

<논 문>

동심원관 환상공간내의 완전히 발달된 층류유동에서 물의 결빙현상에 대한 해석

서 정 세* · 노 승 탁**

(1997년 5월 29일 접수)

Analysis of Ice-Formation Phenomena for Fully Developed Laminar Water Flow in Concentric Circular-Tube Annuli

Jeong-Se Suh and Sung Tack Ro

Key Words : Ice-Formation(결빙), Concentric Circular-Tube(동심원관), Phase-Change(상변화), Laminar Flow(층류)

Abstract

In this numerical study, it is investigated for the ice-formation phenomena for water flow in a concentric tube. The freezing layers of ice in both the inner and outer wall of a concentric tube are simultaneously considered. In the solution strategy, the complete set of governing equations in both the solid and liquid regions are resolved. Numerical results are obtained by varying the inner/outer wall temperatures and Reynolds number. The results show that the inner/outer wall temperatures have the great effect on the thickness of the solidification layer thereof. The shapes of ice layer in both the inner and outer wall can be expressed as a function of inverse Graetz number. As the wall temperature in inner or outer tube decreases, the heat transfer coefficients in both inner and outer ice layer surfaces increase absolutely.

———— 기 호 설 명 ————	
c	: 비열, $J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$
D_h	: 수력직경[m], $2(R_o - R_i)$
Gz	: Gratzke 수, $(Re \cdot Pr)/(x/D_h)$
H	: 두평판 사이의 반거리 [m]
h_x	: 국소 열전달 계수 [$W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$]
k	: 열전도율 [$W \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$]
Nu	: Nusselt 수, $h_x D_h / k$
p	: 압력 [Pa]
Pr	: Prandtl 수, ν / α_L
R	: 반지름 [m]

Re	: Reynolds 수, $u_{m\infty} D_h / \nu$
T_f	: 결빙온도 [$^\circ C$]
T_{wi}	: 내부원관 벽면온도 [$^\circ C$]
T_{wo}	: 외부원관 벽면온도 [$^\circ C$]
T_∞	: 원관 입구온도 [$^\circ C$]
u, v	: x, r 방향의 속도성분 [$m \cdot s^{-1}$]
$u_{m\infty}$: 원관 입구의 평균유속 [$m \cdot s^{-1}$]
x, r	: 축/반경방향 직교 좌표계 [m]

그리스문자

α	: 열확산 계수 [$m^2 \cdot s^{-1}$]
δ_i, δ_o	: 내/외부 결빙층까지의 반경 [m]
θ	: 무차원 온도, 식 (7)
ν	: 동점성계수 [$m^2 \cdot s^{-1}$]

*회원, 경상대학교 공과대학 기계공학과, 항공기부품
기술연구센터

**회원, 서울대학교 공과대학 기계공학과

ξ, η : 변환좌표
 ρ : 밀도 [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]

하첨자
 f : 용융점
 i : 내부
 L : 액상
 o : 외부
 S : 고상

1. 서 론

결빙과 같은 상변화 현상은 지질학, 핵기술, 냉동시스템, 구조공정 등의 다양한 분야에서 나타나는 매우 중요한 문제로서, 이에 관한 연구가 상당히 많이 이루어져 오고 있다. 특히, 유로내로 흐르는 액체의 응고는 파이프내 물의 결빙, 화학공정라인에서의 침결, 열교환기내 액체금속의 응고 등 공학의 여러분야에서 쉽게 접할 수 있는 현상이며, 핵반응기내의 안전과 관련하여 상당한 관심을 끌고 있다.

Zerkle와 Sunderland⁽¹⁾이 파이프내 층류유동시 정상상태 결빙을 최초로 보고한 이후로 유로내 결빙문제에 대해 이론적 및 실험적인 연구가 상당히 많이 이루어져 오고 있다. 이러한 문제에 대한 지금까지의 연구들을 살펴보면, 크게 유로내의 유동형태에 따라 층류인 경우^(1,2)와 난류인 경우⁽³⁻⁶⁾로 분류하여 이루어졌다. 유동이 층류로 이루어졌을 때는 벽면에 결빙층이 비교적 두껍게 형성되어 유동에 상당한 영향을 주며, 유동이 난류일 때는 빠른 흐름으로 인해 결빙층이 상당히 얇아져서 유동에 비교적 적은 영향을 주는 것으로 보고되고 있다.⁽⁵⁾ 그러나 천이영역에서 결빙층이 다소 두꺼워졌을 때는 난류유동과 결빙층이 상호작용을 일으켜 상경계면이 불안정화되면서 입구부근에서 파동형태로 나타난다.⁽⁴⁻⁶⁾ 유로내의 결빙층이 두꺼워질수록 유동에 상당한 영향을 미치는 것은 자명하며, 따라서 난류유동에 비해 결빙층이 두꺼운 층류유동의 경우에 대해 주로 많은 연구가 이루어져 왔다. 그러나 지금까지의 연구들 중에서 유로내의 결빙문제에 대한 연구를 보면, 모두 단일 원관 또는 평행평판내의 경우에 국한하여 이루어졌으며, 이때 원관 또는 평행평판이 수평 또는 수직으로 놓인 직선형

태의 경우가 주류를 이루고 있다. 최근에는 원관에서 협착부위를 갖는 경우에 대한 연구⁽⁷⁾가 보고되기도 한다. 한편, 열교환기 등에서 상당히 많이 이용되는 동심원관의 경우에 관내의 결빙현상에 대해서는 지금까지의 자료조사 결과 아직까지 보고되지 않은 것으로 여겨지며, 이것이 본 연구를 착수하게 된 기본 동기이기도 하다. 동심원관 내/외벽이 모두 결빙온도이하에 노출되었을 때 여기에 결빙층이 형성되게 되고, 두 결빙층은 이들 사이에 형성된 유동장 및 온도장을 통해 상호 작용을 하여 서로의 결빙층 형성에 영향을 미칠 것으로 예상된다. 결국, 단일원관내에 결빙현상에 대해 얻은 관련결과를 단순히 동심원관의 경우에 직접적으로 적용할 수는 없을 것으로 여겨진다.

