

〈논 문〉

박판금속성형의 초기 블랭크 최적설계를 위한 삼차원 다단계 역해석

이 충 호* · 허 훈**

(1997년 2월 10일 접수)

Three Dimensional Multi-step Inverse Analysis for Optimum Design of Initial Blank in Sheet Metal Forming

Choong Ho Lee and Hoon Huh

Key Words : Multi-step Inverse Analysis(다단계 역해석), Sheet Metal Forming(박판금속성형), Initial Blank(초기 블랭크), Deformation Theory(변형이론)

Abstract

Values of process parameters in sheet metal forming can be estimated by various one step inverse methods. One-step inverse methods based on deformation theory, however, cause some amount of error. The amount of error is generally increased as the deformation path becomes more complex. As a remedy, a new three dimensional multi step inverse method is introduced for optimum design of blank shapes and strain distributions from desired final shapes. The approach extends a one step inverse method to a multi step inverse method in order to reduce the amount of error. The algorithm developed is applied to square cup drawing to confirm its validity by demonstrating reasonably accurate numerical results. Rapid calculation with this algorithm enables easy determination of an initial blank of sheet metal forming.

1. 서 론

박판금속성형기구는 재료의 물성, 블랭크의 형상, 다이의 형상, 블랭크 홀딩력, 비드, 마찰 및 윤활 등의 공정변수들에 의하여 매우 복잡한 영향을 받는다. 이와 같은 공정변수들은 재료의 변형기구와 성형 후의 제품의 질에 직접적인 관련이 있음에도 불구하고, 공정변수에 대한 최적조건은 직관이나 경험 및 시행착오에 의하여 결정되고 있는 실정이다. 최근에 컴퓨터의 성능향상과 유한요소법의 발전으로 복잡한 부품도 성형기구에 적용할 수

있을 정도의 정확한 해석이 가능하게 되었다. 그러나 기존의 해석을 위한 유한요소법은 공정변수가 주어진 상태에서 성형공정을 해석하기 때문에 공정변수를 설정하는 문제에 이용하려면 수치적인 시행착오를 기쳐야 하며, 이에 따른 막대한 시간과 장비가 소요된다.

다양한 공정변수를 종합적이고 효과적으로 설정할 수 있는 수치적인 연구 결과는 현재까지 거의 없는 실정이다. 다만, 중요한 공정변수 중의 하나인 블랭크 형상에 대하여 다수의 연구가 이루어져 왔다. 블랭크 형상을 계산하기 위하여 Jimma,⁽¹⁾ Hazek와 Lange,⁽²⁾ Karima,⁽³⁾ Kim과 Suh⁽⁴⁾ 등은 미끄럼선장법을 이용하였고, Vogel과 Lee,⁽⁵⁾ Chen과 Sowerby⁽⁶⁾ 등은 평면응력 특성을 이용하였으

*한국과학기술원 기계공학과

**회원, 한국과학기술원 기계공학과

며, Sowerby와 Duncan,⁽⁷⁾ Blount과 Stevens⁽⁸⁾ 등은 기하학적인 사상을 이용하였다. 그러나 이들의 방법은 기하학적인 제한이 있거나 재료의 거동을 고려하지 않았다. 변형이론을 도입한 연구로는 Levy,⁽⁹⁾ Majlessi와 Lee,^(10,11) Guo와 Batoz,^(12~15) Chung과 Richmond,^(16~19) Liu와 Karima,^(20,21) Lee와 Huh^(22,23) 등이 있다. 변형이론을 기본으로 한 연구들은 블랭크 형상뿐만 아니라 변형률분포도 허용가능한 정도의 예측이 가능하며, 매우 짧은 계산시간, 일반적인 형상에의 적용 가능성 등의 장점이 있다. 그렇지만, 변형경로를 고려하지 못하는 변형이론의 한계 때문에 변형경로가 복잡해질 수록 오차가 커지는 단점을 가지고 있다. 이와 같은 오차를 충분히 작게 줄일 수 있는 방법중의 하나는 변형이론을 몇개의 구간별로 적용하는 것이다. Majlessi와 Lee⁽²⁴⁾는 축대칭 다단계 디프드로잉 문제에 다단계 해석을 수행하여 좋은 결과를 얻어냈다. 그러나, Majlessi와 Lee는 다단계 해석에 대한 연구를 일반적인 삼차원 형상에 적용하지는 못하였다.

본 논문에서는 먼저 변형이론을 기본으로 일단계 유한요소 역해석에 관한 수식화를 유도하고, 일단계 역해석을 다단계 역해석으로 확장하였다. 본 연구의 다단계 역해석은 일반적인 삼차원 형상에 적용이 가능하고 빠르게 계산할 수 있으며 오차를 충분히 줄일 수 있으므로 매우 효과적인 방법이라고 할 수 있다. 다단계 역해석은 컷높이가 높은 사각컵에 적용하여 다단계 역해석의 효용성을 보이고자 한다. 해석결과에서 블랭크 형상의 예측, 최종성형 상태의 비교, 두께 변형률분포의 비교 등으로 다단계 해석이 최소의 계산시간으로도 비교적 정확한 해석을 수행할 수 있음을 보여주었다.

2. 일단계 유한요소 역해석

초기 블랭크의 형상을 한 스텝으로 계산하기 위하여 변형이론을 이용한 유한요소법은 초기상태와 최종상태만을 고려한다. 유한요소로 분할된 최종상태의 형상은 제품설계에 의하여 주어지며, 초기상태에서 재료의 두께는 재료의 선정과정에서 결정된다. 이때에, 최종상태의 변형률분포와 초기상태에 대한 유한요소의 좌표는 포텐셜에너지 최소화 과정으로 얻어진다.

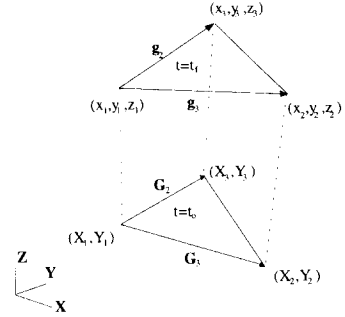


Fig. 1 Kinematics of linear triangular membrane elements between the initial state and the final state

2.1 소성변형에너지

2.1.1 선형 삼각형요소의 변형률식

초기상태와 최종상태의 형상은 Fig. 1과 같은 삼각형 박막요소로 근사분할된다. Fig. 1은 초기상태와 최종상태의 유한요소이며, 이때의 Green 변형률텐서는 두쌍의 벡터(G_{2i} , G_{3i})와 (g_{2i} , g_{3i})로 구할 수 있다. 그리고 대수변형률식은 Green 변형률텐서를 이용하여 식 (1)과 같이 표현된다.^(25,26)

$$[\epsilon_i(\mathbf{X})] = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln\lambda_1 \cos^2\theta + \ln\lambda_2 \sin^2\theta \\ \ln\lambda_1 \sin^2\theta + \ln\lambda_2 \cos^2\theta \\ (\ln\lambda_1 - \ln\lambda_2) \sin\theta \cos\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서, λ_1, λ_2 는 주신장비이며, Green 변형률텐서의 고유치이다. θ 는 물질좌표계의 X축을 기준으로 λ_1 의 주신장방향을 의미한다. 최종상태의 절점좌표 \mathbf{x} 는 주어진 값이므로 식 (1)의 변형률성분은 초기상태의 절점좌표 \mathbf{X} 만의 함수이다. 초기상태의 절점좌표 \mathbf{X} 는 최소화기법의 매 반복과정에서 갱신된다.

