

3차원 지형 모델링을 위한 개선된 Radial Sweep 알고리즘

Improved Radial Sweep Algorithm for 3-dimensional Terrain Modelling

류 승 태* 안 충 현** 윤 경 현*
RYOO, Seung-Taek AHN, Chung-Hyun YOON, Kyung-Hyun

要 旨

컴퓨터 그래픽스 분야와 지리정보시스템 분야에서 사진과 같은 지형을 모델링하는 방법이 연구되고 있다. 이러한 지형 모델링은 비행 시뮬레이터, 임무 예행연습과 건설 계획과 같은 응용 프로그램에 사용된다. 지형을 표현하는 일반적인 접근방법은 수치고도모델을 사용하는 것이다. 수치고도모델이란 지형의 고도값을 저장한 2차원 배열을 말하며 인공위성을 통해 얻어진다.

수치고도데이터를 가지고 3차원 지형을 표현하는 처리과정은 3단계로 구성되어진다. 첫 번째 단계는 수치고도 모델에서 정확도에 따라 의미점을 추출한다. 두 번째 단계는 추출된 의미점을 바탕으로 불규칙삼각망을 구성한다. 세 번째 단계는 표현된 3차원 지형을 렌더링한다.

이 논문의 목적은 불규칙 삼각망을 가진 3차원 지형을 구성하는데 있다. 불규칙 삼각망의 구성을 위해 래디얼 스윙프 알고리즘을 사용하였다. 래디얼 스윙프 알고리즘은 불규칙 삼각망을 빠르고 효과적으로 만든다. 그러나, 불규칙 삼각망은 삼각형된 표면의 근사치에 의해 발생하는 문제를 가지고 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해 최적화 삼각형에 의한 개선된 래디얼 스윙프 알고리즘을 제안한다.

ABSTRACT

Researches in the field of Computer Graphics and Geographical Information Systems(GIS) have extensively studied the method of photo-realistic landscape modelling, because it have become a common requirement in applications such as flight simulators, mission rehearsal, and construction planning. A common approach to the display of terrain uses a Digital Elevation Model(DEM). DEM is an evenly spaced array of the terrain elevation data and can be obtained from stereo satellite data.

* 중앙대학교 컴퓨터 공학과 그래픽스연구실

** 시스템공학 연구소

With the DEM data, the process of 3D terrain modelling consists of three steps. The first step is to extract the meaningful data (such as peak, pit, passes ...) from DEM data based on LOD(Level Of Detail) criteria. The second is to construct the 3D surface by TIN, which represents a surface as a set of non-overlapping continuous triangular facets of irregular size and shape. The third is a rendering of 3D terrain model.

The goal of this research is a construction of 3D terrain with TIN. To do this, we are going to apply Radial Sweep Algorithm. Radial Sweep Algorithm for generating TIN works quickly and efficiently. However, it does not solve the problem caused by the approximated nature of triangulated surface. To solve this problem, this research derive improved radial sweep algorithms with the optimal triangle definition.

1. 서론

컴퓨터 그래픽스 기술은 컴퓨터 응용 디자인(CAD), 모형 비행 연습 장치, 광고, 오락, 컴퓨터 아트, 가상 현실, 의료 영상등 산업의 전 분야에서 광범위하게 응용되고 있다. 과거 사실적 영상 창조에 목적을 두었던 컴퓨터 그래픽스 기술은 1987년 미국의 국립 과학 재단 보고서 "Visualization in Scientific Computing"에서 실험치나 데이터만으로 실제 상황을 추측해 낼 수 있는 과학 기술의 가시화(Scientific Visualization) 개념이 등장하면서 컴퓨터 그래픽스 기술은 시뮬레이션 분야에 그 효용성을 발휘하고 있다. 이들 시뮬레이션 분야중 지형 모델링은 수치적으로 표현된 수치고도모델(DEM: Digital Elevation Model)을 바탕으로 디지털 지형 모델(DTM: Digital Terrain Model)을 만드는 것을 의미한다. 이의 결과물인 디지털 지형도(digital topographic map)에는 지표면의 데이터가 효율적으로 저장되어 있어 지형의 공간적, 기능적 분석을 지원함으로써 토목, 건축등의 분야에서 올바른 시공을 위한 엔지니어링적 응용을 가능케한다. 또한 이 지형도는 시각적으로 형상화할 수 있으므로 군사적으로는 무기 유도 체계, 비행 시뮬레이션 등의 특수 목적을 위해 사용되고 있다.

