

<논 문>

이항변수방법을 사용한 단일방향 적층복합재의 전단모드 에너지방출률 계산

이 경 엽*

(1996년 6월 1일 접수)

Calculation of G_I for Unidirectional Laminated Composites by Using the Two Parameter Technique

K. Y. Rhee

Key Words : Laminated Composites(적층복합재), Energy Release Rate(에너지 방출률), Crack Extension Size(균열진전크기), Two Parameter Technique(이항변수방법), Crack Closure Method(균열닫힘방법)

Abstract

Two parameter technique that uses far-field stress and displacement distributions was applied to composite laminates in order to calculate mode II energy release rate, G_I . The G_I calculated by two parameter technique was compared with that calculated from the crack closure method to inspect the effectiveness of two parameter technique. Sensitivity study of two parameter technique to the crack extension size was also performed. The results showed that both methods produced comparable G_I results. In particular, it was found that although the crack closure method was affected by the crack extension size, the two parameter technique was less affected by the crack extension size.

1. 서 론

최근 들어 적층복합재는 중량의 감소가 중요한 요소인 항공기 등의 구조물 재료로서 광범위하게 이용되고 있다. 그러나 적층복합재는 금속재료와 달리 복잡한 파괴현상을 나타내며, 그 중에서 층간분리는 적층복합재의 가장 위험한 형태의 파괴현상이다. 따라서 적층복합재가 구조물 재료로 안전하게 이용되기 위해서는 층간분리에 대한 충분한 이해가 요구되고 있으며, 실제로 복합재에서 층간분리로 인한 파괴현상을 규명하기 위해 실험 및 수치해

석을 통한 연구가 집중적으로 이루어졌다.⁽¹⁻⁴⁾ 특별히 유한요소해석은 층간분리를 갖는 복잡한 형상의 구조물에 대한 파괴매개변수를 계산하기 위하여 널리 이용되고 있다. 복합재 파괴역학에서 적층복합재의 층간분리에 따른 파괴해석은 에너지방출률을 파괴매개변수로 적용하여 이루어지고 있으며, 이는 주로 균열닫힘방법⁽⁵⁾(crack closure method)을 이용하여 계산되고 있다. 그러나 균열닫힘방법 적용시 에너지방출률 값은 층간분리의 증가크기 δa 에 영향을 받는 단점이 있다. 한편 금속파괴역학에서는 응력확대계수를 계산하기 위해 균열선단으로부터 어느 정도 떨어진 곳의 응력과 변위의 분포를 이용하는 이항변수방법(two parameter technique)이 있다.⁽⁶⁾ 이항변수방법은 주로 실험을 이

*회원, 원광대학교 기계공학부

용하여 응력확대계수를 결정하는데 적용하는 방법으로 이 방법은 균열선단에서의 무한대의 응력을 이용하는 대신 균열선단으로부터 어느 정도 떨어진 곳의 응력과 변위의 값을 이용함으로써 좀더 정확한 응력확대계수를 계산할 수 있다는 장점이 있다.

따라서 본 연구에서는 층간분리가 발생된 적층복합재의 에너지방출률을 계산하기 위해 이항변수방법을 적용하는 초기연구로서, 0° 단일방향으로 적층된 CLS(cracked lap shear) 시편에 대하여 미끄럼모드 에너지방출률, G_I 를 이항변수방법을 이용해 계산하였으며, 이를 균열단힘방법으로 계산한 G_I 와 비교하였다. 또한 δa 와 층간분리 선단 주변에 대한 격자의 세분성이 이항변수방법에 미치는 영향을 해석하기 위해 δa 와 모델링의 세분성에 대한 민감도 테스트를 수행하였다.

2. 이론적 배경

2.1 균열단힘방법

균열단힘방법(crack closure method)은 균열길이 " δa "를 갖는 구조물에서 균열길이가 " δa "만큼 증가할 때 구조물에 흡수되는 에너지는 그 균열이 " δa "만큼 닫혀지기 위하여 필요한 일의 양과 같다는 Irwin의 이론⁽⁷⁾에 바탕을 둔 것으로서, 균열이 " δa "만큼 진전하기 위해서는 에너지방출률 값이 그 균열에서 " δa "만큼 증가하는데 필요한 에너지 값에 도달해야 된다는 것이다. 즉 원점을 균열길이가 " δa "만큼 증가한 균열선단으로 하고 극좌표계를 이용하여 이차원 구조물에 대해 에너지방출률을 수학적으로 나타내면 다음과 같다.

$$G_T = G_I + G_{II} = \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta a} \int_0^{\delta a} \sigma_{yy}(\delta a - r, 0) v(r, \pi) dr + \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta a} \int_0^{\delta a} \tau_{xy}(\delta a - r, 0) u(r, \pi) dr \quad (1)$$

