

〈기술논문〉

## 과도탐침법을 이용한 액체의 열물성 동시측정

배 신 철\* · 김 명 윤\*\*

(1996년 7월 4일 접수)

### The Simultaneous Measurement for Thermal Properties of Liquids Using Transient Probe Method

S. C. Bae and M. Y. Kim

**Key Words :** Transient Probe Method(과도탐침법), Thermal Conductivity Probe(열전도계수 탐침), Levenberg-Marquardt Method(Levenberg-Marquardt법), Thermal Property(열물성), Thermal Conductivity(열전도계수), Volumetric Heat Capacity(체적열용량), Thermal Diffusivity(열확산계수)

#### Abstract

The theoretical model for the transient probe method is the modified Jaeger model which is used perfect line source theory. The transient probe technique has been developed for the simultaneous determination of thermal conductivity, diffusivity and volumetric heat capacity of liquids. The Levenberg-Marquardt iteration method is adapted to obtain thermal property within nonlinear range. Experimental results of liquids were found to agree well with recommended thermal property data.

#### 기 호 설 명

$a$ : 열확산계수 ( $m^2/sec$ )	$u$ : 탐침의 내부반경 (m)
$k$ : 열전도계수 ( $W/mK$ )	$s$ : 열선의 반경 (m)
$C$ : 체적열용량 ( $J/m^3K$ )	$k_{is}$ : 절연재의 열전도계수 ( $W/mK$ )
$\Gamma$ : 단위길이 당 탐침의 외부접촉저항 ( $Km/W$ )	$k_{tu}$ : 튜브의 열전도계수 ( $W/mK$ )
$\Gamma_t$ : 단위길이 당 탐침의 총열저항 ( $Km/W$ )	$R$ : 온도센서와 열선과의 거리 (m)
$W$ : 탐침의 단위길이 당 내부 열저항 ( $Km/W$ )	$T$ : 온도 (K)
$C_p$ : 탐침의 체적열용량 ( $J/m^3K$ )	$\tau$ : 무차원변수 ( $\frac{at}{R^2}$ )
$C_w$ : 열선의 체적열용량 ( $J/m^3K$ )	$e$ : 오일러상수 ( $=0.5772$ )
$C_{is}$ : 절연재의 체적열용량 ( $J/m^3K$ )	$\epsilon$ : $\text{Exp}(e) = 1.7811$
$C_{tu}$ : 튜브의 체적열용량 ( $J/m^3K$ )	$\rho$ : 밀도 ( $kg/m^3$ )
$t$ : 시간	$c$ : 비열 ( $J/kgK$ )
$v$ : 탐침의 외부반경 (m)	$Q$ : 단위길이 당 방열량 ( $W/m$ )
	$\omega$ : 매개변수 ( $=2\pi v^2 \rho c / C$ )
	$h$ : 표면전도도에 대한 표면열저항의 비

\*단국대학교 기계공학과

\*\*회원, 단국대학교 대학원

## 1. 서론

물질에 대한 열물성의 연구는 철강, 열처리, 에너지, 전자, 원자력, 식품, 항공우주, 지구과학 등 기초 산업으로부터 첨단 산업에 이르기까지 광범위하게 그 필요성이 요구되는 분야이다. 열물성을 정확히 아는 것이야말로 모든 공업 분야에서 필수적인 일이며, 또한 모든 열 관련 기계설계의 기본적인 사항이다. 최근에는 첨단 전자분야뿐만 아니라 에너지의 효율적인 운용대책 및 신소재 개발분야 등의 연구에 열물성의 정확한 측정이 무엇보다 강조되고 있고 그 중요성이 강력히 대두되고 있다. 열물성의 측정에 대한 연구는 17세기부터 시작되었으나 오늘날까지도 완전히 측정법이 확정되지 못할 만큼 복잡하고 어려운 점이 많다. 그러나 오늘날에는 초정밀 계측 기기나 고성능 컴퓨터의 도움으로 난해한 모델의 해석뿐만 아니라 미세하고 신속히 변화하는 신호를 처리 분석할 수 있게 됨으로써 이 분야의 획기적인 발전을 가져오고 있다.

물질의 열전도계수를 측정하는 방법을 대별하면 정상상태법(steady state method)과 과도상태법(transient state method)으로 구분된다. 과도상태법은 측정물질에 열을 공급하는 방법에 따라 주기열유법(periodic heating method)과 연속가열법(continuous heating method) 및 섭광법 등으로 나누어진다.

연속가열법인 라인소스(Line source)법의 일종인 탐침법(Probe method)은 바늘모양 탐침(probe)내의 열선에 일정한 라인소스를 공급하여 시간에 따른 온도상승을 측정하여 열전도계수를 측정하는 방법으로서 건조하거나 습기에 관계 없이 열전도계수를 측정할 수 있는 장점이 있으므로 토양이나 농산물 및 액체를 포함하여 다양한 물질의 열물성 측정에 이용할 수 있다. 정상상태법은 평형상태 유지를 위하여 오랜 시간이 소요될뿐만 아니라 정밀제어 기술이 요구되며, 비용도 많이 들게 되므로 현장에서 직접 채택하기에는 문제가 많다. 그러나 과도탐침법은 간단하며, 장치비가 저렴하고 측정시간이 짧은 이점이 있으므로 현장에서 직접 사용이 가능하다. 그러나 측정물질이 불균일하거나 비동질성일 때는 정밀도가 다소 저하되는 약점이 있다.

이 라인소스법(Line source method)은 1888년 Schliermacher<sup>(1)</sup>가 최초로 제안하였으며, 1931년

Stalhan과 Pyk<sup>(2,3)</sup>가 독창적으로 개발하여 1934년 세라믹재의 측정에 사용되었다. Jaeger<sup>(4)</sup>는 완전도체인 무한 실린더의 반경방향에 대한 열흐름을 연구하였고, Carslaw와 Jaeger<sup>(5)</sup>는 완전 라인소스에 대하여 Laplace 변환을 사용한 가장 보편적인 측정이론 모델을 제시하였다.

1949년 Van der Held와 Van Drunen<sup>(6)</sup>은 이 방법을 이용하여 액체의 열전도계수를 측정하였다. 라인소스법이 열선을 직접 측정재료에 넣고 측정하는데 비해 과도탐침법은 실제적이고 현장에 사용하기 편리하도록 열선을 탐침내에 넣어 시료에 삽입이 쉽도록 고안한 것인데, 이 법을 최초로 이용한 Hooper 등<sup>(7,8)</sup>은 습기 있는 토양에 대한 열전도계수를 측정함으로써 이 측정법의 사용 가능 범위를 넓혔다.

Blackwell<sup>(9,10)</sup>은 짧은 시간과 긴 시간의 탐침온도에 대한 근사해를 구하였으며, Jaeger<sup>(11)</sup>는 접촉저항을 도입하여 수치해법으로 해석하였다. 1958년 Devris 등<sup>(12)</sup>은 탐침과 측정물질의 접촉저항에 탐침의 크기가 미치는 영향을 고려하여 토양 등에 대한 열전도계수를 측정하였다. 이후 여러 연구자들<sup>(13-20)</sup>이 과도탐침법에 대한 연구 및 실험장치 개발을 계속하여 왔으며, 1983년 Bruijn<sup>(21)</sup>은 Jaeger 모델을 수정하여 열전도계수, 체적열용량, 접촉저항을 동시에 측정할 수 있는 이론을 제시하였다.

