

<논 문>

초기적으로 과냉각된 수직실린더 내부 물질의 상변화 과정

백영렬* · 이재현**

(1995년 2월 17일 접수)

Phase Change Process of the Initially Subcooled Material in a Vertical Cylinder

Young-Ryoul Back and Jae-Heon Lee

Key Words : Melting(용해), Natural Convection(자연대류), Subcooling(과냉각), Moving Boundary(이동경계)

Abstract

Melting process inside in a vertical cylinder has been investigated numerically to observe heat transfer characteristics in the latent heat storage vessel applied to the thermal storage system. The time-dependent boundary fitted coordinate system was introduced to overcome the difficulty caused by the moving boundary. The present results are in good agreement with the available previous data when the initial subcooling effect of the solid phase is not considered. It is found that the melting is promoted by the natural convection, but is delayed by the initial subcooling effect of the solid phase.

기 호 설 명

c	: 비열
g	: 중력가속도
H	: 수직원관의 길이
h_{sf}	: 용해잠열
h_s, h_L	: 고상과 액상의 엔탈피
k	: 열전도계수
m_f	: 용해율
Nu_w	: 벽면에서의 Nusselt수
Pr	: Prandtl수
r	: 반경방향 좌표
Ra	: Rayleigh수
$S(x,y)$: 생성함
S_c	: 과냉각 정도를 나타내는 무차원수
Ste	: Stefan수
T_o	: 초기온도
T_f	: 용해온도

t	: 시간
t^*	: 무차원 시간

그리스문자

α	: 열확산계수
β	: 열팽창계수
Γ	: 확산계수
$\delta(x)$: 기준점으로부터 상경계면까지의 거리
ξ, η	: 변환된 좌표계
θ_s, θ_L	: 고상과 액상의 무차원 엔탈피
ν	: 동점성계수
ρ	: 밀도
ϕ	: 일반 종속변수
τ	: 무차원 시간 ($\tau = Ste \cdot t^*$)

상첨자

*회원, 한양대학교 대학원 기계공학과
 **회원, 한양대학교 공과대학 기계공학과

: 상경계

+ : 무차원
- : 공간 평균값

하첨자

f : 용해점
L : 액상
S : 고상
w : 벽면

1. 서 론

수직 원관내에서 상변화 물질이 용해되는 과정은 입력에너지로 간헐적인 태양열 에너지를 사용하는 축열시스템에서 볼 수 있으며 이 장치의 성능을 향상시키기 위하여 용해과정에 관한 많은 연구가 수행되었다. 축열시스템은 상변화 물질의 작동 온도 범위 및 축열조의 형상에 따라 그 성능이 크게 달라질 수 있으며 특히, 작용온도의 범위가 커질 경우에는 시스템의 열역학적 효율이 감소되는 결과를 초래한다.

수직 원관내에서 용해과정이 일어나는 동안의 열전달 현상은 용해초기에 전도에 의하여 지배되며 이후에는 주로 자연대류에 영향을 받게 된다. 이러한 영향에 관한 수치적 연구는 Sparrow⁽¹⁾ 등에 의하여 최초로 연구되었다. 그들은 온도차에 의하여 유발된 자연대류 현상이 시간에 따라 이동해 가는 고-액경계면을 불균일하게 하며 이는 순수 전도해로부터 구한 균일한 액체 두께와는 상이하다는 점을 보고하였다. 이 연구는 용해과정을 해석하는데 있어서 최초로 자연대류의 영향을 고려했다는 점에서 그 의미가 있으나 최근에 보고된 결과와 정량적 및 정성적으로 다른 결과를 보고하고 있다. 이후에 Hossfeld⁽²⁾는 대수적인 좌표변환(Algebraic coordinate transformation)을 이용하여 Sparrow 등⁽¹⁾에 의해서 해석된 동일한 문제를 해석하였다. Hossfeld⁽²⁾의 연구에서는 이전 연구보다 정밀하며 폭넓은 연구를 수행하였으나 계산의 복잡성을 피하기 위하여 고상의 과냉각효과(subcooling effect)를 무시하였다. 한편 Hue 등⁽³⁾은 경계고정법을 이용하여 밀폐공간내의 용해과정(전도효과만을 고려)을 해석할 때 경계면의 이동에 따라 생성된 격자 이동속도가 대류형태로 에너지를 수송하는 수학적

공식화를 제시한 바 있다. 이외에도 수직 원관내에서의 상변화 과정에 관한 해석은 몇몇 연구가⁽⁴⁻⁶⁾에 의하여 수행되었을뿐이며, 대부분은 직사각 용기내에서의 용해 및 응고에 관한 것이다.⁽⁷⁻¹¹⁾ Lacroix는 직사각용기내에서의 용해과정에 관한 몇 편의 연구논문⁽¹²⁻¹⁴⁾을 발표한 바 있다. 계산 영역이 시간에 따라 변화하는 용해영역에서의 물리현상을 경계 고정법으로 해석할 경우 좌표변환시 발생하는 격자이동속도를 기하학적 구속조건을 만족하도록 이산화하여야 하는데 Lacroix의 연구에서는 이에 관한 언급이 없다. 격자 이동속도를 적절히 이산화하지 않았을 경우에는 수치계산해의 진동 혹은 발산이 유발되는 것으로 알려져 있으나 Lacroix가 성공적인 수치계산을 수행할 수 있었던 것은 비교적 낮은 Rayleigh수에서의 용해과정을 해석하였기 때문이라 사료된다.

본 연구에서는 수직원관내의 용해과정을 해석하는데 있어서 기존 연구에서 고려되지 않은 고상의 초기 과냉각효과와 자연대류의 강도를 나타내는 Rayleigh수가 상변화물질의 용해에 미치는 영향을 고찰하는데 그 목적이 있으며 본 연구에서 사용하고 있는 수치계산 이론 및 방법에 관한 타당성 검증도 수행할 것이다.

2. 해석모델 및 지배방정식

본 연구에서는 Fig. 1에 나타낸 바와 같이 내경이 r_i , 외경이 r_o 이며 길이가 H 인 수직원관에 비교적 물성치가 잘 알려진 상변화 물질 n-octadecane가 채워진 것을 관심영역으로 선정하였다. 원관의 내부에 채워진 고체상태의 상변화 물질은 내측벽면으로부터 유입되는 열에 의하여 원관 내측으로부터 용해되기 시작하며 이때 고상의 초기온도는 용해온도, T_f 보다도 낮은 상태 T_0 로 유지된다. 이러한 관심영역 내부의 용해현상을 해석하기 위하여 다음과 같은 가정을 사용하였다.

1. 유체는 비압축성 층류거동을 하며 Boussinesque 근사화를 만족한다.
2. 고체와 액체의 밀도차는 무시되며 모든 열역학적 상태량은 일정하다.
3. 모든 유동 및 열전달 현상은 2차원이다.