60년대 초 캐나다에서 시작된 지형모델링의 초기 연구는 등고선을 이용하였다. 등고선에 의한 방법은 작성된 등고선도를 스캐너등으로 입력한 후, 등고선을 추출하여 추출된 등고선들 간의 고도를 보간한다. 등고선들간의 보간에 의해 생성된 데이터는

바로 3차원 영상 생성에 사용되거나 수치고도 모델로 변환시켜 디지털 지형도를 만든다. 이 방법은 비교적 자료를 구하기 쉽고, 비용이 적게 든다는 장점이 있으나, 지형도로부터 등고선의 추출 및 보간하는 과정에서 많은 오차가 발생할 수 있기 때문에 정확도가 떨어진다는 단점이 있다.

70년대에 들어 인공위성을 이용한 원격탐사에 의해 지형의 고도데이터를 래스터 데이터 형태로 저장한 수치고도모델(DEM)이 보급되면서 지형 모델링의 연구는 DEM으로부터 3차원 디지털 지형 모델(DTM)을 만드는 연구로 발전하였다. DEM을 이용한 지형 모델링 방법에는 사각 그리드(Rectangle grid)에 의한 방법과 DEM 데이터에서 중요한 의미 점을 추출하여 불규칙 삼각망의 형태로 구성된 TIN(Triangle Irregular Network)에 의한 방법으로 구분된다. 사각 그리드에 의한 방법은 DEM 데이터에서 표현된 고도 값들에 단순 선형보간법(linear interpolation)을 적용하여 3차원 지형을 모델링하므로 빠르고 간단하며 평지 모델링에 적합하다. 그러나 데이터 양이 많고 굴곡이 심한 지형의 특징을 정확히 표현하기 힘든 단점을 갖는다. 반면 TIN에 의한 방법은 DEM 데이터로부터 지형적으로 의미있는 위치의 점들만을 추출함으로써 지형의 모습을 사실적으로 표현할 수 있다는 장점을 가지고 있어 사실적인 지형 모델링 및 렌더링에 많이 사용되고 있다.

본 논문은 컴퓨터 그래픽스의 시각화 기법인 표면 모델링 기법을 이용하여 TIN에 의한 3차원 지형 모델링을 목적으로 한다. 이를 위하여 래디얼 스위프 알고

리즘을 적용하였다. 1982년에 제안된 래디얼 스위프 알고리즘은 지형 모델링을 위한 TIN의 생성을 빠르고 효과적으로 구성하도록 제안된 알고리즘이다. 기존의 래디얼 스위프 알고리즘에 의해 생성된 TIN은 보르노이다이어그램에서 생성된 것과 같은 최적의 삼각형화 조건을 만족하지 않는다는 단점을 가지고 있다. 본 논문에서는 래디얼 스위프 알고리즘에 최적의 삼각형화 조건을 적용한 개선된 래디얼 스위프 알고리즘을 제안한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 추출된 의미점을 이용하여 TIN을 구성하는 기본 래디얼 스위프 알고리즘을 설명한다. 제 3장에서는 기본 래디얼 스위프를 보완한 개선된 래디얼 스위프 알고리즘을 소개한다. 제 4장에서는 개선된 래디얼 스위프 알고리즘에 의해 생성된 TIN을 3차원으로 형상화한 결과를 보이고 제 5장에서는 결론 및 향후 연구 방향을 제시한다.

2. 래디얼 스위프 알고리즘

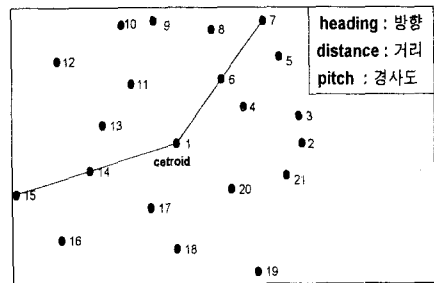
먼저 방대한 DEM 데이터로부터 의미점 추출을 통해 데이터의 양을 감소시킨다. 의미점이란 지형적으로 의미있는 위치의 점을 말하며 산 꼭대기(peak), 웅덩이(pit), 고갯길(pass), 능선(ridge-line), 계곡(ravine-line), 급경사(break), 비탈(slope), 평지(flat)의 8가지로 분류한다.