윗 식에서 G_T 는 전체 에너지방출률이며, σ_{yy} 와 τ_{xy} 는 각각 열림(peel)과 전단(shear) 응력을 나타낸다. 또한 " u "와 " v "는 각각 미끄러짐(sliding)과 열림(opening) 변위를 나타내며 " δa "는 균열증가 크기를 나타낸다. 식 (1)을 균열단힘방법을 이용하여 계산하면 열림모드와 전단모드 에너지방출률 G_I 와 G_{II} 는 다음과 같이 각각 계산된다.⁽⁵⁾

$$G_I = \frac{1}{2\delta a} F_y (v_e - v_f) \quad (2)$$

$$G_{II} = \frac{1}{2\delta a} F_x (u_e - u_f) \quad (3)$$

윗 식에서 F_x 와 F_y 는 균열선단에 작용하는 x' 와 y' 방향의 힘을 나타내며 u_e, u_f, v_e, v_f 는 각각 노드점 e, f 에서의 x' 와 y' 방향의 변위를 나타낸다. Fig. 1은 식 (2)와 (3)의 균열진전 크기 δa 와 노드점 e, f 를 나타낸다. 균열선단에 작용하는 힘 F_x 와 F_y 는 균열선단에서 강성이 매우 큰 스프링 요소를 이용해서 계산할 수 있다. 그러나 식 (2)와 (3)에서 알 수 있듯이 균열단힘방법 적용시 각각의 모드에 대한 에너지방출률 값은 δa 에 영향을 받는 단점이 있다.

2.2 이항변수방법

균열을 내포하고 있는 균질의 등방성 탄성재료에서 균열선단의 응력분포는 $\frac{1}{\sqrt{r}}$ 에 비례한다는 것은 잘 알려진 사실이다. 일반적으로 균열이 발생한 무한 평판에 있어서 균열선단으로부터 길이가 r , 방향이 θ 만큼 떨어진 곳의 응력성분식은 수학적으로 다음과 같이 나타내진다.⁽⁸⁾

$$\sigma_{ij} = C_1 \left(\frac{r}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} f_{1ij}(\theta) + C_2 \left(\frac{r}{a}\right)^0 f_{2ij}(\theta) + C_3 \left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{1}{2}} f_{3ij}(\theta) + \dots \quad (4)$$

예를 들어 열림형의 하중을 받는 무한평판에서 균열선단 가까이에서의 σ_x 는 다음과 같다

$$\sigma_x = \frac{C_1}{\sqrt{r}} \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) + C_2 \quad (5)$$

윗 식에서 C_1 은 $\frac{K_I}{\sqrt{2\pi}}$ 와 같다. 따라서 식 (5)에

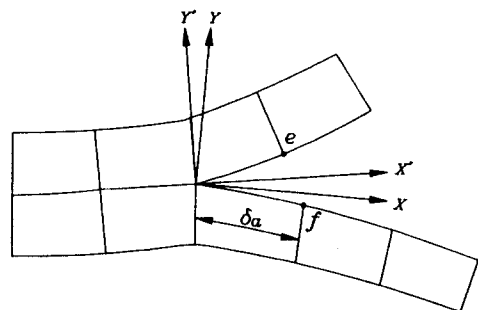


Fig. 1 Illustration of finite element meshes at the crack tip including intermediate nodes

서 $\theta=0$ 인 균열면에 대해서는 σ_x 는 다음과 같다.

$$\sigma_x = -\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} + C_2 \quad (6)$$

식 (6)의 양변에 \sqrt{r} 을 곱하면, 식 (6)은 다음과 같이 된다.

$$\sigma_x \sqrt{r} = -\frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} + C_2 \sqrt{r} \quad (7)$$

따라서 균열선단으로부터 거리 r 만큼 떨어진 곳의 σ_x 값에 \sqrt{r} 을 곱하여 이를 y 축으로 하고 \sqrt{r} 을 x 축으로 하여 선도를 그리면 식 (7)의 K_I 값은 선도에서 y 축을 만나는 값에 $\sqrt{2\pi}$ 를 곱한 것과 같으며 C_2 값은 선도에서 기울기와 같게 된다. 이것이 응력확대계수를 구하기 위해 금속파괴역학에서 이용되고 있는 이항변수방법이다. 한편 층간분리가 발생한 단일방향 적층복합재 경우에 층간분리선단에서 전단응력, τ_{xy} 는 금속재료와 마찬가지로 -0.5 의 특이도(singularity)를 갖으며 다음과 같이 분포한다.⁽⁹⁾

$$\tau_{xy}(r, 0) = \frac{a_0}{\sqrt{r}} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n r^{-(\frac{n+1}{2})} \quad (8)$$

또한 이때 층간분리면의 x 방향에 대한 변위, u 는 금속재료와 마찬가지로 다음과 같이 분포한다.