Fig. 1에 보이는 관심영역 내부의 물리 현상을 지배하는 보존 형태의 지배방정식은 아래와 같은 일반형 보존방정식으로 표현될 수 있다.

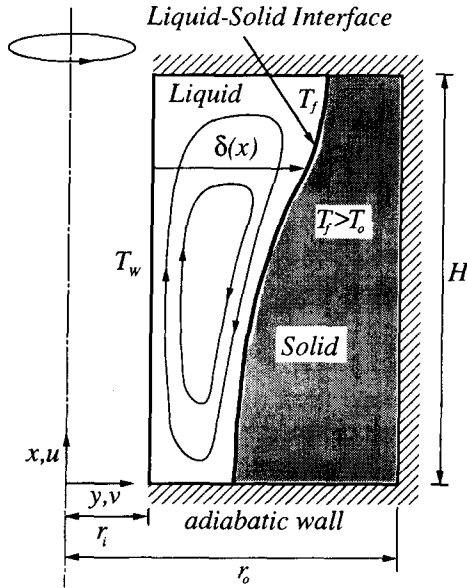


Fig. 1 Physical model of the present study

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho y \phi) + \frac{\partial}{\partial x}(y \rho u \phi - y \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(y \rho v \phi - y \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}) = y S(x, y) \quad (1)$$

위 식 (1)에서 보이는 지배방정식을 식 (2)에서 보이는 시간-의존 경계 밀착좌표계로 변환하여 계산 영역이 시간의 변화에 관계 없이 일정하도록 하였다.

$$x = x(\xi, \eta, t) \quad y = y(\xi, \eta, t) \quad (2)$$

위 식 (2)에서 보이는 좌표변환에 의하여 식 (1)의 일반형 보존방정식은 아래와 같이 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho J \phi) + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho U \phi - \frac{\alpha_\xi \Gamma}{h_\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho V \phi - \frac{\alpha_\eta \Gamma}{h_\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta}) = JS(x, y) - \frac{\partial}{\partial \xi}(\frac{\beta_\xi \Gamma}{h_\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta}) - \frac{\partial}{\partial \eta}(\frac{\beta_\eta \Gamma}{h_\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}) \quad (3)$$

여기서 가상 공변속도(pseudo contravariant velocity) \$U, V\$는 아래와 같이 표현되며 이외의 기하학적 계수들은 일반적인 경계밀착 좌표계에서의 것⁽¹⁵⁾과 동일하므로 자세한 언급은 생략하기로 한다.

$$U = \alpha_\xi u_\xi - \beta_\xi u_\eta - X_t, \quad V = \alpha_\eta u_\eta - \beta_\eta u_\xi - Y_t \quad (4)$$

식 (4)에서 \$X_t\$와 \$Y_t\$는 이동경계를 수치적으로 해석하는데 있어서 나타나는 이동경계 속도로서 이 항을 정확하게 차별화하지 않은 경우에는 보존량의 값이 제어체적내에서 보존되지 않음으로 인하여 용해가 진행됨에 따라 해가 진동하거나 발산하는 경우가 발생하게 된다. Laxcroix^(13,14)의 경우에서 높은 Rayleigh수에 대한 계산 결과가 보고되지 않은 것은 이러한 이유 때문이라 사료된다. 즉 높은 Rayleigh수에서는 용해의 진행과 함께 자연대류의 강도가 커지며 아울러 격자 이동속도를 정확하게 이산화하지 않음으로 인한 수치적 오차가 누적되어 해가 발산하게 된다. 본 계산에서 격자 이동속도의 차별화는 제어체적의 시간에 따른 기하학적인 변화로부터 직접적으로 구해졌다.

고상영역과 액상영역의 각각의 지배방정식들에서 일반 종속변수 방정식 (1)의 각변수에 해당하는 물리량을 Table 1에 도표화하여 나타내었다. 본 수치계산에서는 고상영역과 액상영역을 시간-의존 경계 밀착 좌표계로 변환한 후 각각의 영역을 독립적

Table 1 Variables in the dimensionless conservative governing equations.

Phase	Equation	\$\rho\$	\$\phi\$	\$\Gamma\$	\$S\$
Solid	Continuity	\$\rho^*\$	1	0	0
	Enthalpy	\$\rho^*\$	\$\theta_s\$	\$k^*/c^*\$	0
Liquid	Continuity	1	1	0	0
	u-momentum	1	\$u^*\$	\$Pr\$	\$-\frac{\partial P}{\partial x} + Ra \cdot Pr \cdot \theta\$
	v-momentum	1	\$v^*\$	\$Pr\$	\$-\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{Pr \cdot u}{y^2}\$
	Enthalpy	1	\$\theta_L\$	1	0

으로 해석하는 다영역 모델법이 사용되었으며 이에 따라 Table 1에 보이는 바와 같이 고상영역과 액상영역에 대한 지배방정식들도 독립적으로 표현된다.

Table 1에서 “+”와 “*” 표시는 무차원값을 나타내며 지배방정식을 무차원화하는데 사용된 물리량은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} i^* &= \frac{\alpha_L t}{r_i^2} & \rho^* &= \frac{\rho_s}{\rho_L} & c^* &= \frac{c_s}{c_L} & k^* &= \frac{k_s}{k_L} \\ u^* &= \frac{u}{\alpha_L / r_i} & v^* &= \frac{v}{\alpha_L / r_i} & p^* &= \frac{p r_i^2}{\rho_L \alpha_L^2} \\ \theta_s &= \frac{c_s (T - T_f) - h_{sf}}{c_L (T_w - T_f)} & \theta_L &= \frac{c_L (T - T_f)}{c_L (T_w - T_f)} \\ Ste &= \frac{c_L (T_w - T_f)}{h_{sf}} & Ste &= \frac{c_s (T_w - T_o)}{h_{sf}} \\ Pr &= \frac{\nu}{\alpha_L} & Ra &= \frac{g \beta (T_w - T_f) r_i^3}{\alpha_L \nu} \end{aligned} \quad (5)$$

위 식 (5)에서 하첨자 S와 L은 각각 고상 및 액상을 지칭한다. 그리고 θ_s 와 θ_L 은 각각 고상과 액상의 무차원 비엔탈피(dimensionless specific enthalpy)를 나타내며 유차원값은 분자에 표시된 바와 같다. 이때 h_{sf} 는 융해온도로 유지되는 고상이 액상으로 융해되는데 필요한 잠열이다. Ste는 상변화 문제 해석시 도입되는 무차원수로서 Stefan수이며 S_c 는 고상의 초기 과냉각정도를 나타내는 무차원 변수이다. 본 수치계산에서는 상변화 물질로 noctadecane가 선정되었으며 수치계산시 필요한 무차원 물성치들은 $Pr=53.84$, 비열비 $c^*=0.86$ 및 열전도 계수비 $k^*=2.48$ 이다. 또한 밀도비 $\rho^*=1.0$ 인데 실제의 경우 n-octadecane의 경우 고상과 액상의 밀도비는 약 1.06인 것으로 알려져 있다. 하지만 본 연구의 모델과 같이 수직 실린더내에서 내측으로부터 외측으로 융해가 진행되는 경우에 있어서 융해된 액상이 고상 위에 얹히는 뚜게는 수직 실린더의 길이에 비하여 얇으며 이에 따라 이 영역에서의 유동세기는 미약하리라 사료된다. 이러한 물리적 견지에 따라 해석상의 난점을 제거하기 위하여 고상과 액상의 밀도차 효과를 무시하였다.

