

□ 論 文 □

지체최소화를 위한 도시간선도로 좌회전현시체계 최적화에 관한 연구

The Optimization of Left-Turn Phase Sequences on Signalized Arterials for Minimum Delay

金 永 燦

(서울시립대학교 도시공학과 조교수)

辛 彥 教

(서울시립대학교 도시공학과 박사과정)

목 차

- I. 서론
- II. 관련연구 검토
- III. 모형의 개발
 - 1. 기본전제 및 용어 설명
 - 2. 목적함수
 - 3. 제약조건
 - 4. 모형의 최종형태
- IV. 모형의 평가
 - 1. 평가절차
 - 2. 평가시나리오 작성
 - 3. 평가결과
- V. 결론 및 제언

요 약

도시간선도로의 신호시간요소를 계획하는 방법은 크게 3가지로 나뉜다. 이들은 통과폭최대화모형, 지체도최소화모형 그리고 이들 두가지 모형의 통합모형으로 구분된다. 기존의 통합모형은 지체를 줄이기 위하여 최대통과폭모형인 PASSER-II로 최적화된 좌회전현시순서를 TRANSYT-7F에 사용하는 방법이다. 그러나 통과폭최대화모형과 기존의 통합모형은 지체를 최소화해주지 못하고, 반면에 지체도 최소화모형인 TRANSYT-7F는 좌회전현시순서를 최적화시켜주지 못하는 단점을 가지고 있다. 따라서 본 연구의 목적은 기존 모형들이 갖고 있는 단점을 극복하기 위하여 좌회전현시를 최적화하면서 지체를 최소화해줄 수 있는 새로운 모형(KS_SIGNAL)을 개발하는데 있다. 개발된 모형은 MAXBAND 등과 같은 최대통과폭모형을 발전시킨 혼합정수계획법 형태를 갖는다. 평가결과에 의하면 개발된 모형으로 최적화된 좌회전현시순서를 TRANSYT-7F에 사용할 경우 TRANSYT-7F나 PASSER-II와 TRANSYT-7F를 통합한 기존 모형들보다 지체를 줄일 수 있는 것으로 나타났다.

I. 서론

간선도로의 교통신호제어를 위한 변수로는 주기길이, 현시분할, 오프셋, 좌회전현시패턴등 4가지가 있다. 이 중에서 녹색신호시간, 오프셋, 주기는 신호최적화 요소로서 널리 사용되나, 좌회전현시패턴은 거의 활용되지 않고 있다. 좌회전현시 최적화 문제는 주로 통과폭을 최대화하기 위한 연동화모형과 더불어 연구가 수행되어 왔다. 그러나 연동화모형은 간선도로에 적합한 연동화를 제공하기 위하여 부도로 교통류의 영향을 고려하지 못하므로 간선도로 전체의 지체를 최소화 시켜주지 못한다. 통과폭최대화모형(Bandwidth-based Model)은 교통량이 적을 때에는 효과가 있으나 교통량이 증가할수록 그 효과는 저하되므로 통과폭 대신 지체와 정지등의 최적화가 이루어져야 한다는 이론이 주류를 이루고 있다.¹⁾

최근에는 통과폭최대화모형보다는 지체도최소화모형(Delay-based Model)이 보편적으로 사용되고 있는데, 지체도최소화모형은 좌회전현시순서를 최적화시켜주지 못하는 단점을 가지고 있다. 신호최적화 프로그램으로 널리 활용되고 있는 TRANSYT-7F²⁾는 전형적인 지체도최소화모형인데, 좌회전현시순서는 사전에 입력되어야 하며 프로그램내부에서 최적화되지 못한다. 이는 최적화모형의 속성상 좌회전현시순서의 최적화를 수용할 수가 없기 때문이다. 한편 MAXBAND³⁾나 PASSER-II⁴⁾등과 같은 통과폭최대화모형은 통과폭을 최대화시키는 개별 교차로의 최적현시순서를 산출할 수 있다. 본 연구의 문제제기는 간선도로 신호시간계획에서 통과폭을 최대화시켜주는 현시순서가 존재하므로, 지체도를 최소화시켜주는 현시순서도 존재할 수 있다는데 있다. 본 연구에서는 지체를 최소화하는 좌회전현시순서 최적화모형을 개발하고 평

가를 통하여 현시순서최적화를 통하여 지체도를 감소시키는 신호시간을 제시하는데 목적이 있으므로 시뮬레이션모형 개발은 제외하였다.

II. 관련연구 검토

도시간선도로의 신호최적화모형은 지체도최소화모형과 통과폭최대화모형으로 구분된다. 지체도최소화모형은 좌회전현시순서를 최적화시켜주지 못하고 통과폭최대화모형은 지체를 최소화하는 녹색시간 최적화가 안되므로 이 두모형을 같이 사용하여 좌회전현시순서 최적화와 지체를 줄이는 방안도 최근 제시되고 있다. 지체도최소화모형은 거시적 교통류모형을 이용하여 간선도로의 지체와 정지수 등을 최소화하는 모형으로 TRANSYT-7F, SIGOP-II 등이 있다.⁵⁾ 통과폭최대화모형은 혼합정수계획법을 이용하여 통과폭을 최대화하는 모형으로 MAXBAND, MULTIBAND⁶⁾ 등이 있으며, 통과폭을 최대화한 다음 지체도 감소를 위한 조정을 실시하는 PASSER-II^{7,8)}가 있다. PASSER-II와 TRANSYT-7F를 통합하여 동일한 환경에서 사용하도록 한 동시모형으로는 AAP(Arterial Analysis Package)⁹⁾가 대표적이다. 간선도로 신호최적화를 위해서 전통적으로 통과폭최대화모형이 많이 사용되어 왔으나, 최근에는 지체를 최소화해주는 지체도최소화모형을 많이 사용하고 있다. 그러나 지체도최소화모형은 중첩현시(overlap phase)나 좌회전현시순서를 최적화시켜주지 못하는 한계가 있으므로, 이들 두가지 모형의 장점을 선택적으로 이용하여 단계적으로 사용하는 통합모형의 사용으로 어느정도 지체 감소 효과는 보고 있는 것으로 연구결과들이 나와 있다.

이러한 통과폭최대화모형의 좌회전현시순서

를 지체최소화모형에 적용한 주요 연구로 Cohen과 Mekemson은 MAXBAND 모형으로 최적화된 좌회전현시순서를 TRANSYT-7F와 SIGOP에 포함시켜 지체도를 줄이는 연구를 수행하여 두가지 경우 모두 지체를 줄일 수 있는 가능성을 보여주었다.^{10,11)} Rogness와 Messer는 PASSER-II로 최적화된 좌회전현시순서를 사용하여 TRANSYT-7F로 최적화한 경우와 TRANSYT-7F만으로 최적화한 결과를 비교하여 전자가 우수하다는 결론을 내렸다.¹¹⁾ Skabardonis와 May는 TRANSYT-7F, MAXBAND와 PASSER-II 등의 최적신호결과들을 비교하여 고정현시때에는 TRANSYT-7F가 가장 우수하나 다른모형들의 최적신호결과를 이용할 경우 더 좋은 결과를 얻을수 있다는 것을 보여주었다.¹²⁾

전술한 바와 같이 통과폭최대화모형의 좌회전현시순서를 지체도최소화모형인 TRANSYT-7F에 입력변수로 사용하여 어느정도는 개선된 효과를 나타냈고 AAP등이 개발되어 이러한 접근방법이 편리하게 사용될 수 있으나, 통과폭최대화를 위한 현시순서를 사용하는 것보다 지체도를 최소화하는 현시순서를 구해내면 지체도를 한층 감소시킬 수 있다고 판단되어 본 연

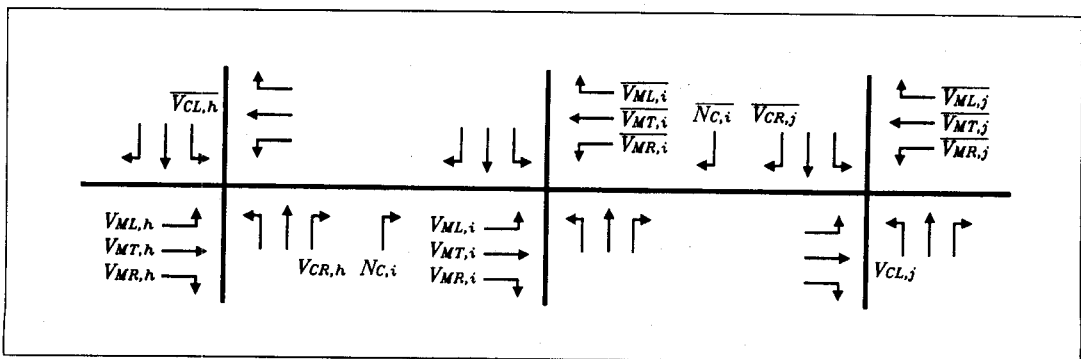
구가 실시되었다.