2.1.2 구성방정식

변형률속도-응력 관계식은 유동이론과 Hill의 이방성 항복식으로부터 유도된다. 이때, 변형률속도 성분이 변형중에 일정하다고 가정하면, 식 (2)와 같은 응력-변형률 관계식을 얻을 수 있다. 식 (2)의 변형률성분과 응력성분은 초기상태에서 최종상태로 변형할 때의 값으로 Hencky의 변형이론과 같은 개념이다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \begin{bmatrix} AB & A & 0 \\ A & AC & 0 \\ 0 & 0 & AD \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{r(2+r)}{(1+2r)} \\
 B &= \frac{(1+r)}{r} \\
 C &= \frac{(1+r)}{r} \\
 D &= \frac{1}{r}
 \end{aligned} \tag{3}$$

식 (3)의 r 은 이방성계수이고, 식 (2)에 상응하는 유효변형률은 식 (4)와 같이 표현된다.

$$\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}A[B\epsilon_{xx}^2 + 2\epsilon_{xx}\epsilon_{yy} + C\epsilon_{yy}^2 + 2D\epsilon_{xy}^2]} \tag{4}$$

2.1.3 소성변형에너지

해석하고자 하는 형상의 최종상태와 초기상태가 유한요소로 분할되어 있을 때, 각 요소에 대한 소성변형에너지의 총합은 식 (1)의 대수변형률식과 식(2)의 구성방정식을 이용하여 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 W_p(\mathbf{X}) &= \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \left(\int_0^{\epsilon_f} \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\epsilon} \right) d\Omega \\
 &= \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \left(\int_0^{\epsilon_f} \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} D_{\alpha\beta} \epsilon_{\alpha} d\epsilon_{\beta} \right) t dA \\
 &\quad \alpha, \beta = 1, 2, 3
 \end{aligned} \tag{5}$$

여기서, $D_{\alpha\beta}$ 는 식 (2)의 A, B, C, D 로 이루어진 행렬이고, $\epsilon_1 = \epsilon_{xx}$, $\epsilon_2 = \epsilon_{yy}$, $\epsilon_3 = \epsilon_{xy}$ 을 의미하며, ϵ_f 는 최종상태의 변형률텐서이다. 비례하중 (proportional loading)과 최소 소성일의 경로 (minimum plastic work path)에 대한 가정으로부터 대변형 중의 재료의 체적불변이 유지되는 대수변형률식을 이용하여 식 (5)의 소성변형에너지를 구성하였다. ^(19,27)

식 (5)는 최종상태에 대한 적분으로 유한요소의 두께 t 가 초기상태의 좌표 \mathbf{X} 의 함수이며, 면적 A 는 주어진 값이다. 삼각형 박막요소를 사용하기 때문에 한 요소 내에서 변형률과 두께는 균일한 값을 가지게 된다. 식 (5)의 소성변형에너지 $W_p(\mathbf{X})$ 는 초기상태의 절점좌표 \mathbf{X} 의 함수이다.

2.2 경계조건

박판금속은 체적에 비하여 상대적으로 큰 표면적을 가지고 있다. 표면에 작용되는 경계조건은 변형하는 동안에 연속적으로 변하지만, 변형이론을 이용하는 본 해석은 초기상태와 최종상태만을 고려하기 때문에 경계조건을 정확하게 묘사하기가 매우

어렵다. 따라서, 본 연구에서는 마찰과 블랭크 홀딩력 및 비드력 등의 경계조건을 다음과 같이 근사화된 식으로 고려하였다.

2.2.1 마찰에 의한 외부일

마찰력은 박판금속에 작용하는 수직력 F_n 과 상대적인 변위에 의하여 발생하게 된다. 수직력은 재료의 평형조건으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_n = \frac{\sum_{k=1}^m \theta_k F_k}{\left\| \sum_{k=1}^m \theta_k F_k \right\|} \cdot \mathbf{n}_f \tag{6}$$

여기서,

$$\mathbf{F}_k = \int_{\Gamma_e} \mathbf{t} d\Gamma = \int_{\Omega_e} \boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial \boldsymbol{\epsilon}}{\partial \mathbf{u}} d\Omega \tag{7}$$

식 (6)은 최종상태에서 재료의 반력으로 요소사이에 굽힘이 있는 곳에 값을 가지게 된다. \mathbf{n}_f 은 최종상태의 절점에 대한 수직벡터이다. 마찰일은 식 (6)을 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 W_f(\mathbf{X}) &= \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_e} \left(\int_0^{u_f} \mathbf{t}_f \cdot d\mathbf{u} \right) d\Gamma \\
 &= - \sum_{node} \left[\mu F_n \tanh\left(\alpha \frac{\|\mathbf{U}\|}{U_0} \right) \frac{\mathbf{U}}{\|\mathbf{U}\|} \right] \cdot \mathbf{U}
 \end{aligned} \tag{8}$$

여기서, \mathbf{t}_f , μ , F_n 은 각각 마찰력, 마찰계수, 수직력이며, \mathbf{u}_f 는 최종상태의 변위이다. $\|\mathbf{U}\|$ 는 $\sqrt{U_1 U_1}$ 를 의미하며, α 는 1에서 10사이의 상수로서 본 논문에서는 5를 사용하였고, U_0 는 0.01을 사용하였다. 이때, $\|\mathbf{U}\|$ 가 U_0 와 같은 0.01이면 유연화 함수 $\tanh\left(\alpha \frac{\|\mathbf{U}\|}{U_0} \right)$ 는 0.9999가 되므로 $\|\mathbf{U}\|$ 이 U_0 보다 작을 때 유연화과정을 거치게 된다. 변위벡터 \mathbf{U} 는 아래와 같이 구해지는 값이다.

$$\mathbf{U}(\mathbf{X}) = [(\mathbf{x} - \mathbf{X}) - (\mathbf{n}_i \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{X})) \mathbf{n}_i] \tag{9}$$

이때, \mathbf{n}_i 은 초기상태의 절점에 대한 수직벡터이다.

2.2.2 블랭크 홀딩력 및 비드력에 의한 외부일

블랭크 홀딩력은 블랭크에 마찰저항력을 발생시켜 블랭크의 드로잉되는 양을 조절하고, 블랭크에 수직방향으로 힘을 가하여 다이에서 블랭크의 주름이 생기지 않도록 한다. 대부분의 블랭크 홀딩력은 두께가 두꺼워지는 플랜지의 외곽선 부분에 작용하기 때문에 플랜지의 외곽선에 있는 절점에 블랭크 홀딩력을 고려하였다. 블랭크 홀딩력에 의한 외부일은 근사적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_f(\mathbf{X}) = \sum_{e=1}^{E_b} \int_{\Gamma_e} \left(\int_0^{u_e} \mathbf{t}_b \cdot d\mathbf{u} \right) d\Gamma$$

$$= - \sum_{node} \left[\mu F_b \tanh \left(\alpha \frac{\|\mathbf{U}\|}{U_o} \right) \frac{\mathbf{U}}{\|\mathbf{U}\|} \right] \cdot \mathbf{U} \quad (10)$$

여기서, F_b 는 플랜지의 외곽에 있는 각 절점에 작용하는 블랭크 홀딩력이다.

비드력도 블랭크 홀딩력과 같이 저항력으로 고려할 수 있다. 비드력은 블랭크 홀딩력과 다르게 원하는 위치에 여러 가지 형태의 비드를 고려할 수 있으므로 위치에 따라 드로잉되는 양을 조절할 수 있는 장점이 있다. 역해석에서 비드력을 고려하기 위하여, 초기상태에서 최종상태로 변형할 때, 비드를 지나는 절점 가장 외곽에 있는 절점에 고려하였다. 비드에 의한 일은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_d(\mathbf{X}) = \sum_{e=1}^{E_d} \int_{\Gamma_e} \left(\int_0^{u_e} \mathbf{t}_d \cdot d\mathbf{u} \right) d\Gamma$$

$$= - \sum_{node} \left[F_d \tanh \left(\alpha \frac{\|\mathbf{U}\|}{U_o} \right) \frac{\mathbf{U}}{\|\mathbf{U}\|} \right] \cdot \mathbf{U} \quad (11)$$

여기서, F_d 는 비드를 지나는 절점중 가장 외곽에 있는 절점에 부과되는 비드력이다.