$$u(r, \pi) = b_0 \sqrt{r} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n r^{(\frac{n+1}{2})} \quad (9)$$

Fig. 2는 층간분리면에서의 좌표를 나타내고 있다. 이제 G_{II} 를 계산하기 위해 식 (8)과 식 (9)의 응력과 변위를 식 (1)에 대입하고 $s=r/\delta a$ 라 하면 G_{II} 는 다음과 같이 계산된다.⁽¹⁰⁾

$$\begin{aligned} G_{II} &= \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta a} \int_0^{\delta a} \tau_{xy}(\delta a - r, 0) u(r, \pi) dr \\ &= \frac{1}{2} a_0 b_0 \int_0^1 \left(\frac{s}{1-s}\right)^{\frac{1}{2}} ds \\ &\quad + \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2} \left[b_0 \sum_{n=1}^{\infty} a_n (\delta a)^{\frac{n}{2}} \int_0^1 s^{\frac{1}{2}} (s-1)^{\frac{(n-1)}{2}} ds \right. \\ &\quad + a_0 \sum_{n=1}^{\infty} b_n (\delta a)^{\frac{n}{2}} \int_0^1 s^{\frac{(n+1)}{2}} (s-1)^{\frac{1}{2}} ds \\ &\quad \left. + \sum_{m=2n=1}^{\infty} a_n b_n (\delta a)^{\frac{(m+n)}{2}} \int_0^1 s^{\frac{(n+1)}{2}} (s-1)^{\frac{(m-1)}{2}} ds \right] \end{aligned}$$

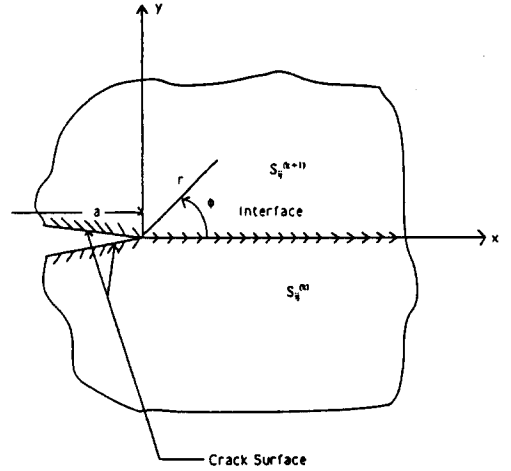


Fig. 2 Illustration of delamination with open crack surfaces between k th and $(k+1)$ th plies

$$= \frac{\pi}{4} a_0 b_0 \quad (10)$$

따라서 단일방향으로 적층된 복합재의 G_{II} 값은 응력과 변위 분포의 첫 항들인 a_0 와 b_0 만 결정되면 계산될 수 있다. 여기서, a_0 값은 이항변수방법을 이용해 금속재료의 K_I 값을 구하는 것과 같은 방법으로 결정할 수 있으며 b_0 값은 식 (9)의 양변을 \sqrt{r} 로 나누고 u/\sqrt{r} 을 y 축으로, \sqrt{r} 을 x 축으로 하여 선도를 그렸을 때 y 축을 만나는 값으로 결정할 수 있다.

3. 모델링 및 유한요소해석

본 연구에서는 램(lap)이 4플라이, 스트랩(strap)이 4플라이의 0° 단일방향으로 적층된 CLS 시편을 모사대상으로 하여 각각 균열단형방법과 이항변수방법을 이용하여 G_{II} 를 계산하였다. Table 1은 모사를 위해 입력된 AS4/3501-6 복합재료의 기본 물성치를 보여주고 있다.

CLS 시편은 비대칭성 시편으로서 램과 스트랩의 접합부에서 발생하는 회전으로 인한 기하학적 비선형 효과가 나타난다.⁽¹¹⁾ 따라서 CLS 시편에 대한 유한요소해석은 시편의 비대칭성으로 인한 하중에

Table 1 Material properties of AS4/3501-6 graphite/epoxy laminate

E_{11} GPa	$E_{32}=E_{33}$ GPa	$G_{12}=G_{13}$ GPa	G_{23} GPa	$\nu_{12}=\nu_{13}$	ν_{23}
141.2	11.5	5.93	3.44	0.28	0.43