Ⅲ. 모형의 개발

통과폭모형에 의한 좌회전현시 최적화는 원칙적으로 지체를 최소화시키지 못하므로, 본 연구는 지체를 최소화하는 좌회전현시순서를 산출하는 모형을 개발하고자 수행되었다. 개발된 도시간선도로의 신호최적화모형(KS_SIGNAL)은 지체를 최소화하면서 연동화신호체계를 최적화하는 모형으로서 전통적인 통과폭모형을 지체를 고려할수 있도록 개선한 모형으로 혼합정수계획법[mixed Integer Linear Programming(MILP)]을 사용한다. 이러한 접근은 전체최적해를 보장해주게 된다.

1. 기본전제 및 용어 설명

본 모형에서 고려하는 교통류는 상류교차로의 간선도로 직진교통량, 교차도로에서 간선도로로 진입되는 회전교통량 및 링크내에서의 진입교통량으로 구분되는데 이를 그림으로 나타내면 <그림1>과 같다.



<그림 1> 교통류 구분

<그림 1>에서 사용된 용어는 다음과 같이 정의된다.

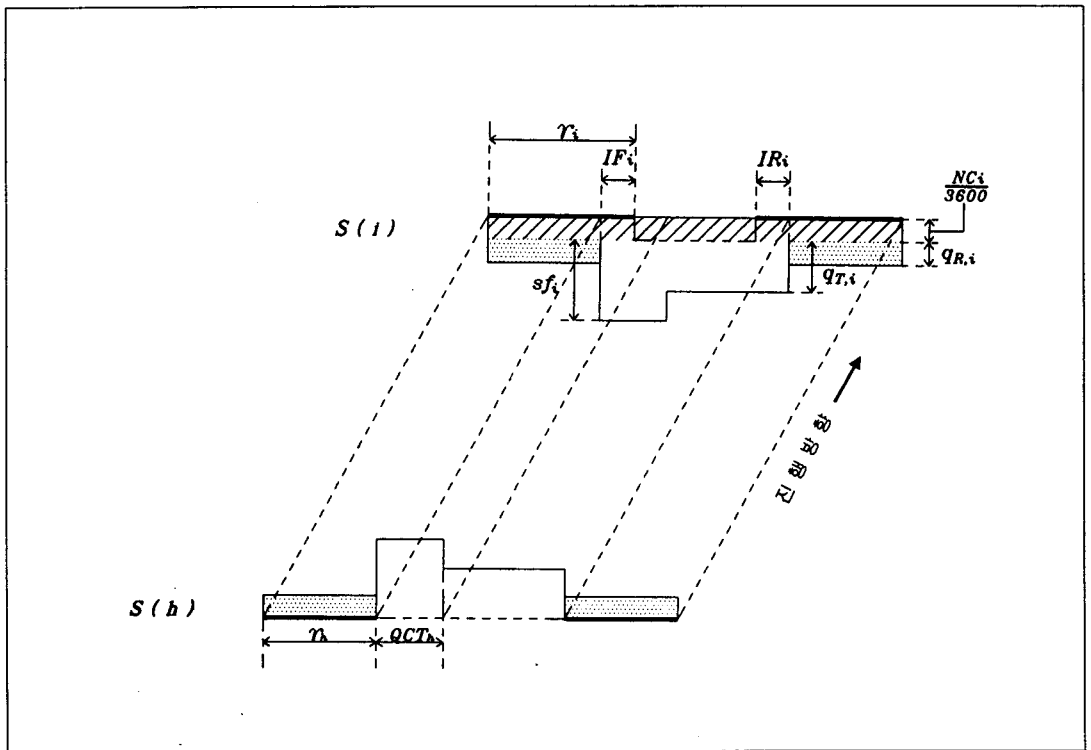
$V_{MT,h}(\overline{V_{MT,j}})$ = i 교차로 상류교차로의 진행방향(outbound)(반대방향(inbound)) 직진교통량

$V_{CR,h}(\overline{V_{CR,j}})$ = i 교차로 상류교차로 교차도로에서의 진행방향(반대방향) 우회전교통량

$V_{CL,h}(\overline{V_{CL,j}})$ = i 교차로 상류교차로 교차도로에서의 진행방향(반대방향) 좌회전교통량

$NC_i(\overline{NC_i})$ = i 교차로 상류링크내에서 진행방향(반대방향) 진출입교통량

상류교차로에서의 차량출발은 두개의 차량군(platoon) 형태로 출발한다고 가정하였으며, <그림 2>와 같다. 전반부는 교차로에서 대기하던 차량들이 출발하여 포화교통류율이 되며 후반부는 직진교통류의 평균교통류율로 표현된다. 링크 중간의 진출입교통량은 모든 시간대에 균일하게 분포되는 것으로 간주하였다. 차량군분산(platoon dispersion)은 일어나지 않는 것으로 가정하였다.



<그림 2> 차량 출발 및 도착형태

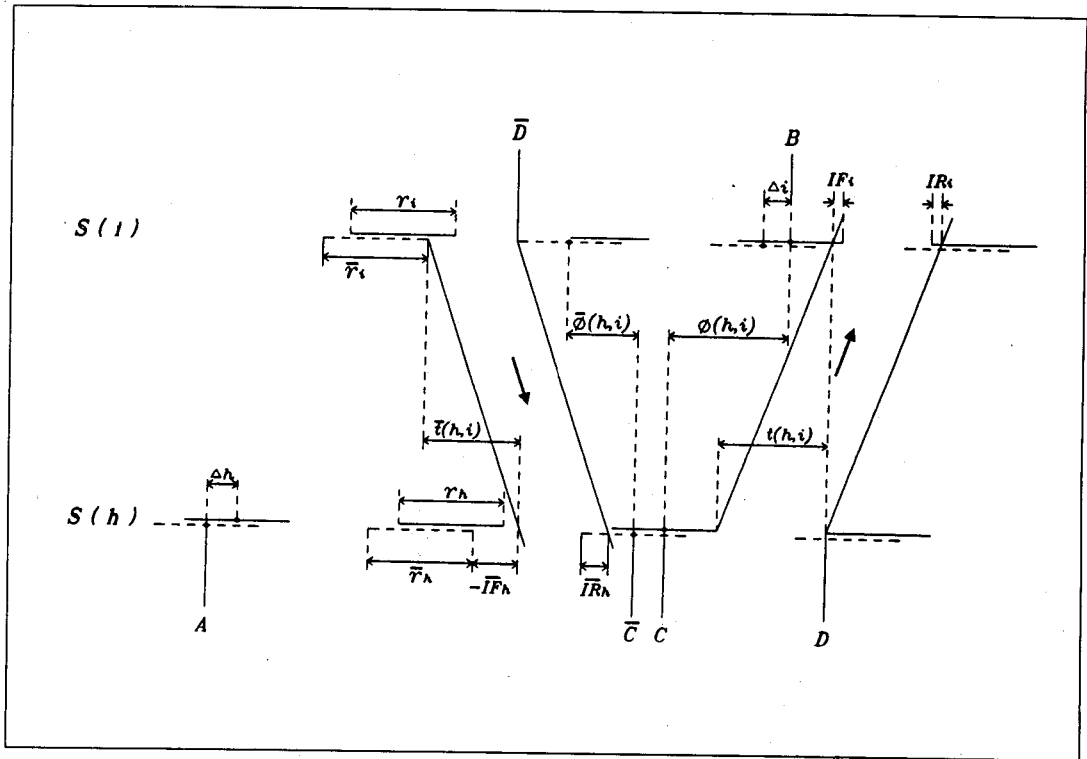
<그림 2>에서 사용된 용어는 다음과 같다.
 $q_{T,i}$ = i 교차로 상류교차로에서의 평균직진

교통류율
 $q_{R,i}$ = i 교차로 상류교차로에서의 평균회전

교통류율

$SF_i = i$ 교차로 상류교차로의 포화교통류율의 평균 교통류율
 링크상의 교통상황을 시공도에 나타내면 <그림3>

과 같다. 실선은 진행방향 신호시간, 점선은 반대방향 신호시간을 나타내며, 상향이 진행방향, 하향이 반대방향을 나타낸다. 이러한 차량진행 시공도는 모형에서 선형제약조건식을 산정하는데 사용된다.



