

〈논 문〉

자오 변형률에 근거한 2절점 축대칭 셸요소

유 하 상* · 신 호 철**

(1996년 8월 26일 접수)

Two Node Meridional Strain-based Axisymmetric Shell Elements

Ha-Sang Ryu and Hyo-Chol Sin

Key Words : Axisymmetric Shell(축대칭 셸), Meridional Strain Fields(자오 변형률장), Shallow Shell Geometry(얕은 셸형상)

Abstract

Two shear-flexible curved axisymmetric shell elements with two nodes, LCCS (linear curvature and constant strain) and CCCS (constant curvature and constant strain) are designed based on the assumed meridional strain fields and shallow shell geometry. At the element level, meridional curvature, membrane strain and shear strain fields are assumed by using polynomials and the displacement fields are obtained by integrating the assumed strain fields along the shallowly curved meridian. The formulated elements have high order displacement fields consistent with the strain fields. Several test problems are given to demonstrate the performance of the two elements. Analysis results obtained reveal that the elements are very accurate in the displacement and the stress predictions

1. 서 론

돔이나 압력용기와 같은 축대칭조건을 갖는 셸 구조는 일반적인 셸의 특수한 경우이며, 모델링에서의 효율성으로 인해 유한요소법에서는 중요한 형태의 구조물이다. 축대칭 셸의 유한요소 정식화를 위한 최초의 시도는 곡면을 단순히 원추형요소⁽¹⁾로 모델링하는 것이었고, 이어서 곡선요소^(2,3)가 도입되었다. 이 때의 연구는 전단변형을 무시한 얇은 두께의 셸요소⁽¹⁻³⁾였는데, 원추형요소는 중립면에 대하여 횡방향 변위장의 보간함수로 3차 함수를 사용하고, 접선방향의 변위장에는 선형의 보간함수를 사용하였으며, 곡선요소는 삼각함수를 포함하여 접선방향과 반경방향의 변위장이 결합된 변위 보

간함수를 적용하였다. Zienkiewicz 등⁽⁴⁾은 C^0 요소의 강성과잉현상을 제거하기 위해 벌칙계수의 개념을 사용한 2절점 선형요소를 제안하였다. 이 요소는 전단변형을 포함하는 축대칭 셸에 적용하기 위한 요소중 가장 간단한 요소이지만 1점 적분을 사용함으로써 곡선의 형상을 갖는 셸의 거동을 올바르게 기술할 수 없다.⁽⁶⁾ Mohr⁽⁶⁾는 벌칙함수방법을 사용하여 전단변형에너지를 감소시킨 3절점 곡선요소를 개발하였다. 그러나 Mohr가 제안한 모델은 벌칙함수에 대해 합리적이고, 일관된 방법을 제시하지 못하고 단순히 수치실험에 의존하였으며, 막강성과잉을 피하기 위해 자오 막변형률에 반경방향의 변형성분을 제외하여 곡선요소의 특성을 살리지 못하였다. Babu와 Prathap^(6,7)은 field consistency 방법을 도입하여 강성과잉현상을 제거한 축대칭 셸요소를 개발하였다. 이 방법은 해의 정확성과 곡선요소의 특성을 나타내는 면에서 우수한 요소이나

*회원, 한국전력연구원

**회원, 서울대학교 기계설계학과

변형률장의 특성에 일치하는 변위장을 갖지 못하여 고차의 진동모드를 포함하는 문제나 분포하중이 작용하는 문제에서는 오차가 커짐이 지적되었다.⁽⁹⁾ Tessler^(8,9)는 anisoparametric interpolation 방법을 적용하여 고차의 변위장을 가지는 축대칭 쉘요소를 정식화하고 고유치 해석에 적용하여 우수한 해석결과를 얻었다. 축대칭 쉘요소에서의 적용을 위해 Hellinger-Reissner 범함수에 기초한 혼합요소도 개발되었다.⁽¹⁰⁻¹²⁾ Kim과 Kim⁽¹²⁾은 수정된 Hellinger-Reissner 변분식을 이용하여 3개의 변위장과 3개의 응력장을 변수로 사용한 단순한 3절점 요소를 제안하였다. Hellinger-Reissner 범함수를 이용한 구조요소는 선형의 변위장을 사용하는 2절점 요소에서는 효율성이 높지 않다.

