

시간에 종속되는 스트레NGTH-스트레스 모형연구*

- 스트레NGTH가 변하지 않는 경우 -

이현우 · 김재주
서울대학교 통계학과

A Study on the Time Dependent Strength-Stress Model with Fixed Strength Case

Hyunwoo Lee, Jae Joo Kim
Dept. of Statistics, Seoul National University

Abstract

We treat problems of estimating reliability $R(t) = P[Y(t) > X(t)]$ in the time dependent strength-stress model in which a unit of stress $X(t)$ is subjected to environmental strength $Y(t)$ at time t . In this paper we introduce a special model of $R(t)$ with fixed strength and unaccumulated stress case, and propose a Mann-Whitney-Wilcoxon type estimator of $R(t)$.

1. 서론

하나의 구성요소로 이루어지거나 혹은 여러 개의 구성요소로 이루어진 시스템이라도 많은 인자의 환경적인 스트레스(stress)를 받으며 자신의 역할을 수행한다. 스트레NGTH-스트레스 모형은 이러한 스트레스에 어느 정도의 강도로 얼마나 오래 그 기능을 발휘하는가, 혹은 주어진 시간동안 그 기능을 발휘할 확률이 얼마인가를 연구하는 것이다. 즉, X 와 Y 를 각각 분포함수(cdf's) $F(x)$ 와 $G(y)$ 를 가지는 스트레스와 스트

* 본 연구는 1996년도 교육부 학술연구조성비 BSRI-96-1415에 의하여 연구되었음.

랭스 확률변수라 하자. 그러면 시스템에 대한 스트랭스가 가해지는 스트레스 보다 클 확률, 즉 신뢰도(reliability), 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R = P(Y > X) = \int_0^{\infty} G(u) dF(u) = \int_0^{\infty} S(u) dG(u).$$

여기에서 $S(u) = 1 - F(u)$ 이다.

Birnbaum(1956)은 R 에 대한 추정량으로 Mann-Whitney-Wilcoxon 통계량을 이용하여 아래와 같이 표현하였다.

$$\hat{R} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n U_{ij} \quad \text{여기에서 } U_{ij} = \begin{cases} 1, & Y_i > X_j \\ 0, & Y_i \leq X_j \end{cases}$$

이후 스트랭스-스트레스 모형에 대한 연구가 꾸준히 계속되었다.

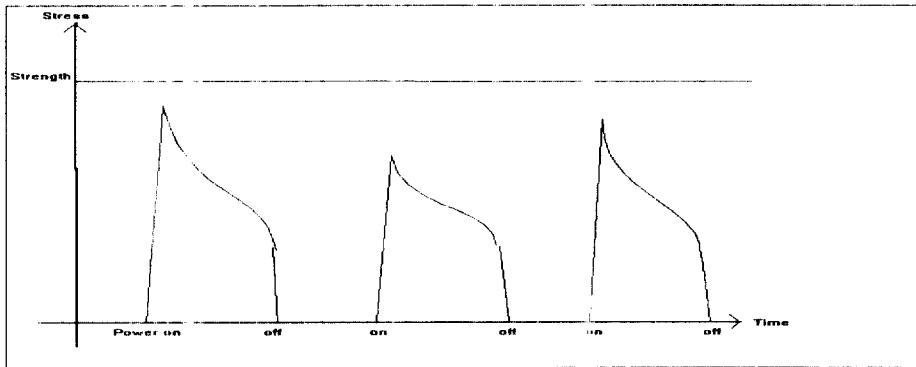
Church와 Harris(1970), Woodward와 Kelly(1977), Singh(1981), Reiser와 Guttman(1986)등은 정규분포를 가정한 모형에 관하여 연구하였고, Brown 과 Rutemiller(1973), Kelly등(1976), Beg와 Singh(1979), Beg(1981), Basu(1981), Bhattacharayya와 Johnson(1974), Beg(1980)등은 정규분포가 아닌 다른 분포를 가정한 모수적방법에 관하여 연구하였다.