<그림 3> 차량진행 시공도

<그림 3>에서 사용된 용어는 다음과 같이 정의된다.

$S(i) = i$ 번째 신호

$r_i(\bar{r}_i) = i$ 번째 신호에서의 진행방향(반대방향) 적색시간으로 주기에 대한 비율

$IF_i(\bar{IF}_i) = i$ 번째 신호에서의 진행방향(반대방향) 전방직진방해시간으로 주기에 대한 비율

$IR_i(\bar{IR}_i) = i$ 번째 신호에서의 진행방향(반대

방향) 후방직진방해시간으로 주기에 대한 비율

$t(h, i)[\bar{t}(h, i)] = S(h)[S(i)]$ 에서 $S(i)[S(h)]$ 까지의 진행방향(반대방향) 차량진행시간으로 주기에 대한 비율

$\phi(h, i)[\bar{\phi}(h, i)] =$ 노드간 윗셋, 신호 $S(h)[S(i)]$ 의 적색시간 중심에서 진행방향(반대방향)으로 특정

$S(i)[S(h)]$ 의 적색신호 중심까지의 시간으로 주기에 대한 비율

$\Delta_i =$ 노드내 읍셋 \bar{r}_i 의 중심에서 가장 가까운 r_i 의 중심까지의 시간으로 주기에 대한 비율
 $\overline{IF}_i, \overline{IF}_i, \overline{IR}_i, \overline{IR}_i$ 는 직진방해시간으로 직진차량 흐름을 방해할 때 양의 값을 가지며, 방해하지 않을 때는 음의 값을 가지는 변수(free variable)이며 노드내 읍셋인 Δ_i 값은 중첩현시를 나타내는데 r_i 의 중심이 \bar{r}_i 의 중심 오른쪽에 있을 때 양의 값을 갖는다. $\phi(h, i), \bar{\phi}(h, i)$ 는 노드간 읍셋으로 시간의 기준을 적색시간의 중심으로 하였다.

2. 목적함수

본 모형개발의 목적은 혼합정수계획법을 이용하여 지체도최소화 신호모형을 만드는데 있다. 본 모형에서는 차량지체를 발생시키는 적색시간을 전방직진방해시간, 후방직진방해시간, 회전차량방해시간으로 구분하였다. 이들을 각각 차량도착률에 따라 차등적용하므로써 지체를 간접적으로 묘사하였는데 이에 따른 N 개 교차로를 갖는 목적함수는 다음과 같다.

$$\min \sum_{i=1}^{i=N} [\alpha_i IFP_i + \beta_i IRP_i + \gamma_i (r_i - IFP_i - IRP_i) + \bar{\alpha}_i \overline{IFP}_i + \bar{\beta}_i \overline{IRP}_i + \bar{\gamma}_i (\bar{r}_i - \overline{IFP}_i - \overline{IRP}_i)] \quad (1)$$

여기서, $IFP_i, IRP_i, \overline{IFP}_i, \overline{IRP}_i$ 는 <그림3>에서 설명된 직진방해시간의 비음(nonnegative) 조건을 만족시켜주는 실수변수인데 다음절의 직진방해제약조건에서 자세히 설명된다. 그리고 α, β, γ 는 각각 전방직진방해시간, 후방직진방해시간, 회전차량방해시간에 대한 가중치로서 가중치와 직진방해시간의 곱은 지체를 묘사해 주기 때문에 위의 목적함수는 지체를 최소화 해준다.

이들 가중치들은 지체를 산출하기 위한 상수들로서 <그림2>에서 차량지체를 유발하는 적색시간을 상류교차로로부터 직진차량이 도착하는 시간대에 대한 가중치 (α, β)와 회전차량이 도

착하는 시간대의 가중치(γ)를 차등적용하는데 1차적 목표가 있고, 직진차량이 도착하는 시간대라 하더라도 차량군의 시작부에 대한 가중치(α)와 종점부의 가중치(β)에 대한 차이를 두는데 있다. 본 연구에서는 α, β, γ 값을 산정하는데 있어 직진차량 전반부의 도착시간대인 α_i 값은 포화교통도착률유을 적용하고 직진차량 후반부의 도착시간대인 β_i 값은 직진차량 평균도착률을 고려하여 산정하였다. α, β 의 산정에 있어 교통량이 적을때는 차이가 클것이나 교통량이 증가됨에 따라 그 차이는 줄어든다.

$\beta_i, \bar{\beta}_i$ 값 산정

$$\beta_i = V_{MT, h} / (g_h \times 3600) + NC_i / 3600$$

$$\bar{\beta}_i = \overline{V}_{MT, j} / (\bar{g}_j \times 3600) + \overline{NC}_i / 3600$$

$$NC = (V_{MT, h} + V_{CR, h} + \sqrt{V_{CL, h}}) - (V_{MT, i} + V_{MR, i} + V_{ML, i})$$

$$\overline{NC} = (\overline{V}_{MT, j} + \overline{V}_{CR, j} + V_{CA, j}) - (\overline{V}_{MT, i} + \overline{V}_{MR, i} + \overline{V}_{ML, i})$$

여기서 $g_h(\bar{g}_j) = i$ 교차로 상류교차로의 진행방향(반대방향) 녹색시간으로 주기에 대한 비율

$\alpha_i, \bar{\alpha}_i$ 값 산정

동일교차로라 하더라도 방향별 교통량이 다른 경우에 $\alpha, \bar{\alpha}$ 값을 차등 적용하기 위하여 직진차량도착률이 큰쪽은 포화교통류유에 의한 차량도착률로 간주하고 작은쪽의 경우에는 큰쪽의 값에 직진차량비율을 곱하여 구한다.

$\beta_i \geq \bar{\beta}_i$ 인 경우

$$\alpha_i = SH_h N_h / 3600$$

$$\bar{\alpha}_i = \alpha_i (\bar{\beta}_i / \beta_i)$$

$\beta_i \leq \bar{\beta}_i$ 인 경우

$$\bar{\alpha}_i = \overline{SH}_j \overline{N}_j / 3600$$

$$\alpha_i = \bar{\alpha}_i (\beta_i / \bar{\beta}_i)$$

여기서 $SH_h(\overline{SH}_j) =$ 교차로 상류교차로의 진행방향(반대방향) 포화교통류유

$N_h(\bar{N})$ = 교차로 상류교차로의 진행방향(반대 방향) 직진차선수

$\gamma_i, \bar{\gamma}_i$ 값 산정

$$\gamma_i = (V_{R,h} + V_{L,h}) / (T_h \times 3600) + NC_i / 3600$$

$$\bar{\gamma}_i = (V_{R,i} + V_{L,i}) / (\bar{T}_i \times 3600) + \bar{N}C_i / 3600$$

여기서 $T_h(T_i) = i$ 교차로 상류교차로의 진행 방향(반대방향) 적색시간으로 주기에 대한 비율
위와 같이 설정된 목적함수로 인하여 지금까지 지체모형에서 비선형으로만 산출이 가능했던 지체를 선형계획법에 의하여 개략적인 산출이 가능하게 되었다.

3. 제약조건(constraints)

선형계획법은 목적함수외에 여러 제약조건을 수반하게 되는데 앞에서 설정된 목적함수를 제약하는 변수들은 다음과 같이 5가지로 구성된다.

1) 기하학적 제약조건(geometric constraints)

기하학적 제약조건은 간선도로가 양방향 연동신호체계로 운영이 되기 위하여 만족되어야 하는 조건으로 <그림3>으로부터 구해지는데 모든 시간변수들은 주기에대한 비율로 표현된다.

<그림3>의 A에서 B까지의 시간을 정수 m, k, l 을 이용하여 방향별로 구하면 다음과 같다.