과도탐침법을 이용하여 열물성을 측정하는 일반적인 방법은 측정된 시간-온도곡선에서 선형 구간만을 택하여 선형 구간에 적용되는 이론을 해석함으로써 열전도계수만을 구하였다. 실제적으로 탐침을 이용하여 단시간에 측정된 온도변화는 비선형이며, 설사 선형구간이 존재한다 하더라도 그 범위가 매우 좁기 때문에 정밀한 측정을 위해서는 온도 변화 곡선을 비선형으로 하는 이론적 해석이 필수적이다. 본 논문의 이론 해석을 위한 수학적 모델은 Bruijn의 수정 Jaeger 모델을 선택하였으며, 시간-온도 변화 곡선을 비선형으로 택하여 비선형 회귀분석법으로 이론적인 해를 구하였다.

해석적 예측치와 실험에서 구한 측정치의 오차를 가장 작게 하는 매개변수를 구하는 과정으로부터  $k$ ,  $C$  등을 구하게 되는데, 최소자승합을 구하는 방법은 급하강법(the steepest descent method), Gauss-Newton법, Levenberg-Marquardt법이 주로 사용되고 있다. 급하강법은 주어진 회귀 모델에

서 구배가 최대인 방향으로 방향 벡터를 취한 다음 반복적으로 잔차의 자승합이 최소가 되는 점을 찾아가는 기법으로, 1847년 Cauchy에 의해 소개되었으며, 구배법(Gradient method)으로도 불린다. 이 방법은 초기 예측치가 부정확하더라도 수렴은 하지만 최소값으로의 수렴이 잘 되지 않고 시간이 오래 걸리는 단점이 있다. Gauss Newton법은 테일러 급수 전개를 이용하여 원래의 비선형 방정식을 선형으로 근사시켜 표현하고, 잔차를 최소화하기 위하여 매개변수의 새로운 추정치를 구하는 것으로 최소 자승이론이 사용된다. 이 방법은 수렴이 늦으며 잔혹 수렴이 안되는 경우도 있다. 1961년 Hartley<sup>(22)</sup>는 기존의 Gauss Newton법을 수렴이 가능하도록 일부 수정한 수정 Gauss-Newton법을 발표하였다.

1963년 Marquardt<sup>(23)</sup>는 급하강법과 Gauss Newton법의 장점을 최대한 이용하기 위하여 두 방법을 조합한 알고리즘을 발표하였다. 이 방법은 미지의 매개변수에 대한 초기 추정이 부정확하더라도 수렴이 가능한 장점이 있다. 이 방법은 Levenberg법을 개선시킨 것으로서 일반적으로 Levenberg Marquardt법으로 알려져 있으며 널리 사용되고 있다.

본 연구의 목적은 과도탐침법을 사용하여 액체의 다중열물성을 정밀하게 측정할 수 있는 장치를 개발하는데 있다. 이 장치의 정밀도를 검증하기 위하여 물, glycerin, ethylene glycol을 사용하였는데, 이러한 재료들을 선택한 이유는 측정하고자 하는 온도에서 비교적 화학적으로 안정되어 있으며 또한 열물성의 추천값이 잘 제시되어 있기 때문이다.

본 논문에서 비선형구간에 대한 이론 해석은 회귀 분석의 해석 기법인 Levenberg Marquardt법을 이용하였으며, 열전도계수와 체적열용량을 동시에 구하고 이로부터 열확산계수를 구할 수 있는 프로그램 개발하였다. 또한 실험 장치 및 탐침을 자체 제작하여 사용함으로써 정밀한 측정 장치의 국산 가능성을 제시하였다. 측정치의 정밀도를 검증하기 위하여 표준 시편에 대한 실험치를 공인된 추천값과 비교함으로써 신빙성을 입증하였다.

## 2. 이론해석

### 2.1 탐침 이론

과도탐침법은 탐침내의 열선에 일정한 열량을 공급하여 시간에 따른 온도상승 비율을 측정하여 열

물성을 구하는 방법이다.

무한히 크고 등방성이며 동질인 재료 내부에 직경이 무한히 작고 길이가 무한대인 연속적인 라인소스(line source)가 묻혀있을 때, 완전 라인소스 모델의 온도와 시간 특성은 장시간 값에 대하여 Carslaw 와 Jaeger<sup>(24)</sup>는 Fourier 열전도방정식을 사용하여 다음과 같이 나타내었다.

$$T(t) = \frac{Q}{4\pi k} \left\{ \ln\left(\frac{4at}{R^2} - c\right) \right\}, \quad \left( t \gg \frac{R^2}{4a} \right) \quad (1)$$

여기서  $T$ 는 온도,  $t$ 는 시간,  $Q$ 는 단위길이 단위시간 당 발열량,  $e$ 는 0.5772로 Euler 상수이다. 또한  $k$ 는 재료의 열전도계수,  $a (=k/C = k/\rho C_p)$ 는 열확산계수,  $C$ 는 체적열용량,  $R$ 은 탐침의 온도센서와 가열선과의 반경방향 유효거리이다.

탐침의 이론적 모델인 라인소스모델과 실제 탐침 사이에는 오차가 생기는데 그 이유는 실제의 탐침은 유한한 크기로 인한 매개변수를 가지고 있으며 온도 측정위치도 측정물질이 아닌 탐침 내에서 측정하게 된다.

온도센서와 측정물질 사이에는 두 개의 열저항이 존재하는데 하나는 탐침 내의 내부 열저항이며 또 다른 하나는 주위재료와 탐침 외부표면 사이의 접촉저항이다. 그리고 탐침의 체적열용량으로 인한 오차가 발생하는데, 이론에서의 라인소스는 면적도 없고 길이도 없다고 하여 열원의 체적열용량을 0으로 가정하고 있으나 실제의 탐침은 면적도 길이도 있는 유한한 체적열용량을 가지고 있다.

Jaeger<sup>(11)</sup>는 탐침과 측정물질 사이에 열접촉저항 개념을 도입하여 무차원변수를 이용한 완전접촉과 불완전접촉에 대한 온도저하를 계산하였고, 또한 탐침 자체의 열매개변수를 탐침 자체의 완전도체 체적열용량과 탐침 체적열용량의 비를 무차원변수를 도입함으로써 장 시간값( $t \gg R^2/4a$ )에 대한 온도응답의 점근식을 나타내었다.

$$T(t) = \frac{Q}{4\pi k} \left\{ 2h + \ln \frac{4\tau}{\epsilon} - \frac{(4h - \omega)}{2\omega\tau} + \frac{\omega - 2}{2\omega\tau} \ln \frac{4\tau}{\epsilon} + \dots \right\} \quad (2)$$

식 (2)에서  $\tau = \frac{at}{R^2}$ 는 무차원변수이고,  $\epsilon$ 는  $\exp e = \exp(0.5711) = 1.7811$ 로 주어지며,  $\omega$ 는  $\omega = 2\pi v \rho C / C$ 로 주어지는 매개변수이고  $h$ 는 표면전도도에 대한 표면열저항의 비를 나타낸다.