Hans등(1979)과 Singh(1983)는 비모수적 방법을 연구하였다. 최근 들어 정해성등(1995)은 비모수적 방법에 대하여 네 가지 통계량을 비교하였고, 김재주등(1994)은 중도절단자료(censored data)에 관한 통계량을 제시하였다.

이와 같이 이제까지 진행된 연구들은 시간에 의존하지 않은 하나의 스트레스에 대하여 시스템이나 구성요소들의 신뢰도나 고장확률(failure probability)에 대한 연구들이었다. 그러나 실제적으로 대부분의 스트랭스-스트레스 모형의 연구들은 제품을 사용하는 동안 지속적으로 가해지는 서로 다른 여러 종류의 스트레스에 대한 신뢰도를 연구해야함이 바람직하나, 이제까지는 여러 가지의 어려움 때문에 시간에 의존하는 모형의 연구는 거의 이루어지지 않았다. Basu와 Ebrahimi(1983)는 $Y(t)$ 와 $X(t)$ 가 각각 t 에서의 스트랭스와 스트레스 분포일 때에 대하여 간략한 소개가 있는 후 오늘에 이르기까지 거의 이 연구가 이루어지지 않았다.

이 논문에서는 컴퓨터나 TV등과 같이 전원이 켜지는 순간 높은 스트레스가 가해졌다가 시간이 지남에 따라 스트레스가 줄어드는 아래와 같은 형태의 스트레스가 주어지는 제품의 신뢰도에 대하여 연구하고자 한다.

실질적으로 스트레스가 단기간내에 변화되어지는 양에 비해서 스트랭스의 변화는 무시되어질 정도로 아주 미약하므로 스트랭스는 고정된 값으로 가정하여도 큰 무리가 없기 때문에, 이 연구에서는 고정된 스트랭스를 가정한 시간에 의존하는 스트랭스-스트레스모형(time dependent strength-stress model: TD-SS model)을 생각하기로 한다.



2절에서는 Mann-Whitney-Wilcoxon Estimator를 이용한 $R(t)$ 의 추정량을 제안하여 그에 따른 성질들과 신뢰구간에 대하여 연구하고, 모의실험 결과를 이용하여 이 통계량의 효율성을 3절에 제시한다.

2. 신뢰도의 추정

전원이 한 번 켜지고 다음에 전원이 켜질 때까지의 시간을 하나의 주기(cycle)로 생각한다면 한 주기 내에서 가장 큰 스트레스 값은 전원이 켜지는 순간일 것이다. 이때 이 값이 스트레칭값보다 크면 이 시스템은 고장이 일어날 것이고, 그렇지 않으면 다음 주기까지 기능을 발휘할 것이다. 만약 k 번째 주기에서 고장이 일어났다면 그 다음 주기이후는 의미가 없어진다. 그래서 시각 t 까지 n 번의 주기가 일어났을 때 이 시스템이 계속해서 기능을 발휘할 확률은 모든 주기에서의 스트레스 값이 스트레칭값보다 작아야 한다. 또한, 시각 t 까지의 전원이 켜지는 횟수를 $N(t)$ 라고 하고 $N(t)$ 는 포아송 확률과정(poisson process)을 따른다고 가정하자

즉 $\Pr\{N(t) = n\} = e^{-\lambda t}(\lambda t)^n/n!$. 그러면 t 까지의 신뢰도 $R(t)$ 를 계산하면

$$\begin{aligned}
 R(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr\{t\text{까지 } n\text{번의 스트레스가 이루어지는 경우}\} \\
 &\quad \times \Pr\{n\text{ 번의 스트레스에 고장이 일어나지 않을 경우}\} \\
 &= e^{-\lambda t} \cdot 1 + \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)}{1!} \cdot p + \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^2}{2!} \cdot p^2 + \dots + \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^n}{n!} \cdot p^n + \dots \\
 &= e^{-\lambda t} e^{-\lambda p t} = e^{-(1-p)\lambda t}
 \end{aligned}$$

단, $p = \Pr\{\text{한 번의 스트레스에 대하여 고장이 일어나지 않을 사상}\}$ 이다.