2.3 포텐셜에너지의 최소화

변형하는 물체의 등가 외부일은 힘평형식과 가상일의 원리로부터 구할 수 있다. 그리고 이로부터 내부소성에너지는 변함수의 형태로 구할 수 있는데 변형은 이를 최소화하는 기구로 일어나게 된다.^(19,27) 본 논문에서는 전절에서 구한 소성변형에너지와 등가 외부일의 차를 이용하여 다음과 같이 근사적인 포텐셜에너지를 정의하여 수식화하였다.

$$\min. \Psi(\mathbf{X}) = W_p(\mathbf{X}) - W_f(\mathbf{X}) - W_b(\mathbf{X}) - W_d(\mathbf{X}) \quad (12)$$

이때, $W_p(\mathbf{X})$ 는 소성변형에너지이고, $W_f(\mathbf{X})$, $W_b(\mathbf{X})$, $W_d(\mathbf{X})$ 는 등가 외부일로서 각각 마찰에 의한 일, 블랭크 홀딩력에 의한 일, 비드력에 의한 일이다. 이때, 최종상태의 포텐셜에너지는 중간변형경로에 관계없이 초기상태의 함수로 표현된다. 그리고, 포텐셜에너지의 최소인 값은 식 (13)을 만족할 때 얻어진다.

$$\min. \Psi(\mathbf{X}) \Leftrightarrow R(\mathbf{X}) \equiv \frac{\partial \Psi(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} = 0 \quad (13)$$

여기서,

$$R(\mathbf{X}) = \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \delta : \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \mathbf{X}} d\Omega - \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_e} \mathbf{t}_f \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} d\Gamma$$

$$- \sum_{e=1}^{E_b} \int_{\Gamma_{bc}} \mathbf{t}_b \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} d\Gamma - \sum_{e=1}^{E_d} \int_{\Gamma_e} \mathbf{t}_d \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} d\Gamma \quad (14)$$

식 (13)은 식 (15)와 같은 뉴턴-랩슨법으로 해석할 수 있다.

$$\left[\frac{\partial R(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right]_{(n)} \{d\mathbf{X}\} = -\{R(\mathbf{X})\}_{(n)} \quad (15)$$

여기서,

$$\frac{\partial R(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} = \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \left(\frac{\partial \delta}{\partial \mathbf{X}} : \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \mathbf{X}} + \delta : \frac{\partial^2 \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \mathbf{X}^2} \right) d\Omega$$

$$- \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_{bc}} \frac{\partial \mathbf{t}_f}{\partial \mathbf{X}} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} d\Gamma$$

$$- \sum_{e=1}^{E_b} \int_{\Gamma_{bc}} \frac{\partial \mathbf{t}_b}{\partial \mathbf{X}} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} d\Gamma$$

$$- \sum_{e=1}^{E_d} \int_{\Gamma_e} \frac{\partial \mathbf{t}_d}{\partial \mathbf{X}} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} d\Gamma \quad (16)$$

식 (15)의 $d\mathbf{X}$ 는 위치벡터의 증분방향으로 n번째 축차에 의한 $\mathbf{X}_{(n+1)}$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{X}_{(n+1)} = \mathbf{X}_{(n)} + \beta \cdot d\mathbf{X} \quad (17)$$

여기서, β 는 감속계수로 0에서 1사이의 값을 가진다. 식 (14)와 식 (16)에서 변형률성분에 관한 부분은 다음과 같이 유도된다.

$$\frac{\partial \varepsilon_p}{\partial X_k} = \sum_{a=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 \sum_{\gamma=1}^4 \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \lambda_a} \frac{\partial \lambda_a}{\partial C_\beta} \frac{\partial C_\beta}{\partial G_\gamma} \frac{\partial G_\gamma}{\partial X_k}$$

$$(p=1\sim 3, k=1\sim 6) \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_p}{\partial X_j \partial X_k} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[\sum_{a=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 \sum_{\gamma=1}^4 \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \lambda_a} \frac{\partial \lambda_a}{\partial C_\beta} \frac{\partial C_\beta}{\partial G_\gamma} \frac{\partial G_\gamma}{\partial X_k} \right]$$

$$= \sum_{\gamma=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 \sum_{\lambda=1}^4 \sum_{a=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 \sum_{\gamma=1}^4 \frac{\partial^2 \varepsilon_p}{\partial \lambda_a \partial \lambda_a}$$

$$\cdot \left(\frac{\partial \lambda_a}{\partial C_\beta} \frac{\partial C_\beta}{\partial G_\gamma} \frac{\partial G_\gamma}{\partial X_k} \right) \left(\frac{\partial \lambda_a}{\partial C_\beta} \frac{\partial C_\beta}{\partial G_\gamma} \frac{\partial G_\gamma}{\partial X_j} \right)$$

$$+ \sum_{a=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 \sum_{\lambda=1}^4 \sum_{\gamma=1}^4 \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \lambda_a} \frac{\partial^2 \lambda_a}{\partial C_\beta \partial C_\beta}$$

$$\cdot \left(\frac{\partial C_\beta}{\partial G_\gamma} \frac{\partial G_\gamma}{\partial X_k} \right) \left(\frac{\partial C_\beta}{\partial G_\gamma} \frac{\partial G_\gamma}{\partial X_j} \right)$$

$$+ \sum_{a=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 \sum_{\lambda=1}^4 \sum_{\gamma=1}^4 \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \lambda_a} \frac{\partial \lambda_a}{\partial C_\beta}$$

$$\cdot \frac{\partial^2 C_\beta}{\partial G_\gamma \partial G_\gamma} \frac{\partial G_\gamma}{\partial X_k} \frac{\partial G_\gamma}{\partial X_j}$$

$$+ \sum_{a=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 \sum_{\lambda=1}^4 \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \lambda_a} \frac{\partial \lambda_a}{\partial C_\beta} \frac{\partial C_\beta}{\partial G_\gamma} \frac{\partial^2 G_\gamma}{\partial X_k \partial X_j}$$

$$(p=1\sim 3, j, k=1\sim 6) \quad (19)$$

경제조건 항에 대한 미분은 아래와 같이 나타낼 수 있다. 식 (20)의 t_i 는 마찰력이나 블랭크 홀딩력 및 비드력을 의미한다.

$$\frac{\partial W(X_i)}{\partial X_j} = \sum_{e=1}^E \int_{V_e} t_i \cdot \frac{\partial u_i}{\partial X_j} dV - \sum_{node} \left[\mu F_n \tanh\left(\alpha \frac{\sqrt{U_1 U_1}}{U_o}\right) \frac{U_i}{\sqrt{U_m U_m}} \right] \cdot \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \quad (20)$$

여기서,

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} [(x_i - X_i) - (n_m \cdot (x_m - X_m)) n_i] = -\delta_{ij} + n_i n_j \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W(X_i)}{\partial X_k \partial X_j} &= \sum_{e=1}^E \int_{V_e} \frac{\partial t_i}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial X_j} dV \\ &= - \sum_{node} \frac{\partial}{\partial X_k} \left[F \tanh\left(\alpha \frac{\sqrt{U_1 U_1}}{U_o}\right) \frac{U_i}{\sqrt{U_m U_m}} \right] \cdot \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \\ &= - \sum_{node} F \tanh\left(\alpha \frac{\sqrt{U_1 U_1}}{U_o}\right) \frac{1}{\sqrt{U_m U_m}} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \\ &\quad + \sum_{node} F \tanh\left(\alpha \frac{\sqrt{U_1 U_1}}{U_o}\right) \frac{1}{(U_m U_m)^{3/2}} \left[U_n \frac{\partial U_n}{\partial X_k} \right] \cdot U_i \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \\ &\quad - \sum_{node} F \operatorname{sech}^2\left(\alpha \frac{\sqrt{U_1 U_1}}{U_o}\right) \frac{\alpha}{U_o} \cdot \frac{1}{(U_m U_m)^4} \left[U_n \frac{\partial U_n}{\partial X_k} \right] \cdot U_i \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \end{aligned} \quad (22)$$

$(i, j, k = 1 \sim 3)$

3. 다단계 유한요소 역해석

2장에서 유도한 일단계 역해석은 신속하게 공정 변수를 예측할 수 있지만, 초기상태와 최종상태만 고려하기 때문에 변형경로가 복잡한 문제에서는 오차가 커지게 된다. 이와 같은 오차를 줄이기 위하여 2장에서 유도한 일단계 역해석을 다단계로 확장하고 일반적인 삼차원에 적용할 수 있도록 수정하였다.