본 논문에서는 자오 변형률장의 가정과 얇은 쉘형상에 근거하여 강성과잉이 제거되는 변형률장과 변형률장에 적합한 변위장을 갖는 2절점 축대칭 쉘요소를 정식화한다. 이를 위해 자오 곡률과 자오 변형률성분을 가정하고 변위장은 쉘의 거동특성을 반영하도록 변형률장을 적분하여 구한다. 정식화된 요소들의 성능을 검증하기 위해 다양한 수치실험을 수행하였다. 해석결과로부터 개발된 요소들은 강성과잉에 대한 민감도나 수렴성, 응력해석의 정확성 면에서 우수함을 보여준다.

2. 얇은 쉘이론

Fig. 1에 나타난 축대칭 쉘의 거동은 중립면의 변위 u 와 w , 그리고 회전각 θ 로 나타낼 수 있다. $\varphi = \phi + \beta$ 라 하면 얇은 쉘이론에 의한 변형률성분과 곡률성분들은 다음과 같은 식으로 표현된다.

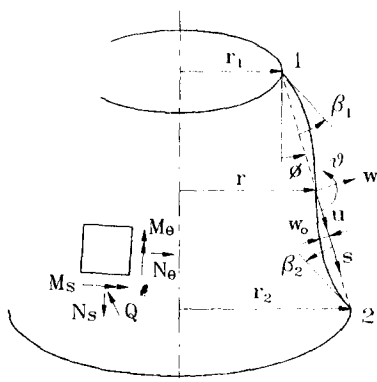


Fig. 1 Axisymmetric shell description

$$\begin{aligned} \epsilon_s &= u_{,s} + w_{o,s}w',_s \\ \epsilon_\theta &= (u \sin \phi + w \cos \phi) / r \\ x_s &= -\theta',_s, \quad x_\theta = -\theta \sin \phi / r \\ \gamma &= w',_s - \theta \end{aligned} \tag{1a-1c}$$

여기서, s, ϕ 와 r 은 쉘의 좌표를 나타내며, w_o 는 쉘의 초기형상을 나타낸다. 각각의 변형률성분들과 이에 대응하는 힘과 모멘트의 관계를 나타내는 구성방정식은 다음과 같다.

$$N = D_m \epsilon, \quad M = D_b \chi, \quad Q = D_s \gamma \tag{2}$$

여기서,

$$N^T = \{N_s, N_\theta\}, \quad M^T = \{M_s, M_\theta\} \tag{3a}$$

$$\epsilon^T = \{\epsilon_s, \theta_\theta\}, \quad \chi^T = \{x_s, x_\theta\} \tag{3b}$$

식 (2)에서 일정한 두께를 가진 등방성 쉘에서의 구성행렬 D_m, D_b 그리고 D_s 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} D_m &= \frac{Et}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \end{bmatrix} \\ D_b &= \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \end{bmatrix} \\ D_s &= \frac{kEt}{2(1+\nu)} \end{aligned} \tag{4}$$

여기서, E 는 탄성계수, ν 는 푸아송비, t 는 쉘의 두께이고, k 는 전단보정계수이다.

축대칭 쉘요소의 정식화를 위한 범함수는 다음과 같다.

$$\Pi = \frac{1}{2} \int [M^T \chi + N^T \epsilon + Q\gamma] 2\pi r ds - \int wq 2\pi r ds \tag{5}$$

여기서, q 는 쉘의 표면에 작용하는 횡방향의 분포하중이다.