$N_i(t^*)$ ($i=1, 2, \dots, m$) 를 i 번째 제품에 t^* 까지 스트레스가 가해진 횟수를 나타내는 확률변수로서 서로 독립이고 평균 λt^* 를 갖는 포아송 확률분포를 따른다고 하자. $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_N)$ 를 서로 독립이고 동일한 분포함수 $F(x)$ 를 갖는 t_i ($j=1, 2, \dots, N$)에서의 스트레스 확률변수라 하자. 그러면 p 와 λ 를 추정하는 문제가 된다.

일반적으로 N_1, N_2, \dots, N_n 이 평균 λ 인 포아송분포를 따르는 확률변수라면 λ 의 추정량으로 $\sum_{i=1}^n N_i/n$ 이 일양최소분산불편추정량(UMVUE)으로 널리 알려져 있고 X_1, X_2, \dots, X_n 가 분포함수 $F(x)$ 를 갖는 확률변수일 때

$$\begin{aligned}\hat{p} &= \widehat{P(X < s)} = \sum_{i=1}^n I(X_i < s)/n \\ &\equiv F_n(s)\end{aligned}$$

이다. 즉, 경험적 분포함수 $F_n(x)$ 를 p 에 대한 추정량으로 생각할 수 있다. t 까지의 자료를 이용해서 λ 와 p 를 추정하고 이 추정량을 이용해서 $R(t)$ 를 계산할 수 있으므로 다음과 같은 통계량을 제시한다.

$$\begin{aligned}\widehat{R}(t) &= e^{-(1-\hat{p})\hat{\lambda}t} \\ &= \exp \left\{ - \left(1 - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{N_i(t)} I(X_{ij} < s)/N \right) \sum_{i=1}^m N_i(t)/m \right\} \\ &= \exp \left\{ - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{N_i(t)} I(X_{ij} \geq s)/m \right\}\end{aligned}$$

여기에서 $X_{ij} \equiv X(t_i)$, $N = \sum_{i=1}^m N_i(t)$, $\hat{p} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{N_i(t)} I(X_{ij} < s)/N$, $\hat{\lambda} = \sum_{i=1}^m N_i(t)/mt$ 이다.

λ 와 \hat{p} 가 불편추정량이며 이들이 일치추정량이라는 사실을 이용하여 제안된 통계량이 일치추정량임을 증명할 수 있다. i 번째 제품에서 스트레스 발생 시각을 $0 = t_{i0} < t_{i1} < \dots < t_{iN} < t$, ($i=1, 2, \dots, m$)이라 하고, $N_i(t)$ 를 i 번째 제품이 t 까지의 스트레스의 발생횟수라 하자.

정리 2.1) $N_i(t^*)$ 는 모수가 λt 인 포아송분포를 따르고, $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{iN_i}$ 는 분포함수 $F(x)$ 를 따르는 확률변수일 때 $\widehat{R}(t)$ 는 $R(t)$ 에 대한 일치추정량이다. 여기에서,

$$\widehat{R}(t) = \exp \left\{ - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{N_i(t)} I(X_{ij} \geq s) / m \right\} \text{ 이다}$$

이제 제안된 통계량 $\widehat{R}(t)$ 의 정규성을 증명하고 이를 이용하여 $R(t)$ 에 대한 신뢰구간을 구하고자 한다. 그러나 제안된 통계량의 정확한 분포형태를 계산하기에는 너무 복잡하여 중심극한정리를 이용한 근사적 정규성을 밝히고자 한다. 이제 이를 위하여 다음과 같은 확률변수를 정의하자.

$$\begin{aligned} Z_m &= \frac{\sum_{i=1}^N I(X_i \geq s) / mt - E \left\{ \sum_{i=1}^N I(X_i \geq s) / mt \right\}}{\sqrt{\text{Var} \left\{ \sum_{i=1}^N I(X_i \geq s) / mt \right\}}} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N I(X_i \geq s) / mt - (1-p)\lambda}{\sqrt{(1-p)\lambda / mt}} \\ &= \sum_{i=1}^N \left\{ I(X_i \geq s) / \sqrt{(1-p)m\lambda t} - \sqrt{(1-p)m\lambda t} / N^2 \right\} \end{aligned}$$

정리 2.2) 정리 2.1 과 동일한 조건에서 $m \rightarrow \infty$ 이면 $Z_m \xrightarrow{d} N(0, 1)$ 이다.