이렇게 추출된 의미점으로부터 래디얼 스위프 알고리즘에 의한 TIN생성은 2단계로 이루어진다.

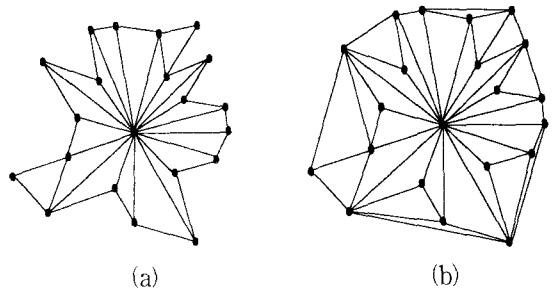
2.1 1 단계(초기 삼각망 구성)

의미점들 중에서 중심점(Centroid)을 찾아내어 그 점과 가까이 있는 점들을 <그림 2.1>과 같이 방향, 거리와 경사도 순으로 정렬한다. 중심점에서 정렬된 점으로 방사(Radiating)를 시작하여 방사된 현재점의 방향이 이전 점의 방향과 같지 않으면 중심점, 현재점과 이전점으로 삼각형을 구성한다. 같은 방향을 가질 경우, 현재점을 스택에 저장후 다른 방향을 가진 점이

발견되면 스택에 저장한 점을 꺼내 삼각형을 구성한다. 이와 같은 방법으로 모든 점들에 대해 삼각형을 만들어간다. 이러한 과정(Initial Radial Sweep)을 수행한 후 만들어진 삼각형들의 모양은 <그림 2.2.a>와 같다. 그러나 이렇게 만들어진 삼각망은 굴곡(Concavity)을 가지고 있어 굴곡을 가진 부분을 채워야만 한다. 이 과정은 외곽선을 갖고 있는 링크드 리스트에 의해 수행된다. 링크드 리스트에서 차례로 세 점이 안쪽으로 각을 이루고 있는지를 검사한다. 안쪽으로 각을 이루고 있을 경우 세점으로 삼각형을 구성하고 두번째 점은 링크드 리스트에서 제거한다. 안쪽으로 각을 이루고 있는 것이 없을때까지 이러한 과정을 반복한다. <그림 2.2.b>



<그림 2.1> 방향, 거리, 경사도에 의한 소팅

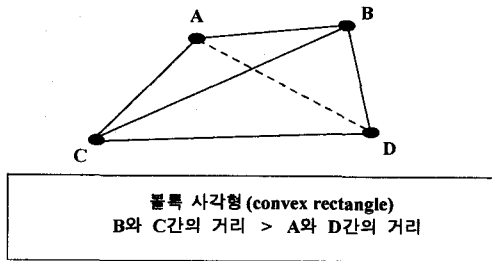


(a) 초기 래디얼스위프(Initial Radial Sweep)
(b) 굴곡을 채운 후(Concavity)

<그림 2.2>

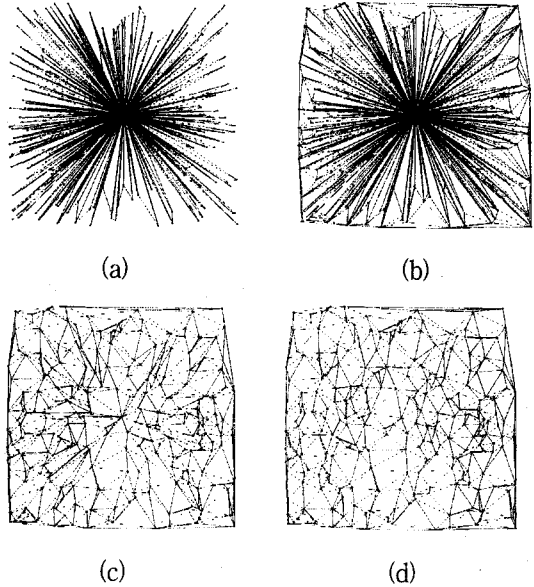
2.2 2 단계(삼각형의 보정)