본 연구에서는 동심원관의 환상공간내 정상상태 층류유동에서 물의 결빙현상에 대해 수치적으로 해석을 하고자 한다. 해석방법상으로 고상영역과 액상영역으로 나누고, 수치적으로 각 영역에 대해 완전한 Navier Stokes 운동량방정식 및 에너지 방정식에 기초하여 해석하였으며, 상경계면의 위치는 상경계면에서 에너지균형이 이루어질 수 있도록 이 동경계추적법에 의해 결정하였다. 본 연구의 결과를 주로 동심원관의 외벽면과 내벽면의 온도변화가 결빙층에 미치는 영향, Reynolds 수가 동심원관내 결빙층에 미치는 영향 그리고 이에 따르는 환상공간내 결빙층면에서의 열전달 특성 등에 대해 제시하고자 하며, 부가적으로 환상공간내의 속도 및 온도분포 등을 제시하고자 한다.

2. 해석 모델

2.1 지배 방정식

외부관의 내부반경이 R_o 이고 내부관의 외부반경이 R_i 인 동심원관의 환상공간으로 물이 흐르면서 내/외부 관벽에 얼음이 형성되는 현상을 Fig. 1에 개략적으로 도시하였다. 외부관 벽면의 온도 T_{wo} 와 내부관 벽면의 온도 T_{wi} 가 융해온도 T_f 보다 낮고 균일하게 유지되고 있는 상태에서 환상공간으로 일정한 온도 $T_\infty (> T_f)$ 와 완전히 발달된 속도분포를 갖는 물이 유입된다. 동심원관의 환상공간으로 흐르는 물은 관입구($x=0$)에서부터 냉각이 이루어지면서 내/외부관 벽면근처에서 결빙이 생기기 시작하며, 동심원관의 축방향으로 갈수록 결빙층의 두께가 점차 두껍게 형성된다. 이러한 일련의 결빙

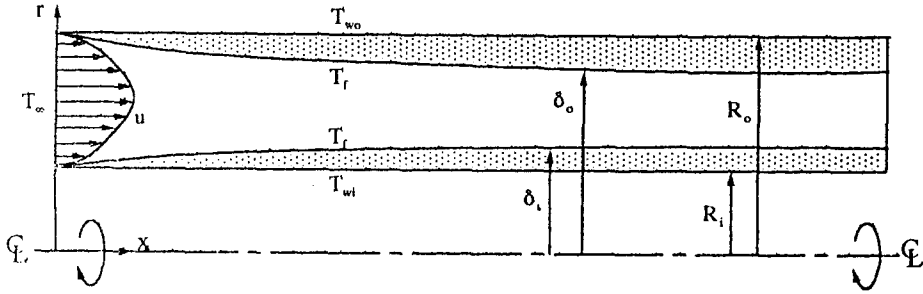


Fig. 1 Schematic representation of the physical model for the ice-formation in a concentric circular tubes

과정을 효율적으로 수치해석하기 위해 다음과 같은 가정을 도입하였다. (1) 물은 비압축성 뉴우톤 유체이고, 유동은 2차원 층류이다. (2) 정상상태 조건이 모든 지역에서 성립된다. (3) 물과 얼음의 물성치들이 일정하다. 본 연구에서는 고상에서 전도 열전달과 액상에서 대류열전달을 각각 해석함으로써 동심원관내 결빙층의 두께 및 형태에 대한 보다 실질적인 예측결과를 밝히는 데 주된 목적을 두고 있다. 이를 위해 먼저, 관내의 연속방정식, 운동량 방정식 그리고 에너지방정식에 대한 일반형 지배방정식을 직교좌표계에 대해 보존식 형태⁽⁶⁾로 나타내면

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(r \rho u \phi - r \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho v \phi - r \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = r S(x, r) \quad (1)$$

이며, 여기서 ϕ 는 일반적인 종속변수이고, Γ 와 S 는 ϕ 에 따라 적절히 정의된다. 본 연구의 해석상 궁극적인 어려움은 결빙영역과 액상영역의 형상이 불규칙한 데 있다. 따라서, 이러한 해석상의 난점을 극복하기 위해 경계고차좌표계 $x = x(\xi, \eta)$, $r = r(\xi, \eta)$ 를 도입하여 식 (1)을 변환하면

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho U \phi - \frac{\alpha_\xi \Gamma}{h_\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\rho V \phi - \frac{\alpha_\eta \Gamma}{h_\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) = J S(\xi, \eta) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\beta_\xi \Gamma}{h_\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\beta_\eta \Gamma}{h_\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \quad (2)$$

으로 되며, 여기서 나타나는 다른 계수들은 참고문헌⁽⁹⁾에 자세히 정리되어 있다.

한편, 동심원관의 환상공간에 형성된 결빙면에서의 경계조건은 온도의 연속성, 질량유속과 에너지유속의 보존 그리고 고상에서의 점착조건 등이다. 즉,

$$T_L = T_S = T_f \quad (3)$$

Table 1 Variables in the dimensionless governing equation

	ϕ^*	Γ^*	S^*
Solid	θ_s	$(k_r/c_r)(\text{RePr})^{-1}$	0
Liquid	1	0	0
	u^*	Re^{-1}	$-\partial p^*/\partial x^*$
	v^*	Re^{-1}	$-\partial p^*/\partial r^*$
			$-\text{Re}^{-1}$
			v^*/r^{*2}
	θ_L	$(\text{RePr})^{-1}$	0

$$(\rho V)_L = (\rho V)_S \quad (4)$$

$$\left(\rho V \phi - \frac{\alpha_\eta \Gamma}{h_\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)_L = \left(\rho V \phi - \frac{\alpha_\eta \Gamma}{h_\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)_S \quad (5)$$

$$u = v = 0 \quad (6)$$

이며, 여기서 ϕ 는 엔탈피를 나타낸다. 더불어, 내/외부관벽면의 온도는 T_S 에서 각각 T_{wi} 와 T_{wo} 로 주어진다. 한편, 이들 경계조건은 수치계산에 앞서 적절히 좌표변환되고 이산화되어야 한다.