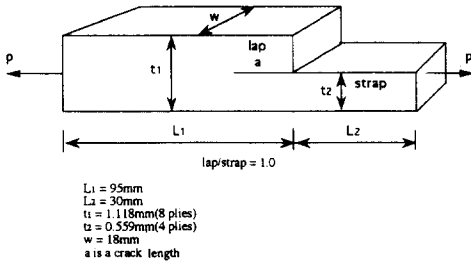


Fig. 3 Configuration of CLS test specimen

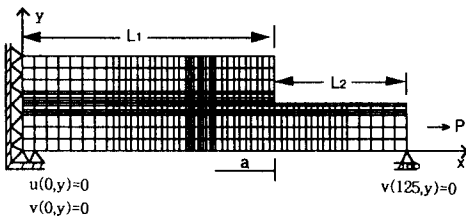


Fig. 4 Finite element meshes and boundary conditions

다른 변위의 비선형 증가를 고려하여 수행되었으며, 소프트웨어는 NASA에서 개발한 GAMNAS (geometric and material nonlinear analysis of structure) 프로그램을 이용하였다. 시편의 모델링은 층간분리를 포함하고 있는 두 플라이를 제외한 각각의 플라이는 두께방향으로 하나의 요소를 갖는 것으로 모델링하였으며 층간분리를 포함하고 있는 두 플라이는 두께방향으로 각각 4개의 요소를 갖는 것으로 모델링하였다. 모델링에는 4개의 절점을 갖는 직사각형 요소를 이용하였다. 균열단힘방법을 이용하였을 때 δa 는 0.25 h에서 0.5 h (h: 1플라이 두께) 사이로 하는 것이 일반적이나, 본 연구에서는 δa 가 균열단힘방법과 이항변수방법에 미치는 영향을 해석하기 위해 3개의 다른 δa 를 갖는 각 경우에 대해 G_{II} 를 계산하였다. 또한 G_{II} 의 수렴성 검토를 위해 δa 가 0.5 h이면서 층간분리 선단에서 세 개의 다른 격자의 세분성을 갖는 경우에 대해 G_{II} 를 계산하였으며 이를 격자 세분성에 따른 모델링의 자유도로 표시하였다. Fig. 3과 Fig. 4는 각각 CLS 시편의 형상과 그에 대한 모델링 및 경계조건을 나타낸다.

4. 결과와 검토

CLS 시편에 대한 유한요소해석은 Dattaguru⁽¹¹⁾

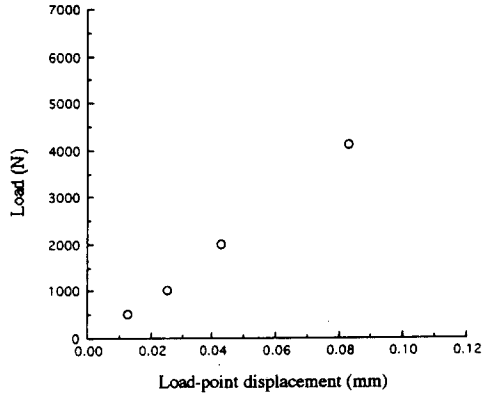


Fig. 5 Load versus load-point displacement curve for $a/L=0.39$

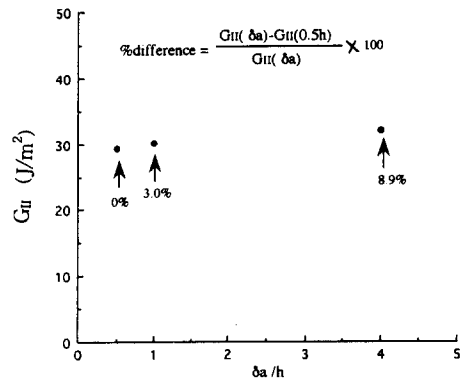


Fig. 6 Effect of crack extension size, δa on the crack closure method

등에 의해 폭 넓게 이루어졌으며 이들에 의하면 평면응력 조건하의 유한요소해석은 평면변형률조건에 비해 높은 G_I 과 G_{II} 계산결과를 나타내지만 두 조건은 비슷한 G_I/G_{II} 결과를 나타내는 것으로 알려져 있다. 본 연구의 유한요소해석은 평면응력조건하에 수행되었다. 시편의 비 대칭성이 하중-변형 관계에 미치는 영향을 해석하기 위해 하중을 4000 N까지 증가시켜 그에 따른 변위를 계산하였다. Fig. 5는 하중의 증가에 따른 하중이 작용하는 점의 변위를 나타낸다. Fig. 5에서 "a"는 균열길이를 "L"은 시편의 전체길이 (L_1+L_2)를 나타낸다 (Fig. 3 참조). 그림에서 알 수 있듯이 하중이 증가함에 따라 변위는 비선형적으로 증가한다. 이는 전 절에서 언급했듯이 시편의 비대칭성에 의한 $P(t_1-t_2)/2$ 의 모멘트가 랩과 스트랩 접합부에서 발생하고 하중이 증가함에 따라 이에 대한 굽힘변형이 무시할

수 없을 정도로 커서 하중-변형에서 비선형 효과가 나타나기 때문이다.

