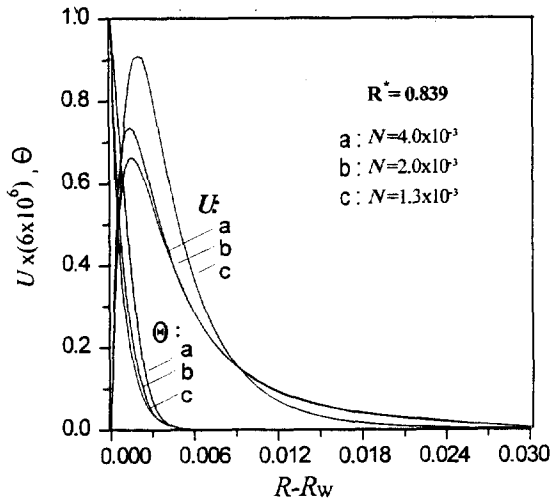
Fig.4 The relation of T_{∞} to the local density and the buoyancy force direction in pure water at 1 atm



(a) $T_{\infty} = 3.0^{\circ}\text{C}$ ($R^* = -0.345$)



(b) $T_{\infty} = 7.0^{\circ}\text{C}$ ($R^* = 0.424$)



(c) $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$ ($R^* = 0.839$)

Fig.5 Radial temperature and U-velocity profiles with various N at $Z = 0.4945$

(a)의 $T_{\infty} = 3^{\circ}\text{C}$ 는 상향유동, (b)의 $T_{\infty} = 7^{\circ}\text{C}$ 는 하향유동이 나타나는 대표적인 주위물의 온도들이고, (c)의 $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$ 는 하향유동 영역중 비교적 상온에 해당되는 주위물 온도이다. 또한 $N = 4.0 \times 10^{-3}$, 2.0×10^{-3} 및 1.3×10^{-3} 은 기존의 연구결과^{(14), (15)}에서 강선에 속하는 영역이다.

(a)에서 유동장의 형태는 강선 벽면부근에서 축

방향의 속도 U 가 급격히 증가하여 벽면 인접된 곳에서 최고속도를 나타내다가 경계층 가장자리 쪽으로 가면서 완만한 구배로 감소하여, 결국 속도는 0에 접근한다. 또한 경계층내 온도구배는 벽면부근에서 부터 크게 나타나며, 열경계층 가장자리로 갈수록 완만한 구배로 감소하여 0에 접근한다. 열경계층과 속도경계층의 두께의 크기는 속도경계층이

크게 나타난다. 이는 $Pr > 1$ 인 경우 자연대류현상에서 나타나는 일반적인 현상이다. 강선의 지름과 길이의 비 N 이 감소할수록 최고속도가 증가하며, 벽면부근에서의 온도 구배가 더욱 크게 나타난다. 이는 강선 직경이 감소할수록 곡률효과(curvature effect)가 크게 작용하기 때문이다. 이러한 성향은 기존의 연구결과들^{(14)(16)(18)~(20)}과 잘 일치한다.

(b)에서의 유동방향은 (a)와는 반대로 하향유동이 형성된다. 강선의 지름과 길이의 비 N 의 영향 등에 대한 전반적인 성향은 (a)와 동일하다. 그러나 (a)와 같은 N 이라도 최고속도가 증가하고, 경계층내의 온도구배가 더욱 커진다. 이는 벽면과 주위물과의 온도차가 크고, 경계층내 하향부력이 더 크기 때문이다.

(c)의 경우는 하향유동영역에서도 주위물의 온도가 비교적 높은 상온영역에 해당하는 조건이다. (b)보다는 벽면과 주위물과의 온도차가 더욱 커짐에 따라, 온도구배도 더욱 더 커지고 하향부력의 크기는 점점 더 커져서 최고속도가 (b)의 경우보다 증가한다. 따라서 온도 증가에 따라 유동경계층의 두께가 적어지며 열전달은 활발해진다. 또한 강선의 지름과 길이의 비 N 이 작을수록 경계층내의 유속은 증가하고, 경계층의 두께는 감소하며, 대류 열전달은 활발해진다. (b)에 비해 N 의 변화에 따른 온도 및 속도분포의 변화가 더욱 크게 나타난다.