A에서 B까지의 시간(진행방향)

$$= \Delta h + k_i C + \phi(h, i)$$

A에서 B까지의 시간(반대방향)

$$= \Delta i + n_i C - \bar{\phi}(h, i) + l_i C$$

위에서 구한 방향별 시간은 같기 때문에 새로운 정수 m_i 를 이용하면 다음 식(2)와 같은 식을 얻는데 이를 루프제약식(Loop Equation)이라하고 m_i 를 루프정수(Loop Integer)라고 하는데 이는 방향별 읍셋을 합하면 주기의 정수배가 되어야 한다는 것을 의미한다.

$$\Delta h - \Delta i + \phi(h, i) + \bar{\phi}(h, i) = m_i \quad (2)$$

위와 같은 방법으로 C에서 D까지의 시간을 방향별로 구하여 정리하면 아래와 같은 식을 구할 수 있다.

$$\phi(h, i) = t(h, i) + IF_i + 1/2 r_h - 1/2 r_i \quad (3)$$

마찬가지로 \bar{C} 에서 \bar{D} 까지의 시간을 이용하여 아래식을 얻을 수 있다.

$$\bar{\phi}(h, i) = \bar{t}(h, i) + \bar{I}R_h + 1/2 \bar{r}_h - 1/2 \bar{r}_i \quad (4)$$

식(3)과 식(4)을 식(2)에 대입하면 아래 식(5)와 같은 새로운 루프제약식을 구할 수 있다.

$$\Delta h - \Delta i + t(h, i) + \bar{t}(h, i) + IF_i - \bar{I}R_h + 1/2 (r_h + \bar{r}_h) - 1/2 (r_i + \bar{r}_i) = m_i \quad (5)$$

2) 신호주기 제약조건(common cycle length constraints)

간선도로상의 수개 교차로가 연동신호체계로 운영되기 위해서는 모든 교차로의 신호주기가 같아야 한다. <그림3>에서 이러한 조건을 만족하기 위해서는 다음과 같은 제약조건이 필요하다.

$$1 - r_h = IF_i + (1 - r_i) + IR_i \quad (6-a)$$

$$1 - \bar{r}_i = \bar{I}R_h + (1 - \bar{r}_h) + \bar{I}R_i \quad (6-b)$$

3) 직진방해시간 제약조건(through interference interval constraints)

<그림3>에서 IF_i, IR_i 는 한 주기내에 존재하여야 하므로 다음과 같은 제약조건을 만족하여야 한다.

$$-(1 - r_i) \leq IF_i \leq r_i \quad (7-a)$$

$$-(1 - \bar{r}_h) \leq IR_h \leq \bar{r}_h \quad (7-b)$$

$$-(1 - r_h) \leq IF_h \leq r_h \quad (7-c)$$

$$-(1 - \bar{r}_i) \leq IR_i \leq \bar{r}_i \quad (7-d)$$

그런데 IF_i, IF_h, IR_i, IR_h 들은 양의 값을 가질 때는 그대로 목적함수에 사용되어도 되나 지체는 비음(non-negativity) 이어야 하므로 음의 값인 경우에는 본래값 대신 0으로 대치되어 사용되어야 한다. 이를 위해서 다음과 같이 새로운

변수로 치환한다.

$$IFP_i = \max \{0, IF_i\}, \overline{IFP}_i = \max \{0, \overline{IF}_i\}$$

$$IRP_i = \max \{0, IR_i\}, \overline{IRP}_i = \max \{0, \overline{IR}_i\}$$

위 제약조건들은 선형으로 표현하기 위하여, 각 식들은 다음과 같은 4개의 선형식으로 전환한다.

$$IFP_i(\overline{IFP}_i) \geq 0 \quad (8-a(a'))$$

$$IFP_i(\overline{IFP}_i) \geq IF_i(\overline{IF}_i) \quad (8-b(b'))$$

$$IFP_i(\overline{IFP}_i) \geq MZ_{fi}(\overline{Z}_{fi}) \quad (8-c(c'))$$

$$IFP_i(\overline{IFP}_i) - IF_i(\overline{IF}_i) \leq M(1 - Z_{fi}(\overline{Z}_{fi})) \quad (8-d(d'))$$

$$IRP_i(\overline{IRP}_i) \geq 0 \quad (8-e(e'))$$

$$IRP_i(\overline{IRP}_i) \geq IR_i(\overline{IR}_i) \quad (8-f(f'))$$

$$IRP_i(\overline{IRP}_i) \geq MZ_{ni}(\overline{Z}_{ni}) \quad (8-g(g'))$$

$$IRP_i(\overline{IRP}_i) - IR_i(\overline{IR}_i) \geq M(1 - Z_{ni}(\overline{Z}_{ni})) \quad (8-h(h'))$$

여기서 $Z_{fi}, Z_{ni}, \overline{Z}_{fi}, \overline{Z}_{ni} = 0-1$ 변수

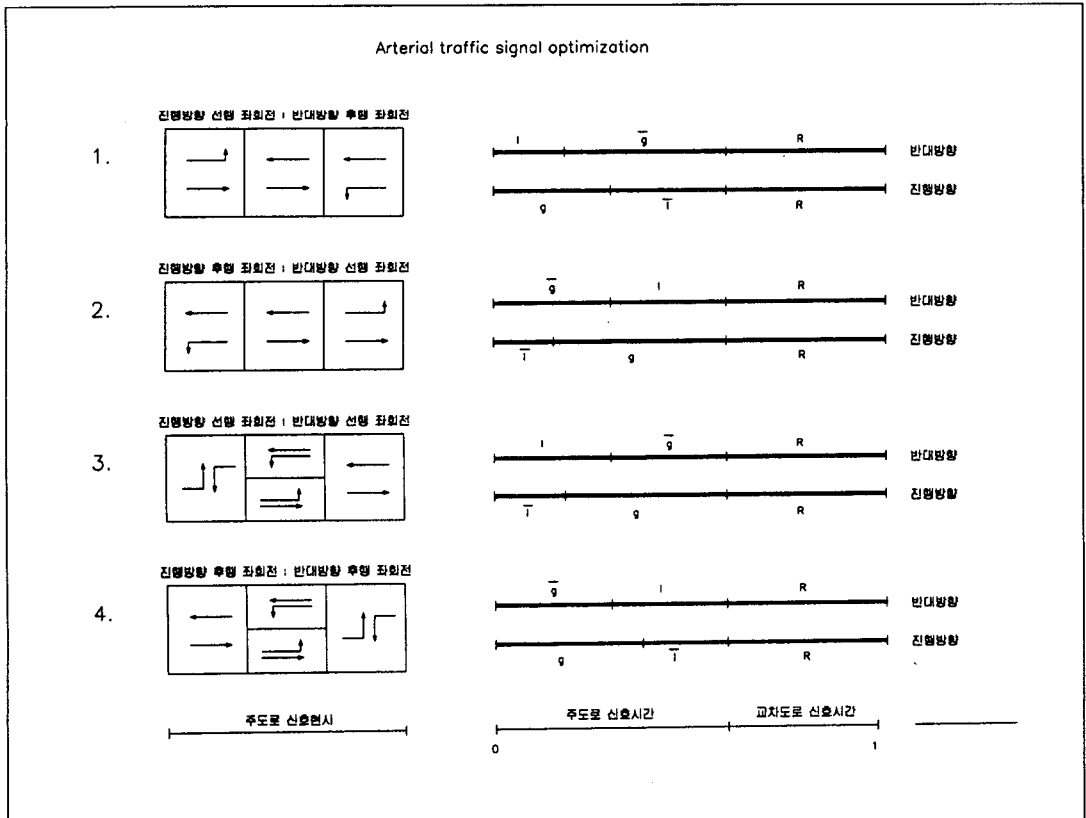
($Z_{fi} = 0$ 이면 $IFP_i = 0$)

$Z_{fi} = 1$ 이면 $IFP_i = IF_i$)

M = 큰 정수(big integer)

4) 노드내 옵셋 제약조건(inbound and outbound offset constraints)

노드내 옵셋은 중복현시를 허용하기 위한 것으로 본 연구에서는 지체를 최소화하는 주도로의 좌회전현시를 최적화하기 위하여 아래 <그림4>와 같이 MAXBAND에서 사용하고 있는 4가지 좌회전현시순서를 고려하였다.³⁾



<그림4> 좌회전현시순서

〈그림4〉에서 사용된 용어는 다음과 같다.