3. 축대칭 쉘요소의 정식화

3.1 자오 변형률장과 변위장의 관계

쉘의 초기형상을 얇은 쉘로 가정하면 w_o, ϕ 그리고 r 은 보간함수를 사용하여 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$w_o(x) = t\beta_1 L(\eta - 2\eta^2 + \eta^3) + t\beta_2 L(\eta^3 - \eta^2) \tag{6a}$$

$$\phi(x) = \phi + \tan^{-1}(w_{o,s}) \tag{6b}$$

$$r = r_1(1 - \eta) + r_2\eta + w_o \cos \phi \tag{6c}$$

여기서, $t\beta_1$ 과 $t\beta_2$ 는 $\tan \beta_1$ 과 $\tan \beta_2$ 를 나타내며, η

=s/L이다.

변형률에 근거한 요소에서는 변형률장으로부터 변위장을 유도하게 되므로 변형률로부터 변위를 표현하는 관계식이 필요하다. 식 (1b)에서 자오 곡률 x_s 와 회전각 ϑ 사이의 관계를 이용하면 곡률에 의해 발생하는 ϑ 는 자오 곡률을 식 (7)과 같이 적분함으로써 구할 수 있다.

$$\vartheta = - \int_0^s x_s(\xi) d\xi + C_\vartheta \quad (7)$$

여기서, C_ϑ 는 적분상수이다. 자오 막변형률 ϵ_s 와 전단변형률 γ , 그리고 회전각 ϑ 에 의한 셀의 거동을 고려하면, 변위 u 와 w 는 아래와 같이 표현된다.

$$u = \int_0^x \{ -(\vartheta + \gamma) w_{o,s} + \epsilon_s \} d\xi + C_u \quad (8)$$

$$w = \int_0^x \{ \vartheta + \gamma + \epsilon_s w_{o,s} \} d\xi + C_w \quad (9)$$

식 (8)과 (9)에서 C_u 와 C_w 는 적분상수이다.

3.2 CCCS요소

요소 내의 곡률 x_s , 막 변형률 ϵ_s , 그리고 전단 변형률 γ 를 일정하다고 가정하면, 요소 내의 자오 변형률장은 다음과 같이 주어진다.

$$x_s = a_1, \quad \gamma = a_2, \quad \epsilon_s = a_3 \quad (10)$$

식 (10)을 식 (7), 식 (8) 그리고 식 (9)에 대입하면 얻어지는 변위장은 아래와 같다.

$$u = \{ t\beta_1/2 - 2(2t\beta_1 + t\beta_2)\eta/3 + 3t\beta_0\eta^2/4 \} s^2 a_1 + (1-\eta)(-t\beta_1 + t\beta_0\eta)sa_2 + sa_3 + C_u - w_o C_\vartheta \quad (11a)$$

$$w = -s^2/2a_1 + sa_2 + (1-\eta)(t\beta_1 - t\beta_0\eta)sa_3 + C_w + sC_\vartheta \quad (11b)$$

$$\vartheta = -sa_1 + C_\vartheta \quad (11c)$$

식 (11)에서 $t\beta_0 = t\beta_1 + t\beta_2$ 이다.

3.3 LCCS요소

요소 내의 x_s 의 분포를 선형으로, 그리고 ϵ_s 을 일정하다고 가정하면 요소 내의 자오 곡률장과 막 변형률장은 다음과 같이 주어진다.

$$x_s = a_1 + a_2s, \quad \epsilon_s = a_3 \quad (12)$$

γ 는 독립적으로 가정하지 않고, 다음과 같은 모멘트 평형방정식으로부터 구한다.

$$- \frac{d(rM_s)}{ds} + M_s \sin \varphi + rQ = 0 \quad (13)$$

식 (1)과 식 (2) 그리고 식 (4)을 식 (12)에 대입하여 정리하면 전단변형률장은 식 (14)와 같이 곡률과 회전각으로부터 구할 수 있다.

$$\gamma = \alpha \left\{ \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} x_s + \frac{dx_s}{ds} - \left(\frac{\sin^2 \varphi}{r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{d \sin \varphi}{ds} \right) \vartheta \right\} \quad (14a)$$

여기서,

$$\alpha = \frac{t^2}{6k(1-\nu)} \quad (14b)$$

요소 내에서 γ 의 변화를 일정하다고 가정하고, $s = L/2$ 에서의 γ 를 취하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma|_{s=L/2} \\ &= \alpha a_2 + \alpha f_{r1}(a_1 + L/2a_2) \\ &\quad + \alpha f_{r2}(C_\vartheta - L/2 a_1 - L^2/8a_3) \end{aligned} \quad (15a)$$