이상과 같이 유동형태의 관계없이 강선의 지름과 길이의 비가 작을수록 유동 및 열전달이 활발해진다. 이러한 강선의 지름과 길이의 비의 영향은 주위물의 온도가 증가할수록 크게 나타난다.

3.3 열전달 상관식

Fig.6은 수정Rayleigh 수, Ra_D^* 와 누셀수 Nu_D 의 관계를 도시한 것이다. T_∞ 는 $1^\circ\text{C} \sim 30^\circ\text{C}$ ($5.38 \leq Pr \leq 12.45$)은 $4 \times 10^{-1} \leq N \leq 1 \times 10^{-3}$ 사이에서 15개의 종횡비를 택하여 계산하고, 그 결과의 일부를 제시하였다.

각각의 N 에 대한 계산값의 성향은 모든 값에 대하여 비선형 형태를 이루고 있다. 이러한 비선형 형태는 N 에 관계없이 유사한 형태를 나타내고 있다. 그러나 지금까지 강선에 대한 자연대류 현상의

연구결과에서는 Rayleigh 수와 Nusselt 수의 관계는 주위물의 온도와 종횡비에 관계없이 하나의 상관식을 만족하는 것으로 정립되어 있다. 기존의 연구결과와 Fig.6에 나타난 본 연구결과를 비교·고찰하기 위해, 각 종횡비에 대하여 주위물의 온도가 30°C 인 결과 값들(Ra_D^* , Nu_D)로부터 낮은 온도의 결과 값으로 확장하면서 곡선 적합(Curve-fitting)하였다. 각 종횡비의 그래프 상단부분인 한정된 범위에서 일정한 선형방정식들을 구할 수 있었다. 이때 종횡비에 따라 다소 차이는 있었지만 선

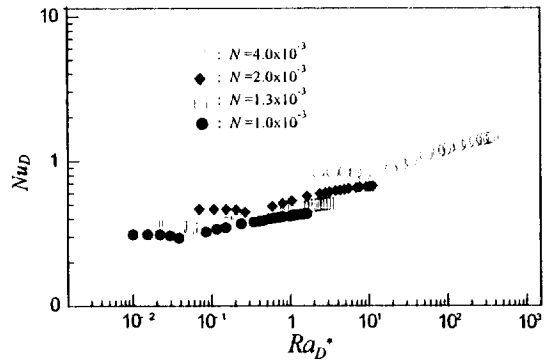


Fig.6 Correlations of Nu_D Versus Ra_D^* with various N for $T_\infty = 1.0^\circ\text{C} \sim 30^\circ\text{C}$

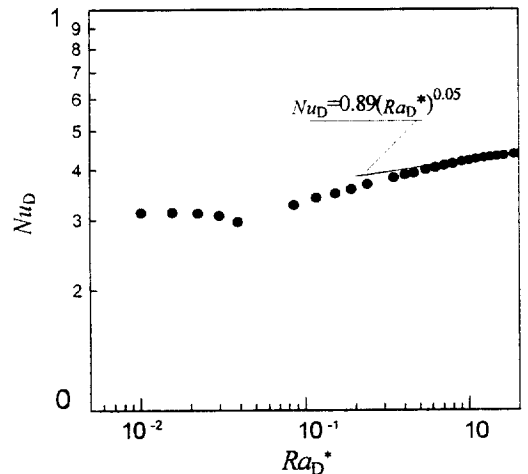


Fig.7 Correlation Nu_D versus Ra_D^* at $N = 1.3 \times 10^{-3}$

형방정식을 만족하는 하한 한계온도는 $T_{\infty} = 17^{\circ}\text{C}$ 에서 $T_{\infty} = 18^{\circ}\text{C}$ 사이 열다. 곡선접합시 데이터의 평균편차들은 0.00002 정도였다.