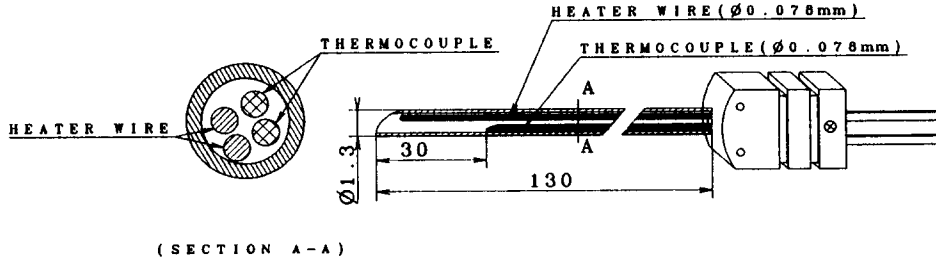


Fig. 1 Cross sectional view of thermal conductivity probe

Fig. 1은 열물성 측정장치에 사용되는 소형탐침의 설계도를 나타낸 것이다. 열물성을 보다 정확히 측정하기 위하여 열선과 열전대가 들어 있는 실제의 탐침 모델을 단순화하였는데, 반경( $v$ )이 실제의 탐침과 동일하며 열전대의 위치가 탐침의 중심으로부터 유효거리  $R$ 만큼 떨어진 이상적인 완전도체의 모델을 아래의 Fig. 2와 같이 나타내었다.

Fig. 2에서 단순화된 탐침의 단위길이 당 체적열용량은 탐침의 체적열용량과 같다고 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_p \pi v^2 = \pi s^2 C_w + (\pi u^2 - \pi s^2) C_{is} + (\pi v^2 - \pi u^2) C_w$$

$$C_p = \frac{S^2 C_w + (u^2 - s^2) C_{is} + (v^2 - u^2) C_w}{v^2} \quad (3)$$

여기서  $C_p$ : 탐침의 체적열용량,  $C_w$ : 열선의 체적열용량,  $C_{is}$ : 절연재의 체적열용량,  $C_w$ : 튜브의 체적열용량이다.

또한 탐침과 측정물질 사이의 총 열저항  $\Gamma_t$ 는 접촉저항  $\Gamma$ 와 탐침의 내부열저항  $W$ 를 합한 것과 같다고 나타낸다.

$$\Gamma_t = \Gamma + W \quad (4)$$

탐침과 측정물질과의 접촉저항이 0인 경우 접촉

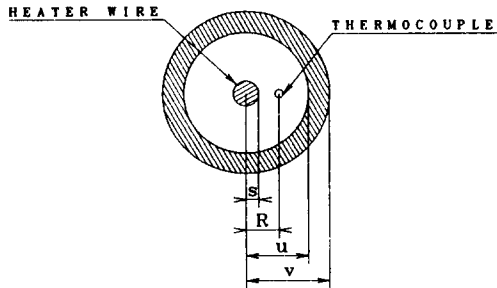


Fig. 2 The modified Jaeger model of idealized probe

저항  $\Gamma$ 는 0이 됨으로 교정을 통하여  $W$ 를 구할 수 있으며,  $W$ 를 알고 있을 경우 원통의 열전도 방정식을 사용하여 구한 아래 식을 이용하여 온도센서와 열선과의 유효거리  $R$ 을 구할 수 있다.

$$W = \frac{\ln(u/R)}{2\pi k_{is}} + \frac{\ln(v/u)}{2\pi k_w} \quad (5)$$

수정 Jaeger 모델을 계수  $A$ ,  $B$ ,  $D$ ,  $E$ 를 사용하여 시간-온도응답에 대한 점근해를 나타내면 다음과 같다.

$$T(t) = A \ln(t) + B + \frac{D}{t} + \frac{E \ln(t)}{t} \quad (6)$$

$$A = Q/4\pi k \quad (7)$$

$$B = (Q/4\pi k) \ln\left(4 \frac{\alpha}{v^2 \epsilon}\right) + 4\pi k (\Gamma + W) \quad (8)$$

$$D = \left(\frac{QCv^2}{8\pi k^2}\right) \left\{ (1 - C_p/C) \ln \frac{4\alpha}{v^2 \epsilon} + 1 - (C_p/C) 4\pi k (\Gamma + W) \right\} \quad (9)$$

$$E = \left(\frac{QCv^2}{8\pi k^2}\right) \left(1 - \frac{C_p}{C}\right) \quad (10)$$

여기서  $A$ ,  $B$ ,  $D$ ,  $E$ 의 계수는 열전도계수  $k$ , 체적열용량  $C$ , 열저항  $\Gamma$ 의 비선형함수이며, 또한 탐침의 반경  $v$ , 방산열량  $Q$ , 탐침의 체적열용량  $C_p$ , 내부 열저항  $W$ 의 함수이다. 나중의 매개변수 4개( $v$ ,  $Q$ ,  $C_p$ ,  $W$ )는 이미 알고 있는 상수로 간주되며, 그 값은 각각의 탐침마다 다르며  $Q$ 값은 측정치마다 다르다.

Fig. 3은 탐침 내의 열선에 일정한 열량을 공급하였을 때 시간에 따른 온도상승을 온도  $T(t)$ 와 시간  $\ln(t)$ 의 좌표로 나타낸 것으로 이 그래프의 비선형 구간에서 얻은 시간과 온도의 데이터를 사용하여 식 (6)에서 매개변수( $k$ ,  $C$ )를 동시에 구할 수 있다.

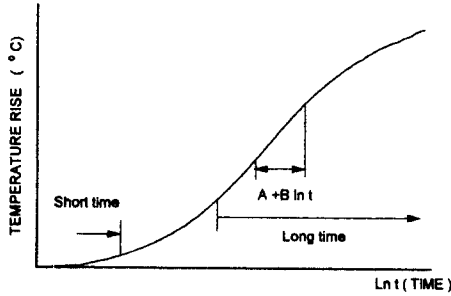


Fig. 3 The various time domains for  $T(t)$  against  $\ln(t)$

## 2.2 Levenberg Marquardt 법

수정 Jaeger 모델은 아주 정확하게 온도응답을 나타낸다. 그러나 온도응답으로부터 매개변수( $k$ ,  $C$ )를 계산하는 것은 매우 복잡하다. 탐침의 매개변수는 캘리브레이션으로 구할 수 있으나, 측정물질의 매개변수( $k$ ,  $C$ )는 알지 못하므로 이 매개변수를 결정하고자 하는 것이다.

식 (6)은 열전도계수( $k$ )와 체적열용량( $C$ ), 시간  $t$ 의 함수로 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$F(t; k, C) = A(k) \ln(t) + B(k, C) + \frac{\{D(k, C) + E(k, C) \ln(t)\}}{t} \quad (11)$$

이와 같은 비선형방정식에 데이터를 회귀분석하고자 할 경우 선형 최소자승에서와 같이 비선형회귀분석에서도 잔차의 제곱 합을 최소로 하는 매개변수를 구하는데 바탕을 둔다. 이 매개변수를 구하기 위하여 Levenberg Marquardt 법을 사용한다.

Levenberg Marquardt 법은 Gauss Newton 법을 바탕으로 Gauss Newton 법의 단점인 불확실한 초기치로 인한 수렴시간의 지연, 잦은 방향 전환, 수렴의 비필연성을 보완하기 위하여 Marquardt가 제안한 방법으로 Gauss Newton 법에  $\lambda$ 라는 임의의 인수를 추가로 도입하여 초기치에 대한 의존성을 감소시켰다. Levenberg Marquardt의 근거가 되는 Gauss Newton 법<sup>(33)</sup>의 이론은 다음과 같다.