효율적인 수치해석을 수행하기 위해 도입한 무차원수들은

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{D_h}, \quad r^* = \frac{r}{D_h}, \\ u^* &= \frac{u}{u_{m\infty}}, \quad v^* = \frac{v}{u_{m\infty}}, \quad p^* = \frac{p}{\rho_L u_{m\infty}^2}, \\ c_r &= \frac{c_s}{c_L}, \quad k_r = \frac{k_s}{k_L}, \\ \theta_s &= \frac{c_r (T_s - T_f)}{T_\infty - T_f}, \quad \theta_L = \frac{T_L - T_f}{T_\infty - T_f} \\ \text{Re} &= \frac{u_{m\infty} D_h}{\nu}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha_L} \end{aligned} \quad (7)$$

이며, 여기서 $D_h = 2(R_o - R_i)$ 이고, $u_{m\infty}$ 는 입구에서의 물의 평균유속이다. 이들 무차원수를 이용하여 지배방정식(1)을 각 영역에 대해 재표현하면

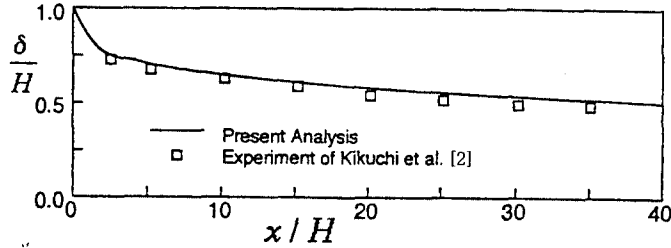


Fig. 2 The shapes of the interface for steady state freezing of liquid in laminar flow between two parallel plates in $T_w = -1.2^\circ\text{C}$, $T_\infty = 2^\circ\text{C}$, $u_{\infty}H/\nu = 175$. Experimental results from ref. (2) (rectangular) and Numerical results from this study (solid lines)

Table 1에 정리된 바와 같다.

2.2 수치적 방법

수치계산을 위한 계산격자계는 고상영역과 액상영역에 대해 각각 ζ 방향으로 81개, η 방향으로 23개의 격자점들로 불균일하게 구성되어 있으며, 격자점들은

$$\begin{aligned}
 x &= H\xi & (0 \leq \xi \leq 1) \\
 r &= \begin{cases} R_i + (\delta_i - R_i)\eta & (0 \leq \eta < 1) \\ \delta_i + (\delta_o - \delta_i)(\eta - 1) & (1 \leq \eta < 2) \\ \delta_o + (R_o - \delta_o)(\eta - 2) & (2 \leq \eta \leq 3) \end{cases} & (8)
 \end{aligned}$$

을 통해 실제영역에 일대일로 사상된다. 이때 내부관과 외부관에 형성되는 결빙층면은 각각 변환된 좌표계에서 $\eta=1$ 과 2로 고정되며, 속도 및 온도의 변화가 심한 상경계면과 용기벽면 근처에는 격자점들을 좀더 조밀하게 배치한다. 속도장은 엇갈린 격자계에서 계산하였으며, 속도의 곡률항은 국소고정좌표계⁽¹⁰⁾을 도입하여 처리하였다. 속도와 압력은 SIMPLER 알고리즘 방식⁽⁸⁾으로 서로 보정되었다. 계산과정에서 고상과 액상이 접하는 상경계면의 에너지균형이 국소적으로 최대 0.001%내에서 만족되었을 때 수렴이 된 것으로 판정하였다.

3. 계산결과 및 토의

본 연구에서는, 기존의 연구결과와 본 연구의 해석결과를 비교함으로써 본 연구에서 채택한 수치적 모델에 대해 검증하고, 물의 온도가 $T_\infty = 5^\circ\text{C}$ 로 일정하게 유입되는 경우에 대해 층류유동에서의 해석결과를 제시하였다. 본 연구에서는 동심원관의 내/외벽면 온도와 유입되는 물의 유속변화 그리고 동심원관 간격비가 결빙층 두께에 미치는 영향을 주

로 알아보려고 하며, 부과적으로 환상공간내의 속도분포 및 온도장의 발달과정을 살펴보고자 한다.

먼저, 실질적인 수치적 검증을 위해서는 같은 대상인 동심원관에 대한 실험결과와 본 연구의 해석결과를 직접적으로 비교검토하여야 하나, 많은 자료조사 결과 이들에 대한 실험결과가 아직 보고되지 않은 것으로 파악되었으며, 평형평판내의 층류유동에서의 결빙에 대해 비교적 자세하고 정확한 결과를 제시하고 있는 Kikuchi 등⁽²⁾의 실험결과와 본 연구에서 취한 해석방법에 의한 결과를 비교하여 보고자 한다. Kikuchi 등⁽²⁾은 $2H$ 간격을 유지하는 두 평행평판사이로 물이 흐르면서 결빙되는 형태를 여러 벽면온도에 대해 제시하였으며, 대표적인 경우인 벽면온도가 -1.2°C , 유입온도가 2°C , $u_{\infty}H/\nu = 175$ 에 대해 본 연구의 해석결과와 비교한 것을 Fig. 2에 나타내었다. 그림에서 심볼은 실험결과를, 실선은 해석결과를 각각 나타낸 것이다. 실험결과에 비해 해석결과가 다소 얇은 결빙층 두께를 보이고 있으나, 비교적 전반적으로 잘 일치하고 있다. 이러한 두 결과의 일치 정도로 보아, 본 연구의 해석 방법으로 동심원관내 결빙에 대해 충분히 타당한 해석결과를 얻을 수 있을 것으로 생각된다.