이하에서는 논의의 편의를 위하여 “+”를 삭제한 물리량을 무차원 물리량으로 간주한다. 위의 지배방정식에 대한 경계조건은 Fig. 1에 설정된 해석모델로부터 쉽게 유추할 수 있으며 그들의 수학적 표현은 다음과 같다.

액상영역 ;

$$u=v=0 \quad \theta_L=1 \quad \text{at } y=r_i$$

$$u=v=0 \quad \frac{\partial \theta_L}{\partial n}=0 \quad \text{at adiabatic walls}$$

$$u=v=0 \quad \theta_L=0 \quad \text{at } y=\delta(x) \quad (6)$$

고상영역 ;

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial n}=0 \quad \text{at adiabatic walls}$$

$$\theta_s=-1.0/Ste \quad \text{at } y=\delta(x) \quad (7)$$

위의 식에서 n은 경계면에 수직인 좌표를 지칭한다.

상변화 물질이 융해되어 나가는 동안 시간의 경과와 함께 이동해 가는 고-액 상경계면(liquid-solid interface)의 시간에 따른 추적을 위하여 이동 경계면에서는 액상에서 고상으로 유출되는 질량 유속과 에너지 유속이 연속적으로 보존된다는 식이 적용된다. 이에 관한 수학적 표현은 아래와 같으며 이 식으로부터 매 시간단계에서 상경계면의 위치를 구하는 수학적 이론은 Kim⁽¹⁶⁾의 연구에서 잘 보여 준다.

$$\begin{aligned} T_s &= T_L = T_f \\ (\rho V)_L &= (\rho V)_s \\ \left(\rho V \phi - \frac{\alpha_n \Gamma}{h_n} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)_L &= \left(\rho V \phi - \frac{\alpha_n \Gamma}{h_n} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)_s \end{aligned} \quad (8)$$

3. 수치계산 방법

관심영역의 유동 및 열전달 특성을 지배하는 미분형태의 지배방정식을 이산화하기 위하여 액상영역과 고상영역은 각각 독립된 유한한 수의 제어체적으로 분할되어야 하며 격자를 생성하는 방법에는 크게 대수적 방법과 미분방정식을 이용하는 방법이 있다. 본 연구의 모델처럼 시간에 따라 경계면이 변화하는 경우에 있어서 Thompson 등⁽¹⁷⁾에 의하여 제안된 포아송 방정식을 풀어서 격자계를 구성하는 것은 비효율적이므로 본 수치계산에서는 Oberkamp⁽¹⁸⁾의 대수적 변환법을 이용하여 격자계를 형성하였다. 편미분 형태의 보존 방정식을 이들 제어체에 관하여 적분한 후 이산화 방정식을 얻는 방법은 Karki⁽¹⁵⁾의 연구에서 보인 것과 거의 유사하다.

계산이 시작될 때 초기의 특이점으로 인한 난점을 제거하기 위하여 수치계산 결과에 영향을 주지 않을 정도의 액체두께가($\delta/r_i=0.001$) 계산초기에 존재하는 것으로 가정하였으며 이들 초기값으로 인

한 오차는 거의 미소하게 나타남을 본 수치계산에서 확인할 수 있었다. 액체의 두께가 매우 얇은 용해의 초기단계에서는 대류에 의한 에너지 수송효과는 적으므로 효율적인 계산을 위하여 일차원 전도 문제를 $\delta/r_i \sim 0.01$ 이 될 때까지 풀었으며 이후 시간단계에서 자연대류의 효과를 고려하였다.

상경계의 이동은 명시적인 방법으로 얻어졌으며 상경계를 명시적(explicit)으로 처리하므로 인하여 비롯된 이동 경계의 오차를 줄이기 위하여 액상 두께의 최대변화($\Delta\delta_{\max}/\delta$)가 0.5%를 넘지 않도록 시간 t 를 조절하면서 수치계산을 수행하였다. 본 수치계산시 매 시간단계에서 에너지 균형이 조사되었으며 이는 약 0.5% 이내에서 만족됨을 확인할 수 있었다. 또한 매 시간단계에서의 유동장에 관한 수렴정도를 알아보기 위하여 각 제어체적내로 유입, 유출되는 유량이 조사되었으며 이들의 최대오차가 10^{-6} 이며 몇몇 위치의 속도값이 유효숫자 4자리 안에서 10여회 이상 변화하지 않을 때 속도장은 수렴된 것으로 간주하였다.

4. 결과 및 고찰

본 연구에서는 용해온도보다 낮은 상태를 유지하는 n-octadecane가 수직원관내에서 용해될 때 나타나는 물리현상에 관심이 있으며 이에 관한 영향을 고찰하기 위하여 원관의 내경과 외경의 비(r_o/r_i)가 5이고 내경과 높이의 비(H/r_i)가 4인 수직원관에 대하여 Stefan 수를 0.1로 고정 한 후 Rayleigh수를 10^4 , 10^5 및 10^6 그리고 고상의 초기 과냉각 정도를 나타내주는 무차원 변수 S_c 를 0.0, 0.1 및 0.2로 변화시키면서 9가지 경우에 관한 수치계산을 수행하였다. 추가적으로 순수전도($Ra=0$)만을 고려했을 경우와 자연대류 효과를 고려했을 경우의 비교를 위하여 S_c 가 0.0, 0.1 및 0.2인 경우에 관한 순수전도해를 구하였다.

4.1 타당성 검증

본 연구의 주요 관심사항인 고상의 초기적인 과냉각 효과와 Rayleigh수가 수직원관내에 충전된 물질의 용해현상에 미치는 영향을 고찰하기 전에 본 수치계산 방법의 타당성을 검증하기 위하여 $Pr=7.0$ 이고 원관의 내경과 높이의 비(H/r_i)를 4로 정한 후 예비적인 수치계산을 수행하였다. 이때 고상은 용해온도(T_i)로 유지되므로($S_c=0$) 고상영역

에 관한 엔탈피 방정식은 따로 풀려질 필요가 없다.