여기서,

$$\begin{aligned} f_{r1} &= \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \Big|_{s=L/2} \\ f_{r2} &= - \left(\frac{\sin^2 \varphi}{r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{d \sin \varphi}{ds} \right) \Big|_{s=L/2} \end{aligned} \quad (15b)$$

식 (12)와 식 (15)를 식 (7), (8) 그리고 식 (9)에 대입하면 다음과 같은 변위장을 얻는다.

$$\begin{aligned} u &= C_u + \{ \alpha f_{r2}(1-\eta)s(-t\beta_1 - t\beta_0\eta) - w_o \} C_\vartheta \\ &\quad + \{ t\beta_1 s^2/2 - 2(2t\beta_1 + t\beta_2)s^2\eta/3 \\ &\quad + 3t\beta_0\eta^2 s^2/4 + \alpha(-2f_{r1} + f_{r2}L) \\ &\quad \eta(-1+\eta)(-t\beta_1 L + t\beta_0 s)/2 \} a_1 \\ &\quad + \{ t\beta_1 s^3/3 - (2t\beta_1 + t\beta_2)s^3\eta/4 + 3t\beta_0 s^3\eta^2/10 \\ &\quad + \alpha(-8-4f_{r1}L + f_{r2}L^2)\eta(-1+\eta) \\ &\quad (-t\beta_1 L - t\beta_0 s)/8 \} a_2 + sa_3 \end{aligned} \quad (16a)$$

$$\begin{aligned} w &= C_w + (1 + \alpha f_{r2})sC_\vartheta + \{ \alpha(2f_{r1} - f_{r2}L)s/2 \\ &\quad - s^2/2 \} a_1 + \{ \alpha(8 + 4f_{r1}L - f_{r2}L^2)s/8 - s^3/6 \} a_2 \\ &\quad + s(1-\eta)(t\beta_1 - t\beta_0\eta)a_3 \end{aligned} \quad (16b)$$

$$\vartheta = -sa_1 - s^2/2a_2 + C_\vartheta \quad (16c)$$

3.4 변환행렬

식 (11)과 식 (16)으로 얻어진 변위장은 아래와 같이 행렬형태로 표현할 수 있다.

$$u = H_u V, \quad w = H_w V, \quad \vartheta = H_\vartheta V \quad (17a)$$

여기서,

$$V^T = \{C_u, C_w, C_\theta, a_1, a_2, a_3\} \quad (17b)$$

절점변위의 값으로 주어지는 일반적인 경계조건에 적용되도록 하려면, V 와 절점변위벡터 $U^T = \{u_1, w_1, \theta_1, u_2, w_2, \theta_2\}$ 와의 관계가 필요하다. 식 (17)에 절점변위를 대입하여 정리하면 아래와 같은 행렬식이 된다.

$$T_v V = U, \quad T_v = \begin{bmatrix} H_u|_{s=0} \\ H_w|_{s=0} \\ H_\theta|_{s=0} \\ H_u|_{s=L} \\ H_w|_{s=L} \\ H_\theta|_{s=L} \end{bmatrix} \quad (18)$$

따라서 V 와 U 의 관계는 다음과 같이 변환행렬 T_m 을 매개로 표시된다.

$$V = T_m U = T_v^{-1} U \quad (19)$$

변환행렬 T_m 을 이용하면 축대칭 셀의 유한요소 정식화를 위한 변형률장 및 변위장을 절점변위의 성분으로 나타낼 수 있다.