$g_i(\bar{g}_i)$ = 신호 i 에서의 직진교통량에 대한 진행 방향(반대방향) 녹색시간으로 주기에 대한 비율

$l_i(\bar{l}_i)$ = 신호 i 에서의 진행방향(반대방향) 좌회전에 할당되는 시간으로 주기에 대한 비율

R_i = 신호 i 에서의 교차도로의 통행을 제공하기 위한 공통 적색시간으로 주기에 대한 비율

$r_i(\bar{r}_i)$ = 신호 i 에서의 진행방향(반대방향) 적색시간으로 주기에 대한 비율

$$r_i = R_i + \bar{l}_i, \quad \bar{r}_i = R_i + l_i$$

〈그림4〉에서 Δ_i 를 l_i, \bar{l}_i 로 나타내면 아래 〈표1〉과 같은데 0-1 변수인 δ_i 와 $\bar{\delta}_i$ 를 사용하면 아래 식(9)와 같이 표현될 수 있다.

$$\Delta_i = 1/2[(2\delta_i - 1)l_i - (2\bar{\delta}_i - 1)\bar{l}_i] \quad (9)$$

〈표 1〉 좌회전현시순서 패턴

좌회전현시순서	Δ_i	δ_i	$\bar{\delta}_i$
1	$-(1/2)(l_i + \bar{l}_i)$	0	1
2	$(1/2)(l_i + \bar{l}_i)$	1	0
3	$-(1/2)(l_i - \bar{l}_i)$	0	0
4	$(1/2)(l_i - \bar{l}_i)$	1	1

위식은 진행방향(반대방향)중 어느 한쪽만이라도 좌회전이 허용되면 적용이 가능하고 특정 몇 개의 패턴만이 필요한 경우 즉 예를 들어 좌회전현시순서가 1과 2만이 허용되는 경우에는 제약식에는 「 $\delta_i + \bar{\delta}_i = 1$ 」이 추가되고, 3만이 허용되면 「 $\delta_i + \bar{\delta}_i = 0$ 」이 추가되고, 4만이 허용되면 「 $\delta_i + \bar{\delta}_i = 2$ 」가 추가되면 된다.

한편 식(9)를 식(5)에 대입하면 좌회전현시순서까지 고려되는 루프제약식인 다음 식(10)을 얻을 수 있다.

$$\delta_h l_h - \bar{\delta}_h \bar{l}_h - \delta_i l_i + \bar{\delta}_i \bar{l}_i + t(h, i) + \bar{t}(h, i) + IF_i - \bar{IR}_h + r_h - r_i = m_i \quad (10)$$

5) 변수 제약조건(variable constraints)

- m_i = 정수 $\delta_i, \bar{\delta}_i = 0-1$ 변수
- $Z_h, Z_i, \bar{Z}_h, \bar{Z}_i = 0-1$ 변수
- $IF_i, IR_i, \bar{IF}_i, \bar{IR}_i =$ 자유변수(free value)

4. 모형의 최종형태

KS_SIGNAL은 통과폭모형과들과 마찬가지로

혼합정수계획법으로 구성되어 있으며 앞에서 설명된 목적함수와 제약조건들을 요약하면 다음과 같다.

Find $IF_i, IR_i, \bar{IF}_i, \bar{IR}_i, \delta_i, \bar{\delta}_i, m_i$

Minimize 식(1)

Subject to 식(6), 식(7), 식(8), 식(10)

위와 같이 정식화된 KS_SIGNAL은 교차로 수가 n 개인 경우 $23n-23$ 개의 제약식과 $n-1$ 개의 정수, $6n-4$ 개의 0-1 변수와 $4n-4$ 개의 자유변수로 구성된 혼합정수계획법으로 구성되어 있는데 이를 통과폭모형으로 널리 사용되고 있는 MAXBAND와 비교하여보면 다음과 같다.

첫째, 목적함수의 경우 MAXBAND는 방향별 교통량비에 따른 통과폭($b + k\bar{b}$)를 최대화하는데 있지만 본 모형은 모든 교차로의 지체를 선형화하는 3가지의 차량도착률에 따라 가중된 직진방해시간을 최소화하는데 있다.

둘째, 제약조건의 경우 MAXBAND는 직진 방해변수로 통과폭 밖의 녹색시간[$w_i(\bar{w}_i)$]을 사용하지만 본 모형은 직진을 방해하는 적색시간[$IF_i, IR_i, (\bar{IF}_i, \bar{IR}_i)$]을 사용하며 MAXBAND는 모든 교차로를 제약하지만 본 모형은 인접된

두 교차로씩 제약해나간다.

셋째, 교통류의 경우 MAXBAND는 교차도로에서 좌우회전으로 들어오는 교통류는 고려를 하지 못하지만 본 모형은 이를 목적함수내에 회전차량도착률(γ, γ')로 고려해 준다.

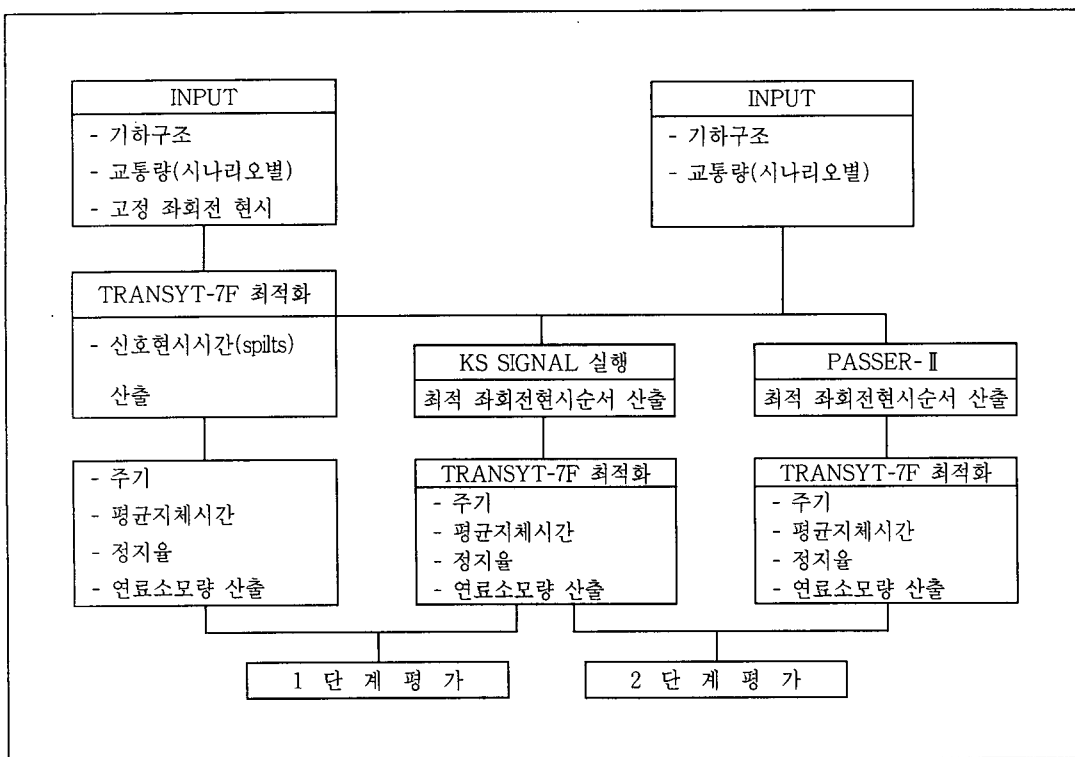
IV. 모형평가

1. 평가절차

널리 사용되고 있는 지체를 최소화하면서 신호시간을 최적화하는 TRANSYT-7F는 좌회전 현시순서를 최적화시켜 주지 못하는 단점을 갖고 있다. 이를 극복하기 위하여 본 연구에서는

TRANSYT-7F의 전처리기(preprocessor)로 통합되어 사용될 수 있는 지체를 최소화 해줄 수 있는 좌회전현시 최적화모형인 KS_SIGNAL을 개발하였다. 본 절에서는 개발된 모형의 효과를 평가하고자 <그림5>와 같은 2단계 평가계획을 수립하였다.