3.1 다단계 역해석의 수치해석 절차

기본적인 수치해석 절차는 Majlessi와 Lee⁽²⁴⁾의 축차과정을 도입하였으며, 다단계 해석에 관한 설명을 하기 위하여 간단한 예로서 2단계 드로잉공정을 들 수 있다. Fig. 2은 2단계로 성형되는 개략도

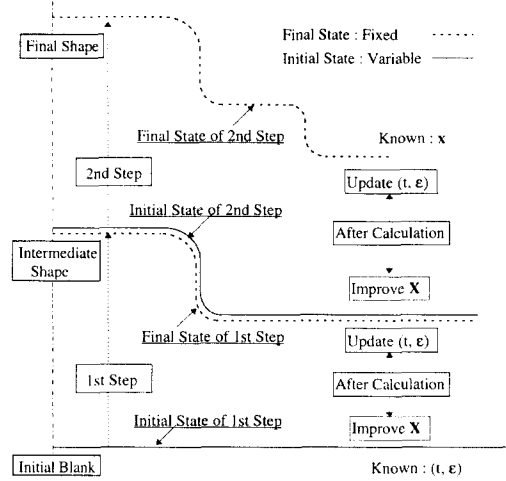


Fig. 2 Schematic description of the 2 step inverse method

로서 2단계 역해석을 수행할 수 있다. 먼저, 첫번째 단계 역해석은 초기 블랭크의 형상과 중간형상에서 이루어진다. 초기 블랭크의 형상은 첫번째 단계의 초기상태이고, 중간형상은 첫번째 단계의 최종상태이다. 2장에서 설명한 바와 같이 역해석은 초기상태의 절점이 변수이므로 초기 블랭크의 절점이 변수가 되어 해석을 수행한다. 이때, 초기상태의 두께분포는 주어진 값이고, 초기 변형률이 없는 상태이다. 첫번째 단계의 비선형 해석이 끝나면, 초기 블랭크에 대한 절점들이 개선된 위치로 이동한다. 그리고 초기상태에서 중간형상으로 변형했을 때, 유효 변형률증분에 관한 분포와 두께분포의 변화를 알 수 있다. 유효 변형률증분과 두께분포의 변화는 중간형상에 대한 상태변수이다. 이와 같이 중간형상에 관한 상태변수를 첫번째 단계 역해석으로부터 알 수 있으므로 두번째 단계 역해석을 수행할 수 있다. 두번째 단계 역해석에서는 중간형상이 초기상태이며, 최종형상이 최종상태이다. 첫번째 단계 역해석과 같이 두번째 단계 역해석에서도 초기상태인 중간형상의 절점들이 변수가 되어 해석이 수행된다. 두번째 단계 비선형 해석이 끝나면, 역시 중간형상의 절점들이 개선된 위치로 이동되고 최종형상의 변형률분포와 두께분포 등을 알 수 있다.

위와 같이 첫번째 단계와 두번째 단계 역해석을 끝마치면, 전체 반복과정에 대한 첫번째 반복과정이 끝난 것이다. 전체 반복과정을 거치는 이유는

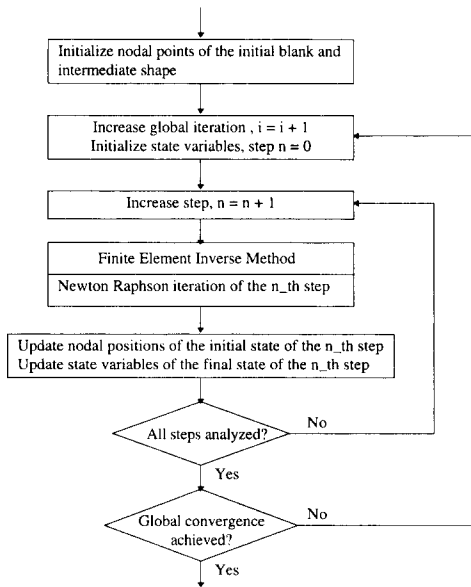


Fig. 3 Flow chart of the multi-step inverse method

최종형상을 제외한 초기형상과 중간형상의 절점들이 초기 추정에 의해 놓여져 있기 때문이다. 즉, 첫번째 반복과정의 첫번째 단계 역해석은 최종상태인 중간형상이 초기추정에 의해 놓인 값이므로, 이때 계산한 블랭크 형상과 상태변수는 다시 개선해야 할 여지가 있다. 첫번째 반복과정의 두번째 단계 역해석도 역시 첫번째 단계 역해석으로 계산한 상태변수 값을 이용하기 때문에, 이때 계산한 중간형상과 상태변수도 다시 개선해야 한다. 이와 같이, 최종형상과 초기 블랭크에만 부분적인 정보를 가지고 있으므로 전체 반복과정을 거치게 된다. 전체 반복과정을 여러 번 수행하면, 초기 블랭크의 절점과 중간형상의 절점들이 더 이상 움직이지 않는 상태가 되며, 이때를 전체 반복과정이 수렴상태로 본다.

지금까지의 2단계 역해석에 관한 수치해석 절차를 다단계 역해석으로 확장할 수 있다. 다단계 역해석인 경우는 중간형상이 여러 개 있을 뿐이고 2단계 역해석과 똑같으며, Fig. 3과 같이 수행하면 된다. 다단계 역해석을 수행하기 위해 주어지는 정보는 최종형상의 절점의 위치, 초기 블랭크의 상태변수, 중간형상의 절점들이 움직일 수 있는 곡면(sliding surface) 등이 있다.

3.2 일단계 역해석에서 다단계 역해석으로의 확장
2장에서 유도한 일단계 역해석은 초기상태의 절

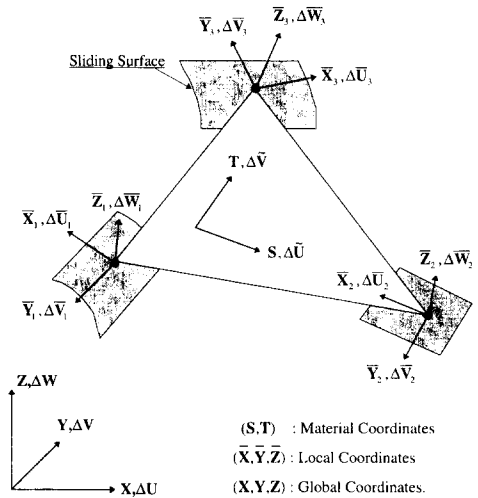


Fig. 4 Material and local coordinates of an element used in the multi step inverse method

점들이 이차원 평면상에서의 움직임을 해석한 것이다. 그렇지만, 다단계 역해석은 초기상태의 절점들이 이차원 평면이 아닌 삼차원의 곡면에서 움직임을 해석해야 한다. 따라서, 2장의 일단계 역해석을 다단계 해석에 바로 이용할 수 없고 몇 가지 변환을 수행해야 한다. 일단계 해석을 다단계 해석으로 확장하기 위하여 Fig. 4와 같이 물질좌표계(material coordinates)와 국부좌표계(local coordinates) 그리고 전체좌표계(global coordinates) 등 3개의 좌표계를 설정하였다. 여기서, 전체좌표계($\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$)는 주어진 직교좌표계이다.