이 정리의 결과로부터

$$(1-p)\lambda = \frac{1}{mt} \sum_{i=1}^N I(X_i \geq s) \xrightarrow{d} N \left((1-p)\lambda, \frac{(1-p)\lambda}{mt} \right)$$

이므로 $(1-p)\lambda$ 의 $100(1-\alpha)\%$ 의 신뢰구간은

$$\left[(1-\hat{p})\lambda - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{(1-\hat{p})\frac{\lambda}{mt}}, (1-\hat{p})\lambda + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{(1-\hat{p})\frac{\lambda}{mt}} \right]$$

이다. 단, $z_{\alpha/2} = \Phi^{-1}(1 - \frac{\alpha}{2})$ 이다. 또한, $\widehat{R}(t) = e^{-(1-\hat{p})\lambda t}$ 이므로 $R(t)$ 의

$100(1-\alpha)\%$ 의 신뢰구간은

$$\left[e^{-(1-\hat{p})\lambda t} (1 - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{(1-\hat{p})\lambda / mt}), e^{-(1-\hat{p})\lambda t} (1 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{(1-\hat{p})\lambda / mt}) \right]$$

가 된다.

3. 모의실험

$R(t)$ 의 추정값과 이들의 평균제곱오차(Mean Squared Error ; MSE)를 보기위한 모의실험을 FORTRAN IMSL (International Mathematical and Statistical Library)을 이용하여 수행하였다. 모든 경우에 제품의 수 (m)는 30개로 하였고, 1,000번 반복하여 스트레스 분포가 정규분포, 지수분포, 와이블 분포와 대수정규 분포인 경우에 대하여 각각의 추정값과 신뢰구간을 계산하였다. 부록의 <표 1> ~ <표 4>는 모의실험의 결과를 나타낸 도표로서, 고정된 스트레스트(s)에 대하여 시간 t 를 증가시키면서 $R(t)$ 값이 0.55 에서 0.95 까지 0.1 의 간격으로 모의실험 하였다. 그 결과 MSE가 거의 대부분 0.001 이하로서 아주 정확하게 추정하고 있음을 알 수 있고, 95% 신뢰구간 역시 포함확률(coverage probability)이 거의 0.95에 근접해 비교적 정확한 추정법이라 생각된다. 특히 MSE의 경우 $R(t)$ 가 0.05에서 0.95까지 계산한결과 0.05에서 0.5까지는 MSE가 점차로 증가하다가 0.5에서 0.95까지는 다시 감소하는 경향을 보이고 있다. <Figure 1> ~ <Figure 4> 는 각 분포에 있어서 MSE의 변화를 그림으로 표현한 것이다.

참고문헌

- [1] 김재주, 나명환, 김지훈, 이소연(1994), "Nonparametric Estimation of Reliability in Strength-Stress Model for the Censored Data," 품질경영학회지, 제22권 3호, pp. 99-110.
- [2] 정해성, 김재주, 박병욱, 이현우(1995), "Nonparametric Estimation of Reliability in Strength-Stress Model," Unpublished.
- [3] Basu, A. P. and Ebrahimi, N.(1983), "On the Reliability of Stochastic System," *Statistical Probability Letters*, 1, pp. 265-267.
- [4] Battacharyya, G. K. and Johnson, R. A.(1974), "Estimation of Reliability in a Multicomponent Stress-Strength Model," *Journal of the American Statistical Association*, 69, pp. 966-970.
- [5] Beg, M. A.(1980), "Estimation of $\Pr(Y<X)$ for Exponential Family," *IEEE Transaction on Reliability*, 29, pp. 158-159.
- [6] Beg, M. A.(1981), "A Note on the Estimation of $\Pr(Y<X)$ for Truncated Parameter Distributions," *Communications in Statistics-Theory & Methods* A10(7), pp. 687-691.
- [7] Beg, M. A. and Singh N.(1979), "Estimation of $\Pr(Y<X)$ for the Pareto Distribution," *IEEE Transaction on Reliability*, 28, No. 5, pp. 411-414.