데이터와 비선형방정식 사이의 관계식은 다음과 같다.

$$T_i = F(t_i; k, C) + e_i \quad (12)$$

$T_i$ 는 종속변수에 의해 측정된 값이고,  $F(t_i; k, C)$ 인 방정식은 독립변수  $t_i$ 의 함수이자 매개변수  $k$ ,  $C$ 의 비선형함수이다. 또한  $e_i$ 는 임의의 오차

(random error)이다. 간편하게 하기 위하여 매개변수는 생략하고 간략한 형태로 다음과 같이 표현한다.

$$T_i = F(t_i) + e_i \quad (13)$$

이 비선형모델은 매개변수값 주위로 Taylor 급수로 전개할 수 있으며 1차 도함수까지만 취한다.  $k$ ,  $C$ 인 두 개의 매개변수에 대하여는 다음과 같다.

$$F(t_i)_{j+1} = F(t_i)_j + \frac{\partial F(t_i)_j}{\partial k} \Delta k + \frac{\partial F(t_i)_j}{\partial C} \Delta C + e_i \quad (14)$$

여기서  $j$ 는 초기가정값이고,  $j+1$ 은 예측치이며,  $\Delta k = k_{j+1} - k_j$ ,  $\Delta C = C_{j+1} - C_j$ 이다.

따라서 원래의 모델을 매개변수에 대한 선형모델로 변화시켰다. 식 (14)를 식 (13)에 치환시키면 다음과 같은 식이 생성된다.

$$T_i = F(t_i)_j + \frac{\partial F(t_i)_j}{\partial k} \Delta k + \frac{\partial F(t_i)_j}{\partial C} \Delta C + e_i$$

상기 식을  $T_i - F(t_i)_j$ 로 다시 쓰면 아래 식과 같다.

$$T_i - F(t_i)_j = \frac{\partial F(t_i)_j}{\partial k} \Delta k + \frac{\partial F(t_i)_j}{\partial C} \Delta C + e_i \quad (15)$$

(15) 식을 행렬식으로 나타내면 아래와 같다.

$$\{D\} = \{Z_j\} \{\Delta A\} + \{E\} \quad (16)$$

여기서  $\{Z_j\}$ 는 초기 가정값  $j$ 로부터 얻은 편미분 행렬이다.

$$\{Z_j\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial k} & \frac{\partial F_1}{\partial C} \\ \frac{\partial F_2}{\partial k} & \frac{\partial F_2}{\partial C} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial k} & \frac{\partial F_n}{\partial C} \end{bmatrix}$$

이 행렬에서  $n$ 은 데이터 점의 번호이고  $\frac{\partial F_i}{\partial k}$ ,  $\frac{\partial F_i}{\partial C}$ 는  $i$ 번째 점에서 얻은 매개변수에 대한 편미분 함수이다.

$$\{D\} = \begin{bmatrix} T_1 - F(t_1) \\ T_2 - F(t_2) \\ \vdots \\ T_n - F(t_n) \end{bmatrix}$$

그리고  $\{\Delta A\}$ 는 매개변수 값의 변화를 나타내는 벡터로서 다음과 같이 표현된다.

$$\{\Delta A\} = \begin{bmatrix} \Delta k \\ \Delta C \end{bmatrix}$$

식 (16)에서 선형 최소자승을 적용하면 다음의 정규방정식을 얻는다.

$$[Z_j]^T [Z_j] \{\Delta A\} = [Z_j]^T \{D\} \quad (17)$$

따라서 매개변수의 보다 개선된 값을 구하기 위하여는 식 (17)에서  $\Delta A$ 를 구하는 것이다. 초기치로부터 시작하여  $k$ ,  $C$ 에 대한 보다 양호한 해를 구하기 위하여는 아래와 같이 반복법을 써야 한다.

$$k_{j+1} = k_j + \Delta k$$

그리고

$$C_{j+1} = C_j + \Delta C$$

여기서  $\Delta K$ 와  $\Delta C$ 는 각각의 매개변수값의 변화를 나타내는 벡터로서, 전체의 잔차합을 줄이기 위해 방향과 변화폭을 임의로 조정하면서 변화를 반복하게 된다.

이와 같은 방법으로 해가 수렴할 때까지 반복하게 된다. 지금까지 논한 이론이 Gauss Newton법이다. Marquardt<sup>(34)</sup>는 앞에서 예시한 이론의 부족한 점을 보완하기 위하여 식 (17)에 임의의 조정매개변수  $\lambda$ 를 곱한 기본행렬을 추가하여 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$[Z_j]^T [Z_j] + \lambda I \{\Delta A\} = [Z_j]^T \{D\} \quad (18)$$

이 식에서  $\{\Delta A\}$ 를 구하면

$$\{\Delta A\} = [Z_j]^T [Z_j] + \lambda I^{-1} [Z_j]^T \{D\} \quad (19)$$

이 식에서  $I$ 는 단위행렬이다. 임의의 조정매개변수  $\lambda$ 는 초기에 충분히 큰 수(보통  $10^4$ )를 사용하며 각 단계별로 추정치가 최적치에 가까워지면 일정비율로  $\lambda$ 를 감소하고, 만약 추정치가 최적치에 멀어지면  $\lambda$ 를 증가시킨다. 이는 초기치가 부정확하더라도 계산의 반복횟수만 증가할뿐 최종적으로 수렴이 가능하다는 것을 나타낸다. 이런 장점 때문에 최근에는 비선형 방정식의 매개변수를 구하는데 많이 쓰이고 있다.

매개변수를 추정하는 본 프로그램에서의 입력 데이터는  $k$ 와  $C$ 를 동시에 구하고자 할 경우에는 사

용 탐침 자체의 특성치( $C_p$ ,  $v$ ,  $W$ ,  $\Gamma$ )와 공급열량이 필요하다.

### 3. 실험장치 및 실험방법

#### 3.1 실험장치

본 연구에서는 과도탐침법에 의한 열물성을 측정하기 위하여 사용한 실험장치의 개략도는 Fig. 4와 같다. 장치는 32 비트 컴퓨터, 입력보드, A/D 변환기, DC동력공급장치, 항온조, 자체 제작한 탐침과 자료수집 프로그램으로 구성되어 있다.

본 연구에서 중점을 두고 자체 제작한 소형 탐침은 길고 가는 스테인리스 튜브 내에 가열 히터와 온도 센서가 들어 있는 것으로 구성되어 있는데, 초소형 탐침 내에 온도센서와 히터선을 삽입하는 관계로 제조기술이 매우 어렵다.

탐침의 유한 직경과 유한 길이로 인한 오차로 인한 영향을 받지 않기 위해서는 길이-직경의 비 (Length-to-diameter ratio) 가 100 이상이 요구되므로, 제작에 사용된 탐침의 튜브는 직경 1.3mm, 길이 130mm ( $L/D : 100$ )인 스테인리스(SUS316) 재질로 되어 있다. 히터선은 온도에 따라 저항의 변동이 거의 없는 Omega사 제품(직경 0.07762mm)의 콘스탄탄선을 사용하였다.