Fig.7은 이들 곡선접합 결과중 대표적인 예로 $N = 1.3 \times 10^{-3}$ 일때를 도시한 것이다.

Fig.8은 Fig.7의 결과를 근거로 하여 $10^{-2} < Ra_D^* < 4 \times 10^2$ 영역에 대하여 하한 한계온도인 $T_{\infty} = 18^{\circ}\text{C}$ 이상의 모든 결과값들(Ra_D^* , Nu_D)을 취하여 종횡비가 포함된 Rayleigh 수 $Ra_D^* \cdot D/L$ 로 환산하고 $Ra_D^* \cdot D/L$ 과 Nu_D 관계를 전대수 그래프에 도시한 결과이다. 각 기호들은 주위물의 온도를 나타낸다. 결과값들은 종횡비와 주위물의 온도와 관계없이 두 영역별로 하나의 선형적 형태를 이루고 있다. 결과값 위의 실선은 곡선접합의 결과이다. 곡선접

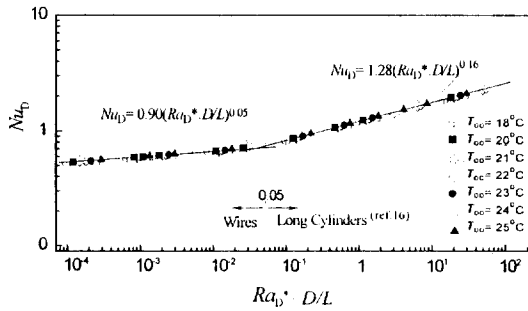


Fig.8 Correlation of Nu_D versus $Ra_D^* \cdot D/L$ in $T_{\infty} \geq 18^{\circ}\text{C}$

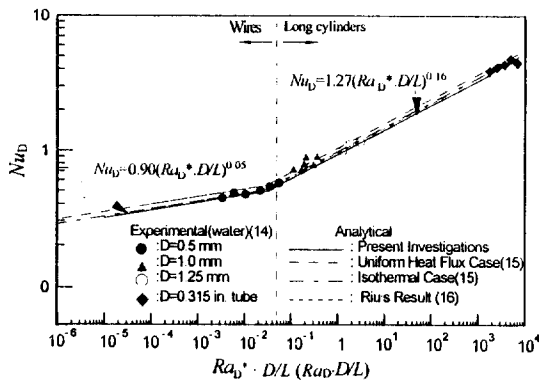


Fig.9 Comparison for result by the present result with the others investigation

합시 두 선형방정식의 경계는 기존의 연구(14), (15)와 같이 $Ra_D^* \cdot D/L = 0.05$ 로 하였다.

Fig.9는 본 연구결과와 기존의 연구결과들(14)~(16)을 도시한 것이다.

강선에서의 본 연구결과와 기존의 연구 결과가 잘 일치하고 있으며, 긴 원기둥 구간에서도 기존 연구들과 잘 일치하고 있다. Nagendra(14), (15) 등의 연구범위는 $Pr \leq 5$ 이고, 본 연구의 범위는 $5.38 \leq Pr \leq 12.45$ 이지만 서로 잘 일치하고 있다. 이상의 연구결과들로부터 본 연구의 수치계산에 대한 신뢰성을 입증할 수 있으며, 강선군에 대한 기존의 열전달 상관식은 $T_{\infty} \geq 18^{\circ}\text{C}$ 인 영역에서 성립된다고 할 수 있다. 따라서 Fig.6에서 제시된 $T_{\infty} = 17^{\circ}\text{C}$ 이하인 비선형영역에서는 새로운 논의가 필요하다는 것을 알 수 있다. 여기서 논의의 편의를 위해 $T_{\infty} > 18^{\circ}\text{C}$ 인 경우는 상온영역, $T_{\infty} \leq 17^{\circ}\text{C}$ 인 경우를 저온영역으로 정의한다.

