

<논 문>

분할된 ALE 방법에 의한 평금형 열간압출의 3차원 유한요소해석

강 연 식* · 양 동 열**

(1997년 4월 2일 접수)

Three-Dimensional Finite Element Analysis of Hot Square Die Extrusion by Using Split ALE Method

Yeon-Sick Kang and Dong-Yol Yang

Key Words : Split ALE Method(분할된 ALE 방법), Temperature Analysis(온도해석), Square Die Extrusion(평금형 압출)

Abstract

In the analysis of metal forming process, ALE(arbitrary Lagrangian Eulerian) finite element methods have been increasingly used for the capability to control mesh independently from material flow. The methods can be divided into two groups i.e., coupled and split formulations. In the present work, the split ALE formulation is used for computational efficiency. A split ALE finite element method developed for rigid viscoplastic materials and applied to the analysis of hot square die extrusion. Since thermal state greatly affects the product quality, an ALE scheme for temperature analysis is also presented. As computational examples, profile shapes as square and cross-like sections are chosen.

기 호 설 명

$E(\dot{\epsilon})$: 점소성포텐셜
 f_i : 마찰력성분
 h : 대류열전달계수
 h_{lub} : 접면열전달계수(contact heat transfer coefficient)
 K^* : 벌칙상수(penalty constant)
 κ : 열전도계수
 q_n : 열유량(heat flux)
 S_f, S_a, Ω : 마찰면, 열전달면, 체적
 T : 온도
 V, W : 물질속도, 격자속도
 v_i : 속도장성분

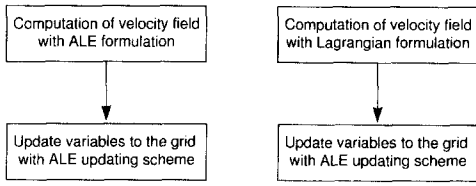
X, x, x : 물질좌표, 공간좌표, 기준좌표
 β : 상태변수
 Δt : 시간증분
 Δ^g, Δ^m : 격자에 대한 증분, 물질에 대한 증분
 $\dot{\epsilon}_{ij}, \bar{\epsilon}$: 변형률속도성분, 유효변형률속도
 $\dot{\epsilon}_v$: 체적변형률속도
 ρ, c : 밀도, 비열
 $\sigma_{ij}, \bar{\sigma}$: 편차응력성분, 유효응력
 $\phi, \hat{\phi}, \Psi$: 사상함수(mapping function)

1. 서 론

소성가공시 재료는 경로 의존적인 거동을 하며 많은 경우 자유면을 갖는다. 따라서 소성가공 문제

*회원, 고등기술연구원 생산기술연구원

**회원, 한국과학기술원 기계공학과



(a) Coupled ALE method (b) Split ALE method

Fig. 1 Schematic representation of the two ALE methods

를 해석하는데 있어서는 라그랑지안(Lagrangian) 수식화에 의한 해석이 적합하며 지금까지 대부분의 유한요소해석에 있어서 널리 사용되어져 왔다. 그러나 라그랑지안방법에 의한 유한요소해석은 평금형(square die or flat die) 압출공정과 같이 급격한 유동변화가 존재하여 격자가 심하게 변형되는 경우에는 해석에 많은 어려움을 겪어왔다. 이러한 해석의 어려움을 극복하기 위하여 여러 가지 연구가 이루어졌었다. 그 중에서 가장 널리 사용된 방법중의 하나가 격자재구성방법이다. 이에 대한 연구는 Cheng,⁽¹⁾ Zienkiewicz와 Huang,⁽²⁾ Yoon과 Yang⁽³⁾ 등 많은 연구자들에 의해서 이루어져 왔다.

다른 방법은 최근에 들어서 사용이 늘고 있는 ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian) 묘사에 의한 방법이다. ALE 묘사에 의한 접근방식은 라그랑지안묘사와 오일러리안(Eulerian)묘사에 의한 방식의 장점을 취한 것으로 격자와 물질간의 이동을 독립적으로 처리할 수 있으므로 사용자가 격자를 임의대로 이동시켜 해석할 수 있다.

ALE 방법은 초기에는 주로 유체역학 분야에서 사용되어져 왔다. 1974년에 Hirt 등⁽⁴⁾은 유체역학에서 Navier-Stoke 방정식을 푸는데 사용하였고, 1981년에 Hughes 등⁽⁵⁾은 비압축성 점성유동에 대하여 유체 경계면과 자유면에서의 문제를 처리할 수 있는 유한요소 수식화를 하였다. 비선형 고체역학 분야에서는 1984년에 Haber⁽⁶⁾가 유한요소법에 적용하였으며, 그후에 Liu 등⁽⁷⁾이 경로 의존적인 물질에 대한 탄 소성해석을 하였다. Benson⁽⁸⁾은 ALE 접근방식을 단순화시켜 여러가지 예제를 해석하였다. 1990년대에 들어와서 Ghosh⁽⁹⁾는 탄-소성 유한요소법의 수식화와 준평면 3차원 냉간압출 문제에 적용을 한 바 있다. 최근에 들어서는 다양한 분야^(10~12)로 사용이 확대되어지고 있다.