4. 해석결과 및 고찰

4.1 균일한 하중을 받는 단순지지 원형평판

Fig. 2는 균일한 분포하중을 받는 단순지지 원형평판을 보여준다. 수치계산을 위한 치수와 물질 상수는 $R=1$ m, $E=10^6$ kN/m², $\nu=0$ 이고, 분포하중은 $p=1$ kN/m²이다. Fig. 3은 $t=0.001$ m일 때 절점수의 증가에 따른 평판 처짐의 최대 값이 정해에 수렴되어 가는 경향을 보여준다. Table 1에는 두께 $t=0.001$ m인 평판을 5개의 요소로 모델링하였을 때 CCCS요소와 LCCS요소로 계산한 결과와 2절점 CMCS(field-consistent membrane and shear strain)요소⁽⁷⁾로 계산한 결과가 정해와 비교되어있다. Fig. 3과 Table 1에서 계산결과의 정확도는 LCCS요소, CCCS요소, CMCS요소 순이다. 평판의 경우와 같이 구조물이 직선의 형상일 때 CCCS요소와 CMCS요소는 변형률장이 같음에도 해석결과에 차이가 나는 것은 CCCS요소는 CMCS요소에 비해 변형률장에 적합한 변위장을 가지기 때문이다. 즉 분포하중이 작용할 경우 셀의 거동을 나타내기 적합한 고차의 변위장에 의해 계산되는 하중벡터를 갖게되는 요소가 보다 정확한 계산을 하게됨을 보여준다. LCCS요소가 가장 정확한 결

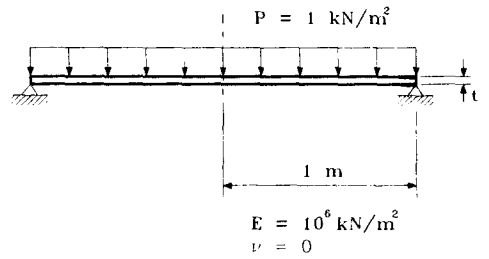


Fig. 2 Simply-supported circular plate under UDL

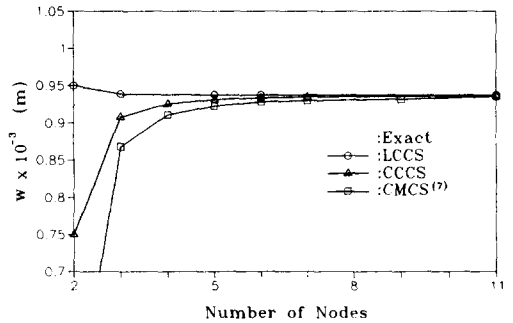


Fig. 3 Convergence of central deflection of the simply supported circular plate under UDL ($t=0.001$ m)

과를 보이는 이유는 고차의 변위장 뿐만 아니라 선형의 곡률장이 요소 내에서 일정한 곡률장에 비해 셀의 거동을 나타내는데 우수하기 때문이다. Table 2는 평판의 두께변화에 대한 해석 결과의 민감도를 보기 위해 5개의 요소로 모델링한 원형평판을 두께를 변화시키면서 계산한 결과이다. 계산 결과에 의하면 본 연구에서 개발한 요소는 두께의 변화에 관계없이 일정한 계산의 정확도를 보여주어 강성과잉현상이 제거되었음을 알 수 있다.

4.2 내압을 받는 구형셀

Fig. 4에 나타난 반경 $R=1$ m인 내압을 받는 구형셀 모델은 반경방향으로의 팽창만 존재하는 단순막응력상태의 보기이며, 개발된 요소가 곡선요소의 특성을 나타낼 수 있는지를 시험하기 위한 예이다. 즉, 반경방향변위를 w_n 이라 하면 막 변형률성분 $\epsilon_s = \epsilon_\theta = w_n/R$ 이고, 다른 변형률성분들은 0이므로 직선요소로는 물리적인 상태를 올바르게 묘사할 수 없음을 알 수 있다. Table 3은 본 연구에서 개발한 요소로 계산한 결과가 정해에 수렴하는 경향을 보여준다. Table에서 CCCS요소와 LCCS요소에

Table 1 Five element analysis of the simply supported circular plate of thickness $t=0.001$ m