- [8] Brown, G. G. and Rutermler, H. C.(1973), "Evaluation of $\Pr(Y<X)$ When X and Y are from Three Parameter Weibull Distributions," *IEEE Transaction on Reliability*, 22, pp. 78-82.
- [9] Birnbaum, Z. W. (1956), "On a Use of the Mann-Whitney Statistics," in *the Proceedings of the third Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Vol. 1, Berkeley University of California Press, pp. 13-17.
- [10] Church, J. D. and Harris, B.(1970), "The Estimation of Reliability from Stress-Strength Relationships," *Technometrics*, 12, pp. 49-54.
- [11] Hans, K. Ury and Alvin, D. Wiggins(1979), "Distribution-Free Confidence Bounds for $\Pr(Y<X)$ when $F(X)$ and $G(Y)=F(X-\theta)$ are Continuous and Symmetric." *Communications in Statistis-Theory & Methods.*, A8(12), pp. 1247-1253.
- [12] Kelly, G. D. Kelly, J. A and Schucany, W. R(1976), "Efficient Estimation of $\Pr(Y<X)$ in the Exponential Case," *Technometrics*, pp. 359-360.
- [13] Reiser, B. and Guttman, I.(1986), "Statistical Inference from $\Pr(Y<X)$," *Technometrics*, 28, pp. 253-257.
- [14] Singh, N.(1981), "MVUE of $\Pr(Y<X)$ for Multivariate Normal Populations; An Application to Stress-Strength Model," *IEEE Transaction on Reliability*, Vol. 30, pp. 192-193.
- [15] Singh, N.(1983), "A Distribution-Free Upper Confidence Bound for $\Pr(Y<X)$ An Application to Stress-Strength Model," *IEEE Transaction on Reliability* Vol. 32, pp. 214-216.
- [16] Woodward, W. A. and Kelly, G. D.(1977), "Minimum Variance Unbiased Estimation of $\Pr(Y<X)$ in the Normal Case," *Technometrics*, 19, pp. 95-98.

부 록

증명 1) (정리 2.1)

$X_1 \equiv X_{11}, X_2 \equiv X_{12}, \dots, X_{N_1} \equiv X_{1N_1}, X_{N_1+1} \equiv X_{21}, \dots, X_{N_1+N_2} \equiv X_{2N_2}, \dots, X_N \equiv X_{mN_m}$ 라 두자. 그러면 $X_i (i=1, \dots, N)$ 는 서로 독립이며 동일한 분포함수 $F(x)$ 를 따르고 $N = \sum_{i=1}^m N_i(t)$ 는 $P(m\lambda t)$ 를 따르는 확률변수 이다. 따라서

$$\begin{aligned} & E\left\{-\sum_{i=1}^N I(X_i \geq s)/mt\right\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} E\left\{-\sum_{i=1}^n I(X_i \geq s)/mt \mid N=n\right\} \cdot P(N=n) \\ &= -\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P(X_1 \geq s) \cdot P(N=n)/mt \\ &= -(1-p) \sum_{n=0}^{\infty} n P(N=n)/mt \\ &= -(1-p)\lambda \end{aligned}$$

이 고

$$\begin{aligned} & Var\left\{\sum_{i=1}^N I(X_i \geq s)/mt\right\} \\ &= \left[Var\left\{E\left\{\sum_{i=1}^N I(X_i \geq s) \mid N\right\}\right\} + E\left\{Var\left\{\sum_{i=1}^N I(X_i \geq s) \mid N\right\}\right\} \right] / m^2 t^2 \\ &= \{(1-p)^2 Var(N) + E(N)(1-p)p\} / m^2 t^2 \\ &= (1-p)\{(1-p)Var(N) + pE(N)\} / m^2 t^2 \\ &= (1-p)\{(1-p)m\lambda t + pm\lambda t\} / m^2 t^2 \\ &= (1-p)m\lambda t / m^2 t^2 \\ &= (1-p)\lambda / mt \xrightarrow{m \rightarrow \infty} 0 \end{aligned}$$