ALE 방법은 연계(coupled)방식과 분할(split)방식의 두 가지로 분류되어질 수 있다. 첫번째 방법

은 ALE 묘사에 의한 수식화를 통해 속도장을 물질계에 대해서 풀고 여기서 구한 속도장을 이용해 격자계에 경로의존적인 상태변수를 재지정해 주는 방법^(7,9)이다. 두번째 방법은 라그랑지안 수식으로 속도장을 풀고 물질계에서 구한 변수들을 격자계에 재지정해주는 방법^(8,13)이다. 이 두 가지 방법의 차이를 Fig. 1에 개략적으로 나타냈다.

ALE 방법은 대류항(convective term)의 존재로 비대칭 강성행렬식이 된다. 따라서 ALE 방법의 단점으로는 큰 계산시간이 지적되고 있다. 특히 3차원 문제의 해석에 있어서는 계산시간이 문제가 된다. 위의 두 가지 방법 모두 기존의 연구자들에 의해 타당성이 입증된 방식이지만 본 연구에서는 계산시간에서 경제적인 두번째 방식인 분할방식으로 프로그램을 개발하였다.

지금까지 탄소성 프로그램으로 간단한 압출문제를 해석한 바 있으나 3차원 문제의 해석시에는 많은 계산시간이 소요되어 실제적인 해석을 하기가 어렵다. 따라서 개발된 프로그램은 강-점소성 3차원 유한요소 프로그램이다. 개발된 프로그램으로 급격한 유동이 존재하는 3차원 평금형 열간압출문제를 해석하였다. 계산결과를 실험적 검증이 된 기존의 Lagrangian 묘사에 의한 자동 격자재구성 프로그램⁽¹⁴⁾의 결과를 비교하여 검토하여 보았다. 또한 연계방식에 의한 방법⁽¹⁵⁾와 계산시간을 비교하여 보았다. 열간압출에서 온도분포가 중요하므로 본 연구에서는 온도해석을 변형해석과 마찬가지로 분할방법을 이용하여 계산한다. 온도해석을 위한 분할방법을 제시하고 그에 따라 온도해석도 하여 보았다. 계산에 사용된 예제로는 사각 형제와 십자형 형제의 평금형 열간압출을 선택하였다.

2. 이론해석

2.1 ALE의 운동학적 묘사

X, x, x 를 각각 물질좌표, 기준좌표, 공간좌표라 하자. 임의의 시간 t 에서 물질이 차지하는 공간좌표를 다음과 같이 표현한다.

$$x = \phi(X, t) \tag{1}$$

ϕ 는 물질의 이동을 나타내는 사상함수이다. 격자의 운동을 나타내기 위해서 기준좌표계를 도입한다. 임의의 시간 t 에서 기준좌표 x 가 차지하는 공간좌표는 다음과 같은 사상함수 $\hat{\phi}$ 로 나타낼 수 있다.

$$x = \hat{\phi}(x, t) \tag{2}$$

$\hat{\phi}$ 의 표현은 임의이므로 사용자가 문제에 맞게 사용할 수 있다. ϕ 와 $\hat{\phi}$ 이 smooth한 함수이고 해당하는 시간간격에서 일대일 대응관계이면 사상함수 Ψ 를 다음과 같이 규정⁽⁶⁾할 수 있다.

$$x = \Psi(X, t), \Psi = \hat{\phi}^{-1} \cdot \phi \tag{3}$$

이 관계를 Fig. 2와 같이 표시하였다.

위의 사상함수와 관계해서 변위와 속도를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= x - X, \quad V = \dot{u} = \dot{x} \\ \hat{u} &= x - x, \quad W = \dot{\hat{u}} = \dot{x}^* \end{aligned} \tag{4}$$

여기에서 $\cdot, *$ 는 각각 물질좌표에 대한 미분과 기준좌표에 대한 미분을 나타낸다. V 는 물질의 속도, W 는 격자의 속도를 나타낸다.

2.2 물질계 해석을 위한 유한요소 수식화

2.2.1 변형해석

변형해석에서는 소성과 점성의 영향을 모두 고려한 강-점소성 해석에 근거를 두고 해석한다. 재료는 von Mises의 항복조건을 따른다고 가정한다. 탄성효과를 무시하고 점소성 포텐셜 $E(\dot{\epsilon})$ 를 갖는 소재로 가정하면 편차응력과 점소성포텐셜과의 관계⁽¹⁶⁾는 다음과 같다.

$$\sigma'_{ij} = \frac{\partial E}{\partial \dot{\epsilon}_{ij}}, \quad E(\dot{\epsilon}) = \int_0^{\dot{\epsilon}} \bar{\sigma} d\dot{\epsilon} \tag{5}$$

비압축성 조건을 만족하기 위해 벌칙상수 K^* 를 도입하면 강-점소성 변분범함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pi &= \int_{\Omega} E(\dot{\epsilon}) d\Omega - \int_{s_f} f_i v_i dS_f \\ &+ K^* \int_{\Omega} \frac{1}{2} (\dot{\epsilon}_v)^2 d\Omega \end{aligned} \tag{6}$$

위 식의 변분을 취하고 유한요소 분할화하여 얻어진 비선형 방정식⁽¹⁷⁾을 이용하여 물질계에 대한 속도장을 구한다. 비선형 방정식은 Newton-Raphson방법을 사용하여 풀고 점촉문제는 Yoon등⁽¹⁷⁾이 사용한 연속적인 점촉알고리즘을 사용하여 해석을 한다.