3.1 동심원관의 내/외벽온도 영향

Fig. 3는 동심원관 외벽의 온도변화에 따른 결빙층의 두께 변화를 나타낸 것이다. 즉, $Re = 500$, $R_i/R_o = 0.5$ 에서 내원관벽면의 온도를 $T_{wi} = -1^\circ\text{C}$ 로 고정하고, 외원관벽면의 온도 T_{wo} 를 $-1, -2, -4^\circ\text{C}$ 로 변화시켜 보았다. 그림에서 윗부분은 외원관에 형성된 결빙층을 나타내며, 아랫부분은 내원관에 형성된 결빙층을 나타낸다. 먼저, 관의 축방향으로 결빙층의 두께 변화 경향을 보면, 냉각이

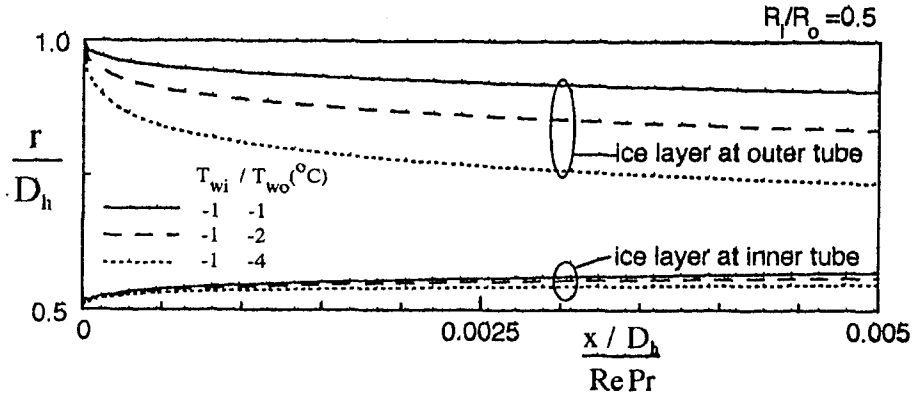


Fig. 3 The frozen layers of ice in a concentric circular tube with various outer wall temperatures in $Re=500$ and $R_i/R_o=0.5$

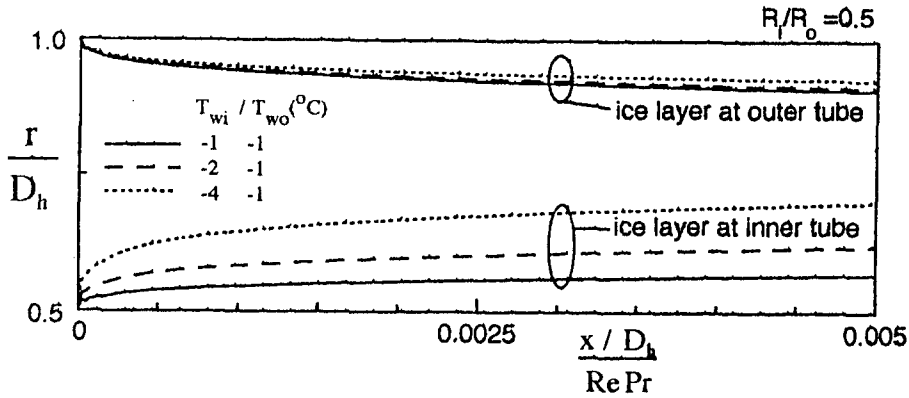


Fig. 4 The frozen layers of ice in a concentric circular tube with various inner wall temperatures in $Re=500$ and $R_i/R_o=0.5$

시작되는 곳으로부터 멀어질수록 내/외벽면 모두에서 결빙층의 두께가 단조적으로 증가하고 있으며, 이는 기존의 단일 원관 및 채널유동에서 나타나는 결빙층의 형성 형태와 매우 유사하다. 외원관벽면의 온도를 낮출수록 내원관벽면 보다 결빙층 두께가 상대적으로 두껍게 형성되고 있음을 확인할 수 있다. 이는 결빙 온도와 벽면 온도의 차이가 커질수록 외부로의 열손실이 증가하고, 이로 인해 관내의 물의 온도가 빠르게 하강하면서 비롯된 것이다. 한편, 내원관벽에서 형성되는 결빙층에 대해 자세히 살펴보면, 외원관 벽면의 온도가 낮아질수록 내원관 벽면에서의 결빙층 두께가 크기 정도는 작지만 점차적으로 얇아지는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 외원관 벽면의 온도가 낮을수록 외원관의 결빙층 두께가 발달하게 되면서, 환상공간내에 흐르는 물의 유로중심을 내원관 쪽으로 밀어내어 열전달을 촉진시켜 이곳의 결빙층 발달을 억제하는

데서 비롯된 것이며, 여기에 대해 뒷 부분에서 열전달계수 및 온도분포 등을 통해 자세히 언급하고자 한다. 결국, 외원관의 벽면온도 변화가 외원관 벽면에 형성되는 결빙층의 두께변화에 영향을 미칠 뿐만 아니라 내원관 벽면에 형성되는 결빙층의 두께에도 다소 영향을 미치고 있음을 확인하였다. 그림에서 동심원관의 내/외 벽면온도가 모두 -1°C 로 동일한 경우를 나타낸 실선의 변화를 자세히 살펴보면, 임의의 동심원관 길이에서 내원관 벽면에서 보다 외원관 벽면의 결빙층 두께가 상대적으로 두껍게 형성되고 있음을 알 수 있다. 이는 내원관 벽면에 비해 외원관의 표면적이 상대적으로 넓음으로써 비롯된 것이다. 이번에는 동심원관 내벽면의 온도변화가 결빙층에 미치는 영향을 살펴보기 위해 $T_{wo}=-1^{\circ}\text{C}$ 로 고정하고, 외원관벽면의 온도 T_{wi} 를 -1 , -2 , -4°C 로 변화시킨 경우의 결빙층 변화 형태를 Fig. 4에 나타내어 보았다. 내벽면의 온도