Fig.10은 저온 영역에서 종횡비와 Pr의 변화에 따른 누셀드수 비, Nu_i/Nu_p 를 도시한 것이다. 여기서 Nu_p 는 수직평판인 경우의 값으로 Riu의 연구결과(23)를 인용하였다. 여기서 Pr값은 주위물의 온도(T_{∞})를 기준으로 한 것이다. 그래프의 횡축 값은 기존의 연구결과와 용이하게 비교하기 위해 본 연구에서 정의된 종횡비의 역수를 취하였다. 그래프의 성향은 종횡비(N)가 적을수록, 즉 곡율이 클

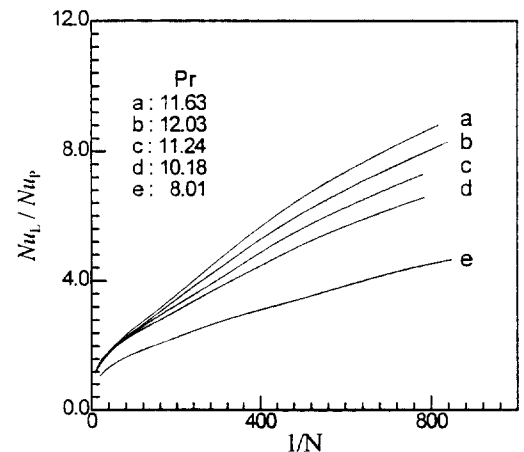


Fig.10 Nusselt number ratio, Nu_i/Nu_p , results

수축 일반 누셀트수 값은 증가하며, 또한 Pr가 클수록 Nu_L/Nu_P 값도 커진다. Pr의 영향은 짧은 원기둥에서는 거의 없지만 긴 원기둥 영역으로 갈수록 커지며, 강선군 영역에서는 더욱 커진다. 기존의 연구결과⁽²⁰⁾에서는 곡율이 적을 때 Pr가 큰 유체일수록 곡소 누셀트수는 증가하며, Pr가 클수록 Nu_L/Nu_P 값은 적어지며 곡율이 큰 경우 Nusselt 수는 Pr과는 무관하다고 발표한 바 있다. 두 연구 결과에서 물리적 의미는 두 영역 모두 종횡비가 증가할수록 열전달율은 증가 하지만, 상온영역에서는