또한 온도측정을 위한 열전대는 추천 사용온도 범위가  $-200^\circ\text{C}$ 에서  $350^\circ\text{C}$ 인 Omega사 제품의 동-콘스탄탄 (T형) 열전대를 사용하였으며, 동-콘스탄탄의 접합은 열전대용접기를 사용하여 접합하였다. 이렇게 완성된 열전대와 히터선을 소형 스테인리스 튜브에 삽입하는 방법은 튜브 끝에서 직경이

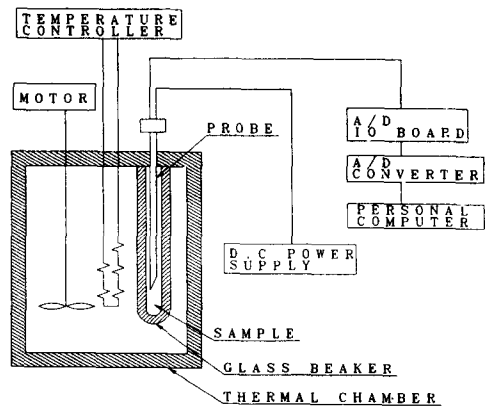


Fig. 4 Schematic diagram of experimental apparatus

0.1mm인 가는 선을 두 갈래로 만들어 두 가닥의 열전대선과 두 가닥의 히터선을 끼워 넣어 튜브의 끝방향으로 당겨 열전대선과 히터선을 각각 소형 탐침 내에 넣는다. 튜브 내의 절연을 유지하기 위하여 실리콘을 주입하였으며 튜브로부터 나온 열전대선은 노이즈가 적은 Omega 사의 T형 초소형 열전대컨넥터(모델: SMP-T-MF)에 연결하였다. 완성된 탐침은 절연상태가 안정되어 있는지를 절연 테스터로 검사하여 절연이 안정되어 있는 탐침을 사용하였다.

본 실험에서는 시료의 온도를 일정하게 유지하기 위하여 가로 400mm, 폭 400mm, 높이 300mm인 항온조(동양과학사 모델 3040)를 사용하였는데, 온도조절장치(한영전자 모델 D43)에 의하여 원하는 온도를 조절하도록 되어 있으며 최대온도는 96°C 범위까지 사용이 가능하다.

자료수집장치는 Fig. 4와 같이 A/D board, screw terminal panel, 32-bit computer 와 LABTECH ACQUIRE라는 자료수집 프로그램으로 구성되어 있다. 사용된 A/D board는 Data Translation 사의 제품으로 모델명은 DT2801A이며 입력범위는  $\pm 1.25V \sim \pm 10V$ 로 신호의 변환속도는  $10\mu\text{sec}$ 이고, 동시에 16채널을 받아들일 수 있다. 이 A/D board는 computer slot에 장착되어 screw terminal과 케이블로 연결되어 있다. 열전대 전용모듈을 16개까지 쓸 수 있는 screw terminal(DT760)은 열저항장치로서 모듈로부터 전송되어오는 전압을 메인보드로 보내준다. 열전대 전용 입력모듈은 Data Translation 사의 T형 (Copper-Constantan) 열전대 전용모듈로서 증폭기능, 과전압 차단기능과 5V로서 출력을 일정하게 유지시켜 주는 기능 및 필터기능, 온도보상기능도 갖추고 있다. 자료수집 장치를 제어한 프로그램인 LABTECH ACQUIRE는 Data Translation 사의 DT2801A board를 지원하며 analog input 4채널과 digital input 1채널을 각 채널 당 1/50초까지 임의로 자료수집 시간간격을 조정할 수 있도록 되어 있다.

실험에 사용된 탐침내의 히터에 대한 동력공급장치는 입력된 교류를 Bridge diode를 이용하여 정파 정류로 바꾸어주고  $1000\mu F$  콘덴서로 일정한 전압을 만든 후 7812 Regulator를 통해서 탐침에 1~12 V사이의 원하는 전압이 출력되도록 자체 제작하였다.

시료를 측정하기 위해 유리시험관을 사용하였으

며, 시험관을 고정하기 위하여 시험관지지대를 사용하였다.

열전대에서 읽어들이는 온도를 보정하기 위하여 Kaye사 제품인 항온조(calori block, 모델명: HTR-300A), Ice-point(모델명: k140-4A)와 RTD Monitor(모델명: 373A)를 사용하여 보정하였다. 즉 실험에 사용하는 각각의 열전대를 표준 백금 저항온도계의 센서와 함께 ice-point와 항온조에 넣은 후 백금 저항온도계로부터 측정되는 온도와 그 온도에 해당하는 열전대의 기전력을 읽어 scale factor 와 offset값을 구하였다.

실험에서 구한 데이터를 분석하여 열물성을 추정하는 수치해석 프로그램은 Levenberg Marquardt법을 이용하여 Turbo Pascal 언어로서 자체 개발하였다.

### 3.2 실험방법

본 실험에서는 열물성을 측정할 수 있는 과도탐침법의 정확도를 검증하기 위하여 물과 glycerin, ethylene glycol의 열전도계수, 체적열용량, 열화산계수를 각각 측정하여 기존의 추천된 값과 비교하였다.

실험에 사용된 물과 glycerin, ethylene glycol의 열물성 추천값은 각각 Table 1<sup>(27)</sup>과 Table 2,<sup>(32)</sup> Table 3<sup>(28)</sup>과 같다.

Table 1 Thermal properties of the water

T (°C)	30	47	67	87
$\rho \cdot c_p$ ( $\text{kJ}/\text{m}^3\text{K}$ ) $\times 10^{-3}$	4.156	4.128	4.100	4.061
$k$ ( $\text{W}/\text{mK}$ )	0.616	0.641	0.661	0.676
$\alpha$ ( $\text{m}^2/\text{sec}$ ) $\times 10^7$	1.482	1.552	1.612	1.665

Table 2 Thermal properties of the glycerin

T (°C)	30	47	67	87
$\rho \cdot c_p$ ( $\text{kJ}/\text{m}^3\text{K}$ ) $\times 10^{-3}$	3.032	3.124	3.179	3.333
$k$ ( $\text{W}/\text{mK}$ )	0.286	0.291	0.293	0.296
$\alpha$ ( $\text{m}^2/\text{sec}$ ) $\times 10^7$	0.943	0.931	0.922	0.888

**Table 3** Thermal properties of the ethylene glycol

T(°C)	30	47	67	87
$\rho \cdot C_p$ (kJ/m <sup>3</sup> K) × 10 <sup>-3</sup>	2.693	2.746	2.811	2.872
$k$ (W/mK)	0.256	0.257	0.260	0.262
$\alpha$ (m <sup>2</sup> /sec) × 10 <sup>7</sup>	0.939	0.925	0.925	0.912

실험을 시작하기 전에 시료를 유리시험관에 넣은 다음 열원공급장치와 데이터 수집장치에 연결된 탐침을 시료에 삽입한다. 시료가 넣어진 유리시험관을 항온조의 중앙에 시험관지지대로 고정시켜 놓고 조절부에 있는 전원공급장치의 스위치를 켜고 나서 자동온도조절기로 실험하고자 하는 항온조의 온도를 맞춘다. 항온조의 온도가 일정하게 유지되면 일정한 강도로 조정된 열원공급장치를 작동함과 동시에 자료수집 프로그램인 LABTECH ACQUIRE를 작동시킨다. 온도는 시간의 함수로서 채널에서의 온도는 0.1초 간격으로 600초 동안 측정되며 측정된 값은 지정된 파일로 저장된다. 200초에서 400초에서의 온도 데이터는 공급열량, 탐침의 특성 등의 자료와 함께 컴퓨터에 입력된 후, 열물성 추정 프로그램을 이용하여 열전도계수와 체적열용량, 열확산계수를 구하게된다.

#### 4. 실험결과 및 고찰

본 논문에서 사용하는 과도탐침법에서 발생하는 오차는 기본적인 라인소스 수학적 모델의 가정에서 나오는 오차와 실험장치 및 수치해석에 의한 오차로 나눌 수 있다. 처음의 라인소스 모델과 관련된 오차는 라인소스의 크기에 의한 오차발생으로, 이론적으로 라인소스는 면적도 길이도 없다고 가정하는 데서 오는 오차이다.