2.2.2 온도해석

소성변형에 소비되는 일은 5~15%가 전위를 증가시키고 나머지는 열로 발생된다는 실험결과와 열역학 제 1법칙을 이용한 열평형방정식은 다음과 같

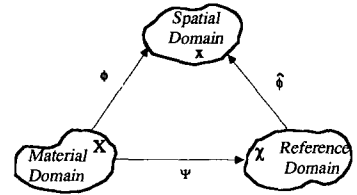


Fig. 2 Domains and mappings for ALE description

다. 소재와 급형의 온도분포는 다음의 평형관계식을 풀어 쉽게 얻을 수 있다.

$$kT_{,ii} - \delta c \dot{T} + \dot{r} = 0, \quad \dot{r} = k^* \bar{\sigma} \dot{\epsilon} \tag{7}$$

여기에서 k^* 는 변형에너지가 열로 변형되는 비율이다. 본 해석에서는 0.9를 사용한다. 식 (7)을 가중잔류항법으로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} kT_{,i} \delta T_{,i} d\Omega + \int_{\Omega} \rho c \dot{T} \delta T d\Omega \\ - \int_{\Omega} k^* \bar{\sigma} \dot{\epsilon} \delta T d\Omega - \int_{s_q} q_n \delta T dS_q = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

식 (8)을 유한요소 분할화한 뒤 유한차분근사에 의해 선형화⁽¹⁸⁾시켜 물질계에 대한 온도장을 구한다.

2.3 분할된 ALE 해석방법

2.3.1 변형해석 ALE 방법은 격자를 물질유동과 독립적으로 조정한다. 따라서 2.2.1절에서 구한 물질계에 대한 경로의존적인 변수를 격자계에 대해 재지정(update)해 주는 과정이 필요하다. 변수 재지정과정은 현재 시간스텝(time step) (n)과 다음 시간스텝($n+1$)의 중간에서 물질과 격자간의 대류효과를 고려해 준다.⁽¹⁹⁾

$$\Delta^s \beta = \Delta^m \beta + \Delta t (W_k^{n+1/2} - V_k^{n+1/2}) \frac{\partial \beta^{n+1/2}}{\partial x_k^{n+1/2}} \tag{9}$$

여기에서 β 는 경로의존적인 상태변수를 나타낸다. 변수 재지정과정의 개념을 Fig. 3에 나타냈으며 단계는 다음과 같다.

- (1) 물질계의 속도장으로 중간스텝인 ($n+1/2$) 스텝에서 물질계 가상격자계(X_i)를 구성한다. ($n+1/2$)스텝에서 격자계를 구성한다.
- (2) 중간스텝에서 격자에 대한 물질속도(V_i)를 구한다.
- (3) 상태변수인 시간미분값을 유연화 방법으로 절점화(node base) 시킨다.

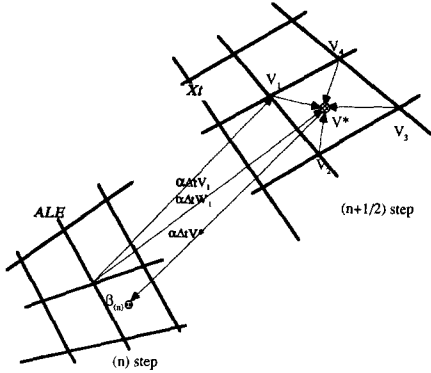


Fig. 3 Updating of path dependent variables

(4) 중간스텝 격자점에서 상태변수를 구해 다음 식에 대입한다.

$$\Delta^m \beta = \Delta t \cdot \beta \quad (10)$$

(5) 이전 스텝에서 중간스텝의 격자가 차지하는 물질점(V^*)을 찾아 이전 스텝의 해당 상태변수($\beta(n)$)를 구한다.

(6) 식 (9)의 미분값을 계산한 후, 식 (10)과 함께 식 (9)에 대입하여 격자점에서 증분량을 구한다. 이 증분량을 이용하여 쉽게 새로운 스텝의 격자점에서 상태변수를 알 수 있다.

위와 같은 과정을 절점에서 반복해서 사용하면 수치적 불안정이 발생할 수도 있다. 이러한 불안정을 피하는 방법으로 가장 손쉬운 방법은 요소의 중심점에서 위와 같은 재지정과정을 수행하는 것이다.

2.3.2 온도해석

2.2.2절에서 물질계에 대해 구한 온도를 다음과 같은 과정을 통해 격자계에 재지정해 준다.