1단계에서 구성된 TIN의 모양은 예각이 포함된 삼각형의 형태를 갖는다. 이러한 삼각형 모양의 보정은 이웃하는 두 개의 삼각형으로 이루어진 사각형의 두 대각선의 길이를 비교함으로써 행해진다. <그림 2.3>과 같이 삼각형 $\triangle ABC$ 와 삼각형 $\triangle BCD$ 로 구성된 사각형은 두 개의 대각선 \overline{BC} (공유 선분)와 \overline{AD} (고유선분)을 갖는다. 이 두 대각선의 길이를 비교하여 공유선분 \overline{BC} 의 길이가 고유선분 \overline{AD} 의 길이보다 길다면 삼각형의 모양을 보정한다. 즉, 삼각형 $\triangle ABC$ 와 삼각형 $\triangle BCD$ 를 삼각형 $\triangle ABD$ 와 삼각형 $\triangle ACD$ 로 구성하여 준다. 삼각형 모양의 보정이 일어나지 않을때까지 위의 과정을 반복한다.



<그림 2.3> 삼각형의 보정

이와 같은 과정을 거치는 래디얼 스위프에 의한 TIN의 생성과정을 <그림 2.4>에서 보여주고 있다. <그림 2.4.a>는 추출된 의미점들 중 중심점을 찾아 정렬하여 중심점으로부터 정렬한 점들로 차례로 방사(Radiating)하여 생성된 초기의 래디얼 스위프(Initial Radial Sweep)이다. <그림 2.4.b>는 초기 래디얼 스위프에서 굴곡을 채운 후의 모습이다. <그림 2.4.c>는 삼각형 모양 보정 단계에서 전체 삼각형에 대해 첫번째 삼각형 모양의 보정단계를 마친후의 모습이고 <그림 2.8.d>는 모든 삼각형 모양의 보정을 마친 후의 모습이다.



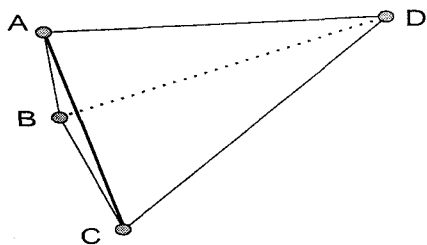
- (a) 초기 래디얼 스위프(Initial Radial Sweep)
- (b) 굴곡(Concavity)을 채운 후
- (c) 첫 번째 삼각형 모양의 보정 단계 후
- (d) 모든 삼각형 모양의 보정을 마친 후

<그림 2.4> 래디얼 스위프 과정

3. 개선된 Radial Sweep 알고리즘

제 2장에서 설명한 래디얼 스위프 알고리즘은 두 단계의 과정을 거쳐 TIN을 구성한다. 그 중 두 번째 단계(삼각형의 보정)에서 사각형을 분할할시 대각선의 길이가 짧은 것을 선택하여 두 개의 삼각형으로 분할한다. 이러한 사각형 분할 방법은 모든 삼각형들의 모양을 자연스럽게 보정하지 못한다. 예를 들어 <그림 3.1>과 같이 삼각형 $\triangle ABC$ 와 삼각형 $\triangle ACD$ 로 구성된 사각형의 두 대각선의 길이를 비교하면 대각선 \overline{AC} 가 대각선 \overline{BD} 보다 짧은 것을 알 수 있다. 그러나 이렇게 대각선 \overline{AC} 로 분할된 삼각형의 모양은 예각을 포함하므로 대각선 \overline{AC} 의 삼각형 $\triangle ABC$ 와 삼각형 $\triangle ACD$ 로 나누는 것보다 대각선 \overline{BD} 에 의해 삼각형 $\triangle ABD$ 와 $\triangle BCD$ 로 나누는 것

이 더 적합하다. 이러한 문제를 해결하기 위해 삼각형 보정단계에서 사각형을 분할할지 최적의 삼각형화 조건을 만족하는 삼각형을 선택하여 분할하는 개선된 래디얼 스위프 방법을 제안한다.