이다. 즉, $(1-\hat{p})\lambda \xrightarrow{m \rightarrow \infty} (1-p)\lambda$ 이고 $h(x) = \exp(-x)$ 는 연속함수이므로 $\bar{R}(t) \xrightarrow{m \rightarrow \infty} R(t)$ 이다. \diamond

증명 2) (정리 2.2)

Z_m 의 적률생성함수(moment generating function)을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 M_{Z_m}(u) &= E[\exp\{uZ_m\}] \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} E[\exp\{uZ_m\}|N=n] \cdot \Pr[N=n] \\
 &= E[\exp\{uZ_m\}|N=0] \cdot \Pr[N=0] + \sum_{n=1}^{\infty} E[\exp\{uZ_m\}|N=n] \cdot \Pr[N=n] \\
 &= e^{-\lambda t} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left\{ (1-p) \exp\left(\frac{u}{\sqrt{(1-p)m\lambda t}}\right) + p \right\} \cdot \exp\left(-u\sqrt{(1-p)m\lambda t/n^2}\right) \right]^n \\
 &\quad \times e^{-t}(\lambda t)^n/n! \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left\{ (1-p) \exp\left(\frac{u}{\sqrt{(1-p)m\lambda t}}\right) + p \right\}^n \cdot \exp\left(-u\sqrt{(1-p)m\lambda t}\right) \right] \\
 &\quad \times e^{-t}(\lambda t)^n/n! \\
 &= \exp\left\{-u\sqrt{(1-p)m\lambda t} - m\lambda t + m\lambda t \cdot \left\{ (1-p) \exp\left(\frac{u}{\sqrt{(1-p)m\lambda t}}\right) + p \right\}\right\} \\
 &= \exp\left\{-u\sqrt{(1-p)\mu} - \mu + \mu \cdot \left\{ (1-p) \exp\left(\frac{u}{\sqrt{(1-p)m\lambda t}}\right) + p \right\}\right\}, \quad \mu = m\lambda t
 \end{aligned}$$

$\log M_{Z_m}(u)$

$$\begin{aligned}
 &= -u\sqrt{\mu(1-p)} - \mu + \mu \left\{ (1-p) \exp\left(\frac{u}{\sqrt{(1-p)\mu}}\right) + p \right\} \\
 &= -u\sqrt{\mu(1-p)} - \mu + \mu \left\{ (1-p) \left(1 + \frac{u}{\sqrt{(1-p)\mu}} + \frac{u^2}{2(1-p)\mu} + O(\mu^{-3/2}) \right) + p \right\} \\
 &= -u\sqrt{\mu(1-p)} - \mu + \mu \left\{ 1 + \sqrt{\frac{1-p}{\mu}} \cdot u + \frac{u^2}{2\mu} + O(\mu^{-1/2}) + p \right\} \\
 &= \frac{u^2}{2} + O(\mu^{-1/2}) \\
 &= \frac{u^2}{2} + o(1).
 \end{aligned}$$

즉 $m \rightarrow \infty$ 일 때 $M_{Z_m}(u) \rightarrow e^{u^2/2}$ 이므로 표준정규분포에 근사한다. \diamond

< 표 1 > $\widehat{R}(t)$ 와 신뢰구간의 추정 : 표준정규 분포인 경우 ($\lambda=40.0$)

s	$R(t)$ 의 참값	0.95	0.85	0.75	0.65	0.55
2.3	$R(t)$ 의 추정값	0.950024	0.850063	0.759981	0.651249	0.550667
	상 한 값	0.979534	0.896609	0.806486	0.709015	0.609492
	하 한 값	0.920611	0.801913	0.695489	0.591084	0.491842
	범위확률	0.9340	0.9600	0.9320	0.9500	0.9600
2.4	$R(t)$ 의 추정값	0.949597	0.849922	0.750480	0.649757	0.551507
	상 한 값	0.979128	0.897153	0.806010	0.708731	0.610330
	하 한 값	0.920064	0.802683	0.694947	0.590779	0.492685
	범위확률	0.9320	0.9350	0.9400	0.9470	0.9330
2.5	$R(t)$ 의 추정값	0.950060	0.850824	0.750612	0.652102	0.551162
	상 한 값	0.979431	0.897979	0.806134	0.711041	0.609982
	하 한 값	0.920685	0.803664	0.695086	0.593160	0.492343
	범위확률	0.9320	0.9530	0.9420	0.9450	0.9410
2.6	$R(t)$ 의 추정값	0.949800	0.851422	0.750404	0.651213	0.550485
	상 한 값	0.979265	0.898503	0.805943	0.710146	0.609301
	하 한 값	0.920333	0.804334	0.694862	0.592279	0.491670
	범위확률	0.9410	0.9540	0.9430	0.9380	0.9450