(1) 수렴된 속도장으로 Fig. 4와 같이 물질계 가상격자(X_i)를 구성한다.

(2) 가상격자를 이용하여 2.2.2절의 라그랑지안 온도해석식 (8)으로 열유량을 계산한다.

(3) 가상격자에서 온도장을 구한다.

(4) 다음의 식을 이용하여 격자계에 온도를 재지정해 준다. 이때 공간좌표에 대한 미분값은 주변 요소를 이용하여 가중체적평균방법 (volumeweight-averaged average scheme)으로 구한다.

$$T^g_{(n+1)} = T^g_{(n)} + \Delta^g T \quad (11)$$

여기서,

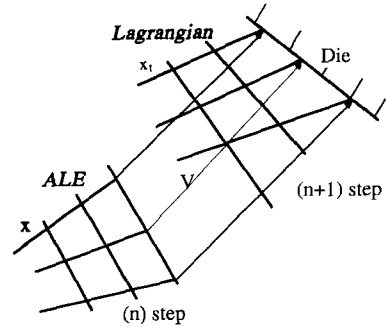


Fig. 4 Construction of pseudo-material domain for temperature analysis

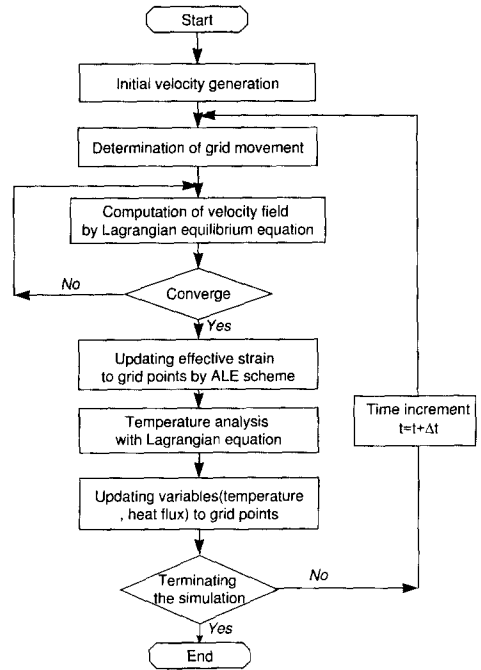


Fig. 5 Flow chart for solving procedure using the split ALE method

$$\Delta^g T = \Delta^m T + \Delta t c_k \frac{\partial T}{\partial x_k}$$

이때 윗첨자 g 와 m 은 각각 격자와 물질계에 대한 값을 의미한다.

(5) 다음 시간스텝의 계산을 위하여 열유량을 단계 (4)와 같은 과정으로 격자계에 재지정해준다.

3. 해석을 위한 수치적 구현

분할 ALE 방법에 의한 전체적인 해석과정은 Fig. 5에 나타내었다. ALE 방법은 사용자 의도에

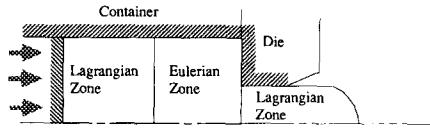


Fig. 6 Division of extrusion billet into three zones

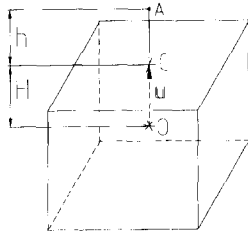


Fig. 7 Patch generation for heat transfer analysis

따라 임의의 격자속도를 조정할 수 있으므로 한 시간스텝(time step) 해석에 들어가기 전에 격자 조정 알고리즘이나 일정한 룰(rule)에 의하여 격자속도를 계산한다. 이때 소재 경계부분에서는 격자계가 물질계를 벗어나지 않게 한다.

ALE 방법의 가장 큰 장점은 격자를 사용자의 의도에 따라 임의로 조정할 수 있다는 것이다. 격자재구성이 아주 많이 필요하지 않은 경우에 규칙 격자(regular mesh)에 적용되는 Winslow가 제안한 방법⁽⁸⁾이나 불규칙격자에 적용되는 Kim⁽²⁰⁾이 제안한 수치적 민감도를 이용한 방법 등으로 해결할 수 있다.

평균형 압출분재의 경우 한 위치에서 국부적으로 심한 변형이 계속해서 일어나므로 위의 방법으로는 한계가 있다. 또한 국부변형을 피하기 위하여 전 영역을 오일러리안 영역⁽¹³⁾으로 설정하면 마찰면과 자유면을 제대로 표현할 수가 없으며, 금형과 소재의 열전달이 고려되어야 하는 온도장의 계산을 정확히 하기가 어렵다. 따라서 본 논문에서는 Fig. 6과 같이 라그랑지안영역과 순수 오일러리안영역으로 구분하여 해석하였다. 변형이 주로 일어나는 영역은 오일러리안요소화에 의해 격자를 정지시켜 격자의 뒤틀림을 방지하였다. 압출된 부분과 펀치부근의 변형이 심하지 않으므로 라그랑지안영역으로 잡아 물질경계를 제대로 나타낼 수 있게 하였다.