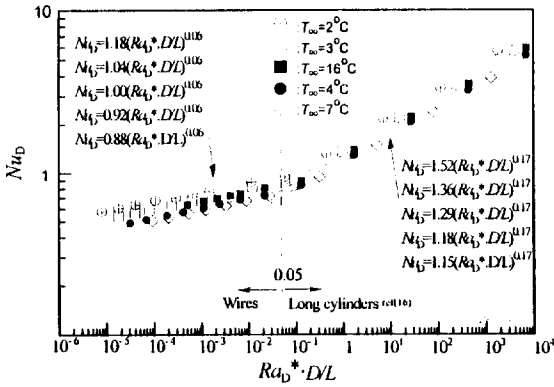


Fig.11 Correlation of Nu_D Versus $Ra_D \cdot D/L$ in the cold temperature water

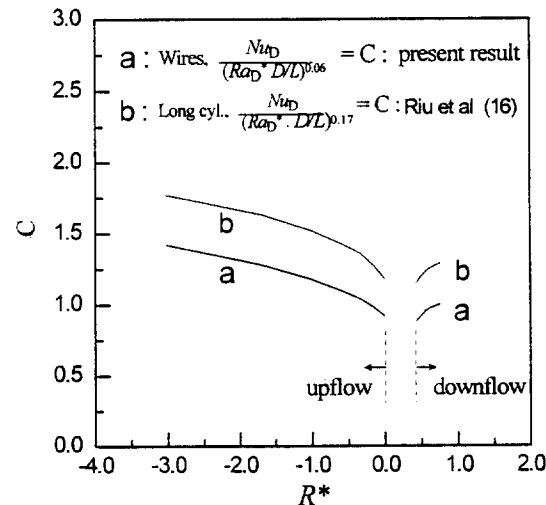


Fig.12 Variation of C with R^*

종횡비의 영향에 의미를 부여한다면, 저온영역에서는 주위물 온도의 영향이 지배적이라는 것을 나타낸다. 이러한 현상은 저온영역에서 발생하는 열전달 기구는 최대 밀도점의 영향이 크게 작용하기 때문이며 강선군(Wires)에서 더욱 현저하게 나타난다. 한편 프란틀수가 증가할수록 Nu_L/Nu_P 가 증가하는 일반적인 성향에서 $Pr=11.63$ 가 $Pr=12.03$ 보다 Nu_L/Nu_P 값이 크게 나타나고 있다. 이러한 현상은 상향유동영역($1^\circ C \le T_\infty \le 40^\circ C$)에서 $Pr=11.63$ 일때 열전달율이 가장 크기 때문이다.

Fig.11은 Fig.6의 값들을 주위물의 온도가 $1^\circ C \le T_\infty \le 4.0^\circ C$, $7^\circ C \le T_\infty \le 17^\circ C$ 이고, $Ra_D \cdot D/L \le 0.05$ 인 범위에서 Nu_D 와 $Ra_D \cdot D/L$ 의 관계를 도시한 것이다.

그림에 제시된 주위물의 온도는 계산값들중 일부를 제시한 것이며, 그림의 오른쪽 Long cylinder 부분은 유동⁽¹⁶⁾의 결과이다.

Nusselt 수와 종횡비를 포함한 Rayleigh 수와 관계는 주위물의 온도(T_∞)에 대해 각각 선형적 형태를 이루고 있다. 따라서 Nusselt 수와 Rayleigh 수의 관계는 주위물의 온도에 대한 일반적인 열전달상관식으로 식(12)와 같이 나타낼 수 있다.

Table 1 Values of C with respect to Wires and Long cylinders

$T_\infty, (R^\circ)$	Wires	Long Cylinder ⁽⁷⁾
1.0, (-3.03)	1.420	1.770
1.5, (-1.69)	1.280	1.630
2.0, (-1.01)	1.180	1.520
2.5, (-0.61)	1.100	1.430
3.0, (-0.34)	1.040	1.360
3.5, (-0.15)	0.980	1.270
4.0, (-0.01)	0.920	1.180
7.0, (0.42)	0.880	1.150
8.0, (0.50)	0.920	1.200
9.0, (0.55)	0.950	1.230
10.0, (0.60)	0.970	1.240
11.0, (0.64)	0.980	1.265
13.0, (0.69)	0.990	1.270
15.0, (0.73)	0.998	1.287
16.0, (0.75)	1.000	1.290

$$Nu_D = C \cdot [Ra_D^* \cdot (D/L)]^n \quad (12)$$

실선은 이들 값들을 주위물의 온도에 대해 C와 n값을 구하기 위해 곡선접합한 결과이다. 상관식의 n값은 온도에 관계없이 0.06인 일정한 값이고, C값은 주위물의 온도에 따라 각각 다른 값으로 구하여졌다. 주위물의 온도에 따른 C값들은 Table 1과 같다.

Fig.11과 Table 1에 나타난 C값의 성향은 최대 밀도 온도가 되는 주위물의 온도($T_w = 4.03^\circ\text{C}$)값을 정점으로 하여 밀도가 감소하는 방향으로 C값이 증가하고 있으며, 각각의 주위물의 온도에 대하여 각기 다른 C 값을 나타내고 있다. 이러한 결과는 저온영역에서는 최대밀도점의 영향이 전체 유동 현상에 큰 영향을 미치지기 때문에 생각된다.

Fig.12는 최대밀도 파라미터 R^* 과 C값들의 관계를 도시한 것이다.