<그림 3.1> 사각형의 분할

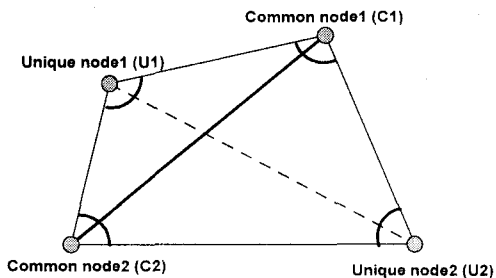
본 논문에서는 한 사각형을 최적으로 분할하기 위하여 최적의 삼각형화 조건을 다음과 같이 정의하였다.

$\triangle ABC$ 에서

$$\left| \frac{\pi}{3} - \angle A \right| + \left| \frac{\pi}{3} - \angle B \right| + \left| \frac{\pi}{3} - \angle C \right|$$

의 값이 0에 근접할수록 최적의 삼각형이다.

즉, 모든 내각이 60° ($\frac{\pi}{3}$)인 정삼각형이 최적의 삼각형이라 할 수 있다.



$\triangle C_2U_1C_1$ 의 최적합 + $\triangle C_1U_2C_2$ 의 최적합
이 $\triangle U_2C_2U_1$ 의 최적합 + $\triangle U_1C_1U_2$ 의 최적합보다 크다.

<그림 3.2> 최적의 삼각형화 조건을 이용한 삼각형의 분할

개선된 래디얼 스위프 알고리즘에서 제안한 사각형의 분할 방법은 <그림 3.2>와 같이 두 대각선에 의해 양분된 두 삼각형의 최적 합의 총합이 작은 것을 선택하여 사각형을 분할한다. 즉, <표 3.1>에 의한 방법으로 구해진 삼각형 $\triangle C_2U_1C_1$ 최적의 합과 삼각형 $\triangle C_1U_2C_2$ 최적의 합의 총합이 삼각형 $\triangle U_2C_2U_1$ 최적의 합과 삼각형 $\triangle U_1C_1U_2$ 최적의 합의 총합보다 크면 두 개의 삼각형 모양을 보정한다. 즉, 삼각형 $\triangle C_2U_1C_1$ 와 삼각형 $\triangle C_1U_2C_2$ 를 삼각형 $\triangle U_2C_2U_1$ 와 삼각형 $\triangle U_1C_1U_2$ 로 구성하여 준다. 대각선의 길이를 비교하는 대신 최적의 삼각형화 조건에 좀더 근접하는 삼각형으로 TIN을 구성함으로써 지형의 모습을 좀 더 자세히 표현하여 줄 수 있다.

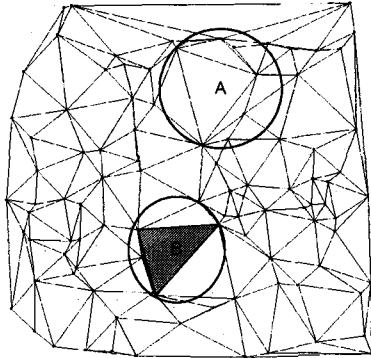
<표 3.1> 삼각형의 최적의 합

$\triangle C_2U_1C_1$ 의 최적의 합 $= \left \frac{\pi}{3} - \angle C_2U_1C_1 \right + \left \frac{\pi}{3} - \angle U_1C_1C_2 \right + \left \frac{\pi}{3} - \angle C_1C_2U_1 \right $
$\triangle C_1U_2C_2$ 의 최적의 합 $= \left \frac{\pi}{3} - \angle C_1U_2C_2 \right + \left \frac{\pi}{3} - \angle U_2C_2C_1 \right + \left \frac{\pi}{3} - \angle C_2C_1U_2 \right $
$\triangle U_2C_2U_1$ 의 최적의 합 $= \left \frac{\pi}{3} - \angle U_2C_2U_1 \right + \left \frac{\pi}{3} - \angle C_2U_1U_2 \right + \left \frac{\pi}{3} - \angle U_1U_2C_2 \right $
$\triangle U_1C_1U_2$ 의 최적의 합 $= \left \frac{\pi}{3} - \angle U_1C_1U_2 \right + \left \frac{\pi}{3} - \angle C_1U_2U_1 \right + \left \frac{\pi}{3} - \angle U_2U_1C_1 \right $