온도장 해석을 위해서는 소재와 금형이 접하는 부분과 자유면에서 각각 해당하는 열유량을 구해야 하는데 이를 위해서는 소재와 금형의 표면에 해당하는 부분에 사각 패치(patch)를 생성해야 한다. 본 논문에서는 사각 패치를 해석을 위해 생성한 8

Table 1 Stress-strain rate properties of Al 6061 given with respect to the temperature
Flow stress : $\bar{\sigma} = C(T) (\dot{\epsilon})^m(T)$

Temp.	C	m
300°C	101.60	0.084169
400°C	53.60	0.082580
500°C	26.87	0.081507

절점 육면체 요소로부터 생성하여 사용한다. 육면체 요소로부터 사각 패치를 생성하는 방법은 다음과 같다.

(1) Fig. 7과 같이 각각의 요소 중심(O)으로부터 각 요소면의 중심(C)까지의 단위벡터(u)를 구한다. Fig. 7에서 H의 길이를 1로 잡는다.

(2) 단위벡터방향으로 (H+h)의 거리에 있는 한 점(A)을 선택한다. 본 해석에서는 h는 H의 0.1정도를 선택하였다.

(3) 한점 A가 다른 요소안에 속하는가를 검사하여 어떠한 요소에도 속하지 않으면 이때 면을 열전달량 계산을 사각 패치로 생성한다. 대칭면의 경우는 패치에서 제외한다.

4. 평균형 열간압출의 해석

개발된 프로그램으로 3차원 평균형 열간압출을 해석하여 보았다. 열간해석을 하기 위하여 선택된 소재와 금형은 열간압출에서 널리 쓰이는 AISI Al 6061과 AISI H13이다. 이때 사용한 유동응력식은 다음과 같다.

$$\bar{\sigma} = C(T) \dot{\epsilon}^{m(T)} \tag{12}$$

이때 C와 m은 Table 1에 나타내진 값들⁽²¹⁾을 사용하였다. 계산에 사용된 소재와 금형의 열적성질과 열전달계수들^(22,23)은 Table 2에 나타냈다.

해석한 계산 예제로는 사각형 형체의 열간 평균형 압출이다. 금형 오리피스(口)의 형상과 치수는 Fig. 8과 같다. 소재와 금형의 초기온도는 각각 480°C, 450°C이고, 주변온도는 30°C이다. 마찰상수는 계산 편의상 0.2로 선택하였다. 펀치의 속도는 2.06 mm/sec이고 소재의 크기는 $\phi 29 \times 29$ mm이다. 해석은 전체의 1/4만을 해석하였다. Fig. 9에 계산에 사용된 초기소재의 유한요소 격자와 금형의 격자를 나타냈다. Fig. 9에서 소재에 사용된 요소수는 1582개

Table 2 Thermal properties and heat transfer coefficients

Coeff.	k N/(sec · °C)	pc N/(mm ² · °C)	h/h _{lub} N/(sec · mm · °C)
H 13	28.4	3.7	0.0033/30.32
Al 6061-T6	176.36	2.61	

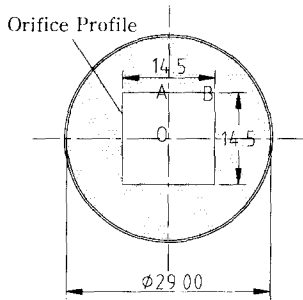


Fig. 8 Dimensions of the orifice for extrusion of a square section

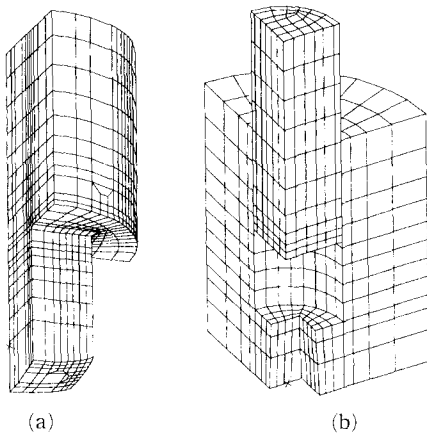
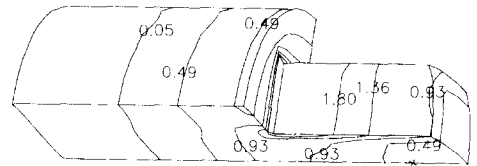


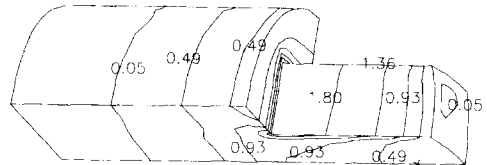
Fig. 9 Mesh configuration of (a) the workpiece and (b) the tool for extrusion of a square section

이다. 계산에 이용된 요소는 8절점 육면체 요소이다.