Fig. 2는 본 수치계산 방법을 검증하기 위하여 수행된 경우의 계산 결과를 보여주는 것으로서 Rayleigh수가 7×10^4 이고 $Ste=0.15$ 인 경우에 몇몇 시간 단계의 고-액 상경계면의 위치를 보여주는 그림이다. 이 그림에 표시된 바와 같이 기존 연구와의 비교를 위하여 Sparrow⁽¹⁾와 Kim⁽¹⁶⁾의 결과도 함께 도시하였다. 본 수치계산 결과에서 상경계면의 상단과 하단에서 상경계의 기울기가 단열면에 수직하지 않고 약간의 기울기를 갖는 것은 기존 연구와의 비교를 목적으로 선형 보간하였기 때문으로 사료되며 직사각형 밀폐공간에서 상변화 물질이 용해될 때 상경계의 상단과 하단의 기울기는 "0"가 됨이 Benard 등⁽¹⁹⁾에 의하여 실험적으로 입증된 바 있다.

이 그림에서 보이고 있는 본 수치계산 결과는 Sparrow의 결과와 상당히 잘 일치하고 있으며 자연대류의 영향이 큰 상부면의 결과는 정량적으로 약간의 차이를 보이고 있다. Sparrow 등의 연구에서는 12×14 의 비교적 성긴 격자를 사용하였으며 시간에 따른 격자 이동 속도의 차별화를 적절하게 수행하지 못하였으므로 본 연구 결과와의 차이를 보이는 것으로 사료된다. 그림에서 보이는 바와 같이 본 수치계산에서 채용한 이동경계면의 추적 방법을 제시한 Kim의 결과와 본 연구의 결과는 시간 및 위치에 관계 없이 정량적으로 잘 일치하고 있음을 보이고 있다. 이동 경계문제를 다루는데 있어서

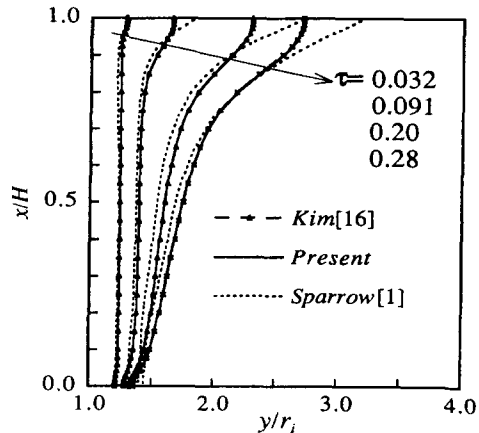


Fig. 2 The timewise evolution of the liquid-solid interface for $H/r_i=4$, $Ra=7 \times 10^4$ and $Ste=0.15$

해석 방법의 타당성을 점검하는 비교대상은 시간에 따른 고-액 상경계면(liquid-solid interface)의 이동형태임을 감안할 때 본 수치계산이 비교적 올바르게 수행되었음을 위의 결과로부터 알 수 있다.

위의 경우에 대하여 고-액 상경계면의 시간에 따른 이동 형태를 비교 검토한 후 본 수치 계산방법의 타당성을 입증할 수 있었으며 이후에서는 본 연구의 관심대상인 고상의 초기 과냉각 효과와 자연대류 효과가 수직원관내의 용해현상에 미치는 영향에 대하여 고찰해 보기로 한다.

4.2 유선분포 및 온도분포

수직 원관내에서 일어나는 용해과정에 관한 정성적인 고찰을 위하여 $Ra=10^6$, $Ste=0.1$ 그리고 $S_c=0.1$ 일 때 몇몇 시간단계에서의 유선 분포와 등온선 분포를 Fig. 3에 나타내었다. 고상이 용해된 액상 영역에서 자연대류 효과에 의하여 생성된 유동은 고온면에서 상승하고 저온면에 해당하는 고-액 상경계면에서는 하강하는 시계방향의 유동구조를 형성한다. 내측면으로부터 유입된 열은 시계방향으로 흐르는 자연대류 유동에 의하여 고-액 상경계면의 상부로 수송되게 되며 이에 따라 상부 단열면 근처의 상경계 이동 속도는 하부 단열면의 것보다 빠르게 진행된다.

용해 초기에는 내측벽면을 통하여 유입된 열이

주로 전도의 형태로 상경계면에 전달되므로 상경계의 기울기는 벽면과 거의 나란한 형태를 보이고 있으며 시간의 경과와 함께 자연대류의 영향이 커짐에 따라 상경계는 곡률을 갖게 된다. 즉 상부 단열면 근처의 액상영역이 큰 반면 하부 단열면에서는 용해가 느리게 일어난다. 이에 따라 단열셀의 유동구조의 중심은 시간이 지남에 따라 아래쪽으로 이동하게 됨을 유선분포에서 고찰할 수 있다. 아울러 $\tau=0.28$ 이후에서는 액상영역 내부에 두 개의 부유동셀이 존재함을 보이고 있으며 시간의 경과와 함께 상부 단열면에 인접한 부유동셀이 커지는 경향을 보인다. 이러한 유동구조는 상부단열면 근처의 상경계 이동속도를 더욱 가속시키는 원인이 될 것으로 판단되며 고상의 초기적인 과냉각 효과가 고려되지 않은 용해거동을 연구한 Hossfeld⁽²⁾와 Kamal⁽²⁰⁾ 등의 연구에서도 액상내의 유동셀이 두 개로 분리됨을 보고하고 있다. 시계방향의 유동구조에 의하여 상부 단열면 근처의 상경계면이 빨리 이동해 가는 것과는 달리, 하부 단열면 근처에서의 상경계 이동속도는 상부면보다 상당히 느림을 볼 수 있으며 유선 사이의 간격이 크다는 사실로부터 유속이 느림을 알 수 있다. 이로부터 하부면 근처의 열전달 현상에 대류가 기여하는 정도는 미약함을 알 수 있으며 주로 전도에 의하여 열전달이 수행됨을 정성적으로 예측할 수 있다.