< 표 2 > $\widehat{R}(t)$ 와 신뢰구간의 추정 : 지수분포인 경우 (평균이 1, $\lambda=10.0$)

s	$R(t)$ 의 참값	0.95	0.85	0.75	0.65	0.55
4.5	$R(t)$ 의 추정값	0.949614	0.850834	0.751701	0.650067	0.550953
	상 한 값	0.979128	0.898001	0.807149	0.709053	0.609771
	하 한 값	0.920097	0.803667	0.696256	0.591080	0.492136
	범위확률	0.9400	0.9540	0.9340	0.9640	0.9560
4.8	$R(t)$ 의 추정값	0.952294	0.850775	0.751448	0.649767	0.552329
	상 한 값	0.981081	0.897926	0.806954	0.708736	0.611147
	하 한 값	0.923504	0.803626	0.695943	0.590795	0.493512
	범위확률	0.9280	0.9400	0.9500	0.9560	0.9140
5.0	$R(t)$ 의 추정값	0.949356	0.850132	0.749556	0.651243	0.549748
	상 한 값	0.978961	0.897348	0.805146	0.710182	0.608571
	하 한 값	0.919748	0.802918	0.693966	0.592303	0.490926
	범위확률	0.9560	0.9360	0.9300	0.9520	0.9700
5.3	$R(t)$ 의 추정값	0.949755	0.850367	0.751493	0.650169	0.552592
	상 한 값	0.979189	0.897580	0.807001	0.709139	0.611433
	하 한 값	0.920318	0.803155	0.695984	0.591198	0.493753
	범위확률	0.9300	0.9480	0.9560	0.9460	0.9280

< 표 3 > $R(t)$ 와 신뢰구간의 추정 : 대수정규분포인 경우 ($\log N(0,1)$, $\lambda=20$)

s	$R(t)$ 의 잠값	0.95	0.85	0.75	0.65	0.55
11.9	$R(t)$ 의 추정값	0.950327	0.850063	0.749918	0.651249	0.550955
	상 한 값	0.979652	0.897294	0.805526	0.710198	0.609775
	하 한 값	0.921000	0.802834	0.694436	0.592299	0.492136
	범위확률	0.9300	0.9560	0.9420	0.9520	0.9460
12.1	$R(t)$ 의 추정값	0.950138	0.849643	0.751343	0.649912	0.550160
	상 한 값	0.979508	0.896956	0.806837	0.708894	0.608983
	하 한 값	0.920765	0.802331	0.695849	0.590929	0.491338
	범위확률	0.9360	0.9740	0.9480	0.9600	0.9620
12.3	$R(t)$ 의 추정값	0.949847	0.849293	0.752461	0.653282	0.551812
	상 한 값	0.979295	0.896622	0.807839	0.712206	0.616346
	하 한 값	0.920396	0.801965	0.697036	0.594357	0.492990
	범위확률	0.9460	0.9500	0.9460	0.9460	0.9320
12.5	$R(t)$ 의 추정값	0.949486	0.849451	0.752062	0.649794	0.549742
	상 한 값	0.978995	0.896768	0.807500	0.708771	0.608529
	하 한 값	0.919974	0.802135	0.696624	0.590815	0.490956
	범위확률	0.9300	0.9620	0.9400	0.9460	0.9300