같은 계산조건을 사용하여 실험적 검증이 된 라그랑지안 유한요소 프로그램⁽¹⁴⁾의 결과와 비교하여 보았다. 이 프로그램은 자동 격자재구성 기능을 갖는 유한요소해석 프로그램이다. 라그랑지안 방법의 경우 금형 베어링부의 고려가 되지 않았으므로 각각의 경우 금형 베어링부는 고려하지 않고 계산하였다. Fig. 10과 Fig. 11에 펀치의 이동이 5.51 mm 일 때 두 방법으로 구한 유효변형률과 소재의 온도 분포들을 비교하였다. 각각의 경우 두 방법의 결과가 전체적으로 거의 비슷하게 나왔다. 압출된 선단

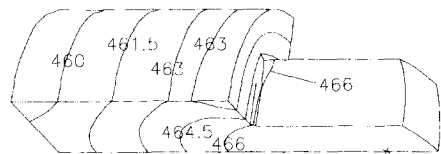


(a) Lagrangian method

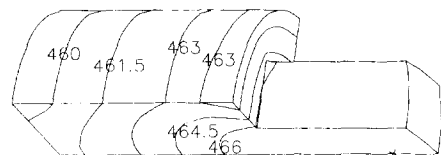


(b) Split ALE method

Fig. 10 Comparison of effective strain distribution for two methods



(a) Lagrangian method



(b) Split ALE method

Fig. 11 Comparison of temperature distribution for two methods

부 표면에서 라그랑지안방법의 유효변형률 분포가 조금 작게 분포하는데 이는 격자재구성시 상태변수의 유연화과정을 여러 번 거치면서 주변요소의 영향으로 유효변형률 값이 조금씩 작아진 것으로 해석된다.

Fig. 12에는 펀치의 이동이 1.24 mm, 5.51 mm, 7.36 mm일때 소재의 온도분포를 나타냈다. 평금형 압출시 금형면에서의 상태가 중요하므로 금형면과 접하는 소재표면의 온도분포도 같이 나타냈다. 금

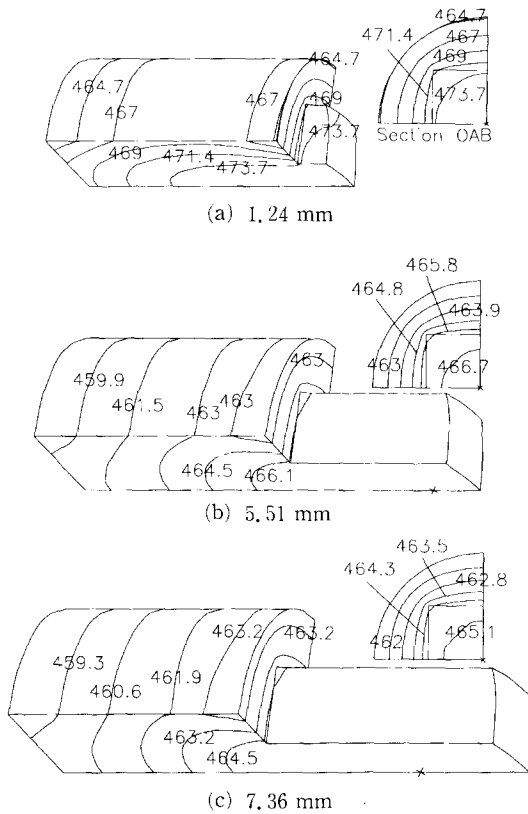


Fig. 12 Temperature distribution at the punch travel

형의 초기온도가 소재의 초기온도보다 낮기 때문에 소재의 앞쪽부분의 온도가 상대적으로 높게 나타났다. 유효변형률속도분포는 매 시간스텝마다 비슷⁽¹⁴⁾ 하나 온도분포가 Fig. 12와 같이 변하기 때문에 비정상상태 해석을 수행하였다. 이유는 유효변형률속도가 비슷하다고 해도 온도가 다르면 물성치가 달라지기 때문이다. 이른바 비유동영역(dead metal zone)과 펀치부근에서 온도분포가 가장 낮음을 볼 수 있는데 이 부분에서는 열발생이 작고 금형과 펀

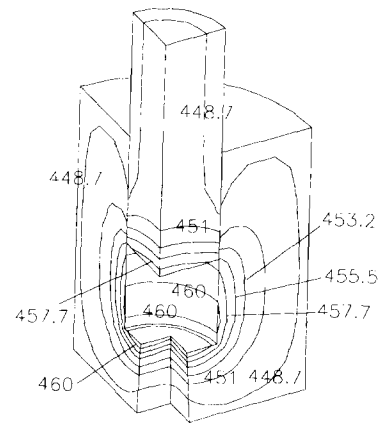


Fig. 13 Temperature distribution of the tools for extrusion of a square section

치로 빼앗기는 열유량이 많기 때문이다. 금형 오리피스를 따라서는 꺾임이 있는 점에서 온도가 가장 낮다. 다른 오리피스상의 점들보다 유속이 작기 때문에 마찰열이 작고 컨테이너까지의 거리가 가까워서 빼앗기는 열유량이 다른 점보다 크기 때문이다.