δa 가 균열담힘방법에 미치는 영향을 해석하기 위해 세 경우의 δa (0.5 h, h, 4 h, h:1플라이 두께)에 대해 균열담힘방법을 이용해 G_{II} 를 계산하였다. Fig. 6에는 균열담힘방법 적용시 δa 에 따른 G_{II} 변화가 나타나 있다. Fig. 6에서 알 수 있듯이 균열담힘방법 적용시 에너지방출률 계산은 δa 에 영향을 받음을 알 수 있다. 즉, δa 가 0.5 h에서 4 h로 증가할 때 G_{II} 값은 8.9%까지 차이가 발생함을 알 수 있다. 이와 같은 현상은 참고문헌 (5)의 결과와도 일치한다. 즉 Rybicki 등에 의한 연구결과에 따르면 중앙에 균열이 존재하는 시편(center cracked specimen)에 있어서 δa 를 균열길이의 20%까지 변화시켜 균열담힘방법을 적용한 응력확대계수를 계산하였을 때 응력확대계수는 6%까지 차이가 나는 것이 알려져 있다.⁽⁵⁾

이항변수방법을 적용한 G_{II} 계산에서 δa 에 따른 G_{II} 변화를 해석하기 위해 균열담힘방법 때와 같이 세 경우의 δa (0.5 h, h, 4 h)에 대해 일차적으로 층간분리선단에서의 전단응력과 상대 미끄럼변위 분포를 플로팅하였다. Fig. 7에는 세 경우의 δa 에 대해 r (r : 층간분리 선단으로부터의 거리)에 따른 전단응력, τ_{xy} 의 분포가 나타나 있다. 또한 Fig. 8에는 층간분리 선단에서 거리 r 만큼 떨어진 층간분리면에서 x방향에 대한 상대적인 미끄럼 변위, Δu 의 분포가 나타나 있다.

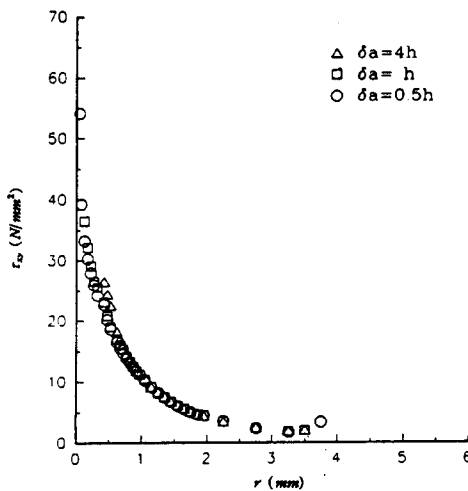


Fig. 7 Shear stress distributions along the crack for various crack extension sizes and d.o.f of 4510

Fig. 7에 나타나 있는 전단응력 분포로부터 각 δa 에 대한 식 (8)의 첫 번째 항 a_0 값은 식 (7)에서와 같이 결정하였으며, 이는 Fig. 9에 나타나 있다. Fig. 9에서 세로축은 τ_{xy} 값에 \sqrt{r} 을 곱한 값과 같으며 가로축은 \sqrt{r} 과 같다. 그림에서 알 수 있듯이 $\tau_{xy}\sqrt{r}$ 값이 \sqrt{r} 에 선형적으로 증가하는 영역이 존재하며 이때의 a_0 값은 응력값이 부정확한 층간분리 선단의 응력분포를 이용하는 대신 층간분리 선단으로 어느 정도 떨어진 곳의 좀더 정확한 응력

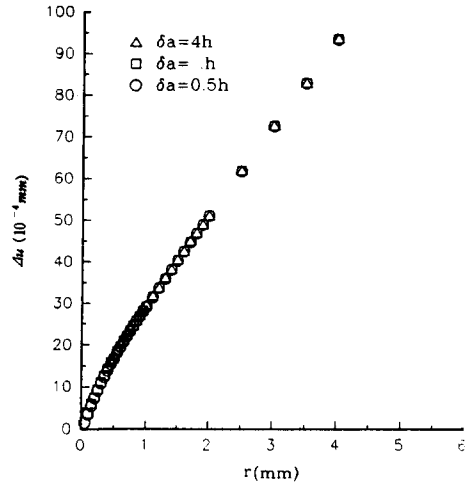


Fig. 8 Relative sliding distance distributions along the crack surfaces for various crack extension sizes and d. o. f of 4510

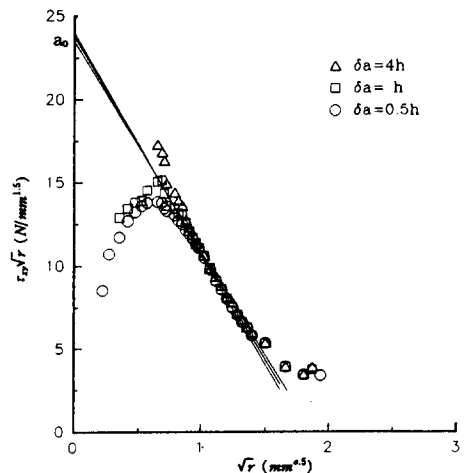


Fig. 9 Distributions of shear stress times \sqrt{r} along the crack for various crack extension sizes and d. o. f of 4510

분포를 이용하여 결정됨을 알 수 있다.