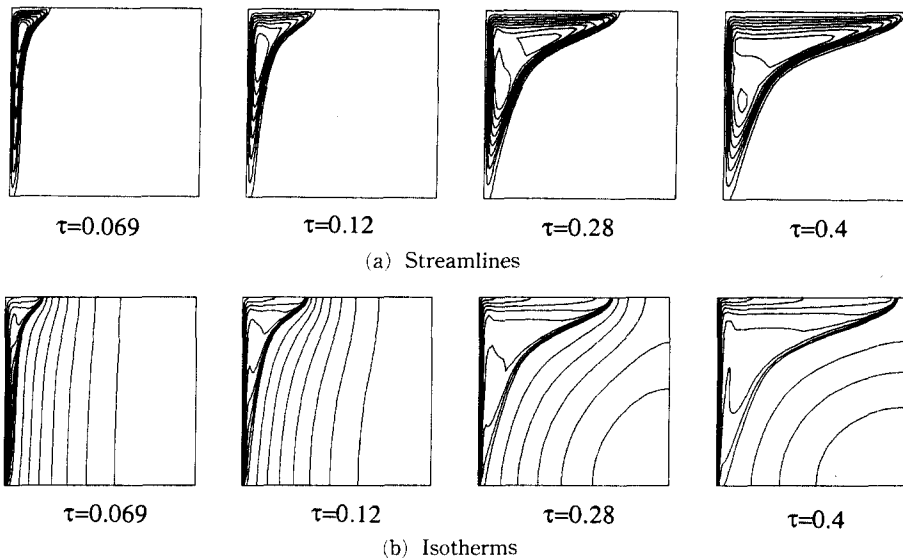


Fig. 3 The distribution of the isotherms and streamlines at several time steps for $Ra=10^6$, $Ste=0.1$ and $S_c=0.1$.

등온선 분포에서 보여주는 액상영역의 각 등온선 간의 차이는 $0.1(0.1 \times [T_w - T_i])$ 이며 고상 영역에서는 시간의 경과에 따라 온도의 최대값과 최소값의 차이가 변하므로 적절한 값을 선택하여 나타내었다. 액상영역 내부에서의 등온선은 용해 초기에 내측면과 평행하게 분포하는 경향을 보이다가 자연대류의 영향이 커짐에 따라 그 형상이 일그러짐을 볼 수 있다. 즉 시계방향의 유동의 세기가 커짐에 따라 온도의 반전현상이 나타난다. 고상 영역내에서의 등온선의 간격은 시간이 경과함에 따라 커짐을 볼 수 있는데 이는 내측벽으로부터 유입된 열이 상경계면을 통하여 고상영역으로 유입되었기 때문으로 사료된다.

4.3 용해 거동특성

Rayleigh수 및 과냉각 정도 S_c 가 상경계의 이동에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 몇가지 시간단계에서 상경계위치를 Figs. 4와 5에 나타내었다. Fig. 4는 Stefan수 Ste 가 0.1이고 과냉각정도 S_c 가 0일 때 $Ra=10^4$, 10^5 및 10^6 인 경우의 몇가지 시간단계에서의 상경계의 위치분포를 보여주고 있다. 세 가지 종류의 Rayleigh수에 대하여 액상영역의 두께가 얇은 용해 초기의 열전달 현상은 주로 전도에 의하여 지배되므로 상경계면은 내측벽면에 평행하게 이동되어 가는 경향을 보인다. 이후의 시간단계에서는 상부단열면 근처에 자연대류의 영향이 나타나며 상부 단열면에 인접한 상경계가 하부 단열면 근처의 것보다 앞서 진행된다. $Ra=10^4$ 인 경우에는 시간의 경과와 함께 상부면에서 자연대류의 영향이 나타나지만 상경계의 기울기는 비교적 완만

하다.

$Ra=10^4$ 보다 높은 Rayleigh수의 경우를 보여주는 Fig. 4(b)에서는 시간의 경과와 함께 자연대류의 영향이 상부 단열면에서 두드러지게 나타나고 있는 반면 하부 단열면 근처의 상경계 이동은 $Ra=10^4$ 인 경우보다 느림을 알 수 있다. $Ra=10^5$ 인 경우 $\tau=0.48$ 일 때 Y 가 2.5인 위치를 기점으로 하여 상경계면의 기울기가 크게 변화함을 볼 수 있다. 즉 $Y=2.5$ 이하에서의 상경계는 시간의 경과와 함께 거의 동일한 기울기를 가지며 진행되는 반면 $Y=2.5$ 이상인 경우에는 비교적 큰 기울기를 보인다. 이러한 상경계의 시간에 따른 변화 경향은 $Ra=10^6$ 인 경우 상경계의 위치 변화를 보여주는 Fig. 4(c)에서 더욱 뚜렷이 나타나 있으며 이는 Rayleigh수가 커짐에 따라 자연대류의 강도가 증가하였기 때문이다. 그림에 표시된 무차원 시간 $\tau = t^+ \times Ste$ 에 따른 세 가지 Rayleigh수에서의 상경계 위치를 비교해 볼 때 Rayleigh수의 위수(order)가 하나씩 증가함에 따라 상부 단열면 근처의 상경계 이동속도는 약 2배씩 증가됨을 볼 수 있다. 자연대류의 효과가 밀폐공간내에 충전되어 있는 상변화 물질의 용해속도에 큰 영향을 미친다는 사실은 잘 알려져 있으며 위에서 보여주는 정량적 및 정성적인 결과로부터 이를 확인할 수 있다.

고상의 초기 과냉각 정도가 비교적 큰 $S_c=0.2$ 일 때 세 가지 Rayleigh수에 대한 상경계의 이동 경향은 Fig. 5에서 보여주고 있다. 세 가지 종류의 Rayleigh수에서 시간의 경과에 따른 상경계의 이동은 앞서 논의한 $S_c=0.0$ 인 경우와 정성적으로 유사한 경향을 보이나 그림에 표시된 무차원 시간 τ

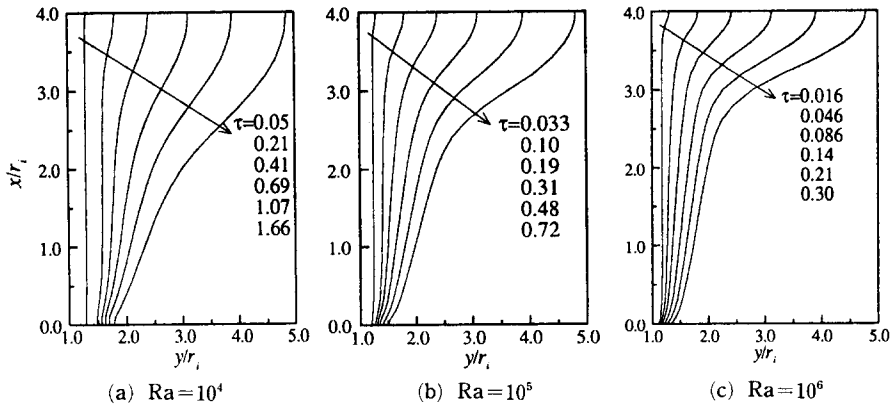


Fig. 4 Advance of the liquid-solid interface with time for $Ste=0.1$ and $S_c=0.0$