Fig. 13에는 펀치의 이동이 7.36 mm일때 금형과 컨테이너, 펀치의 온도분포를 나타냈다. 금형면에서 온도가 높게 나왔고 높은 온도부분이 오리피스 쪽으로 기울어져 나타났다. 이 부분에서 유동이 크므로 마찰열과 변형열의 발생이 크기 때문에 온도분포가 높게 나타났다. 자유면에서 초기온도보다 온도가 내려간 것은 대류와 복사때문이나 주로 공기 중으로의 대류때문이다.

프로그램의 안정성을 검토하여 보기 위하여 다른 예제를 하나 더 해석하여 보았다. 두번째 예제는 십자형 형상재 압출문제를 해석하였다. 대칭성을 고려하여 전체의 1/4만을 계산하였다. 계산조건은 사각형재 압출의 경우와 같다. Fig. 14에는 금형 오리피스의 형상과 치수를 나타냈다. Fig. 15에는

Table 3 Comparison of CPU time

(Second)

Method	Lagrangian method	Coupled ALE method	Split ALE method
Element no. / friction factor			
110/0.2	16.01	33.16	25.18
1220/0.2	305.67	737.97	480.46
1220/0.4	671.33	1864.98	976.57
1800/0.2	487.89	1004.20	640.67

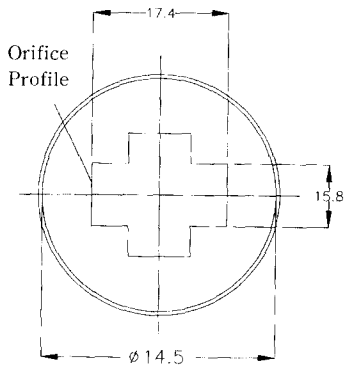


Fig. 14 Dimensions of the orifice for extrusion of a cross-like section

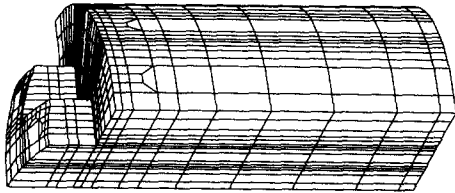


Fig. 15 Mesh configuration of the workpiece for extrusion of a cross-like section

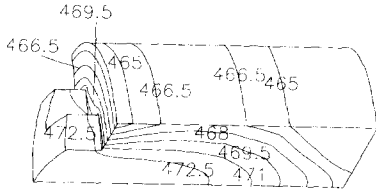


Fig. 16 Temperature distribution for extrusion of a cross-like section

계산에 사용된 유한요소 격자를 나타냈다. 이때 사용된 요소수는 1980개이다. Fig. 16에는 펀치의 이동이 1.61mm일때 소재의 온도분포를 나타냈다.

Table 3에는 연계방식과 분할방식의 ALE 방법간의 계산시간을 비교하여 보았다. ALE 방법의 단점은 강성행렬이 비대칭이 되므로 계산시간이 크다는 것이다. 분할방법은 행렬식을 풀때 라그랑지안방법을 이용함으로써 행렬식이 대칭이다. 따라서 분할방식의 ALE 방법은 계산시간이 라그랑지안방법보다는 크지만 연계방식의 시간보다는 매우 많이 감소됨을 볼 수 있다. 격자의 크기가 많아질수록 본 논문에서의 방법이 계산시간 감소면에서 효과를 얻을 수 있다. 마찰상수가 큰 경우가 작은 경우보다 계산시간의 감소면에서 큰 효과를 얻을 수 있음을 볼 수 있다. 마찰상수가 크면 비선형성이 강해

져 수렴하는 데까지 많은 반복계산(iteration)수가 필요하게 된다. 따라서 행렬연산에 드는 계산시간이 전체의 계산시간에 많은 부분을 차지하게 되어 계산시간의 감소가 크게 낮다.

5. 결 론

ALE 방법은 라그랑지안방법보다 강건한 방법이고 계산정도를 높일 수 있으나 계산시간이 많이 소요된다고 알려져 있다. 본 논문에서는 분할화된 ALE 유한요소 프로그램을 개발하여 평금형 열간 압출문제에 적용하여 효용성을 살펴보았다. 계산된 결과를 실험적 검증은 거친 기존의 라그랑지안방법과 비교하여 보았다. 온도분포와 유효변형률분포를 비교해 본 결과 개발된 프로그램의 타당성을 알 수 있었다. 연계방법과 계산시간을 비교한 결과 상당한 계산시간의 감소를 가져옴을 알 수 있었다.

본 논문에서 사용한 방법은 연계방법에 비해 약간의 계산정도는 떨어질 수도 있으나 ALE 방법의 장점을 그대로 취할 수 있고 계산시간을 크게 줄일 수 있다. 따라서 계산시간이 많이 요구되는 3차원 문제의 해석에 유용하게 이용될 수 있을 것이다.