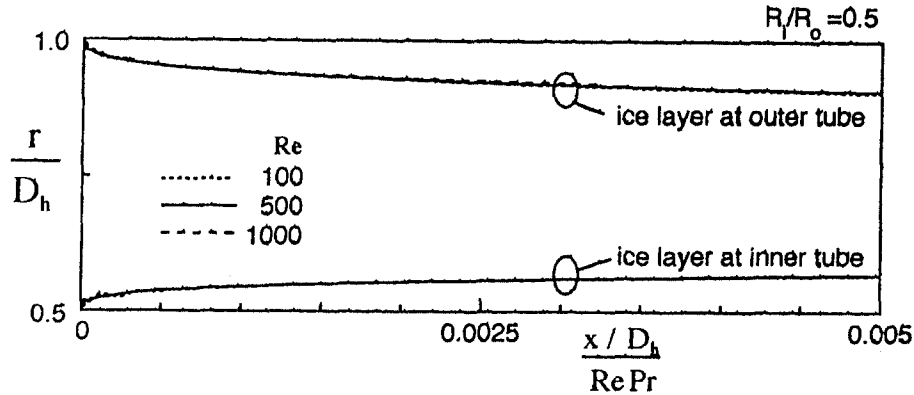


Fig. 5 The frozen layers of ice in a concentric circular tube with various Reynolds numbers in $T_{wi} = T_{wo} = -1^{\circ}\text{C}$ and $R_i/R_o = 0.5$

가 낮을수록 외벽면보다 상대적으로 두껍게 결빙층이 형성되고 있으며, 결빙층의 형성 경향이 내벽면의 온도변화 경향에 따라 Fig. 3의 경우와 상반된 위치로 나타내어져 있다. 이는 결빙층의 형성에 벽면의 온도가 내/외부 원관에서 모두 상당한 영향을 미치고 있음을 의미한다. 그러면, 환상공간내의 결빙에서 동심원관의 내부와 외부가 결빙층 두께에 상대적으로 미치는 정도를 살펴보기 위해 Fig. 3과 Fig. 4에서 동일한 외/내 벽면온도 즉, 대표적으로 T_{wo} 가 -4°C 경우와 T_{wi} 가 -4°C 인 경우에 대해 원관의 임의의 길이에서 상호 결빙층의 두께를 자세히 비교하여 보면, 내벽면의 온도가 낮은 경우보다 외벽면의 온도가 낮은 경우에 결빙층의 두께가 다소 두껍게 형성되고 있음을 확인할 수 있다. 이는 외부원관의 표면적이 상대적으로 넓은 데서 비롯된 것으로 여겨지며, 결국 외부원관의 벽면온도가 결빙층에 미치는 영향이 상대적으로 다소 크다는 것을 의미한다.

3.2 Reynolds 수의 영향

동심원관 환상공간내 유동의 세기가 결빙층에 미치는 영향을 알아보기 위해 T_{wo} 와 T_{wi} 가 모두 -1°C 이고, $R_i/R_o = 0.5$ 에서 Re 수를 100, 500, 1000으로 변화시켰을 때의 결빙층의 변화를 Fig. 5에 나타내었다. 그림에서의 상/하의 선들은 동심원관의 외벽과 내벽에서의 결빙형태를 각각 나타낸 것이다. 관내의 결빙의 경우에 축방향으로 갈수록 결빙층의 두께 증가로 인해 유로가 좁아지면서 실질적인 Re 수의 상승이 수반되며, 결국에는 층류유동에서 난류유동으로 천이가 이루어질 것이다.

그러나, 본 연구에서는 유로내의 유동이 층류인 경우에 대해 결빙현상을 살펴보는 것에 주된 목적으로 두고 있으며, 본 연구에서 제시하는 관의 길이에서는 모두 $Re < 2100$ 의 층류범위에 있음을 확인하였다. 먼저, 외벽과 내벽에서의 결빙층의 축방향 형태 변화를 서로 비교하여 보면, Re 수의 변화에도 불구하고 거의 비슷한 경향을 보이고 있다. 즉, 동심원관내 결빙층의 형태에 대해 축방향 좌표를 Graetz 수의 역수로 나타낸 결과, 결빙층이 하나의 곡선으로 나타내어졌다. 이는 원관내에서 열전달 현상이 축방향에 대해 Graetz수(Gz)의 역수 즉, $Gz^{-1} = (x/D_h)/(Re \cdot Pr)$ 의 함수로 나타내어진다는 잘 알려진 사실에 비추어 보았을 때, 비록 유로가 결빙층으로 인해 테이퍼(taper)형태로 되어 있지만 유동특성 및 열전달 특성이 단면적이 일정한 직관내의 유동에서 나타나는 특성과 매우 유사하다는 것을 간접적으로 의미하는 것이며, 이를 뒤에서 언급하는 유로내의 속도 및 온도분포에서도 확인할 수 있다. Re수를 증가시켰을 경우 외벽과 내벽에서 모두 결빙층의 두께가 얇아지고 있으며, 그림에서 축방향 좌표가 Graetz 수(Gz)의 역수로 나타내어져 있다는 점을 고려한다면 이를 확인할 수 있다. 이러한 현상은 입구에서 높은 온도를 갖는 유체를 유속이 강할수록 유로의 하류까지 활발히 전달하기 때문에 비롯된 것이다. 부과적으로, Fig. 3에서 이미 언급된 바와 같이 외벽면과 내벽면의 온도가 동일한 경우에 외벽면의 결빙층이 더욱 두껍게 형성되고 있음을 Fig. 5에서 역시 명확히 확인할 수 있다.