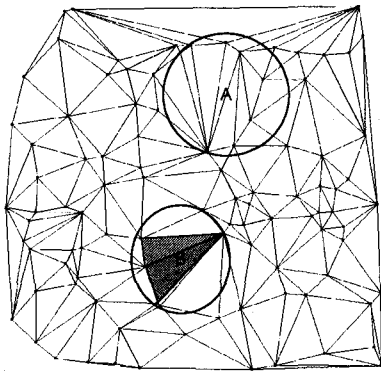
아래의 그림은 무작위로 추출된 100개 점들로부터 생성된 TIN의 모습이다. <그림 3.3.a>가 기본 래디얼 스위프 알고리즘에 의해 생성된 삼각망의 모습이고 <그림 3.3.b>가 개선된 래디얼 스위프 알고리즘에 의한 삼각망의 모습이다.

<그림 3.3>에서 원으로 나누어진 A지역의 경우 기본 래디얼 스위프보다 개선된 래디얼 스위프에 의해 만들어진 TIN의 형태가 더 자세하게 삼각망을 표현하고 있다. 그리고 B지역에 있는 사각형을 비교하여 보

면 기본 래디얼 스유프에 의해 나누어진 삼각형의 모양은 예각을 가지고 있으나 개선된 래디얼 스유프에 의해 나누어진 삼각형의 모양은 최적의 삼각형에 가까운 형태를 가진다.



(a) 기본 래디얼 스유프에 의한 TIN의 생성



(b) 개선된 래디얼 스유프에 의한 TIN의 생성

<그림 3.3> 기본 래디얼 스유프 vs 개선된 래디얼 스유프

4. 구현 결과

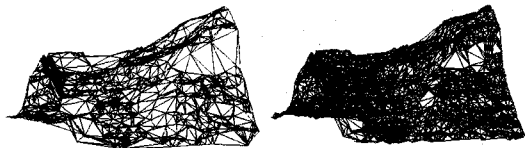
본 연구의 알고리즘의 구현을 위해 사용한 H/W로는 SGI extme 2이고 UI를 위해 X Windows를 이용하였다. C언어를 사용하여 프로그램 구현하였고 셰이딩을 위해 Silicon Graphic사에서 제공하는 OpenGL을 사용하였다.

4.1 상세도 레벨에 따른 지형의 모습 변화

<그림 4.1>와 <그림 4.2>는 100 × 100 DEM 데이터에서 상세도 레벨에 따라 추출된 의미점들을 TIN으로 형성하여 선 구조 형상과 푹 셰이딩에 의해 표현한 3차원 지형의 모습이다. 상세도 레벨에 따른 한계치와 의미점의 갯수는 <표 4.1>과 같다. 그림에서 확인할 수 있듯이 한계치 값의 설정에 따라 지형의 세밀도를 조절할 수 있다.

<표 4.1> 상세도 레벨에 따른 한계치와 의미점의 갯수

상세도 한계치	레벨 1	레벨 2	레벨 3
Tpeak	50	30	0
Tpit	65	50	30
Tpass	40	30	20
Tridge	50	30	10
Travine	50	30	10
Tbreak	50	30	0
Tslope	100	50	30
Tflat	8	20	30
의미점의 갯수	1368	4933	8595



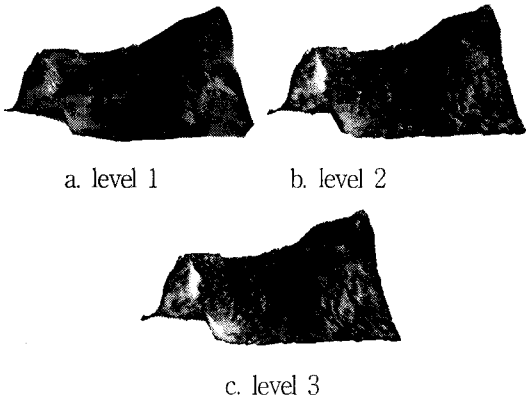
a. level 1

b. level 2



c. level 3

<그림 4.1> 상세도 레벨에 따른 지형의 모습 (선구조 형상)