참고문헌

- (1) Cheng, J. H., 1988, "Automatic Adaptive Remeshing for Finite Element Simulation of Processes," *Int. J. Num. Meth. in Eng.*, Vol. 26, pp. 1~18.
- (2) Zienkiewicz, O. C. and Huang, G. C., 1989, *Adaptive Modelling of Transient Coupled Metal Forming Processes*, *Int. Conf. NUMIFORM '89*, John Wiley and Sons Ltd, pp. 1~4.
- (3) Yoon, J. H. and Yang, D. Y., 1990, "A Three-Dimensional Rigid-Viscoplastic Finite Element Analysis of Bevel Gear Forging by Using a Remeshing Technique," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 32, No. 4, pp. 277~291.
- (4) Hirt, C. W., Amsden, A. A. and Cook, J. L., 1974, "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds," *Jour. Comp. Phys.*, Vol. 14., pp. 227~253.
- (5) Hughes, T. J. R., Liu, W. K. and Zimmermann, T. K., 1981, "Lagrangian-Eulerian Finite Ele-

- ment Formulation for Incompressible Viscous Flows," *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 29., pp. 329~349.
- (6) Haber, R. B., 1984, "A Mixed Eulerian-Lagrangian Displacement Model for Large Deformation Analysis in Solid Mechanics," *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 43., pp. 277~292.
- (7) Liu, W. K., Belytschko, T. and Chang, H., 1986, "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Path-Dependent Materials," *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 58., pp. 227~245.
- (8) Benson, D. J., 1986, "An Efficient, Accurate, Simple ALE Methods for Nonlinear Finite Element Programs," *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 58, pp. 227~245.
- (9) Ghosh, S., 1990, "Finite Element Simulation of Some Extrusion Process Using the Arbitrary Lagrangian-Eulerian Description," *J. Mater. Shaping Technol.*, Vol. 8, No. 1., pp. 53~64.
- (10) Hayes, R. E., Dannelongue, H. H. and Tanguy, P. A., 1991, "Numerical Simulation of Mold Filling in Reaction Injection Molding," *Poly. Eng. Sci.*, Vol. 31, No. 11, pp. 842~849.
- (11) Liu, W. K. and Hu, Y. K., 1992, *ALE Hydrodynamic Lubrication Finite Element Method for Strip Rolling*, Proc. NUMIFORM '92, A. A. Balkema Publisher, Netherlands, pp. 731~736.
- (12) Ghosh, S. and Moorthy, S., 1992, "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Analysis of Solidification," *Prpc. NUMIFORM '92*, A. A. Balkema Publisher, Netherlands, pp. 805~810.
- (13) Huétink, J., Akkerman, R. A., Mooi, H. G. and Rekers, G., 1995, *Aspect of Lagrangian Eulerian Formulation*, Proc. NUMIFORM '95, A. A. Balkema Publisher, Netherlands, pp. 67~76.
- (14) Kang, Y. S. and Yang, D. Y., 1996, "Investigation into the Thermal Viscoplastic Finite Element Analysis of Square Die Extrusion of Square Section with Lagrangian Description," *Int. J. Machine Tools and Manufacture*, Vol. 36., No. 8, pp. 104~114.
- (15) 강언식, 양동열, 1996, "강-점소성 ALE 유한요소수식화에 근거한 3차원 평금형 형재 압출의 동온해석," 한국조성기공학회지, 제5권, 제1호, pp. 55~60.
- (16) Hill, R., 1956, "New Horizons in the Mechanics of Solids," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 5, pp. 66.
- (17) Yoon, J. H. and Yang, D. Y., 1988, "Rigid Plastic Finite Element Analysis of Three Dimensional Forging by Consider Friction on Continuous Curved Dies with Initial Guess Generation," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 30, No. 12, pp. 887~898.
- (18) 박치용, 조종래, 양동열, 1990, "열간 반경단조의 2차원 유한요소해석," 대한기계학회논문집, 제14권, 제5호, pp. 1166~1180
- (19) Ghosh, S. and Kikuchi, N., 1991, "An Arbitrary Lagrangian Eulerian Finite Element Method for Large Deformation Analysis of Elastic Viscoplastic Solids," *Comp. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 86, pp. 127~188.
- (20) Kim, J. H., 1993, "Remeshing Techniques Based on Arbitrary Lagrangian-Eulerian Description for Elastic-Plastic, Large Deformation Problems," Master Thesis, KAIST.
- (21) Kanamaru, N., Tsuda, O., Toyoshima, S., Nakao, M. and Hasegawa, A., 1992, *Thermo-Rigid Plastic Coupled Simulation of Hot Forging of Al Alloy Automotive Parts*, Proc. NUMIFORM '92, A. A. Balkema Publisher, Netherlands, pp. 625~630.
- (22) American Society for Metals, 1990, *Metals Handbook*, 10th Edition, Metals Park, USA.
- (23) Kang, Y. S., 1996, "Rigid-Viscoplastic Finite Element Analysis of Three Dimensional Hot Extrusion of Sections through Square Dies," Ph. D Dissertation, KAIST, Chap. 4.