물질좌표계는 초기상태의 각 요소들에 대하여 재료의 이방성을 등을 표현할 수 있도록 요소의 평면상에 설정해야 한다. 다단계 해석에 관한 본 연구에서는 재료의 이방성을 수직 이방성인 경우에만 국한하였으며, 이 경우의 물질좌표계(\mathbf{S}, \mathbf{T})는 방향에 관계없이 요소의 평면상에 정의하면 된다.

국부좌표계는 Yoon이 사용한 경사좌표계를 사용하였다.⁽²⁸⁾ ($\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$)를 국부좌표계($\bar{\mathbf{X}}, \bar{\mathbf{Y}}, \bar{\mathbf{Z}}$)의 방향으로의 단위벡터라고 할 때, \mathbf{e}_z 는 미끄럼면의 수직벡터로 정의되며, $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$\mathbf{e}_z = n_x \mathbf{e}_x + n_y \mathbf{e}_y + n_z \mathbf{e}_z$$

$$\text{여기서, } n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1 \tag{23a}$$

$$\mathbf{e}_x = \frac{1}{F} [n_z \cos \theta \mathbf{e}_x + n_z \sin \theta \mathbf{e}_y - (n_x \cos \theta + n_y \sin \theta) \mathbf{e}_z]$$

여기서,

$$F = \sqrt{1 - (n_x \sin\theta - n_y \cos\theta)^2} \quad (23b)$$

$$\mathbf{e}_{\bar{y}} = \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_x$$

$$= \frac{1}{F} [(n_x G - \sin\theta) \mathbf{e}_x + (n_y G + \cos\theta) \mathbf{e}_y]$$

여기서,

$$n_z G e_z = n_x \sin\theta - n_y \cos\theta \quad (23c)$$

여기서, θ 는 전체좌표계의 X축에서부터 XY평면에 수직으로 투영된 절점까지의 각이다.

이와 같이 3개의 좌표계를 설정하면, 변형에너지 식은 물질좌표계에서 계산할 수 있다. 그렇지만, 뉴턴-랩슨해석을 수행하기 위한 식 (15)의 강성행렬(global stiffness matrix, $\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{X}}$)과 외력벡터(global force vector, \mathbf{R})는 국부좌표계로 표현되기 때문에 변형에너지 식을 국부좌표계로 변환해야 한다. 경계조건 식은 전체좌표계나 국부좌표계에서 바로 계산할 수 있다.

3.2.1 소성변형에너지 항에 관한 물질좌표계에서 국부좌표계로의 변환

물질좌표계는 각 요소마다 방향이 다르기 때문에, 변형에너지 식에 관한 각 요소의 강성행렬(element stiffness matrix, $\bar{\mathbf{K}}^e$)과 요소의 외력벡터(element force vector, $\bar{\mathbf{F}}^e$)를 물질좌표계에서 구성한 후 국부좌표계로 변환해야 한다. 그리고 국부좌표계로 변환된 요소의 강성행렬과 요소의 외력벡터를 이용하여 식 (15)의 강성행렬(global stiffness matrix)과 외력벡터(global force vector)를 구성한다.

하나의 요소에 대하여 하나의 물질좌표계가 주어지며 요소를 구성하고 있는 3절점에 각각 다른 국부좌표계가 있게 된다. 물질좌표계의 변위와 국부좌표계의 변위의 관계는 아래와 같은 나타낼 수 있다.

$$\Delta \bar{\mathbf{U}}_i = \mathbf{T}_i \Delta \bar{\mathbf{U}}_i, \quad (\text{not summed, } i=1,2,3) \quad (24)$$

여기서, $\Delta \bar{\mathbf{U}}_i$ 은 물질좌표계로 표현한 3절점의 변위이며, $\Delta \bar{\mathbf{U}}_i$ 는 국부좌표계로 표현한 3절점의 변위이다. 아래첨자 i 는 요소의 절점번호를 의미한다. 그리고 변환행렬 \mathbf{T}_i 는 다음과 같다.

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \cos(\bar{\mathbf{X}}_i, \mathbf{S}) & \cos(\bar{\mathbf{Y}}_i, \mathbf{S}) \\ \cos(\bar{\mathbf{X}}_i, \mathbf{T}) & \cos(\bar{\mathbf{Y}}_i, \mathbf{T}) \end{bmatrix} \quad (25)$$

식 (25)의 변환행렬을 보면 알 수 있듯이, 국부좌

표는 $(\bar{\mathbf{X}}, \bar{\mathbf{Y}})$ 방향만을 고려하며 수직방향 $(\bar{\mathbf{Z}})$ 은 반복과정 중에 수정된다. 이때, 요소의 강성행렬 $\bar{\mathbf{K}}^e$ 과 요소의 외력벡터 $\bar{\mathbf{F}}^e$ 는 식 (26)과 같이 물질좌표계에서 표현되고

$$\bar{\mathbf{K}}^e \Delta \bar{\mathbf{U}} = -\bar{\mathbf{F}}^e \quad (26)$$

국부좌표계에 대한 요소의 강성행렬 $\bar{\mathbf{K}}^e$ 과 요소의 외력벡터 $\bar{\mathbf{F}}^e$ 는 다음과 같은 변환에 의해 얻어진다.

$$\bar{\mathbf{K}}^e \Delta \bar{\mathbf{U}} = -\bar{\mathbf{F}}^e \quad (27)$$

여기서,

$$\bar{\mathbf{K}}^e = \mathbf{T}^T \bar{\mathbf{K}}^e \mathbf{T}, \quad \bar{\mathbf{F}}^e = \mathbf{T}^T \bar{\mathbf{F}}^e$$

여기서, $\Delta \bar{\mathbf{U}} = [\Delta \bar{\mathbf{U}}_1 \Delta \bar{\mathbf{U}}_2 \Delta \bar{\mathbf{U}}_3]^T$, $\Delta \bar{\mathbf{U}} = [\Delta \bar{\mathbf{U}}_1 \Delta \bar{\mathbf{U}}_2 \Delta \bar{\mathbf{U}}_3]^T$ 이고, \mathbf{T} 는 식(25)의 행렬 \mathbf{T}_i 로 구성된 행렬로서 식 (28)과 같다.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{T}_3 \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (28)$$

3.2.2 경계조건 항에 관한 전체좌표계에서 국부좌표계로의 변환

마찰력, 블랭크 홀딩력 및 비드력 등의 외부일은 각 절점에서 식 (20), 식 (22)와 같이 강성행렬과 외력벡터를 구성한다. 그렇지만, 식 (20), 식 (22)는 전체좌표계에서 표현되는 식이므로 계산이 수행되는 국부좌표계로 변환해야 한다. 국부좌표계로 변환하는 방법은 식 (27)과 유사하게 식 (29)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{\mathbf{K}}^n \Delta \bar{\mathbf{U}} = -\bar{\mathbf{F}}^n$$

여기서,

$$\bar{\mathbf{K}}^n = \mathbf{T}^T \mathbf{K}^n \mathbf{T}, \quad \bar{\mathbf{F}}^n = \mathbf{T}^T \mathbf{F}^n$$

$$\mathbf{F}^n = - \sum_{\text{node}} \left[F \tanh\left(\alpha \frac{\|U\|}{U_o}\right) \frac{U}{\|U\|} \right] \cdot \frac{\partial U}{\partial \mathbf{X}}$$

$$\mathbf{K}^n = - \sum_{\text{node}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \left[F \tanh\left(\alpha \frac{\|U\|}{U_o}\right) \frac{U}{\|U\|} \right] \cdot \frac{\partial U}{\partial \mathbf{X}} \quad (29)$$