<그림 4.2> 상세도 레벨에 따른 지형의 모습 (풍 셰이딩)

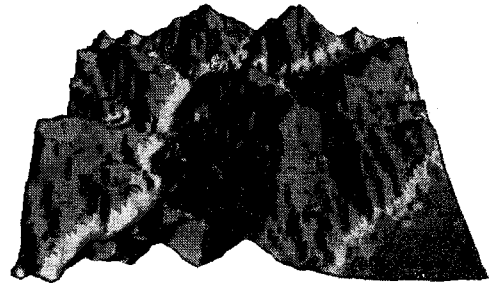
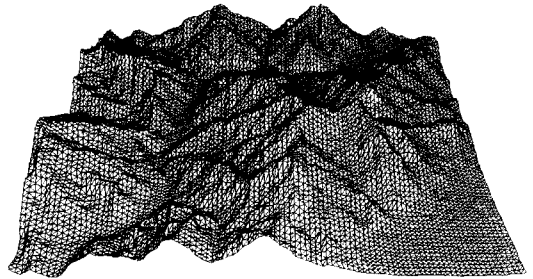
4.2 개선된 래디얼 스위프에 의한 3차원 지형 모델링

상세도 한계치	레벨 1	레벨 2	레벨 3
Tpeak	50	30	0
Tpit	65	50	30
Tpass	40	30	20
Tridge	50	30	10
Travine	50	30	10
Tbreak	50	30	0
Tslope	100	50	30
Tflat	8	20	30
의미점의 갯수	1368	4933	8595

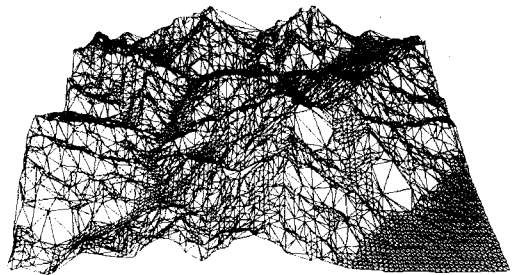
4.2.1 기본 래디얼 스위프 알고리즘과 개선된 래디얼 스위프 알고리즘 비교

<그림 4.3>는 100 x 100의 DEM을 이용하여 사각 그리드로 표현한 지형의 모습이다. TIN의 생성을 위해 10000개의 점로부터 추출된 의미점 수는 5012개이다. 사용한 셰이딩 방법은 각 삼각형의 노말을 이용하여 보간법에 의해 셰이딩하는 풍 셰이딩을 사용하였고 고도 값에 따라 지형의 색깔을 구분하였다. <그림 4.4>는 추출된 의미점으로부터 기본 래디얼 스위프에 의해 TIN을 구성한 모습이고 <그림 4.5>은 개선

된 래디얼 스위프에 의해 TIN을 구성한 모습이다. 사각 그리드로 표현된 지형(<그림 4.3>)와 기본 래디얼 스위프 알고리즘에 의해 생성된 TIN으로 표현된 지형(<그림 4.4>)을 비교하여 보면 <그림 4.4>가 지형의 굴곡을 좀 더 자연스럽게 나타내고 있다. 또한 <그림 4.4> 보다 개선된 래디얼 스위프 알고리즘에 의해 생성된 TIN으로 표현된 지형(<그림 4.5>)이 지형을 좀 더 자세하게 표현하고 있음을 알 수 있다.



<그림 4.3> 사각그리드에 의한 모델링/렌더링



5. 결론

본 논문에서는 DEM 데이터에서 중요한 의미점을 추출하여 불규칙 삼각망의 형태로 구성된 TIN(Triangle Irregular Network)에 의한 방법중 래디얼 스위프에 의한 방법을 개선한 알고리즘을 제시하였다. 기본 래디얼 스위프 알고리즘은 삼각형 모양의 보정시 이웃하는 두 삼각형이 공유하는 대각선의 길이와 공유하지 않는 대각선의 길이를 비교하여 공유하는 대각선의 길이가 더 길다면 두 삼각형 모양을 보정하여 TIN을 재구성하였다. 본 연구에서 제안한 개선된 래디얼 스위프 알고리즘은 삼각형 모양 보정시 대각선의 길이가 아닌 최적의 삼각형화 조건을 이용하였다. 즉 삼각형이 공유하는 대각선에 의해 나누어진 두 삼각형의 최적의 합과 공유하지 않는 대각선에 의해 나누어진 두 삼각형의 최적의 합을 비교하여 공유한 대각선으로 나누어진 삼각형의 최적의 합이 크면 삼각형의 모양을 보정하였다.