Blackwell<sup>(10)</sup>은 일정한 탐침길이에 있어서 탐침과 시료의 전열특성, 접촉저항, 탐침내의 발열량을 고려한 전열식의 오차에 대한 방정식을 확립하고 직경에 대한 길이의 비(L/D)가 25에서 30일 때가 적합하다고 하였다. 또한 Hooper 와 Lepper<sup>(7)</sup>는 L/D의 비가 100이상인 탐침에서는 길이와 직경에 의한 오차는 무시할 수 있다고 하였다. 또한 탐침

과 시료의 접촉면에서 전열저항에 의한 오차가 발생하게 되는데 본 논문에서는 이로 인하여 발생하는 오차를 식 (6)에서 고려하여 계산함으로써 오차 발생을 최소화하였다. 실험장치 및 수치해석에 의한 오차는 정밀한 설계제작과 정확한 수치해석 기법의 적용을 통하여 오차를 최소로 줄여야 한다.

식 (6)을 이용한 교정을 통하여 탐침의 고유한 내부열저항(W)을 구할 수 있으며, 탐침의 체적열용량(C<sub>p</sub>)은 식 (3)을 통하여 구할 수 있다. 탐침에 공급된 열량(Q)은 탐침 내의 열선에 공급된 전압, 열선의 길이와 저항을 이용하여 구하게된다. 또한 탐침 내의 온도센서와 열선과의 유효거리 R은 식 (5)를 이용하여 구할 수 있다.

실험장치의 정확성을 시험하기 위하여 물과 glycerin, ethylene glycol을 이용하여 열전도계수와 체적열용량, 열확산계수를 구하여 추천된 값과 비교검토하였다.

시료인 물을 사용하여 측정한 시간과 온도의 데이터를 Levenberg Marquardt법을 이용한 해석용 프로그램에 입력하여 여러 번의 반복과정을 거쳐 구한 열전도계수와 체적열용량 값을 Fig. 5의 (a), (b) 그래프로 나타냈다.

상기의 그래프는 미지의 매개변수를 두 개(k, C) 이상 동시에 구하는 경우에 있어서 초기 추정된 열전도계수와 체적열용량의 값이 반복횟수에 따라 최적값에 어떻게 수렴되는지를 보여준다. 이 수치해석 방법은 계속적인 반복계산을 통하여 잔차의 합이 작아지도록 미지의 매개변수의 방향과 그 변화폭을 조정하여 결과적으로는 최적값에 도달하게 된다. 초기 반복에는 오차가 크지만 여러 번의 반복을 거치면서 점차 오차가 줄어들어 원하는 열전도계수와 체적열용량값을 구할 수 있게된다. 초기치의 예측이 어느 정도 가능할 경우는 훨씬 반복수를 줄어둘게 되어 추정치를 구하는 시간이 적어져 시간을 절약할 수 있다. 이 반복법은 실제의 경계조건을 시간의 변화에 따라 측정된 값을 이용하여 각 점마다 계산하여 추정하기 때문에 측정과정에서 외란에 의한 온도 요동이 발생하여도 열물성의 마지막 추정 값에는 그다지 영향을 미치지 않는다.

선정된 시료로서 과도탐침법을 사용하여 추정된 열물성 값을 추천된 값과 함께 비교하여 Fig. 6에서 Fig. 14까지 나타내었다.

상기의 실험은 본 측정장치가 각각의 시료에 대하여 온도변화에 따라 정밀도가 유지되는지를 알아



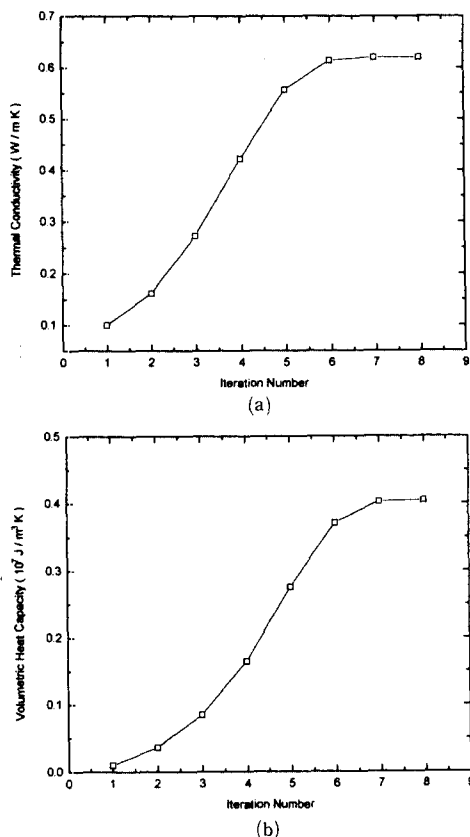


Fig. 5 Variation of thermal conductivity(a) and volumetric heat capacity(b) vs. iteration number for water at 30°C

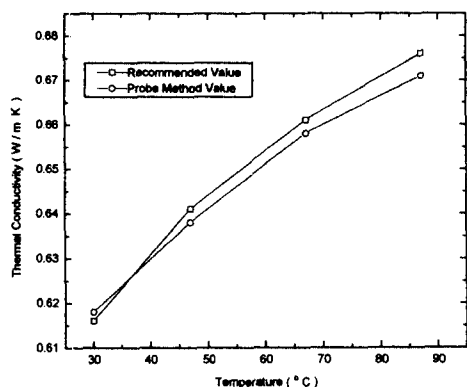


Fig. 6 Thermal conductivity measured by probe method for water

보기 위한 것으로 30°, 47°, 67°, 87°C의 4점에서 측정하였다. Fig. 6에서 물의 열전도계수는 30°C에서 87°C 범위에서 과도탐침법으로 측정된 값은 추

천된 값에 비해 0.3%~0.7%의 오차가 발생하였다. 또한 열전도계수와 동시에 측정된 물의 체적열용량은 Fig. 7의 그래프에 도시하였는데 30°C에서 87°C 범위에서 1.8%~6%의 오차가 발생하였다. 또한 열화산계수는 Fig. 8에 나타내었는데 2.2%~6.7%의 오차가 발생하였다. Fig. 7의 그래프에서는 체적열용량의 경향이 다소 다르게 나타내지는데, 이는 체적열용량의 계산을 위한 온도응답이 최소한 1계시간보정의 온도응답인  $\frac{D}{t} + \frac{E \ln(t)}{t}$ 가 사용됨으로 인하여 이 항의 상대오차가 체적열용량의 값에 주로 영향을 주었으며, 또한 탐침제작의 난이성, 비정상 상태로 인한 데이터의 비선형성, 수치해석상의 수렴성에 의한 것 등도 다소 영향을 준 결과이다.