C값들이 R^* 가 증가함에 따라 상향유동 온도구간에서는 서서히 감소하고, 하향유동 온도 구간에서는 급격히 증가하다가 곡선형태로 되면서 $R^* = 0.75$ 에 접근할수록 C의 구배가 0으로 접근함을 알 수 있었다. 또한 C값들과 R^* 가 일정한 함수관계가 있음을 볼 수 있다. 따라서 C를 R^* 의 함수로 표시하면 식(12)는 식(13)과 같이 된다.

$$Nu_D = F(R^*) \cdot [Ra_D^* \cdot (D/L)]^n \quad (13)$$

위의 식(13)에서의 함수 $F(R^*)$ 를 식(14)와 같은 R^* 에 대한 함수로 구하기 위해, Fig.12의 값들을 각각의 영역에 대해 곡선 접합하였다.

$$F(R^*) = a + \sum_{i=1}^n b_i x^i \quad (14)$$

여기서 a, b는 상수이다. 곡선접합 과정에서 각 유동형태의 특성을 고려하여 주위물의 온도구간을 다음과 같이 두 영역으로 구분하여 계산하였다.

$$-3.03 \leq R^* \leq -0.01 : \text{상향유동 구간} \\ (1.0 \leq T_w \leq 4.0^\circ\text{C})$$

$$0.42 \leq R^* \leq 0.75 : \text{하향유동 구간} \\ (7.0 \leq T_w \leq 17.0^\circ\text{C})$$

상향유동 구간에서는 3차 다항식, 하향유동영역

에서는 2차 다항식으로서 식(15), (16)와 같이 구하였다.

상향유동 구간 :

$$F(R^*) = 0.9233 - 0.3692(R^*) - 0.1199(R^*)^2 \\ - 0.0182(R^*)^3 \quad (15)$$

하향유동 구간 :

$$F(R^*) = 0.4579 + 1.3558(R^*) - 0.8441(R^*)^2 \quad (16)$$

상기와 같이 저온물 속에 잠겨 있는 등은 강선 주위의 자연대류 열전달 현상에서 최대밀도점 영향이 고려된 새로운 열전달상관식을 구하였다.

4. 결 론

0°C 등은 수직강선이 순수물($1^\circ\text{C} \leq T_w \leq 4.0^\circ\text{C}$, $7^\circ\text{C} \leq T_w \leq 17^\circ\text{C}$)속에 잠겨있을 때, 자연대류현상에 대한 수치해석 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

상향유동영역과 하향유동영역에 관계없이 강선의 지름과 길이 비가 작을 수록 유동 및 열전달이 활발하며, 이러한 성향은 주위물의 온도가 증가할 수록 크게 나타났다. 또한 프란틀수가 클수록 곡률 효과는 크게 나타나며, 종횡비가 감소할수록 프란틀수의 영향은 증대한다.

저온영역($1^\circ\text{C} \leq T_w \leq 4.0^\circ\text{C}$, $7^\circ\text{C} \leq T_w \leq 17^\circ\text{C}$)에서 새로운 상관식 $Nu_D = F(R^*) (Ra^* \cdot D/L)^{0.06}$ 를 구하였다. 여기서 지수 값은 종횡비와 주위물 온도와 관계없이 0.06이라는 일정한 값을 나타내지만, 계수 C는 주위물의 온도에 따라 변화하며 최대밀도 파라미터 R^* 와 함수 관계가 있고, 이 함수 관계는 상향유동 영역에서 3차 다항식, 하향유동 영역에서는 2차 다항식 형태로 표시되었다.