< 표 4 > $R(t)$ 와 신뢰구간의 추정 : 와이블분포인 경우(형상모수 = 2.0, $\lambda=30$)

s	$R(t)$ 의 잠값	0.95	0.85	0.75	0.65	0.55
2.4	$R(t)$ 의 추정값	0.951101	0.850419	0.750747	0.649677	0.550382
	상 한 값	0.980207	0.897595	0.806265	0.708645	0.609201
	하 한 값	0.921991	0.803244	0.695226	0.590708	0.491564
	범위확률	0.9140	0.9520	0.9440	0.9380	0.9560
2.5	$R(t)$ 의 추정값	0.949357	0.852414	0.749713	0.650322	0.549757
	상 한 값	0.978942	0.899387	0.805284	0.709286	0.609386
	하 한 값	0.919769	0.805442	0.694141	0.591357	0.491771
	범위확률	0.9300	0.9520	0.9360	0.9460	0.9420
2.6	$R(t)$ 의 추정값	0.950642	0.851183	0.749776	0.650721	0.550876
	상 한 값	0.979877	0.898327	0.805356	0.709680	0.609691
	하 한 값	0.921404	0.804040	0.694195	0.591762	0.492062
	범위확률	0.9280	0.9720	0.9480	0.9540	0.9380
2.7	$R(t)$ 의 추정값	0.950649	0.849610	0.752417	0.651676	0.549996
	상 한 값	0.979847	0.896917	0.807827	0.710618	0.609811
	하 한 값	0.921447	0.802305	0.697006	0.592734	0.492182
	범위확률	0.9080	0.9580	0.936	0.9560	0.9420

Figure 2. Exponential Case

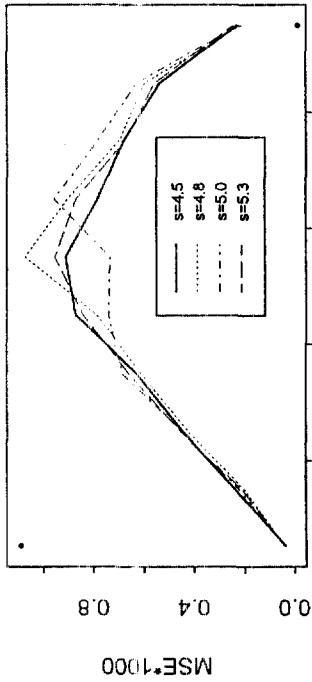


Figure 4. Weibull Case

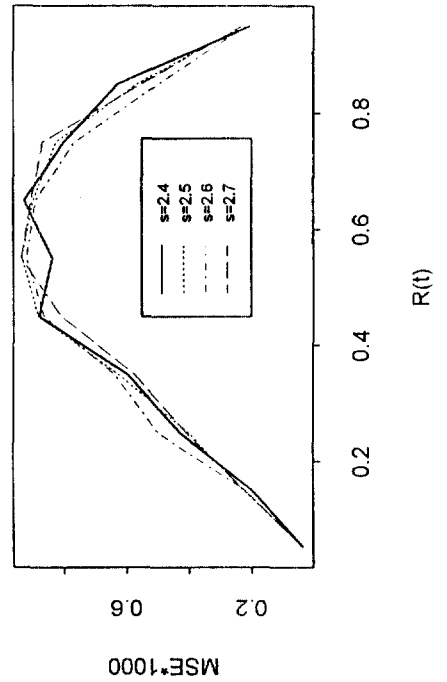


Figure 1. Normal Case

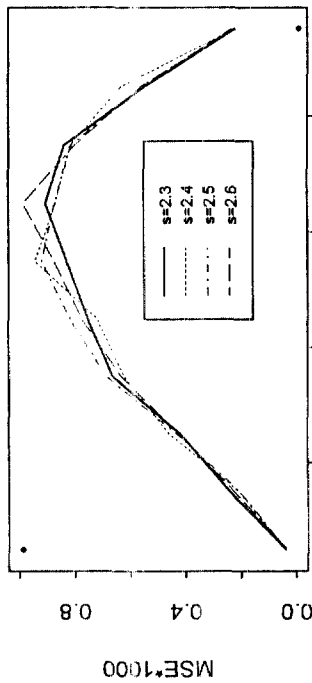


Figure 3. Lognormal Case