(a) The displacements w and rotation ϑ

γ	$w \times 10^{-3}$ m				$\vartheta \times 10^{-3}$			
	Exact	LCCS	CCCS	CMCS ⁽⁷⁾	Exact	LCCS	CCCS	CMCS ⁽⁷⁾
0.00	0.938	0.938	0.934	0.928	0.000	0.000	0.000	0.000
0.20	0.893	0.893	0.888	0.883	0.444	0.444	0.449	0.452
0.40	0.762	0.762	0.758	0.752	0.852	0.852	0.858	0.857
0.60	0.557	0.557	0.553	0.548	1.188	1.188	1.193	1.187
0.80	0.294	0.294	0.292	0.289	1.416	1.416	1.418	1.406
1.00	0.000	0.000	0.000	0.000	1.500	1.500	1.500	1.480

(b) The moment M_s and the shear force Q

γ	M_s (kN · m/m)				Q (kN/m)			
	Exact	LCCS	CCCS	CMCS ⁽⁷⁾	Exact	LCCS	CCCS	CMCS ⁽⁷⁾
0.100	0.1856	0.1849	0.1871	0.1882	0.500	0.0600	0.0667	0.0667
0.300	0.1706	0.1700	0.1702	0.1689	0.150	0.1538	0.1556	0.1556
0.500	0.1406	0.1400	0.1396	0.1374	0.250	0.2522	0.2533	0.2533
0.700	0.0956	0.0950	0.0942	0.0915	0.350	0.3516	0.3523	0.3524
0.900	0.0356	0.0350	0.0339	0.0307	0.450	0.4513	0.4519	0.4519

Table 2 Five-element idealization of the simply supported circular plate: the normal deflection w at the center

t (m)	$wt^3 \times 10^6$ (m ⁴)				
	Exact	LCCS	CCCS	CMCS ⁽⁷⁾	Mohr ⁽⁵⁾
0.1	0.944	0.944	0.940	0.934	0.947
0.01	0.938	0.938	0.934	0.928	0.866
0.001	0.938	0.938	0.934	0.928	0.836

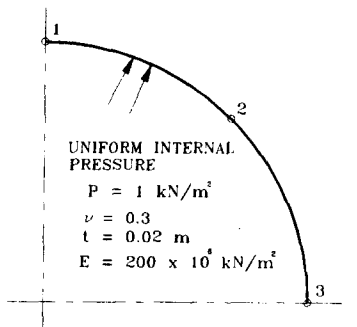


Fig. 4 Sphere subjected to uniform internal pressure

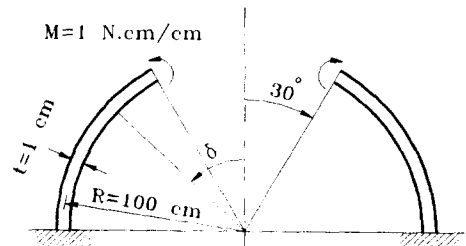


Fig. 5 Clamped hemispherical shell under tip moment

Table 3 Convergence of radial displacements of a sphere subjected to uniform internal pressure at points 1, 2 and 3

No. of elements	Point 1 ($\times 10^7$ m)		Point 2 ($\times 10^7$ m)			Point 3 ($\times 10^7$ m)	
	LCCS	CCCS	LCCS	CCCS	CMCS ⁽⁷⁾	LCCS	CCCS
2	0.8951	0.8858	0.8757	0.8798	0.888	0.8785	0.8747
3	0.8786	0.8788	0.8752	0.8754	0.879	0.8760	0.8755
4	0.8771	0.8770	0.8754	0.8749	0.877	0.8752	0.8751
5	0.8764	0.8761	0.8751	0.8751	0.8765	0.8751	0.8750
6	0.8759	0.8757	0.8750	0.8750	0.876	0.8750	0.8750
Exact	0.875						

의한 계산 값이 대칭이 아닌 이유는 얇은셀 가정에 의해 정식화된 요소가 구형셀의 형상을 정확하게 나타내지 못하기 때문이다. 그러나 계산 오차는 2개의 요소로 모델링하였을 때도 2.5%를 넘지 않고, 요소의 수를 증가시킴에 따라 빠르게 감소한다. 따라서 CCCS 요소와 LCCS 요소는 곡선 요소의 특징을 잘 나타내고 있음을 알 수 있다.