여기서, 식 (29)의 변환행렬 \mathbf{T} 는 식 (28)과 다르며 식 (30)과 같이 표현된다.⁽²⁸⁾

$$\mathbf{T} = [\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_i]$$

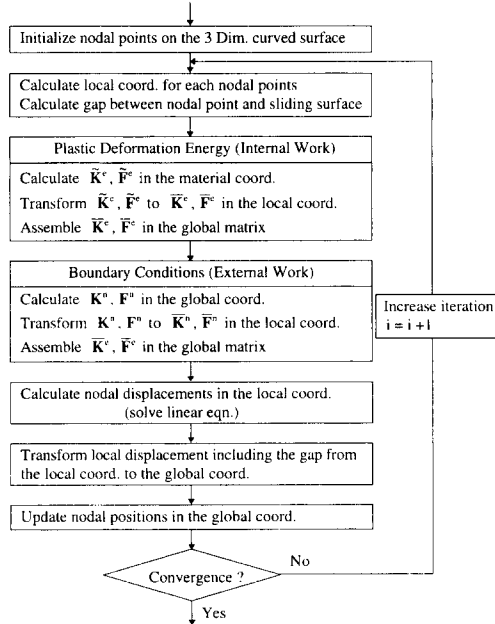


Fig. 5 Newton Raphson iteration of the finite element inverse method applied to the 3 dimensional curved surface

$$= \begin{bmatrix} \frac{n_z \cos \theta}{F} & \frac{n_x G - \sin \theta}{F} \\ \frac{n_z \sin \theta}{F} & \frac{n_x G + \cos \theta}{F} \\ -\frac{n_x \cos \theta + n_y \sin \theta}{F} & \frac{n_z G}{F} \end{bmatrix}_{3 \times 2} \quad (30)$$

3.2.3 임의의 곡면에서 다단계 역해석의 뉴턴-랩슨 반복과정

다단계 역해석을 수행하려면 블랭크 형상과 중간 형상을 계산해야 하며, 이때 중간형상은 초기 블랭크 형상과 달리 평면이 아니고 삼차원 곡면을 이룬다. 따라서, 3장에서 유도한 역해석을 임의의 곡면에 대하여 계산하려면 Fig. 5와 같은 과정이 필요하다. 먼저, 중간형상의 절점들이 위치할 수 있는 삼차원 곡면이 정의되어야 한다. 삼차원 곡면 위에 절점들이 초기 추정에 의해 놓이게 되면 다음과 같은 과정을 거친다. 첫번째, 초기상태의 절점과 정의된 삼차원 상의 곡면사이의 수직벡터(e_z)와 간격(수직변위, $\Delta \bar{U}_z$)을 계산한다. 그리고 수직벡터와 절점의 주 변위를 이용하여 국부좌표계를 모든 절점에서 계산한다. 두번째, 변형에너지 식에 대한 요소의 강성행렬과 요소의 외력벡터를 물질좌표계에서 계산한 후, 식 (27)을 이용하여 국부좌표계로

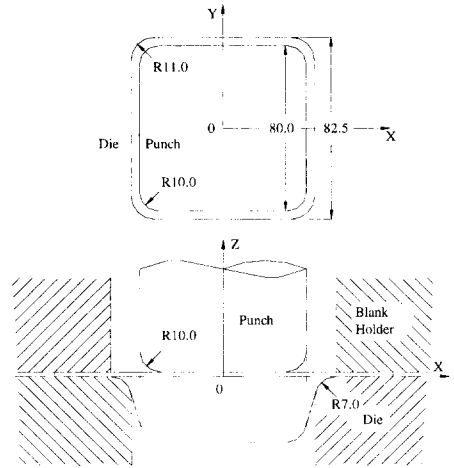


Fig. 6 Geometric description of the tooling for deep drawing of a square cup

표현한다. 국부좌표계로 나타낸 요소의 강성행렬과 요소의 외력벡터를 전체 강성행렬과 외력벡터에 합성한다. 세번째, 식 (20), 식 (22)를 이용하여 경계에 작용하는 마찰이나 블랭크 홀딩력 및 비드력에 의한 일을 전체 좌표계에서 구상한 후 식 (29)를 이용하여 국부좌표계의 전체 강성행렬과 외력벡터에 합성한다. 네번째, 전체 강성행렬과 외력벡터에 대한 연립방정식을 계산하여 국부좌표계에 대한 변위를 계산한다. 이때, 국부좌표계는 각 절점마다 2자유도를 가진다. 다섯번째, 연립방정식으로 계산한 국부좌표의 변위($\Delta \bar{U}_i, \Delta \bar{V}_i$)와 국부좌표계의 수직변위($\Delta \bar{W}_i$)를 전체좌표계의 변위로 변환한다. 여섯번째, 전체좌표계의 변위를 이용하여 각 절점에 전체 좌표를 갱신한다. 일곱번째, 수렴조건을 판정하고 수렴이 되지 않았으면 다시 첫번째로 돌아간다. 전체좌표계 상에서 갱신된 절점들의 위치는 삼차원 곡면에 존재하게 되며, 각 절점들에 대해 다시 국부좌표계와 간격을 계산한다.

다단계 역해석은 일단계 역해석과 달리 일반적인 삼차원 곡면 위의 절점들을 계산하고 있지만, 일단계 역해석과 같이 각 절점에서 2자유도를 유지하며 계산한다. 따라서, 다단계 역해석을 수행해도 계산 시간이 크게 증가하지 않는다.

이와 같이 임의의 곡면에서 역해석을 수식화하면 다단계 역해석을 수행하지 않더라도, 임의의 곡면에서 블랭크 형상을 계산할 수도 있다. 예를 들면, 자동차의 프런트 펜더와 같이 크기가 큰 형상인 경우 평면에 있는 블랭크를 계산하지 않고 곡면에 있

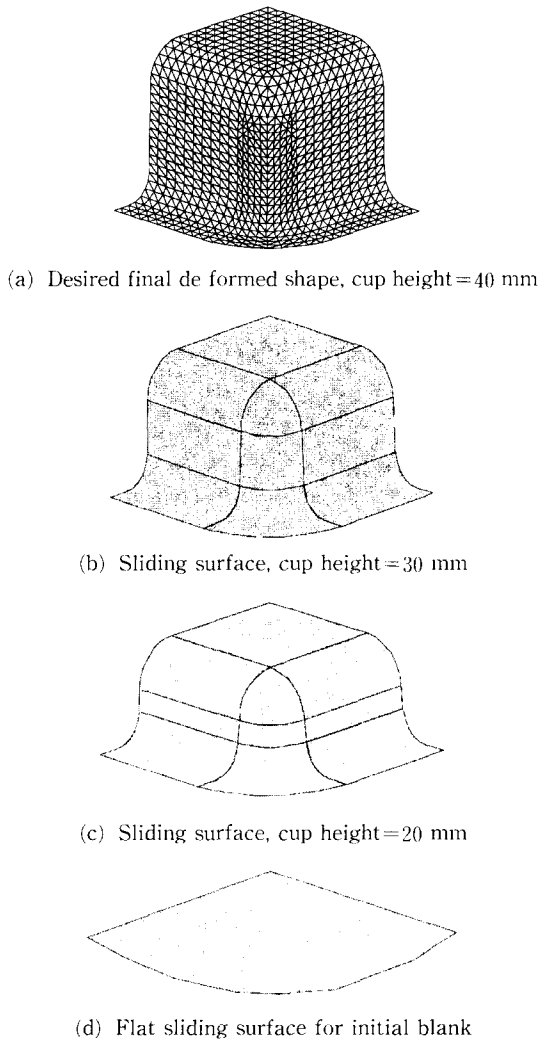


Fig. 7 Desired mesh geometry and assumed sliding surfaces of a square cup for multi-step inverse analysis

는 바인더 랩상태의 블랭크를 계산할 수 있다. 이때에는 바인더 랩에 관한 곡면을 가정해야 한다.