Fig. 8의 상대 미끄럼 변위 분포로부터 식 (9)의 첫 번째 항인 b_0 를 결정하기 위해 Δu 를 \sqrt{r} 로 나눈 값을 세로축으로 \sqrt{r} 을 가로축으로 하여 플로팅 하였으며, 이를 Fig. 10에 표시하였다. 그림에서 알 수 있듯이 $\Delta u/\sqrt{r}$ 값이 \sqrt{r} 에 선형적으로 증가하는 영역이 존재하며, b_0 도 전단응력의 경우에서처럼 층간분리선단의 미끄럼변위 대신 층간분리선단에서 어느 정도 떨어진 곳의 미끄럼변위 분포로부터 결정됨을 알 수 있다. Fig. 8과 Fig. 9로부터 결정된 각 δa 에 대한 a_0 와 b_0 값은 Table 2에 표시되어 있으며 그에 따른 G_{II} 변화도 Table 2에 표시되어 있다.

Fig. 11은 이항변수방법을 적용한 G_{II} 계산시 δa 가 미치는 영향을 나타내 준다. 여기서 주목해야 될 점은 균열진전크기가 0.5 h에서 4 h까지 변할 때 균열단힘방법에서는 G_{II} 값이 8.9%의 차이가 발생하는데 비해 이항변수방법에서는 4.3%의 차이가 발생한다는 것이다. 즉 이항변수방법은 균열단

힘방법에 비해 균열진전크기에 영향을 덜 받는 것으로 고려될 수 있다.

층간분리선단에서 격자의 세분성이 이항변수방법에 미치는 영향을 해석하기 위해 세 경우의 격자 세분성에 대해 전단응력 및 상대 미끄럼변위를 플로팅 하였으며, 이를 각 세분성에 따른 모델링의

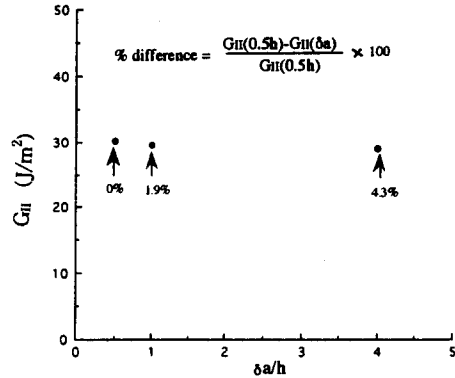


Fig. 11 Effect of crack extension size, δa on the two parameter technique

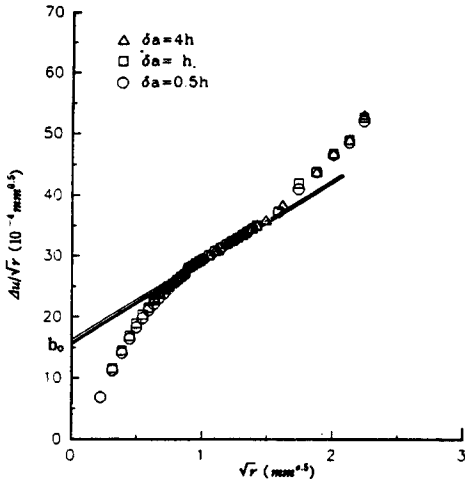


Fig. 10 Distributions of relative sliding distance divided by \sqrt{r} along the crack surfaces for various crack extension sizes and d.o.f. of 4510

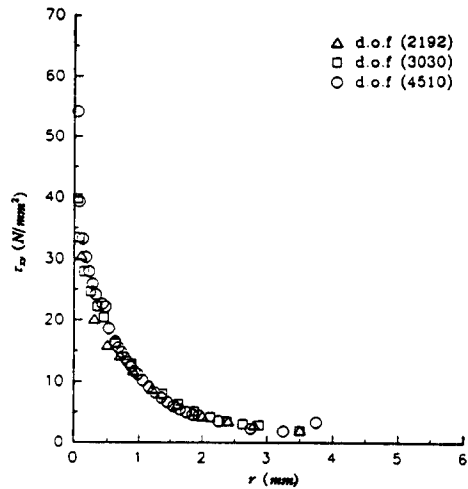


Fig. 12 Shear stress distributions along the crack for various d. o. f with $\delta a=0.5$ h

Table 2 Values of a_0 , b_0 and its corresponding G_{II} for various crack extension sizes and d.o.f. of 4510

δa	a_0 (N/mm ^{1.5})	b_0 (10 ⁻⁴ mm ^{0.5})	G_{II} (J/m ²)
0.5h	23.72	16.21	30.18
1.0h	23.51	16.05	29.60
4.0h	23.21	15.85	28.87

자유도(d.o.f.=2192, 3030, 4510)로 표시하였다. Fig. 12에는 세 경우의 격자 세분성에 대한 층간분리 선단으로부터의 거리 r 에 따른 τ_{xy} 의 분포가 나타나 있다. 그림에서 나타나 있듯이 격자의 세분성이 증가함에 따라 τ_{xy} 가 수렴한다는 것을 알 수 있다. 또한 예상했던 것처럼 층간분리선단에서 격자의 세분성을 증가시키기에 따라 층간분리선단에서 좀 더 정확한 특이 응력분포가 나타남을 알 수 있다.