4.3 끝단모멘트를 받는 반구형셀

Fig. 5는 아래부분이 고정되고, 윗부분이 열린 반구형셀을 나타낸 것이다. 반경 $R=100$ cm, $E=10^7$ N, $\nu=0.33$, $t=1$ cm인 셀에 1 N·cm/cm인 끝단모멘트가 작용하고 있다. 계산을 위해 5가지의 모델링 형태를 사용하였다. 즉 5개의 절점($2 \times 5^\circ$ 와 $2 \times 25^\circ$ 의 절점간격), 7개의 절점($2 \times 2^\circ$, $2 \times 6^\circ$, $2 \times 22^\circ$ 의 절점간격), 9개의 절점($2 \times 1^\circ$, $2 \times 2^\circ$, $2 \times 4^\circ$, $2 \times 23^\circ$ 의 절점간격), 11개의 절점($2 \times 1^\circ$, $4 \times 2^\circ$, $2 \times 2.25^\circ$, $2 \times 22.3^\circ$ 의 절점간격), 29개의 절

점($14 \times 0.5^\circ$, $8 \times 1^\circ$, $2 \times 3^\circ$, $2 \times 4.5^\circ$, $2 \times 15^\circ$ 의 절점간격)을 갖는 5가지의 경우이다.

Fig. 6은 절점수가 증가함에 따라 $\delta=30^\circ$ 인 끝단에서의 회전각 ϑ 에 대한 계산 값의 수렴성을 보여주고 있다. Fig. 6에서 ISO3는 깊은 셀 이론과 변위 가정에 의해 정식화된 3절점 isoparametric 요소이다. 해석결과에서 본 연구에서 개발한 요소가 적은 요소 분할에서도 빠르게 수렴함을 알 수 있다.

4.4 균일한 분포하중을 받는 원형 돔

Fig. 7과 Fig. 8에는 전형적인 축대칭 쉘문제인 중심각의 반각이 35° 인 돔(dome)이 분포하중을 받는 경우를 해석한 결과가 나타나 있다. 본 연구에서는 균일한 간격으로 11개의 절점을 갖도록 10개의 요소로 모델링하였다. 본 연구에서 개발된 요소의 해석결과를 이론해⁽¹³⁾와 Zienkiewicz⁽⁴⁾ 등의 해석결과와 비교한 결과, 본 연구에서 개발된 요소가 만족할 만한 결과를 보여줌을 알 수 있다.

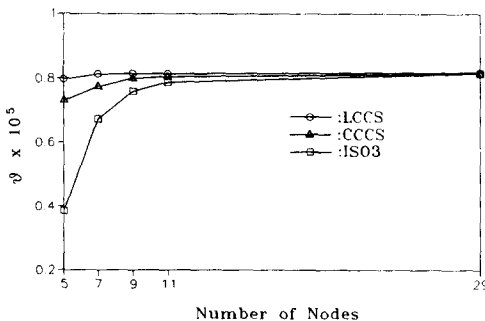


Fig. 6 Convergence trends for ϑ at the free edge of open-crown example

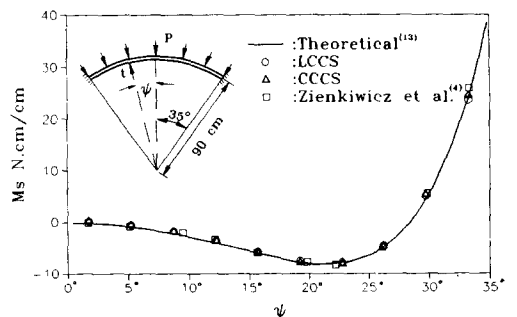


Fig. 7 The meridional bending moment distribution in a spherical dome under uniform pressure

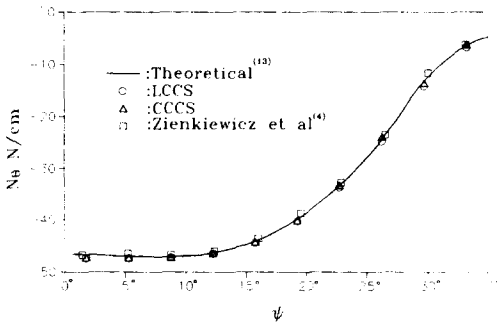


Fig. 8 The circumferential stress resultant distribution in a spherical dome under uniform pressure