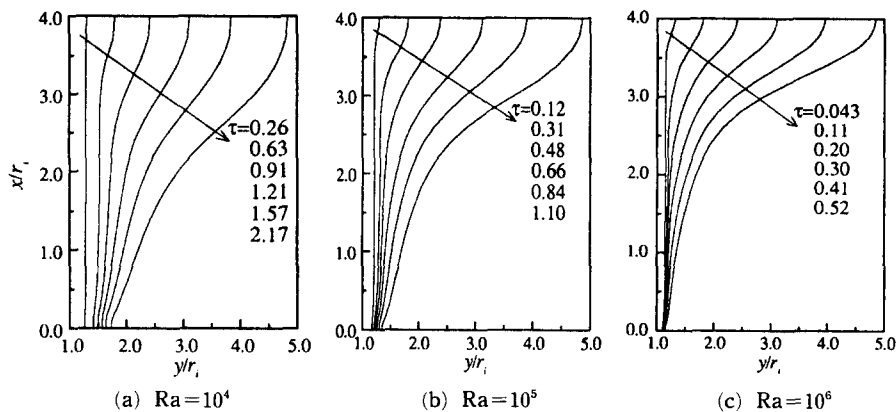


Fig. 5 Advance of the liquid-solid interface with time for $Ste=0.1$ and $Sc=0.2$

를 비교해 볼 때 $Sc=0.0$ 인 경우의 것보다 $Sc=0.2$ 일 때 전반적으로 용해시간이 지연됨을 알 수 있다. 이러한 정상적인 고찰로부터 고상의 초기 과냉각 효과는 상변화 물질의 용해현상에 크게 관여함을 예측할 수 있으며 이에 관한 정량적인 고찰은 이후의 논의에서 하기로 한다. $Sc=0.0$ 인 경우와 본 그림에서 보여주는 결과중 특이한 현상은 $Ra=10^5$ 혹은 $Ra=10^6$ 일 때 $Y=1.0$ 이하영역의 시간에 따른 상경계면의 시간에 따른 이동 경향이다. 즉 위의 두 가지 Rayleigh수의 경우에 대하여 $Y=1.0$ 이하영역에서 $Sc=0.2$ 일 때의 상경계의 이동속도는 $Sc=0.0$ 인 경우보다 상당히 느리다. 특히, $Ra=10^6$ 일 때 하부 단열면 근처에서 상경계의 시간에 따른 이동은 거의 없으며 시간의 경과에 관계없이 거의 일정한 두께를 보인다. 고상의 초기 과냉각 효과는 용해율을 감소시키며 — 고상의 초기온도는 용해온도보다 낮은 상태를 유지하므로 고상이 용해되기 위해서는 용해온도까지의 현열의 흡수가 필요함 — 시계방향으로 흐르는 유동 구조에 의하여 형성된 대류 열전달은 하부단열면 근처의 상경계 이동을 느리게 한다. 이러한 상경계의 이동 특성은 유동의 세기가 강한 높은 Rayleigh수 ($Ra=10^6$)의 경우에 더욱 두드러지게 나타나며 초기적으로 과냉각된 물질이 액상으로 용해되기 위한 현열의 흡수현상 때문에 나타난 현상이라 사료된다. 아울러 Fig. 5 (a), (b) 및 (c)에서 시간에 따른 하단부의 상경계 이동을 살펴보면 $Ra=10^6$ 인 경우의 상경계 이동 속도는 전도만을 고려하여 얻은 것보다 느림을 예측할 수 있다. 전도만을 고려하여 용해 현상을 해석한 경우에는 상경계면이 실린더 벽면과 평해하

게 이동할 것이나 자연대류가 고려될 경우에는 하부 고온벽을 통하여 유입된 열이 시계방향으로 흐르는 대류 효과에 의하여 상부면으로 이동되기 때문에 하단부의 상경계 이동이 느리게 된다. 위에서 언급한 바와 같이 Rayleigh수가 높고 과냉 효과가 큰 경우에 하단부의 상경계 이동이 매우 느리게 되는 것은 하단부의 상경계면으로 열유입이 자연대류에 의하여 방해되고 아울러 과냉효과로 인한 추가적인 현열 흡수가 요구됨으로 인하여 나타난 현상이라 판단된다.

Rayleigh수가 수직원관 내부의 상변화 물질의 용해 현상에 미치는 영향을 정량적으로 고찰하기 위하여 Fig. 6에 과냉각 정도를 나타내는 무차원수 $Sc=0$ 일 때 $Ra=10^4$, 10^5 및 10^6 인 경우의 시간에

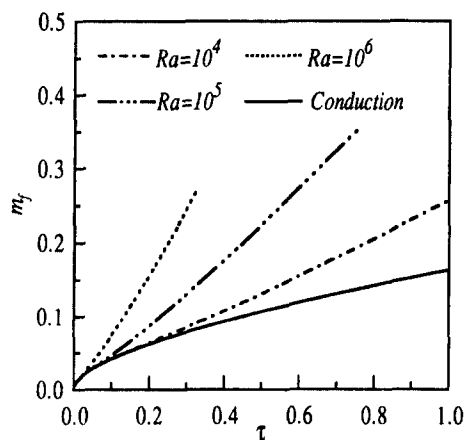


Fig. 6 The timewise variation of the molten mass fraction for $Ste=0.1$ and $Sc=0$.

다른 용해율의 변화를 도시하였다. 아울러 자연대류의 효과가 무시되는 경우와의 비교를 위하여 순수 전도($Ra=0$)만을 고려해 얻은 용해율도 함께 나타내었다. 이 그림에서 용해율의 하한치를 나타내는 순수 전도해로부터 얻어진 용해율의 시간에 따른 변화 경향은 선형적으로 거의 완만하게 분포하며 용해가 일어나는 전 시간영역에서 자연대류의 영향이 고려되는 경우의 용해율보다 낮게 나타난다. $Ra=10^4$ 인 경우의 용해율은 상변화 물질이 용해되기 시작하는 용해 초기(≥ 0.2)에 순수 전도해에 의하여 얻어진 용해율과 정량적으로 거의 같은 경향을 보이며 시간이 경과함에 따라 이들 값에 차이가 나타나며 이는 자연대류의 영향 때문이다.

이러한 자연대류의 효과는 Rayleigh수가 보다 높은 $Ra=10^5$ 혹은 10^6 인 경우에 더욱 명확히 나타나며 이 그림에서 보이는 바와 같이 용해율의 기울기는 Rayleigh수가 클 때 상당히 크게 나타남을 볼 수 있다. 또한 자연대류의 효과를 고려하여 얻어진 용해율이 순수 전도만에 의한 용해율로부터 이탈되는 분기시간은 Rayleigh수의 증가에 따라 빨라지게 된다. 즉 용해율은 $Ra=10^4$ 일 때 $=0.2$ 에서 순수 전도해와 차이를 보이기 시작하며 $Ra=10^5$ 인 경우의 순수해와의 분기시간은 약 0.1이다. 또한 Rayleigh수가 10^6 인 경우에는 거의 "0"에 근접함을 볼 수 있다.