Fig. 13에는 층간분리선단에서 거리 r 만큼 떨어진 층간분리면에서 x 방향에 대한 Δu 의 분포를 보

여주고 있다. 그림에서 나타나 있듯이 전단응력과 같이 격자의 세분성이 증가함에 따라 Δu 가 수렴한다는 것을 알 수 있다.

Fig. 12 및 Fig. 13의 전단응력과 상대 미끄럼변위 분포에 따른 식 (8)과 식 (9)의 a_0 및 b_0 값은 세 경우의 δa 와 같은 방법으로 결정되었으며 이에 대한 결과는 Fig. 14와 Fig. 15에 나타나 있다. 그림에서 나타나 있는 것처럼 격자의 세분성이 증가함에 따라 a_0 및 b_0 값을 결정하기 위한 선형구간이 증가함을 알 수 있다.

Fig. 14 및 Fig. 15에서 결정한 a_0 와 b_0 로부터 G_{II} 를 결정하여 이를 $\delta a=0.5 h$ 및 d.o.f.=4510인 경

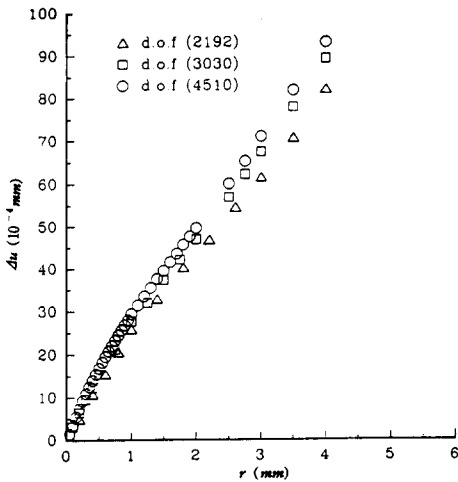


Fig. 13 Relative sliding distance distributions along the crack surfaces for various d. o. f with $\delta a=0.5 h$

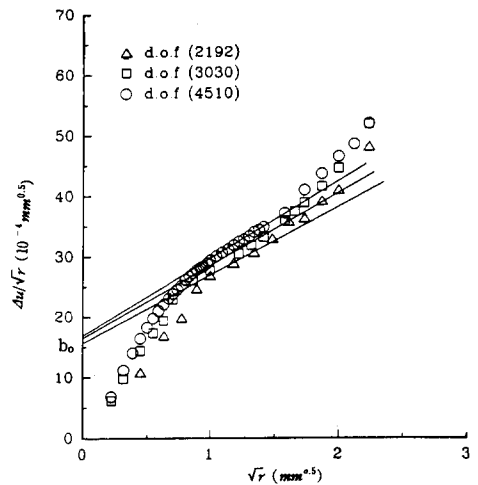


Fig. 15 Distributions of relative sliding distance divided by \sqrt{r} along the crack surfaces for various d. o. f. with $a=0.5h$

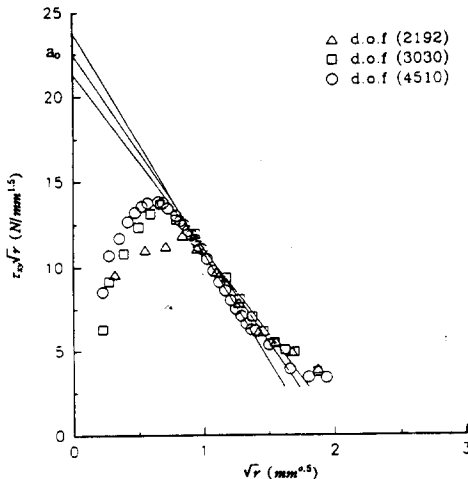


Fig. 14 Distributions of shear stress times \sqrt{r} along the crack for various d.o.f with $a=0.5h$

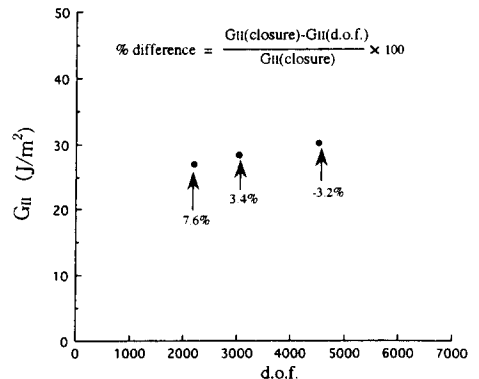


Fig. 16 Comparison of G_{II} determined from the two parameter method with that determined from the crack closure method corresponding to d. o. f. $G_{II}(\text{closure})$ is equal to $29.23 J/m^2$