5. 결론

전단변형을 포함하는 2절점 축대칭 셸요소가 얇은 셸형상에 기초하여 정식화되었다. 변형률장의 가정에 기초하여 변위장을 유도함으로써 개발된 요소들은 셸의 거동특성을 반영한 고차의 변위장을 가지게 된다. 개발된 축대칭 셸요소를 이용한 수치 해석 결과로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 강성과잉현상이 완화되어 변위와 응력의 계산에서 우수한 해석결과를 보여준다.

(2) 두께의 변화와 곡률반경의 변화에 민감하지 않다.

(3) 분포하중이 작용하는 경우, 선형의 변위장을 가지는 요소에 비해 보다 정확한 결과를 계산할 수 있는 하중벡터를 보유한다.

(4) 요소 내에서 선형의 곡률장을 가정한 LCCS 요소가 일정한 곡률상태를 가정한 CCCS요소보다 정확한 해석결과를 보인다.

후 기

본 연구는 터보·동력기계연구센터의 지원에 의해 수행되었으며, 관계자 여러분께 심심한 감사료를 표한다.

참고문헌

(1) Grafton, P. E. and Strome, D. R., 1963 "Analysis of Axi-symmetric Shells by the Direct Stiffness Method," *A.I.A.A. J.*, Vol. 1, pp. 2342~2347.

(2) Jones, R. E. and Strome, D. R., 1966, "Direct Stiffness Method of Analysis of Shells of Revolution Utilizing Curved Elements," *A.I.A.A. J.*, Vol. 4, pp. 1519~1525.

(3) Giannini, M. and Miles, G. A. 1970, "A Curved Element Approximation in the Analysis of Axisymmetric Thin Shells," *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 2, pp. 459~476.

(4) Zienkiewicz, O. C., Baurer, J., Morgan, K. and Onate, E., 1977, "A Simple and Efficient Element for Axisymmetric Shells," *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 11, pp. 1545~1558.

(5) Mohr, G. A., 1982, "Application of Penalty Functions to a Curved Isoparametric Axisymmetric Thick Shell Element," *Comp. Struct.*, Vol. 15, pp. 685~690.

(6) Prathap, G. and Babu, C. R., 1986, "A Field Consistent Three-noded Quadratic Curved Axisymmetric Shell Element," *Int. J. Numer. Meth. Eng.* Vol. 23, pp. 711~723.

(7) Prathap, G. and Babu, C. R., 1986, "A Field Consistent Two-noded Curved Axisymmetric Shell Element," *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 23, pp. 1245~1261.

(8) Tessler, A., 1982, "An Efficient, Conforming Axisymmetric Shell Element Including Transverse Shear and Rotary Inertia," *Comp. Struct.*, Vol. 15, pp. 567~574.

(9) Tessler, A. and Spiridigliozzi, L., 1988, "Resolving Membrane and Shear Locking Phenomena in Curved Shear-deformable Axisymmetric Shell Elements," *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 26, pp. 1071~1086.

(10) Elias, Z. M., 1972, 'Mixed Finite Element Method for Axisymmetric Shells,' *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 4, pp. 261~277.

(11) Loula, A. F. D., Miranda, I., Hughes, T. J. R. and Franca, L. P. 1989, "On Mixed Finite Element Methods for Axisymmetric Shell Analysis," *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 72, pp. 201~231.

(12) Kim, Y. Y. and Kim, J. G., 1994, "A Simple and Mixed Finite Element for Axisymmetric Shell Analysis," *ASME, J. Appl. Mech.*, PVP

- Vol. 295, pp. 99~105. 1959, *Theory of Plates and Shells*, 2nd ed.,
(13) Timoshenko, S. and Woinowsky-Keriger, S., McGraw-Hill, New-York, pp. 533~535.