4. 수치해석 결과

2장과 3장에서 유도한 수식화를 이용하여 유한요소 역해석의 프로그램을 개발하였다. 본 해석의 타당성을 검증하기 위하여 사각컵 성형문제에 적용하여 보았다. 해석에 이용된 재료는 자동차 차체성형용 압연강판으로 재료의 물성치와 성형조건은 다음과 같다.

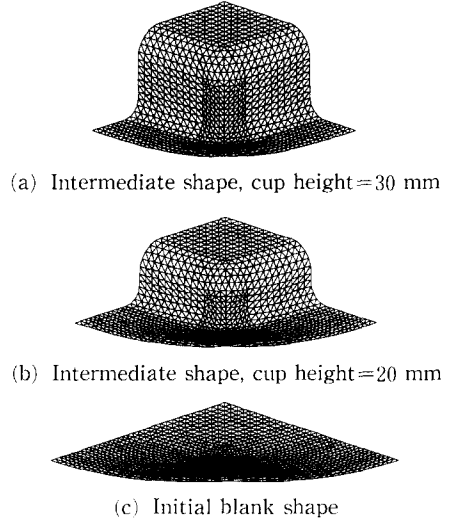


Fig. 8 Calculated intermediate shapes and initial blank shape

- 응력-변형률관계 : $\sigma = 54.5(0.00436 + \epsilon)^{0.263}$ kgf/mm²
- 이방성계수 : $r = 1.87$
- 초기 박판두께 : $t_0 = 0.8$ mm
- 마찰계수 : $\mu = 0.15$
- 블랭크 홀딩력 : 4,000 kgf

유한요소 역해석으로 계산된 블랭크 형상을 검증하기 위하여 강소성 증분해석을 수행하였는데, 이때 이용된 사각편치와 다이 및 블랭크 홀더의 형상은 Fig. 6과 같다. 성형하고자 하는 사각컵은 높이 40 mm, 폭 80 mm, 플랜지의 폭 5 mm인 형상이다. 역 해석을 수행하기 위하여 위하여 Fig. 7(a)와 같은 1/4 모델만을 이용하였고, Fig. 7(a)는 1528개의 유한요소와 813개의 절점으로 이루어져 있다. 비교적 컵높이가 높은 컵높이 40 mm의 사각 컵을 일 단계 역해석으로 해석하면 무시할 수 없을 정도의 오차를 포함하게 된다. 다단계 역해석에 관한 하나의 예제로 삼단계 역해석을 수행하기 위하여 Fig. 7(b), (c)와 같이 컵높이 30 mm, 20 mm에서 미끄럼면을 가정하였다. Fig. 7(d)는 초기 블랭크에 관한 미끄럼면으로 평면으로 되어 있다. 일단계 역해석은 Fig. 7(b), (c)가 필요없으며, Fig. 7(a), (d)만 있으면 해석이 가능하다.

Fig. 8은 삼단계 역해석으로 초기 블랭크의 형상과 중간형상을 계산한 결과이다. 삼단계 역해석은 9번의 전체 반복과정에 의해 수렴되었으며, 계산시간은 workstation SWS715/75에서 1120.5 CPUusec

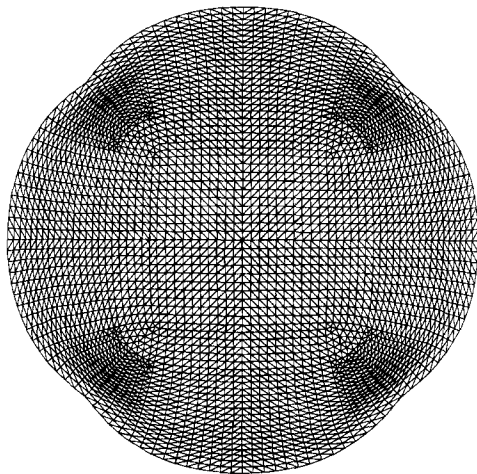


Fig. 9 Computed optimum blank shape for a square cup by three step inverse analysis

가 소요되었다. Fig. 7(a), (d) 만을 이용한 일단계 해석은 163.0 CPUsec의 계산시간이 소요되었다. 삼단계 역해석은 9번의 전체 반복과정을 거쳤기 때문에 27번의 내부 반복과정이 필요하지만, 계산시간은 일단계 역해석에 비해 27배로 증가하지 않고 단지 6.87배 증가했을 뿐이다. 이와 같이 계산시간이 크게 증가하지 않은 것은 2가지 이유로 설명할 수 있다. 첫째, 다단계 역해석도 역시 각 절점당 2자유도를 유지하고 있기 때문이다. 둘째, 전체 반복과정이 진행될 수록 내부 반복과정의 반복횟수는 계속 줄어들기 때문이다. 결국, 삼단계 역해석의 계산시간은 일단계 역해석에 비해 어느 정도 증가하지만, 일반적인 증분해석에 필요한 계산시간보다 훨씬 짧은 시간으로 오차를 줄이면서 효과적으로 계산함을 알 수 있다. 참고로, 굽힘을 고려한 강소성 증분해석으로 40 mm까지의 성형공정을 해석하는데 workstation SWS715/75에서 15788.5 CPUsec의 계산시간이 소요되었다. 1/4모델의 블랭크 형상인 Fig. 8(c)를 전체 모델로 다시 도시하면 Fig. 9와 같다. Fig. 9를 보면, 45° 방향의 블랭크 길이는 0°와 90° 방향의 블랭크 길이보다 상당히 작은 것을 볼 수 있다. Fig. 10은 일단계 역해석과 삼단계 역해석에 의한 초기 블랭크의 형상을 비교한 것이다. 일단계 해석에 비해 삼단계 해석의 블랭크 형상은 0°와 90° 방향으로 더 커지고 45° 방향으로 더 작아졌다.

Fig. 10의 블랭크 형상을 이용하여 강소성 증분 해석을 수행하였다. 컵높이 40 mm까지 드로잉한

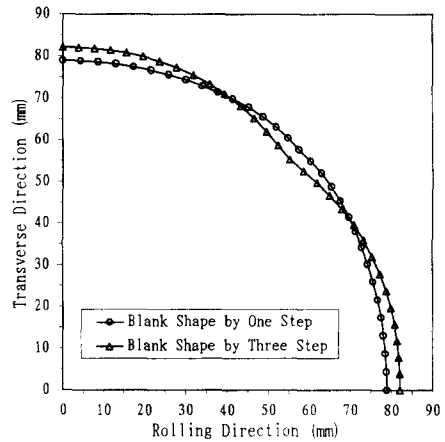


Fig. 10 Comparison of initial blank shapes between the one step inverse method and the multi-step inverse method

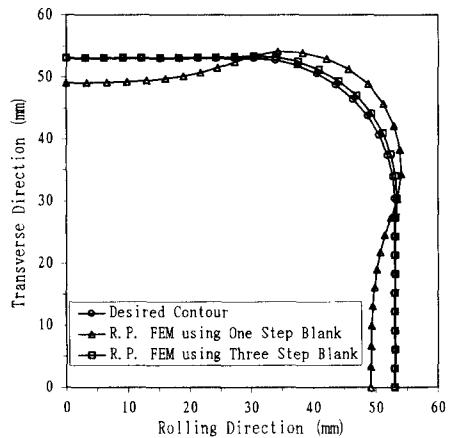


Fig. 11 Comparison of flange contour between the desired CAD model and the results of rigid-plastic FEM simulations using the blank obtained from the inverse method