Glycerin의 경우 열전도계수는 30°C에서 87°C 범

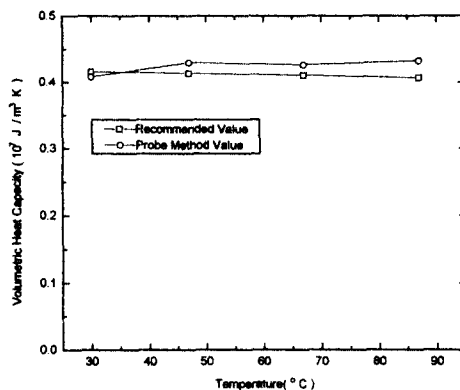


Fig. 7 Volumetric heat capacity measured by probe method for water

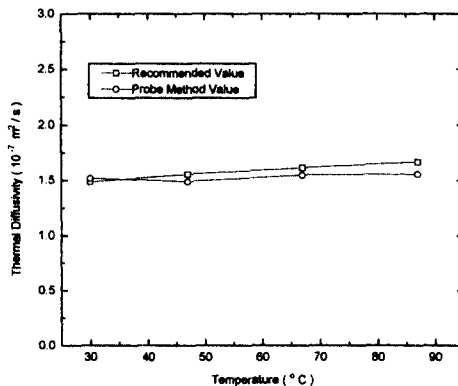


Fig. 8 Thermal diffusivity measured by probe method for water

위에서 Fig. 9 에 나타내었는데, 측정된 값은 추천된 값에 비해 0.7%~2%의 오차가 발생하였다. 또한 열전도계수와 동시에 측정된 glycerin의 체적열용량은 Fig. 10의 그래프에 도시하였는데, 30°C에서 87°C 범위에서 1.7%~2.7%의 오차가 발생하였으며, 열확산계수는 Fig. 11에 나타내었는데 3.2%~4.2%의 오차가 발생하였다.

Ethylene glycol의 경우 열전도계수는 30°C에서 87°C 범위에 대하여 Fig. 12 에 나타내었다. 측정된 값은 추천된 값에 비해 0.3%의 오차가 발생하였으며 또한 열전도계수와 동시에 측정된 ethylene glycol의 체적열용량은 Fig. 13에 도시한 바와 같이 30°C~87°C 범위에서 1.7%~2.1%의 오차가 생겼고, 열확산계수는 Fig. 14에 나타내었는데 1.3%~1.8%의 오차가 발생하였다. 이상과 같이 검토한 결과 과도탐침법을 사용하여 개발한 본 실험장치는

액체의 열물성 측정에 대하여 정밀도가 높다는 것이 입증되었다. 이 실험장치의 적용대상은 일반적

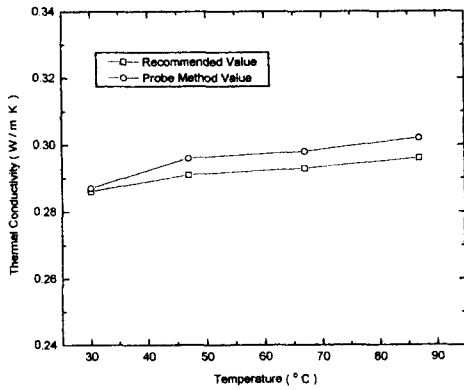


Fig. 9 Thermal conductivity measured by probe method for glycerin

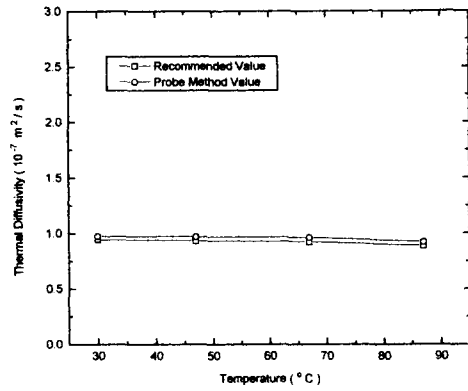


Fig. 11 Thermal diffusivity measured by probe method for glycerin

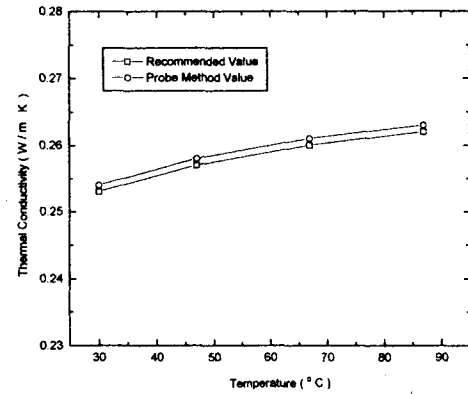


Fig. 12 Thermal conductivity measured by probe method for ethylene glycol

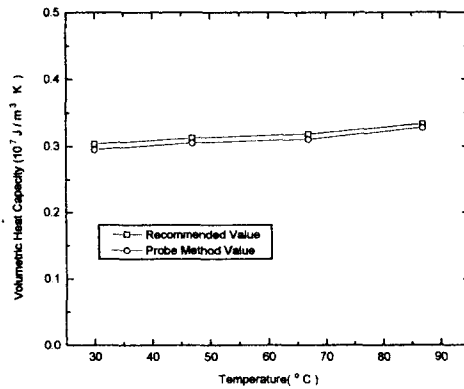


Fig. 10 Volumetric heat capacity measured by probe method for glycerin

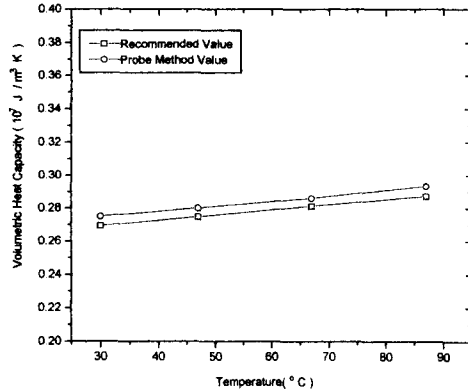


Fig. 13 Volumetric heat capacity measured by probe method for ethylene glycol

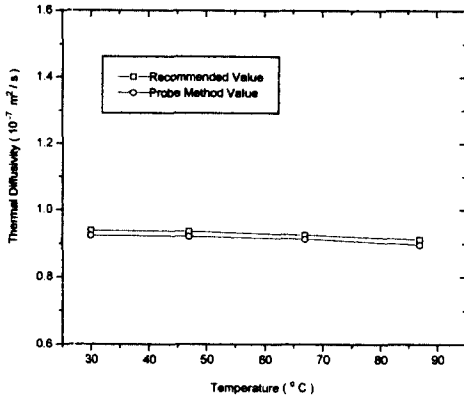


Fig. 14 Thermal diffusivity measured by probe method for ethylene glycol

인 액체이나 토양 등의 측정에도 사용 가능하며, 사용온도범위는 탐침제작기술의 제한성으로 인하여 100°C 미만이 적합하다.

정상상태법은 각각의 측정온도에서 정상 온도분포를 만들려면 매우 오랜 시간이 소요되고 시료의 크기도 커야 하며, 과도열선법은 정밀하나 현장성이 낮고 비용이 과도탐침법에 비하여 상대적으로 높다.

일반적으로 기존의 과도탐침법은 선형구간의 회귀분석을 통하여 열전도계수만을 구하도록 시도하는 것이다. 이에 대하여 본 논문에서 사용한 과도탐침법의 특징은 비선형구역에서 열전도계수와 체적열용량, 열확산계수를 동시에 구하도록 하였다는 것이다. 또한 측정할 때 실험에 소요되는 시간은 Levenberg Marquardt법을 사용한 수치해석 프로그램 작동을 포함하여 짧은시간내에 할 수 있으며, 만약 현장에서 상온에 사용할 경우는 특별히 항온조를 사용할 필요가 없기에 훨씬 시간의 절감이 가능하다. 그러나 탐침 제작기술에 대하여는 제작 정밀도가 높아 장치의 신뢰도가 보장되고 100°C 이상의 고온에서 사용가능한 제작기술이 장차 요구된다. 또한 과도탐침법을 이용한 열물성 측정장치를 보다 단순화하여 휴대용이 가능하도록 연구 개발하는 것이 향후 필요하다.