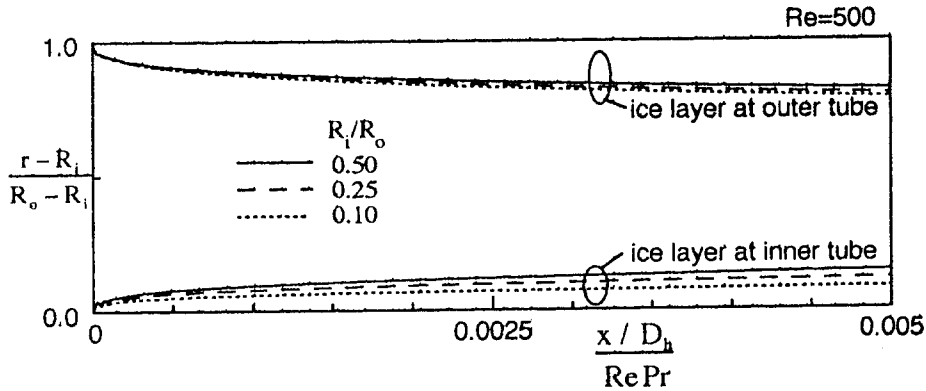


Fig. 6 The frozen layers of ice in a concentric circular tube for the various ratios of inner to outer radius of circular tube in $T_{wi} = T_{wo} = -1^\circ\text{C}$ and $Re = 500$

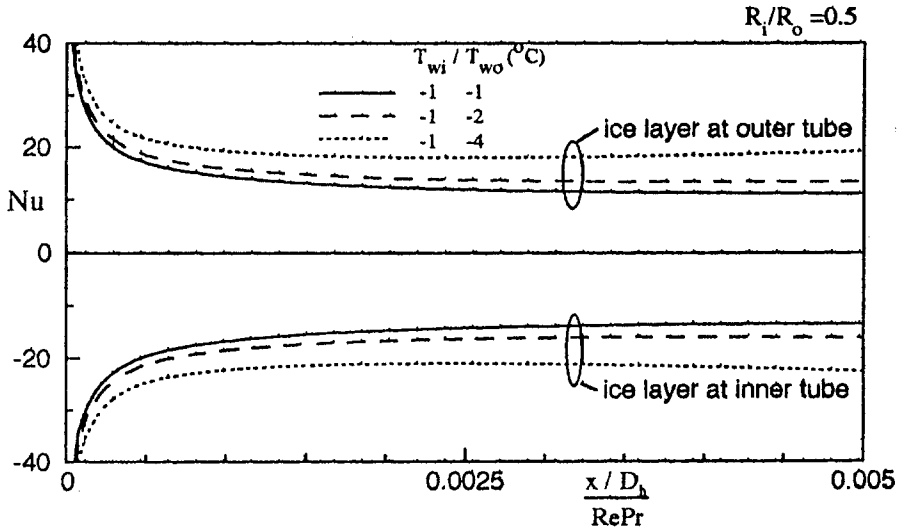


Fig. 7 The distribution of the local heat transfer coefficient along the interface of the ice formation in a concentric circular tube in $T_{wi} = T_{wo} = -1^\circ\text{C}$ and $Re = 500$

3.3 동심원관 반경비의 영향

동심원관 환상공간내의 유로 간격이 결빙층에 미치는 영향을 알아보기 위해, $Re = 500$, T_{wo} 와 T_{wi} 가 -1°C 를 유지하고, 반경비 R_i/R_o 를 0.1, 0.25, 0.5로 달리한 경우에 대해 결빙층의 두께변화를 Fig. 6에 나타내었다. 그림에서 아랫쪽은 내부원관에서의 결빙층을, 윗 부분은 외부원관의 결빙층을 각각 나타내었다. 먼저, 내부원관의 결빙층을 보면, 반경비를 증가시킬수록 결빙층의 두께가 증가하고 있음을 보여주고 있다. 이는 반경비의 증가로 인해 내부원관의 표면적이 증가하면서 외부로의 열 전달량이 상대적으로 많이 증가하는 데서 비롯된 것이다. 반면, 외부원관의 경우를 보면은 내부원관

에서 일어나는 것과 상반되는 경향 즉, 반경비가 증가할수록 결빙층의 두께가 얇아지는 것을 보이고 있으며, 이것 역시 반경비의 증가로 인해 외부원관의 표면적이 상대적으로 감소하는 데서 비롯된 것으로 파악할 수 있다. 한편, 반경비의 변화로 인한 동심원관의 내부 및 외부에서의 결빙층 두께변화를 상대적으로 비교하여 보면 내부원관에서 그 정도가 훨씬 심하게 나타나고 있다는 것을 볼 수 있다. 이는 동일한 반경비의 변화에 대해 외부원관에서 표면적의 상대적 변화 즉, $(R_o - R_i)/R_o$ 에 비해 내부원관 표면적의 상대적 변화 $(R_o - R_i)/R_i$ 가 크다는 데서 비롯된 것이다.

3.4 열전달 계수의 변화

동심원관의 환상공간내 결빙층에서의 열전달 계수 변화 경향과 결빙층에 미치는 영향을 알아보기 위해, 대표적으로 $Re=500$, $R_i/R_o=0.5$ 에서 내원관벽면의 온도를 $T_{wi}=-1^{\circ}C$ 로 고정하고, 외부원관벽면의 온도 T_{wo} 를 $-1, -2, -4^{\circ}C$ 로 변화시킨 Fig. 3의 경우에 대해 Nusselt 수($Nu=h_x D_h/k$)의 변화를 외부/내부 결빙층면에 대해 각각 비교하여 Fig. 7에 나타내었다. 그림에서 윗쪽은 외부원관의 결빙층표면에 대해, 아랫쪽은 내부원관의 결빙층표면에 대해 나타낸 것이며, Nu 수가 음의 값인 경우에는 열이 반경의 반대방향으로 흐름을 의미한다. Nu 수의 축방향 변화를 보면, 외부 및 내부 결빙층에서의 모두 Nu 수의 변화가 전체적으로 입구에서는 급격하게 변하다가 점차적으로 일정한 값으로 수렴하는 경향을 보이고 있으며, 이러한 현상이 크기의 정도는 다소 다르지만 이미 잘 알려진 바와 같이 단일 직관의 경우에 유체역학적으로 완전히 발달되고, 열역학적으로 발전되어가는 영역 즉, 입구역에서 전형적으로 나타나는 경향과 매우 흡사하다. 한편, 외부원관벽면의 온도 T_{wo} 를 $-1, -2, -4^{\circ}C$ 로 변화시켰을 경우에, 외부 결빙층 표면에서의 Nu 수가 증가하고 있으며, 이는 Fig. 3에서 언급한 바와 같이 결빙온도 $0^{\circ}C$ 에 대해 온도차의 증가에 따른 외부로의 열손실 증가로 외벽의 결빙층의 두께가 증가하여, 유동이 흐를 수 있는 환상공간의 폭이 좁아지면서 유속이 가속화되고, 이에 따라 반경방향 온도분포가 급격하게 변하는 데서 비롯된 것으로 생각된다. 그리고, 하류로