<그림5>에서 1단계 평가는 고정현시와 비교 평가하는 단계로서 KS_SIGNAL로부터 산출된 최적좌회전현시순서를 사용한 TRANSYT-7F 최적화 결과가 고정현시순서를 사용한 결과보다 지체 등 평가지표들을 어느정도 개선할 수 있는지를 평가하는 단계이다. KS_SIGNAL 혼합정수계획법의 해는 범용선형계획해법 프로그램을 사용하여 구했다. 2단계는 PASSER-II로 최적화된 좌회전현시순서를 사용한 TRAN-



<그림5> 평가방법 및 절차

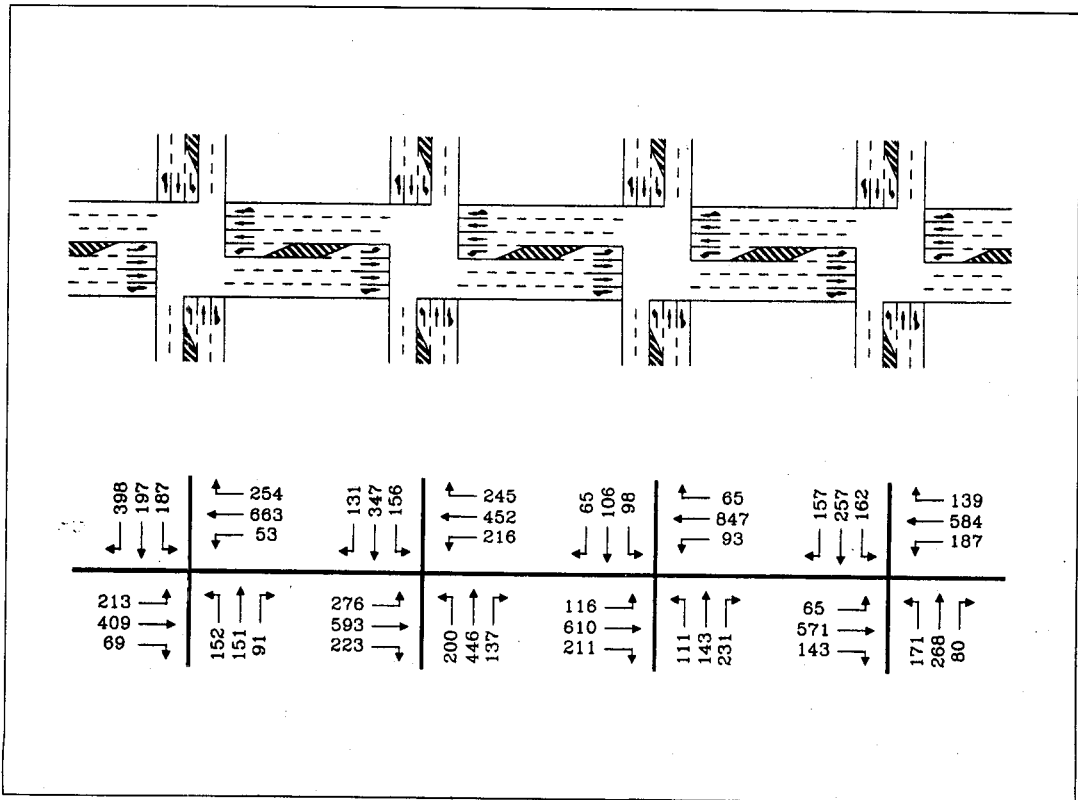
SYT-7F 최적화 결과와 비교평가하는 단계로서 기존에 TRANSYT-7F의 전처리기(preprocessor)로 사용되고 있는 신호계획모형보다 본 연구에서 개발된 신호계획모형이 어느정도 개선을 할 수 있는지를 평가하는 것이다. 평가지표(MOE)로는 교차로의 서비스수준척도로 가장 널리 사용되고 있는 평균지체시간과 지체와 정지율등 종합적인 시스템체계효과를 평가할 수 있는 연료소모량을 사용하였다.

2. 평가 시나리오 작성

도시간선도로의 기하구조와 교통여건은 다양하다. 모형의 평가를 위해서는 다양한 시나리오

가 작성되어야 한다. 본 연구에서는 모형의 적용성과 타당성을 평가하기 위하여 도시간선도로의 기하구조, 교통량, 교통신호조건에 따라 시나리오를 작성하였다.

평가대상 간선도로는 <그림6>과 같이 4개 교차로로 구성되어 있으며 간선도로는 직진 3개 차선, 좌회전 전용 1개차선, 교차도로는 직진 2개차선 좌회전 전용 1개차선의 용량을 갖는다. 그리고 교차로 간격을 300m, 500m, 700m로 나누었는데 각 교차로간 간격은 동일한 것으로 간주하였다. 교통량은 한산상태(V/C = 0.5 전후), 정상상태(V/C = 0.7 전후), 용량상태(V/C = 0.9 전후)로 구분하였는데 정상상태의 교통량은 <그림6>과 같다.



<그림6> 기하구조 및 교통량

교통신호조건은 좌회전현시순서 최적화가 목적이므로 고정현시의 경우는 간선도로는 <표2>에 나타난 바와 같이 선행좌회전 중복현시로 교차도로는 선행좌회전 직진·좌회전분리신호를 사용하였고, PASSER-II와 KS_SIGNAL의 좌회전현시순서 최적화는 간선도로는 <그림4>와 같이 모든 중복현시를 허용하고 교차도로는 선행좌회전 직진·좌회전분리신호만을 허용하였다.

3. 평가 결과

1) 고정현시와 비교평가

지체를 최소화하는 KS_SIGNAL로 최적화된 좌회전현시순서를 사용한 결과가 고정현시

를 사용한 결과와 비교하여 지체감소등 개선효과가 있는지를 비교평가하였다.

좌회전현시순서

KS_SIGNAL로 좌회전현시순서를 최적화한 결과는 <표2>와 같은데 4개 경우를 제외한 모든 경우에 고정현시와 다르게 나타났다. 그리고 최적화 현시의 경우 거리가 700m이고 교통량이 한산상태와 정상상태 2가지 경우를 제외하면 모든 경우에 다르게 최적화되어 거리와 교차로의 변화에 민감하게 반응하는 것으로 분석되었다. 신호주기는 최적화시가 고정시보다 작은 신호주기를 산출하는 것으로 분석되어 교통량이 증가할수록 최적화 신호현시가 우수함을 알 수 있다.

<표2> 좌회전현시순서 비교

시나리오		고정 신호현시				최적화 신호현시				주기(sec)	
거리(m)	교통량	교차로1	교차로2	교차로3	교차로4	교차로1	교차로2	교차로3	교차로4	고정현시	최적현시
300	한산상태	3	3	3	3	4	4	2	2	80	80
	정상상태	3	3	3	3	4	2	3	2	80	85
	용량상태	3	3	3	3	4	2	4	2	115	100
500	한산상태	3	3	3	3	4	2	2	3	80	80
	정상상태	3	3	3	3	2	4	3	2	80	80
	용량상태	3	3	3	3	2	2	2	3	115	100
700	한산상태	3	3	3	3	4	4	2	2	80	80
	정상상태	3	3	3	3	4	4	2	2	80	80
	용량상태	3	3	3	3	4	2	4	2	105	100

주) 1=진행방향 선행좌회전, 반대방향 후행좌회전 2=진행방향 후행좌회전, 반대방향 선행좌회전
3=진행방향 선행좌회전, 반대방향 선행좌회전 4=진행방향 후행좌회전, 반대방향 후행좌회전

평균지체시간

평균지체시간을 비교한 <표3>을 보면 대부분 최적현시의 지체시간이 고정현시의 지체시간보다 줄어드는 것으로 분석되었다. 특히 교통량이 증가할수록 그 차이는 두드러져 용량상태의 교통량에서는 700m에서 최대인 13.6%가 줄어들고 평균 11.4%나 감소되는 것으로 분석되었다. 그리

나 교차로간격이 짧고 교통량이 적은 경우인 거리 300m이면서 교통량 한산상태와 정상상태에서는 고정현시의 평균지체시간보다 각각 0.27초/대, 0.55초/대씩 다소 증가하는 경우도 나타났다.