Table 3 Values of a_0 , b_0 and its corresponding G_{II} for various d. o. f. with $\delta a=0.5$ h

d.o.f	a_0 (N/mm ^{1.5})	b_0 (10 ⁻⁴ mm ^{0.5})	G_{II} (J/m ²)
2192	21.68	15.87	27.00
3030	22.51	16.01	28.29
4510	23.72	16.21	30.18

우에 균열단힘방법으로 결정된 G_{II} 값과 비교하였다. Fig. 16에는 격자의 세분성에 따른 두 방법으로 결정된 G_{II} 의 비교가 나타나 있다. 그림에 나타나 있듯이 격자의 세분성이 증가함에 따라 두 방법은 비슷한 G_{II} 계산결과를 나타냄을 알 수 있다. Table 3에는 Fig. 14와 Fig. 15로부터 결정된 격자의 세분성에 따른 a_0 및 b_0 값과 이항변수방법으로 계산된 G_{II} 가 표시되어 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 금속파괴역학에서 이용되는 이항변수방법을 단일방향으로 적층된 CLS 시편에 적용 G_{II} 를 계산하였다. δa 및 격자의 세분성이 이항변수방법에 미치는 영향을 해석하기 위해 각각 세 경우의 δa 및 격자 세분성에 대해 이항변수방법을 적용하여 G_{II} 를 계산하였으며 이를 균열단힘방법으로 계산한 G_{II} 와 비교하였다. 본 연구로부터 얻어진 결론은 다음과 같다.

(1) 균열단힘방법은 δa 가 0.5 h에서 4 h(h : 1플라이 두께)까지 변할 때 8.9%의 G_{II} 변화를 나타내는 반면 이항변수방법은 4.3%의 G_{II} 변화를 나타낸다.

(2) 격자의 세분성이 증가함에 따라 이항변수방법과 균열단힘방법은 3.2%의 G_{II} 계산결과를 낳는다.

(3) 격자의 세분성이 증가함에 따라 층간분리 선단에서 응력과 변위의 강도를 나타내는 a_0 및 b_0 값을 결정하기 위한 선형구간은 증가한다. 그러나 이항변수방법적용시 G_{II} 값은 선형구간 영역에 따라 오차가 발생하며 따라서 정확한 선형구간 결정이 필요하다.

참고문헌

(1) O'Brien, T. K., 1982, "Characterization of

Delamination Onset and Growth in a Composite Laminates," *ASTM STP 775*, pp. 140~167.
 (2) Wang, S. S., 1983, "Fracture Mechanics for Delamination Problems in Composite Materials," *J. of Composite Materials*, Vol. 17, pp. 210~223.
 (3) Ramkumar, R. L. and Whitcomb, J. D., 1985, "Characterization of Mode I and Mixed-Mode Delamination Growth in T300/5208 Graphite/Epoxy," *ASTM STP 876*, pp. 315~335.
 (4) Crew, J. N. Jr., Shivakumar, K. N. and Raju, I. S., 1986, "Factors Influencing Elastic Stresses in Double Cantilever Beam Specimen," *NASA TM -89033*.
 (5) Rybicki, E. F. and Kanninen, M. F., 1977, "A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors by Modified Crack Closure Integral," *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 9, pp. 931~938.
 (6) Smith, C. W. and Olaosebikan, O., 1986, "On the Extraction of Stress Intensity Factors from Near-Tip Photoelastic Data," *Experimental Mechanics*, pp. 313~318.
 (7) Irwin, G. R., 1958, *Fracture*, Handbuch der Physik, 6:551.
 (8) Eftis, J., Subramonian, N. and Leibowitz, M., 1977, "Crack Border Stress and Displacement Equation Revisited," *Eng. Frac. Mech.*, Vol. 9, pp. 189~210.
 (9) Wang, S. S. and Choi, I., 1983, "The Mechanics of Delamination in Fiber-Reinforced Composites Materials, Part II -Delamination Behavior and Fracture Mechanics Parameters," *NASA CR -172270*.
 (10) Armanios, E. A., 1984, "New Methods of Sublaminar Analysis for Composite Structure and Application to Fracture Process," Ph. D. Thesis,

- Georgia Institute of Technology.
- (11) Dattaguru, B. R., Everett, A. Jr., Whitcomb, J. B. and Johnson, W. S., 1984, "Geometrically Nonlinear Analysis of Adhesively Bonded Joints," *J. Eng. Mater. and Technol.* Vol. 106, 59~65.