고상의 초기 과냉각 효과가 상변화 물질의 용해 현상에 미치는 영향은 Fig. 7에 보인 결과의 정량

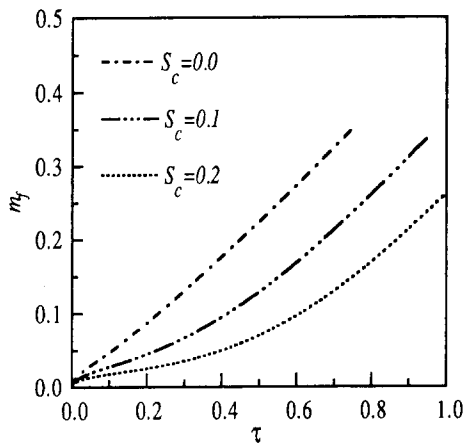


Fig. 7 The temporal variation of the molten mass fraction for $Ra=10^5$ and for several subcooling numbers.

적인 고찰로부터 알 수 있다. 이 그림은 $S_c=0$, $S_c=0.1$ 및 $S_c=0.2$ 에 대하여 Rayleigh수가 10^5 일 때 시간의 경과에 따른 용해율의 변화를 보여준다. 이 그림에서 보여주는 바와 같이 고상의 초기 과냉각 정도 S_c 가 0.2일 때의 용해율은 S_c 가 0 또는 0.1인 경우보다 훨씬 낮게 분포하는 경향을 보이며 시간의 경과와 함께 이 경우의 용해율은 상기 두 가지 경우와 더욱 큰 차이를 나타낸다. Kemink⁽²¹⁾ 등은 실린더 내경과 길이의 비가 10이고 내벽에 일정한 열유속이 가해지는 경우에서 실린더 내부에 n-eicosane parafin(용해온도 $=36.4^{\circ}C$)가 채워진 용해거동 현상을 실험적으로 연구한바 있으며 이들의 연구에서 과냉각이 존재함에 따른 용해율의 감소 및 자연대류 효과가 나타나기 시작하는 시점의 지연이 나타남을 고찰할 수 있다. 실린더내에서의 시간의 경과에 따른 용해율의 감소현상은 실린더 내벽을 통한 열전달 현상을 억제하므로 내벽을 통한 유입 열전달은 과냉각이 큰 경우보다 작은 경우에서 크게 나타남을 정성적으로 예측할 수 있다. 이 결과로부터 고상의 초기 과냉각효과가 상변화 물질의 용해현상에 미치는 영향이 큼을 알 수 있다. 이러한 결과는 실제 상변화 현상을 수반하는 문제를 해석하는데 있어서 고상의 초기온도가 용해 온도보다 낮은 상태를 유지하는 경우 이에 관한 효과가 반드시 고려되어야 함을 제시해 준다.

4.4 열전달 특성

이전에서는 상변화 물질의 용해과정 동안의 유동 특성, 정성적인 온도분포 경향 및 용해율에 대하여 논의하였으며 아래에서는 열전달면에서의 전열특성에 관하여 논의하기로 한다. 이를 위하여 원관 내측 열전달 면에서의 평균 Nusselt수를 다음과 같이 정의하였다.

$$Nu_w = \frac{q_w/H}{k\Delta T} \quad (9)$$

위의 정의식에서 ΔT 는 내측 벽면온도, T_w 와 상변화 물질의 용해온도, T_i 의 차이이며 q_w 는 내측 벽면으로부터 유입된 열량으로서 다음과 같이 정의된다.

$$q_w = \int_0^H -r_i \frac{\partial T}{\partial y} dx \quad (10)$$

고상의 초기적인 과냉각 효과가 열전달면에서의 전열특성에 미치는 영향을 알아보기 위하여

Rayleigh수가 10^4 혹은 10^6 일 때 $S_c=0.0, 0.1$ 및 0.2 에 대한 평균 Nusselt수의 시간에 따른 분포를 Fig. 8에 나타내었다. 이 그림에서 $Ra=10^4$ 일 때 $\tau=0.4$ 인 시점까지는 과냉각 정도가 클수록 Nusselt수의 값이 크게 나타나며 이후에서는 과냉각 정도가 작을수록 평균 Nusselt 수의 값이 높게 나타난다. 이러한 정성적인 거동은 Rayleigh수가 10^6 인 경우에 더욱 명백하다. 즉 무차원 시간 τ 가 0.05 인 시점을 기준으로 하여 이전에서는 과냉각 정도가 클 때 평균 Nusselt수의 값이 크며 이후에서는 반대의 경향을 보인다. 이는 다음과 같은 고찰로부터 설명이 가능하다. 용해초기에는 액상영역의 두께가 매우 얇으므로 자연대류가 거의 나타나지 않으며 이에 따라 액상영역 내부의 열전달 특성은 전도에 의하여 지배된다. 과냉각이 큰 경우에서 액상영역의 온도구배가 크므로 이 조건의 Nusselt수의 값이 과냉각이 "0"인 경우보다 크게 나타난다. 앞에서 언급한 바 있는 고-액 상경계면은 같은 Rayleigh 조건에서 과냉각이 작을 때 빠르게 자연대류 효과는 이 조건에서 빨리 나타난다. 용해가 진행됨에 따라 자연대류에 의한 대류 열전달이 전도열전달을 압도하므로 용해초기 영역을 지난 이후의 시간 영역에서는 과냉각이 작은 경우에서 Nusselt수의 값이 크게 된다. 아울러 자연대류 효과가 열전달에 미치는 영향을 본 그림에서 확인할 수 있다. 즉 $Ra=10^6$ 에 대한 평균 Nusselt수의 값은 세 가지 종류의 과냉각수에 관계 없이 $Ra=10^4$ 인 경우보다 크게 나타남을 본 연구에서 확인할 수

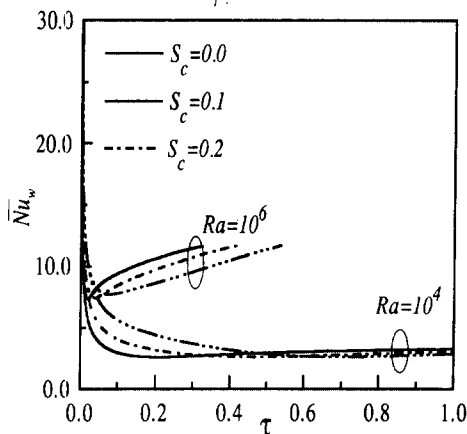


Fig. 8 The temporal variation of the average Nusselt number for the several subcooling numbers.

있었다. 아울러 $Ra=10^6$ 인 경우에서 내벽을 통한 유입 열전달량을 정량적으로 보여주는 Nusselt수의 값은 초기의 급격한 감소현상에서 자연대류에 기인된 완만한 증가 현상으로 전환되는 현상은 본 연구 이외에도 Kemink⁽²¹⁾의 연구에서 보고되고 있다.