연료소모량

연료소모량은 평균지체시간과 정지율 두가지 측면을 모두 반영하고 있기 때문에 시스템의

〈표 3〉 평균지체시간 비교

(단위 : 초/대)

시나리오		고정현시(A)	최적현시(B)	A - B	A - B(%)
거리(m)	교통량				
300	한산상태	22.48	22.75	-0.27	-1.2
	정상상태	25.14	25.69	-0.55	-2.2
	용량상태	43.09	39.47	3.62	8.4
500	한산상태	23.59	22.80	0.79	3.3
	정상상태	26.69	25.90	0.79	3.0
	용량상태	45.36	39.87	5.49	12.1
700	한산상태	24.70	22.82	1.88	7.6
	정상상태	26.20	25.91	0.29	1.1
	용량상태	45.43	39.24	6.19	13.6

종합평가가 가능하다고 할 수 있다. 〈표4〉를 보면 연료소모량에서는 700m 정상상태에서 19.4%가 감소되는 것을 비롯하여 본 모형이 모든 경우에 평균 4.1%가 감소되는 것으로 분석

되었다. 따라서 모든 평가시나리오에 걸쳐 개발된 모형은 시스템차원에서 우수함을 알 수 있다. 그러나 평균지체시간과는 달리 교통량 증가에 상관없이 감소효과가 비슷하게 분석되었다.

〈표 4〉 연료소모량 비교

(단위 : LI/H)

시나리오		고정현시(A)	최적현시(B)	A - B	A - B(%)
거리(m)	교통량				
300	한산상태	590.8	582.3	8.37	1.4
	정상상태	747.0	737.32	9.68	1.3
	용량상태	1467.9	1408.89	58.2	4.0
500	한산상태	758.66	755.02	3.64	0.5
	정상상태	992.12	985.88	6.24	0.6
	용량상태	1930.13	1848.33	81.8	4.2
700	한산상태	940.36	930.33	10.03	1.1
	정상상태	1231.92	992.67	239.25	19.4
	용량상태	2371.28	2272.07	99.21	4.2

2) PASSER-Ⅱ의 최적화현시와 비교

지체를 최소화하는 KS_SIGNAL 최적화현시를 사용한 결과가 지체를 줄이기 위하여 요즘 사용되고 있는 PASSER-Ⅱ 현시를 사용한 결과보다 지체감소 효과가 있는지를 비교평가해보고자 한다.

좌회전현시순서

〈표5〉에서 좌회전현시순서의 경우 4개 경우에 PASSER-Ⅱ와 동일하게 최적화되고 나머지 32개 경우에 다르게 최적화되어 PASSER-Ⅱ와 다르게 최적화가 이루어지고 있다는 것을 알 수 있다. 두 모형이 같은 현시로 최적화된 교차

로는 4개소인데 모두 다른 Case에서 산출되었다. 거리별 분포로 살펴보면 300m에서 2개소, 500m와 700m에서는 각각 1개소로 나타나 거리가 짧은 경우가 많았다. 교통량별로 보면 한산상태가 3개소, 정상상태가 1개소로 나타났으나 용량상태에서는 나타나지 않아 교통량이 적은 경우에 집중되어 있어 교통량이 증가할수록 두 개 모형의 최적화 현시는 크게 달라짐을 알 수 있다. 이는 PASSER-Ⅱ가 통과폭을 최대화하면서 교차도로에서의 유입교통량은 고려를 하지

못하는데 반하여 KS_SIGNAL은 간선도로의 교통량은 물론 부도로의 유입교통량도 반영하고 있는데 따른 것이라 판단된다. 신호주기의 경우 교통량이 적은 상태에서는 같게 최적화가 이루어지나 교통량이 용량상태에서는 PASSER-Ⅱ보다 작게 최적화가 이루어짐을 알 수 있다. 따라서 교통량이 증가할수록 두모형간의 좌회전현시순서는 크게 달라지며 KS_SIGNAL 현시가 PASSER-Ⅱ 현시보다 우수하다는 것을 알 수 있다.

〈표 5〉 좌회전현시 비교

시나리오		PASSER Ⅱ				최적화 신호현시				주기(sec)	
거리(m)	교통량	교차로1	교차로2	교차로3	교차로4	교차로1	교차로2	교차로3	교차로4	고정현시	최적현시
300	한산상태	1	2	1	2	4	4	2	2	80	80
	정상상태	4	1	2	1	4	2	3	2	80	85
	용량상태	2	1	2	1	4	2	4	2	105	100
500	한산상태	4	4	1	1	4	2	2	3	80	80
	정상상태	1	3	1	4	2	4	3	2	80	80
	용량상태	4	4	1	1	2	2	2	3	115	100
700	한산상태	1	3	1	2	4	4	2	2	80	80
	정상상태	1	2	1	3	4	4	2	2	80	80
	용량상태	1	2	1	3	4	2	4	2	100	100

주) 1=진행방향 선행좌회전, 반대방향 후행좌회전 2=진행방향 후행좌회전, 반대방향 선행좌회전
3=진행방향 선행좌회전, 반대방향 선행좌회전 4=진행방향 후행좌회전, 반대방향 후행좌회전

평균지체시간

평균지체시간을 비교하여 보면 〈표6〉에서와 같이 대부분 최적현시의 지체시간이 PASSER-Ⅱ 최적현시의 지체시간보다 줄어드는 것으로 분석되었다. 특히 교통량이 증가할수록 그 차이는 두드러져 용량상태의 교통량에서는 거리 500m에서 9.8%, 700m에서 3.8%가 감소되는 것으로 분석되었다. 그러나 교차로간격이 짧은 거리 300m에서는 교통량이 증가할수록 6.1%, 7.4%, 0.6%가 증가하는 것으로 나타났다. 그러나 증가하는 경우에도 교통량이 용량상태시에는

0.6%로 그 차이는 미미한 것으로 분석되었다. 이는 교차로간격이 짧고 일정한 기하구조여건이 연동화모형에 유리하게 적용된 것과 본 모형의 지체묘사기법 등에 기인하는 것으로 판단된다.

연료소모량

연료소모량에서는 〈표7〉에서 처럼 본 모형이 거리가 300m인 경우를 제외하면 모든 경우에 PASSER-Ⅱ보다 감소되는 것으로 나타났다. 연료소모량이 감소된 경우에 교통량 용량상태에서는 평균 2.4%가 감소되어 가장 크게 감소되는 것으로 분석되었다. 증가된 300m의 경우에

〈표 6〉 평균지체시간 비교

(단위 : 초/대)

시나리오		PASSER Ⅱ (A)	최적현시(B)	A - B	A - B(%)
거리(m)	교통량				
300	한산상태	21.44	22.75	-1.31	-6.1
	정상상태	23.92	25.69	-1.77	-7.4
	용량상태	39.25	39.47	-0.22	-0.6
500	한산상태	23.41	22.80	0.61	2.6
	정상상태	26.05	25.90	0.15	0.6
	용량상태	44.20	39.87	4.33	9.8
700	한산상태	24.21	22.82	1.39	5.7
	정상상태	26.05	25.91	0.14	0.5
	용량상태	40.78	39.24	1.54	3.8

도 증가량은 교통량이 증가될수록 감소되는 것으로 나타났다. 따라서 동일 기하구조조건에서

는 교통량이 증가할수록 본 모형의 적용성은 커진다고 할 수 있다.

〈표 7〉 연료소모량 비교

(단위 : LI/H)

시나리오		PASSER Ⅱ (A)	최적현시(B)	A - B	A - B(%)
거리(m)	교통량				
300	한산상태	569.36	582.3	-13.07	-2.3
	정상상태	726.28	737.32	-11.04	-1.5
	용량상태	1399.86	1408.89	-9.03	-0.6
500	한산상태	765.80	755.02	10.78	1.4
	정상상태	989.43	985.88	3.55	0.4
	용량상태	1913.00	1848.33	64.67	3.4
700	한산상태	934.46	930.33	4.13	0.4
	정상상태	993.82	992.67	1.15	0.1
	용량상태	2301.34	2272.07	29.27	1.3

3) 기타 평가

앞의 1) 2) 평가결과에서 거리가 300m로 짧고 교통량이 적은 경우에는 개발된 모형이 다소 좋지 못한 결과를 초래하여 본 평가에서는 거리에 변화를 주어 모형의 적용성을 평가하였다. 평가결과는 〈표8〉과 같다. 〈표8〉에서 거리가 300, 500, 300m인 경우에는 고정현시보다 5.4%, PASSER-Ⅱ 현시보다 2.9% 평균지체시

간이 감소되는 것으로 나타났고 거리가 300, 500, 700m인 경우에는 각각 4.0, 3.4 %가 감소되는 것으로 나타나 거리가 300m로 일정한 경우보다 거리에 변화가 있을 때에는 보다 더 큰 효과를 얻었다. 이는 PASSER-Ⅱ와 같은 기존 모형들이 모든 교차로를 동시에 제어하는 것과는 달리 본 모형은 두개 교차로씩 제어해 나가기 때문에 다른 기존모형들보다 거리의 변화에 민

<표 8> 평균지체시간 비교

(단위 : LI/H)

시나리오		고정현시 (A)	PASSER II (B)	최적현시 (C)	A-C(%)	B-C(%)
거리(m)	교통					
300, 500, 300	한산상태	23.1	22.49	21.83	1.27 (5.4)	0.66 (2.9)
300, 500, 700	한산상태	22.8	22.66	21.89	0.91 (4.0)	0.77 (3.4)

감하게 반응된 결과라 할 수 있다.