갈수록 외부원관벽면의 온도가 낮아지는 경우에 Nu 수가 급격히 감소하다가 오히려 완만히 증가하는 경향을 보이고 있는데, 이것 역시 외부원관벽면의 온도가 낮아질수록 Fig. 3에서 보듯이 환상공간의 폭이 좁아지면서 유속이 가속화되면서 반경방향 온도분포가 급격하게 변하는 데 기인하는 것이다. 외부원관벽면의 온도가 낮아질수록 내부원관 결빙층에서의 Nu 수의 절대값이 축방향 임의의 위치에서 외부 결빙층과 다소 비슷하게 증가하고 있다. 이러한 경향은 Nu 수가 유로내의 결빙층 표면에서의 온도분포와 관련된다라는 점을 고려한다면, 외부원관벽면의 온도 T_{wo} 에 따라 내/외부 결빙층 표면에서 반경방향 온도 기울기의 절대값이 거의 비슷하다는 것을 의미하며, 이를 뒤에서 언급하게 될 온도분포에서 확인할 수 있다. 또한, 내부원관벽면의 온도를 낮추었을 경우에 대해서도 정도의 차이는 다소 있을 수도 있으나, Nu 수의 축방향 변화값이 내/외부 결빙층 표면에서 모두 증가하는 경향을 보일 것이라는 것이 쉽게 예상된다. 본 연구에서는 이러한 사실을 확인하였으며, 연구의 간결성을 위해 생략하기로 한다. 또한, Fig. 7을 면밀히 살펴보면, 먼저 T_{wo} 와 T_{wi} 가 공히 $-1^{\circ}C$ 인 경우에서 외부결빙층에 비해 내부결빙층에서의 Nu 수의 절대값이 정도의 차이는 적지만 다소 높게 나타나고 있음을 확인할 수 있으며, T_{wo} 가 낮아질수록 이러한 경향이 뚜렷이 나타나고 있다. T_{wi} 가 낮아지는 경우에도 역시 내부 결빙층에서의 Nu 수의 절대값이 다소 높은 경향이 나타나고 있음을 확인하였다. 이는 앞에서도 언급했듯이 내/외부 결빙

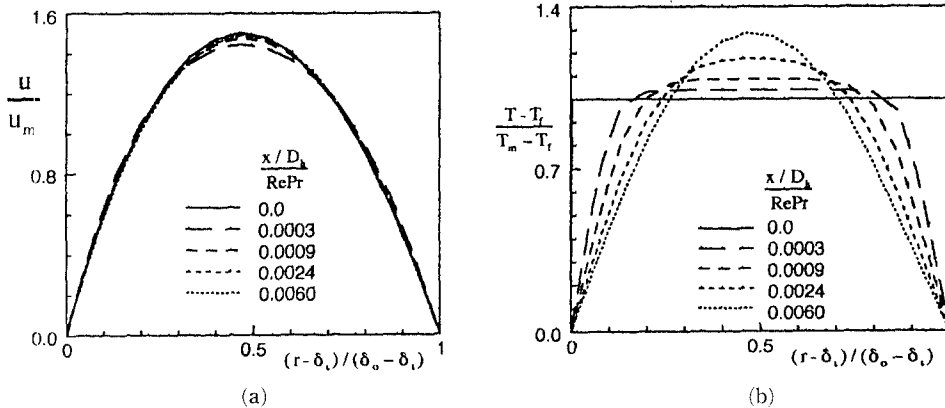


Fig. 8 Axial velocity and temperature profiles within the concentric circular tube annuli in $T_{wi} = T_{wo} = -1^{\circ}C$ and $Re=500$ (a) For axial velocity, (b) For temperature

층에서의 Nu 수의 값이 각 결빙층 표면에서의 온도 기울기와 직접적인 관련이 있으며, 임의의 축방향 위치에서 외부결빙층에 비해 내부결빙층 표면에서의 반경방향 변화율이 상대적으로 크다는 데 기인하는 것이다. 이러한 사실을 뒤에서 언급하는 유로내 온도분포에서 확인할 수 있다.

3.5 속도 및 온도의 분포

동심원관 환상공간내 축방향의 층류유동에서 속도 및 온도의 발달과정을 살펴보기 위해 대표적인 경우인 $Re=500$, T_{wo} 와 T_{wi} 가 $-1^{\circ}C$, $R_i/R_o=0.5$ 에 대해 적절한 위치에서 속도 및 온도분포를 Fig. 8에 나타내었다. 먼저, 속도분포의 변화를 나타낸 Fig. 8(a)를 살펴보면, 입구영역에서부터 이미 완전히 발달된 속도분포를 이루고 있으며, 입구영역 근처에서 Fig. 3에서 확인한 바와 같이 급격한 결빙층의 발달로 인해 유로가 갑자기 좁아지면서 유로 중심부의 속도분포가 감소하다가 원래 상태로 가는 변동을 다소 겪고 있다. 비록 결빙층의 두께 증가로 인해 유로가 테이퍼 형태로 좁아지더라도 입구영역에서 이미 충분히 발달한 유동에 거의 영향을 주지 못하였으며, 하류에 이르기까지 전형적인 발달된 유동형태를 유지하고 있음을 확인할 수 있다. 다음으로 환상공간내의 물의 온도분포를 나타낸 Fig. 8(b)를 보면, 입구영역에서 갑자기 냉각된 동심원관을 만난 물이 하류로 흘러가면서 점차적으로 발달되면서 포물선 형태로 되는 과정을 나타내고 있다. 즉, 입구에서 균일한 온도를 가지고 유입된 물이 관의 냉각에 따라 결빙층근처에서 온도가 낮아지고 중심부에서 상대적으로 커지는 경향을 보이고 있다. 그러나, 발달된 유동분포와 발달되어가는 온도분포를 면밀히 살펴보면 유속 및 온도의 최고치가 모두 유로의 중심으로부터 다소 내부원관 쪽으로 치우친 위치에 있음을 알 수 있으며, 특히 온도분포의 치우침은 열전달계수 및 결빙층의 두께에 직접적인 영향을 주게 된다. 이를 앞에서 이미 언급한 바와 같이 Fig. 7에서 바깥 결빙층에 비해 안쪽 결빙층에서의 열전달계수가 다소 높게 나타나고 있는 데서 확인할 수 있으며, 역시 Fig. 3과 Fig. 5에서의 결빙층두께 변화에서도 이미 확인 바 있다.