후 기

본 연구는 1993년도 교육부지원 학술진흥재단의 지방대 육성과제 학술연구 조성비에 의하여 연구되었으며, 관계 제위께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Nansteel, M. W., Medjani, K., and Lin, D. S., 1987, "Natural convection of water near its density maximum in a rectangular enclosure : Low Rayleigh number calculations" *Phys. Fluids* 30(2), February,
2. Lin, D. S. and Nansteel, M. W., 1987, "Natural convection heat transfer in a square enclosure containing water near its density maximum" *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 30, no. 11, pp. 2319~2329
3. Braga, S. L., and Visknta, R., 1992, "Transient natural convection of water near its density extremum in a rectangular cavity," *Int. J. Heat mass Transfer*. Vol. 35. No. 4. pp. 861~875.
4. McDONOUGH, M. W. and Faghri, A., 1994, "Experimental and numerical analyses of the natural convection of water through its density maximum in a rectangular enclosure" *Int. J. heat mass Transfer*. Vol. 37, No.5, pp. 783~801
5. Tong, W. and Koster, J. N., 1994, "Density inversion effect on transient natural convection in a rectangular enclosure", *Int. J. heat Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 927~938.
6. Sun, Z. S., Tien, C., and Yen, Y. C., 1969, "Thermal Instability of a Horizontal Layer of Liquid With Maximum Density," *AIChE journal*, Vol.15, pp. 910~915.
7. Saitoh, t., 1976, "Natural convection Heat Transfer From a Horizontal Ice Cylinder," *Appl. Sic. Rec.*, Vol. 32, pp. 429~451.
8. Yamada, M., Fukusako, S., Morizane, H. and Kim, M. H., 1993, "melting heat transfer along a horizontal heated tube immersed in liquid ice", *Int. J. JSME*, Vol.36, pp.343~350.
9. Wang, T., Gebhart, B., 1982, "An Experimental Study of Melting Vertical Ice Cylinder in Cold Water", *Master thesis*, state Univ. of New York at Buffalo.
10. Riu, K. K., Eum, Y. K. and Park S. H., 1988, "Visualization of the flow Adjacent to a Vertical Ice Cylinder Immersed in Cold Pure Water", *The First KSME-JSME Thermal and fluids Engineering Conference*, Vol.2, pp. 312~317.
11. Roy, S. K., and Sengupta, S., 1990, "Gravity-Assisted Melting in a Spherical Enclosure : Effects of Natural Convection", *Int. J. Heat mass Transfer*, Vo. 33, pp. 1135~1147
12. Roy, S. K., and Sengupta, S., 1990, "A Generalized Model for Gravity-Assisted Melting in a Enclosures", *J. heat Transfer*, Vol. 112, pp. 804~808
13. Ro, S. T., Lee, J. S., and Suh, J.-s., 1990, "Experimental Study on the Melting Process in a Spherical Enclosure", *ICHMT-22, Dubrovnik*.
14. Nagendra, H. R., Tirunarayanan, M. A., Ramachanran, 1969, "Free Convection Heat Transfer from Vertical Cylinders and Wires", *Chem. Eng.Science*, pp. 1491~1495.
15. Nagendra, H.R., Tirunarayanan, M. A., Ramachanran, 1970, "Laminar Free Convection fro15m Vertical Cylinders with Uniform Heat Flux", *Trans. ASME*, pp. 191~194.
16. 유갑중, 엄용균, 이성진, 1991, "저온의 순수 물속에 잠겨있는 등은 수직 원기둥에 의한 자연대류 열전달에 중횡비가 미치는 영향", *대한기계학회논문집*, 제15권, 제2호, pp.677~684.
17. Angiras, D. and Mahajan, R. L., 1993, "Natural Convection from L-Shapped Corners with Adiabatic and Cold Isothermal Horizontal Walls", *J. Heat Transfer*, Vol. 115, pp. 149~157.1616

18. Sparrow, E.M. and Gregg, J. I., 1955, "Laminar-Free convection heat transfer from the outer surface of a vertical circular cylinder" *Trans. ASME.*, Vol.78, pp.1823~1829.
19. Ede, A. J., 1967, "Advanced in Free Convection Advances in Heat Transfer", Vol. 4, pp. 1~65, Academic Press.
20. Lee, H. R., Chen.T.S. and Armaly, B. F., 1988, "Natural Convection along slender vertical Cylinders With Variable Surface Temperature", *J. Heat Transfer.* Vol.110, pp. 103~108
21. Kukulka, D. J., 1981, "Thermodynamic and Transport Properties of Pure and Saline Water", *Master thesis*, State Univ. of New York at Buffalo.
22. Gebhart, B., Mollendorf, J. C., 1977, "A New Density Relation for Pure and Saline Water", *Deep-sea Res.*, Vol 24, pp. 831~848.
23. Riu, K. J., 1984, "Natural convection from on inclined Flat ice surface immersed in water its density Extremum." Doctor thesis, in Seoul National Univesity.