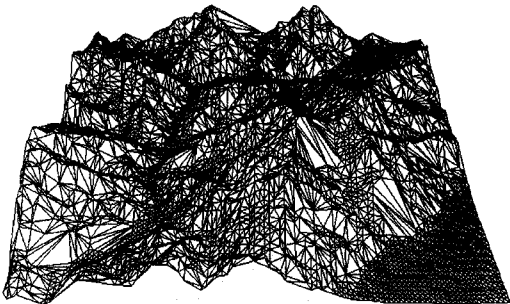
개선된 래디얼 스위프 알고리즘에 의해 생성된 TIN은 기본 래디얼 스위프 알고리즘에 의해 생성된 TIN보다 좀 더 지형의 특징을 정확히 표현한다는 사실을 구현 영상을 비교하여 알 수 있었다. 그러나 개선된 래디얼 스위프 알고리즘이 더 정확한 지형 모델링을 이룬다는 것을 시각적으로 확인할 수 있었으나 이에 대한 정량적 분석방법에 의한 연구가 수행되어야 할 것이다. 또한, 평지 데이터의 양을 줄이기 위해 추출된 평지 데이터의 외곽선을 찾아내어 하나의 평면으로 구성하여주는 방법의 연구가 필요하며, 토목 및 건설 등 엔지니어링 분야에서의 사용을 위해 생성된 3차원 지형으로부터 면적 계산, 절토량 계산등의 응용 프로그램을 개발이 필요하다.

참 고 문 헌

1. B. K. Choi and H. Y. Shin, "Triangulation of scattered data in 3D space", Computer-aided design, Vol. 20, No. 5, pp. 239-248, 1988.



<그림 44> 기본 래디얼 스위프 알고리즘에 의한 모델링/렌더링



<그림 45> 개선된 래디얼 스위프 알고리즘에 의한 모델링/렌더링

2. McCormick. B. H., T. A. DeFanti, and M. D. Brown, "Visuaization in Scientific Computing", *Computer Graphics*, vol. 21, No. 6, 1987.
3. L. De Floriani et al., "Extracting Contours from a Hierarchical Surface Model", *Eurographics '93*, Vol. 12, No. 3, pp. c-249-c-260, 1993.
4. A. Fournier and D. Y. Montuno, "Triangulating Simple Polygons and Equivalent Problems", *ACM Translations on Graphics*, Vol. 3, No. 2, pp. 153-174, 1984.
5. B. Joe, "Construction of three-dimensional Delaunay triangulations using local transformations", *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 8, pp. 123-142, 1991.
6. D. T. Lee and C. K. Wong, "Voronoi diagrams in $L_1(L_\infty)$ matrices with 2-dimensional storage applications", *Siam J. Comput.*, Vol. 9, No. 1, pp. 200-211, 1980.
7. A. Mirante and N. Weingarten, "The radial sweep algorithm for constructing triangulated irregular networks", *IEEE Computer Graphics & Application*, Vol. 2, pp. 11-21, 1982.
8. T. K. Peucker and D. H. Douglas, "Detection of surface-specific points by local parallel processing of discrete terrain elevation data", *Computer Vision Graphics and Image Processing*, Vol. 4, pp. 375-387, 1975.
9. F. Schmitt, X. Chen and W. H. Du, "Geometric Modelling from Range Image Data", *Eurographics '91*, Vol. 10, pp. 317-328, 1991.
10. R. C. Veltkamp, "3D Computational Morphology", *Eurographics '93*, Vol. 12, No. 3, pp. c-115-c-127, 1993.
11. Lee J. "Comparison of existing methods for building trianglat irregular network models of terrain from grid digital elevation models.", *Int. J. of GIS* 5(3), 267-285, 1991.