그리고 개발된 모형이 차량군분산을 고려하지 못하기 때문에 차량군분산에 대한 모형의 적용성을 평가하였다. 차량군분산은 거리가 길수록 커지기 때문에 거리가 가장 길고 교통량이 가장 많은 경우를 평가대상으로 선정하고, 차량군분산

계수(Platoon Dispersion Factor)는 FLORIDA 대학²⁾에서 통행마찰에 따라 제시한 0.25, 0.35, 0.5를 적용하여 분석하였다. <표9>에 나타난 평가결과에 의하면 모든 경우에 걸쳐 본 모형이 효과가 있는 것으로 나타났으나 차량군분산이 커질수록 그 효과는 줄어드는 것으로 분석되었다.

<표 9> 평균지체시간 비교

(단위 : 초/대)

시나리오			고정현시 (A)	PASSER II (B)	최적현시 (C)	A-C(%)	B-C(%)
거리(m)	교통량	차량군 분산계수					
700	용량상태	0.25	45.43	40.78	39.24	6.19(13.6)	1.54(3.8)
		0.35	46.28	40.73	40.10	6.18(13.4)	0.63 (1.5)
		0.5	45.83	41.28	40.87	4.96 (10.8)	0.41 (1.0)

V. 결론 및 제언

본 연구는 현재 널리 사용되고 있는 지체모형인 TRANSYT-7F가 좌회전현시순서를 최적화시켜주지 못하는 한계를 극복하기 위하여 이루어졌다. 이러한 목적으로 지체를 최소화하는 좌회전현시순서 최적화모형인 KS_SIGNAL을 개발하여 최적화현시를 TRANSYT-7F에 입력자료로 사용하여 지체를 최소화할 수 있는 신호시간계획모형을 구축하였다. 제시된 모형의 평가를 위하여 교차로 간격과 교통량에 따라 시나리오를 작성하여 먼저 고정현시를 사용한 TRANSYT-7F 최적화 결과와 비교평가하였고 PASSER-II 최적화현시를 사용한 TRANSYT-7F 최적화 결과와도 비교평가를 하였다.

본 연구로부터 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, TRANSYT-7F로 고정현시를 사용하는 것보다는 PASSER-II, KS_SIGNAL 등 좌회전현시최적화모형의 좌회전현시순서를 사용하면 지체를 줄일 수 있는 것으로 나타났다.

둘째, KS_SIGNAL은 전반적으로 TRANSYT-7F 고정현시나 PASSER-II 현시 사용시보다 지체등을 줄일 수 있는 좌회전현시순서를 산출하였다. 주기의 경우도 교통량이 많을 경우 TRANSYT-7F 고정현시, PASSER-II 최적현시, KS_SIGNAL 최적현시 순으로 작게 최적화를 이루어 본 모형이 우수함이 입증되었다. 그러나 일부 교차로간격이 짧고 교통량이 적은 경우에는 다소 좋지 못한 결과를 나타내는 것으로도 나타났다.

셋째, 교통량이 증가할수록 KS_SIGNAL의 효과는 더 커지는 것으로 분석되어 교통량이 증가할수록 효과가 줄어드는 PASSER-II의 현시 최적화모형을 보완할 수 있을 것으로 사료된다.

넷째, 교차로간격이 일정치 않은 경우에도 KS_SIGNAL의 효과는 큰 것으로 분석되었으나, 차량군분산이 증가됨에 따라 그 효과는 줄어드는 것으로 분석되었다.

위의 연구결과를 토대로 본 연구에서 개발된 모형은 제한된 경우이지만 간선도로의 연동화신호계획시 기준에 사용하고 있는 모형들보다 지체를 최소화시켜 줄 수 있는 것으로 입증되었다.

그러나 본 연구에서 제시된 모형은 모형의 정산이나 평가프로그램에 따라 연구결과가 다소 달라질 수 있는 제약이 따르므로, 향후 다음과 같은 연구가 필요하다.

첫째, 본 모형이 교차로간격이 짧고 교통량이 적은 경우에 통과폭모형에 비해 다소 떨어지는 데, 이에 따른 모형의 개선이 필요하다.

둘째, 본 평가에서는 간선도로의 교차로수는 4개, 교차로간격은 모두 일정한 경우로 간주하였으나 실제 간선도로의 경우는 다양하므로 이들에 대한 현장검증이 수행되어야 한다.

셋째, 개발된 모형에 대하여 TRANSYT-7F의 전처리기로서의 효과를 평가하는 것이 본 연구의 주목적이기 때문에 TRANSYT-7F의 결과치와 상대적으로 비교하기 위하여 TRANSYT-7F를 사용하여 모형평가를 실시하였으나 향후에는 NETSIM과 같은 평가모형을 이용하여 보다 정확한 평가가 이루어져야 한다.

넷째, 도시 간선도로 신호계획에 있어서 주요 변수인 녹색신호시간도 KS_SIGNAL에 변수로 포함시켜 모든 신호계획요소를 최적화시키는 연구가 이루어져야 한다.

다섯째, 차량군분산을 반영할 수 있는 교통류 개발 및 최적화모형내 시뮬레이션 프로그램을

포함하는 간선도로 신호계획 및 평가모형으로 발전시켜나가야 한다.

이상과 같은 연구과제들은 현재 본 연구진에 의해 진행중에 있다.

참 고 문 헌

- 1) Ramey O. Rogness and Carroll J. Messer, Heuristic Programming Approach to Arterial Signal Timing. Transportation Research Record 906, pp. 67-75
- 2) Courage and Wallace, TRANSYT-7F User's Guide. Transportation Research Center, University of Florida, Gainesville, Florida, December 1991.
- 3) John D.C. Little and Mark D. Kelson, Optimal Signal Timing for Arterial Signal System. Federal Highway Administration, December 1980
- 4) Edmond C.P. Chang and Carroll J. Messer, PASSER II -90 Program User's Guide. Texas Transportation Institute Texas A&M University, June 1991.
- 5) Robert L. Gordon, Robert A. Reiss et al, Traffic Control Systems Handbook, Federal Highway Administration, February 1996, pp. 3-50 - 3-64
- 6) N. H. Gartner, S. F. Assmann, F. Lasaga, and D. L. Hou, A MULTI-BAND Approach to Arterial Traffic Signal Optimization. Transportation Research, Vol 25B, 1991, pp. 55-74
- 7) Edmond Chin-Ping Chang and Carroll J. Messer and Blair G. Marsden, Reduced Delay Optimization and Other Enhancements in the PASSER II -84 Program. Transportation Research Record 1005, pp. 80-89

- 8) Edmond Chin-Ping Chang and Carroll J. Messer. Minimum Delay Optimization of a Maximum Bandwidth Solution to Arterial Signal Timing. Transportation Research Record 1005. pp. 89-95
- 9) University of Florida, Arterial Analysis Package(AAP) User's Guide. Federal Highway Administration, December 1990.
- 10) S.L. Cohen. Concurrent Use of MAXBAND and TRANSYT Signal Timing Programs for Arterial Signal Optimization. Transportation Research Record 906. pp. 81-84
- 11) S.L. Cohen and J.R. Mekemson. Optimization of Left Turn Phase Sequence on Signalized Arterials. Transportation Research Record 1021. pp. 53-58
- 12) Alexander Skabardonis and Adolf D. May. Comparative Analysis of Computer Models for Arterial Signal Timing. Transportation Research Record 1021. pp. 45-52
- 13) Young-Chan Kim. Development of Optimization Models for Signalized Intersections during Oversaturated Conditions. Ph. D. dissertation, Texas A&M University, 1990.