5. 결론

수직 원관내에서의 상변화 물질이 용해과정을 거치면서 나타나는 유동 및 열전달 현상을 고찰하기 위하여 동일한 Stefan수에 대하여 Rayleigh수와 고상의 초기 과냉각 정도를 나타내주는 무차원변수 S_c 를 변화시키면서 수치계산을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 본 수치계산방법의 타당성을 검증하기 위하여 고상의 초기 과냉각효과가 없는 경우에 관하여 수치계산을 수행하였으며 이 결과는 기존 결과와 정량적 및 정성적으로 잘 일치함을 확인할 수 있었다. 이로부터 본 수치계산이 타당하게 수행되었음을 알 수 있었다.

(2) 용해의 초기단계에서의 열전달 현상은 주로 전도에 의하여 지배되며 시간이 경과함에 따라 자연대류의 영향이 나타난다. 이에 따라 상부단열면 근처의 상경계 이동 속도는 하부 단열면 근처의 것보다 빠르게 진행해 가며 이는 Rayleigh수가 큰 경우에 더욱 심화되는 경향을 보인다. 특히 $S_c=0.2$ 이고 $Ra=10^6$ 인 경우 상부면 근처의 상경계 이동 속도는 빠르게 진행되는 반면 하부면 근처의 상경계는 시간의 진행과는 관계 없이 비교적 얇은 일정한 두께를 갖는다.

(3) 고상의 초기 과냉각이 존재하지 않는 경우 $Ra=10^4$ 일 때 용해가 상당히 진행된 시점까지의 용해율은 순수 전도만을 고려하여 얻은 것과 정량적으로 거의 같으나 Rayleigh수가 10^5 및 10^6 으로 높아감에 따라 순수 전도해와 자연대류효과가 고려된 경우의 용해율 사이에 큰 차이가 존재했다.

(4) 고정된 Rayleigh수에 대하여 고상의 초기 과냉각 정도, S_c 가 클수록 상경계의 이동이 느리며 이는 수직원관내에 채워진 상변화 물질의 용해율을 감소시킨다. 이러한 결과로부터 초기적으로 고상이 용해 온도보다 낮은 상태를 유지하는 경우의 상변화 문제를 해석하는데 있어서 고상 초기의 과냉각 효과가 반드시 고려되어야 함을 알 수 있었다.

후 기

이 연구의 일부는 한국 과학재단 지정 터보·동력 기계 연구센터의 지원으로 수행되었으며, 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Sparrow, E. M., Patankar, S. V. and Ramadhyani, S., 1977, "Analysis of Melting in the Presence of Natural Convection in the Melt Region," *J. Heat Transfer*, Vol. 99, pp. 520~526.
- (2) Hossfeld, L. M., 1979, A Coordinate Transformation Method for Solving a Convection Phase Change Problem, Ph. D. Thesis, University of Minnesota, Minneapolis.
- (3) Hsu, C. F., Sparrow, E. M. and Patankar, S. V., 1981, "Numerical Solution of Moving Boundary Problems by Boundary Immobilization and a Control-Volume-Based Finite-Difference Scheme," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 1335~1343.
- (4) Sparrow, E. M. and Ohkubo, Y., 1986, "Numerical Analysis of Two Dimensional Transient Freezing Including Solid-Phase and Tube-Wall Conduction and Liquid-Phase Natural Convection," *Num. Heat Transfer*, Vol. 9, pp. 59~77.
- (5) Sparrow, E. M. and Broadbent, J. A., 1982, "Inward Melting in a Vertical Tube Which Allows Free Expansion of the Phase Change Medium," *J. Heat Transfer*, Vol. 104, pp. 309~315.
- (6) 김무근, 1991, "밀도차와 자연대류를 고려한 수직원관 주위에서의 빙축열 과정 해석," 박사학위논문, 서울대학교, 서울.
- (7) Webb, B. W. and Viskanta, R., 1986, "Analysis of Heat Transfer During Melting of a Pure Metal from an Isothermal Vertical Wall," *Num. Heat Transfer*, Vol. 9, pp. 539~558.
- (8) Viskanta, R., 1988, "Heat Transfer During Melting and Solidification of Metals," *J. Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1205~1219.
- (9) Gadgil, A. and Gobin, D., 1984, "Analysis of Two Dimensional Melting in Rectangular Enclosure in Presence of Convection," *J. Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 20~26.
- (10) Ho, C. -J. and Viskanta, R., 1984, "Heat Transfer during Melting from an Isothermal Vertical Wall," *J. Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 12~19.
- (11) Okada, M. 1984, "Analysis of Heat Transfer during Melting from a Vertical Wall," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 2057~2066.
- (12) Lacroix, M. and Arsenault, A., 1993, "Analysis of Natural Convection Melting of a Subcooled Pure Metal," *Num. Heat Transfer Part A*, Vol. 23, pp. 21~34.
- (13) Lacroix, M. and Garon, A., 1992, "Numerical Solution of Phase Change Problems; An Eulerian-Lagrangian Approach," *Num. Heat Transfer Part B*, Vol. 19, pp. 57~78.
- (14) Lacroix, M., 1992, "Prediction of Natural Convection Dominated Phase Change Problems by the Vorticity-Velocity Formulation of the Navier-Stokes Equations," *Num. Heat Transfer Part B*, Vol. 22, pp. 79~93.
- (15) Karki, K. C. and Patankar, S. V., 1988, "Calculation Procedure Viscous Incompressible Flows in Complex Geometries," *Num. Heat Transfer*, Vol. 14, pp. 295~307.
- (16) Kim, C. -J., Ro, S. T. and Lee, J. S., 1993, "An Efficient Computational Technique to Solve the Moving Boundary Problems in the Axisymmetric Geometries," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 3759~3764.
- (17) Thompson, J. F. Warsi, Z. U. A. and Mastia, C. W., 1985, *Numerical Grid Generation*, North Holland.
- (18) Crank, J., 1984, *Free and Moving Boundary Problems*, CLERENDON PRESS, Oxford.
- (19) Benard, C., Gobin, D. and Zanolli, A., 1986, "Moving Boundary Problem : Heat Conduction in the Solid Phase-Change Material During Melting Driven by Natural Convection in the Liquid," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 29, pp. 1669~1681.
- (20) Kamal, A. R. I. and Carlos, A. M., 1993,

"Convection Dominated PCM Fusion Around a Vertical Cylinder," *The 6th International Symposium on Transport Phenomena*, Seoul Korea, Vol. II, pp. 354~358.

(21) Kemink, R. G. and Sparrow, E. W., 1981,

"Heat Transfer Coefficients for Melting about a Vertical Cylinder with or without Subcooling and for Open or Closed Containment," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 1699~1710.