## 5. 결 론

본 연구에서 과도탐침법을 이용한 액체의 열물성 측정장치를 자체 개발한 결과는 다음과 같다.

- (1) 수정 Jaeger 이론을 이용한 과도탐침법을 사용하여, 비선형구간의 데이터를 Levenberg Marquardt법으로 수치해석한 열물성 추정 알고리즘을 제시하였다.
- (2) 소형 탐침과 열원공급장치를 자체 제작기술로 정밀하게 개발하였으며 특히 탐침의 직경과 길이의 비(L/D)가 100을 넘도록 하여 측방향오차를 무시할 수 있도록 하였다.
- (3) 사용하기가 간편한 과도탐침법을 이용하여 액체의 열전도계수와 체적열용량을 동시에 정밀하게 추정하고 이로부터 열확산계수를 구하였으며, 또한 추천된 값과 비교한 결과 단시간 내에 높은 정밀도의 열물성을 구할 수 있다는 것이 입증되었다.

## 참고문헌

- (1) Schleiermacher, A. L. E. F., 1888, *Wied. Ann. Phys.*, 34, pp. 623.
- (2) Stalhane, B. and Pyk, S., 1931, "New Method for Measuring the Thermal Conductivity Coefficient," *Tekn. Tidskr.*, Vol. 61, No. 28, pp. 389~393.
- (3) Stalhane, B. and Pyk, S., 1934, "Determination of the Thermal Conductivity of Ceramic Bodies at High Temperatures," *Tekn. Tidskr.*, Vol. 64, No. 48, pp. 445~448.
- (4) Jaeger, J. C., 1940, *J. Roy. Soc. N. S. W.*, Vol. 74, p. 342.
- (5) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., 1948, *Conduction of Heat in Solids*, Clarendon Press : Oxford, p. 221.
- (6) van der Held, E. F. and van Drunen, F. G., 1949, "A Method of Measuring the Thermal Conductivity of Liquids," *Physica*, Vol. 15, No. 10, pp. 865~881.
- (7) Hooper, F. C. and Lepper, F. R., 1950, "Transient Heat Flow Apparatus for the Determination of Thermal Conductivities," *Heating, Piping and Air Conditioning, ASHVE J. Sect.* Vol. 22, No. 8, pp. 129~134.
- (8) Hooper, F. C. and Chang, S. C., 1952, "Development of the Thermal Conductivity Probe," *Heating, Piping and Air Conditioning, ASHVE J.*

- Sect. Vol. 24, No. 10, pp. 125~129.
- (9) Blackwell, J. H., 1954, "A Transient-Flow Method for Determination of Thermal constants of Insulating Materials in Bulk : Part 1-Theory," *Journal of Applied Physics*, Vol. 25, No. 2, pp. 137~144.
  - (10) Blackwell, J. H., 1956, "The Axial-Flow error in the Thermal Conductivity Probe," *Canadian Journal of Physics*, Vol. 34, pp. 412~417.
  - (11) Jaeger, J. C., 1956, "Conduction of Heat in an Infinite Region Bounded Internally by a Circular Cylinder of a Perfect Conductor," *Aust. Jour. Physics.*, Vol. 9, No. 2, pp. 167~179.
  - (12) De Vries, D. A. and Peck, A. J., 1958, "On the Cylindrical Probe Method of Measuring Thermal Conductivity with Special Reference to Soils," *Aust. Jour. Physics.*, Vol. 11, No. 2, pp. 255~271.
  - (13) Eustachio, D. D. and Schreiner, R. E., 1952, "A Study of a Transient Heat Method for Measuring Thermal Conductivity," *Transactions American Society of Heating and Ventilating Engineers.*, No. 1457, pp. 331~342.
  - (14) Robert L. Marovelli and Karl F. Veith, 1964, "Thermal Conductivity of Rock : Measurement by the Transient Line Source Method," United States Department of the Interior : Bureau of Mines, Report of Investigations 6604.
  - (15) Beck, A. E., Anglin, F. M. and Sass, J. H., 1971, "Analysis of Heat Flow Data-in situ Thermal Conductivity Measurements," *Canadian Journal of Earth Sciences*, Vol. 8, No. 1, pp. 1~19.
  - (16) Drotning, W. D. and Tormey, T. V., 1984, "Thermal Conductivity Probe Measurement System," SAND83-2057, Sandia National Laboratories.
  - (17) Dougherty, B. P. and Thomas, W. C., 1989, "Development of an Automated Probe for Thermal Conductivity Measurements," U. S. Department of Commerce, NIST-GCR-89-563.
  - (18) Barrie. W. Jones, 1988, "Thermal Conductivity Probe : Development of Method and Application to a Coarse Granular Medium," *J. Phys. E : Sci. Instrum.*, Vol. 21, pp. 839~841.
  - (19) Verma, L. S., Shrotriya, A. K., Singh, Rambir. and Chaudhary, D. R., 1990, "Differential Temperature Sensors Method for Simultaneous Determination of Thermal Conductivity and Diffusivity," *Prmana-J. Phys.*, Vol. 34, No. 4, pp. 359~367.
  - (20) Hamed, Y. H., 1992, "Determination of the Thermal Conductivities of Building and Insulating Materials by the Probe Method," *International Journal of Energy Research*, Vol. 16, pp. 829~835.
  - (21) Bruijn, P. J., van Haneghem, I. A. and Schenk, J., 1983, "An Improved Nonsteady State Probe Method for Measurements in Granular Materials, Part 1 : Theory", *High Temp. High Press.* Vol. 15, pp. 359~366.
  - (22) Hartley, H. O., 1961, "The Modified Gauss-Newton for the Fitting of Non-Linear Regression Functions by Least Squares," *Technometrics*, Vol. 3, No. 2, pp. 269~280.
  - (23) Marquardt, D. W., 1963, "An Algorithm for Least - Squares Estimation of Nonlinear Parameters," *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, Vol. 11, No. 2, pp. 431~441.
  - (24) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., 1959, *Conduction of Heat in Solids*, 2ed, Clarendon Press : Oxford.
  - (25) William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vettering and Brian P. Flannery., 1992, *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press.
  - (26) Blachman, Nancy R., 1992, *Mathematica : A Practical Approach*, Prentice-Hall, Inc.
  - (27) Anthony, F. Mills., 1988, *Heat Transfer*, Irwin.
  - (28) Holman, J. P., 1987, *Heat Transfer*, Sixth Edition., McGraw-Hill.
  - (29) Vos, B. H., 1955, "Measurements of Thermal Conductivity by Non-Steady-State Method," *Appl. Sci. Res.*, Section A. 5, pp. 425~438.
  - (30) Yildiz Bayazitoglu, M. Necati Ozisik., 1988, *Elements of Heat Transfer*, McGraw-Hill, Inc.

- (31) Dong Joo Lim and Sin Chul Bae., 1990, "The Estimation of Thermal Diffusivity Using NPE Method," *Transactions of KSME*, Vol. 14, No. 6, pp. 1679~1688.
- (32) Touloukian, Y. S., Powell, R. W., Ho, C. Y. and Klemens, P. G., 1970, *Thermophysical Properties of Matter : The TPRC Data Series*, IFI/Plenum Publishing Corporation.
- (33) Steven C. Chapra and Raymond P. Canale., 1990, *Numerical Methods for Engineers*, McGraw-Hill, Inc.
- (34) Stanton A. Glantz and Bryan K. Slinker., *Primer of Applied Regression and Analysis of Variance*, McGraw-Hill, Inc.