4. 결 론

동심원관의 환상공간내 층류유동에서 내/외벽면에서의 물의 결빙현상에 대해 수치적으로 해석하였다. 수치적으로는 완전한 Navier Stokes 운동량방정식 및 에너지 방정식에 기초하여 해석하였으며, 상경계면에서 에너지균형이 이루어질 수 있도록 경계면의 위치를 임의의 위치에서 이동시켜 결정하였다. 연구에서는 동심원관의 외벽면과 내벽면의 온도변화가 결빙층에 미치는 영향, Reynolds 수가 동심원관내 결빙층에 미치는 영향 그리고 이에 따르는 환상공간내 결빙층면에서의 열전달 특성 등을 살펴보았다. 결빙층의 두께가 동심원관 내/외벽면에서 관의 축방향으로 단조적으로 증가하는 전형적인 결빙현상을 보였으며, 내/외벽면에서 모두 온도가 낮은 곳일수록 결빙층의 두께가 상대적으로 두껍게 형성되었다. 특히 내/외벽면 중에서 벽면온도가 낮아지는 쪽에서는 결빙층이 점점 두껍게 형성되지만, 다른 쪽에서의 결빙층 두께는 정도는 적지만 반대로 점차 얇아지고 있다. 이는 내/외벽면에 형성되는 결빙층들이 이들 사이에 형성된 유동에 따른 열전달 특성에 의해 상호작용을 하는 데서 비롯된 것이다. 그리고, 내/외벽면의 온도가 동일한 경우에 축방향 임의의 위치에서 외부 결빙층의 두께가 내부에 비해 두껍게 나타나고 있으며, 이는 외부원관의 표면적이 상대적으로 넓어 외부로의 열손실이 큰 데 따른 것이다. 동심원관내 환상공간을 흐르는 유동의 강도, 즉, Reynolds 수가 증가할수록 축방향 임의의 위치에서 결빙층의 두께가 얇아졌으며, 축방향 좌표를 Graetz 수의 역수로 나타내었을 경우에 결빙층의 형태가 거의 일치하는 경향을 보이고 있다. 이것은 결빙층의 형성 형태가 Graetz 수의 역수인 함수로 나타내어질 수 있음을 의미한다. 한편, 결빙층면의 열전달 특성을 나타내는 Nu 수가 축방향 임의의 위치에서 내/외부의 절대값이 거의 비슷하였으며, 외부 벽면의 온도를 낮추었을 때 내/외부 Nu수의 절대값이 동시에 증가하였다. 이는 결빙층의 증가에 따른 환상공간내의 온도 구배가 내/외부에서 상호 대칭적으로 변하는 데서 비롯된 것이다. 그러나, 내부 결빙층면의 Nu 수가 동일 벽면온도에서 외부 결빙층면의 것에 비해 다소 높게 나타나고 있으며, 이는 유동 및 온도의 최대값의 위치가 유로의 중심으로부터 내부원관

쪽으로 치우친 곳에 위치하면서 내부결빙층면의 반경방향 온도구배의 절대값이 다소 높은 데서 비롯된 것임을 알았다.

참고문헌

- (1) Zerkle, R. D. and Sunderland, J. E., 1968, "The Effect of Liquid Solidification in a Tube Upon Laminar-Flow Heat Transfer and Pressure Drop," *J. Heat Transfer, Trans. ASME*, pp. 183~190.
- (2) Kikuchi, Y., Shigemasa, Y., Oe, A. and Ogata, T., 1986, "Steady-State Freezing of Liquids in Laminar Flow Between Two Parallel Plates," *J. Nucl. Sci. Technol.*, Vol. 23, pp. 979~991.
- (3) Gilpin, R. R., 1981, "Ice Formation in a Pipe Containing Flow in the Transition and Turbulent Regimes," *J. Heat Transfer*, Vol. 103, pp. 363~368.
- (4) Seki, N., Fukusako, S. and Younan, G. W., 1984, "Ice-Formation Phenomena for Water Flow Between Two Cooled Parallel Plates," *J. Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 498~505.
- (5) Hirata, T. and Matsuzawa, H., 1987, "A Study of Ice-Formation Phenomena on Freezing of Flowing Water in a Pipe," *J. Heat Transfer*, Vol. 109, pp. 965~970.
- (6) Weigand, B. and Beer, H., 1993, "Ice-Formation Phenomena for Water Flow inside a Cooled Parallel Plate Channel : an Experimental and Theoretical Investigation of Wavy Ice Layers," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 685~693.
- (7) Suh, J.-S., Ro, S. T. and Kim, M.-G., 1996, "Analysis of Ice-Formation Phenomena in a Stenotic Tube," *Proci. ISTECR-5*, pp. 264~269.
- (8) Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington, DC.
- (9) 서정세, 노승탁, 1995, 수평원관내 얼음의 접착용해과정, 대한기계학회논문집, 제19권, 제10호, pp. 2595~2606.
- (10) Karki, K. C. and Patankar, S. V., 1988, "Calculation procedure for viscous incompressible flows in complex geometries," *Numer. Heat Transfer*, Vol. 4, pp. 295~307.