후, 플랜지의 형상을 Fig. 11에 비교하였다. 일단계 역해석의 블랭크 형상을 이용한 증분해석의 플랜지 형상을 보면, 0°와 90° 방향에서 요구되는 플랜지의 CAD 형상보다 최대 5 mm 정도 작고, 45° 방향에서 요구되는 플랜지의 CAD 형상보다 최대 5 mm 정도 큰 것을 볼 수 있다. 그러나, 삼단계 역해석의 블랭크 형상을 이용한 증분해석의 플랜지 형상과 요구되는 플랜지의 CAD 형상을 비교하여 보면, 0°와 90° 방향에서는 거의 일치하고 있으며, 단지 45° 방향에서 1 mm 정도 큰 것을 볼 수 있다. 결국, 삼단계 역해석에 의한 계산은 일단계 역

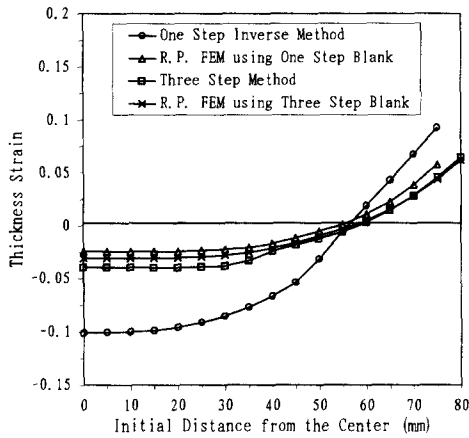


Fig. 12 Comparison of the thickness strain distributions between the results of rigid-plastic FEM using the blank obtained from the inverse method and the results obtained directly from the inverse method in the rolling direction for square cups

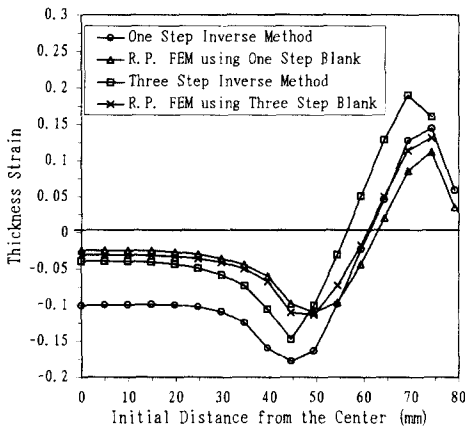


Fig. 13 Comparison of the thickness strain distributions between the results of rigid-plastic FEM using the blank obtained from the inverse method and the results obtained directly from the inverse method in the diagonal direction for square cups

해석에 비하여 훨씬 정확한 블랭크 형상을 예측하고 있음을 알 수 있다. 이로부터 계산단계를 증가시켜 해석을 수행하면 계산시간은 어느 정도 증가하지만, 정확성을 더욱 높일 수 있음을 알 수 있다.

Fig. 12와 Fig. 13은 역해석과 증분해석으로 계산한 가로방향과 대각선방향으로의 두께 변형률분포이다. Fig. 12는 가로방향으로의 두께 변형률분포

로서, 삼단계 역해석의 두께 변형률분포가 일단계 역해석보다 증분해석에 가까운 값을 보임을 알 수 있다. Fig. 13은 대각선 방향으로의 두께 변형률분포로서, 삼단계 역해석의 두께 변형률분포는 컵의 윗면에서 증분해석과 유사한 값을 보이고 있으며, 컵의 벽면과 플랜지부분에서 증분 해석보다 큰 값을 보여 주고 있다. 이와 달리 일단계 역해석은 증분해석에 비해 전반적으로 컵의 윗면과 벽면에서 더 작은 값을 가지고 플랜지부분에서 더 큰 값을 가진다. 대각선 방향으로의 두께 변형률분포에 대하여 컵의 벽면과 플랜지부분에서 삼단계 역해석이 증분해석과 차이를 보이고 있지만, 전체적으로 삼단계 역해석의 변형률분포의 값이 일단계 역해석의 변형률분포보다 증분해석에 가까운 값을 보여 줌을 알 수 있다. 컵의 벽면과 플랜지부분에서 삼단계 역해석과 증분해석이 차이를 보이는 가장 큰 이유는 경계조건 처리에 있다. 즉, 삼단계로 나누어서 계산하여도 점진적으로 변하는 마찰경계조건 등을 정확히 표현할 수 없기 때문이다. 따라서, 더욱 정확한 해석을 하려면 단계의 수를 늘려야 할 것이다.

5. 결 론

본 논문에서는 다단계 유한요소 역해석에 관한 수식을 전개하고 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램을 사각컵 성형에 적용하여 블랭크의 형상과 변형률분포를 신속히 계산할 수 있음을 보였다. 일단계 역해석의 오차를 줄이기 위한 효과적인 방법으로 다단계 역해석에 관한 수치적인 기법을 제안하고, 다단계 역해석을 컵 높이 40 mm의 사각컵에 적용하여 오차가 충분히 작아짐을 보였다.

본 논문에서 유도한 다단계 역해석에 중간형상을 좀더 쉽게 표현할 수 방법이 추가되면, 박판금속성형의 다양한 공정변수를 신속하고 정확하게 예측할 수 있는 효과적인 방법이 될 것이다.

참고문헌

(1) Jimma, T., 1970, "Deep Drawing Convex Polygon Shell Researches on the Deep Drawing of Sheet Metal by the Slip Line Theory. 1st Report," *Japan Soc. Tech. for Plasticity*, Vol. 11, No. 116, pp. 653~670.

- (2) Hazek, V. V. and Lange, K., 1979, "Use of Slip Line Field Method in Deep Drawing of Large Irregular Shaped Components," *Proc. of 7th NAMRC*, Ann Arbor, Michigan, pp. 65~71.
- (3) Karima, M., 1989, "Blank Development and Tooling Design for Drawn Parts Using a Modified Slip Line Field Based Approach," *ASME Trans: J. of Engineering for Industry*, Vol. 111, pp. 345~350.
- (4) 김민수, 신재현, 서대교, 1993, "비원형 단면에 대한 판재 성형성(II)," *대한기계학회논문집*, 제17권, 제12호, pp. 3074~3104.
- (5) Vogel, J. H. and Lee, D., 1990, "An Analysis Method for Deep Drawing Process Design," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 32, pp. 891.
- (6) Chen, X. and Sowerby, R., 1992, "The Development of Ideal Blank Shapes by the Method of Plane Stress Characteristics," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 34, No. 2, pp. 159~166.
- (7) Sowerby, R., Duncan, J. L. and Chu, E., 1986, "The Modeling of Sheet Metal Stamping," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 28, No. 7, pp. 415~430.
- (8) Blount, G. N. and Stevens, P. R., 1990, "Blank Shape Analysis for Heavy Gauge Metal Forming," *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 24, pp. 65~74.
- (9) Levy, S., Shih, C. F., Wilkinson, J. P. D., Stine, P., and McWilson, R. C., 1978, "Analysis of Sheet Metal Forming to Axisymmetric Shapes," *Formability Topics-Metallic Materials*, ed. By Niemeier, B. A., Schmieder, A. K. and Newby, J. R., ASTM, pp. 238~260.
- (10) Majlessi, S. A. and Lee, D., 1987, "Further Development of Sheet Metal Forming Analysis Method," *Trans. of the ASME: J. of Engineering for Industry*, Vol. 109, pp. 330~337.
- (11) Majlessi, S. A. and Lee, D., 1993, "Deep Drawing of Square-Shaped Sheet Metal Parts, Part 1: Finite Element Analysis," *ASME trans: J. of Engineering for Industry*, Vol. 115, pp. 102~109.
- (12) Batoz, J. L., Guo, Y. Q., Duroux, P. and Detraux, J. M., 1989, "An Efficient Algorithm to Estimate the Large Strains in Deep Drawing," *NUMIFORM '89*, pp. 383~388.
- (13) Batoz, J. L., Guo, Y. Q. and Detraux, J. M., 1990, "An Inverse Finite Element Procedure to Estimate the Large Plastic Strain in Sheet Metal Forming," *Proc. of 3rd Int. Conf. on Tech. of Plasticity*, Vol. 3, pp. 1403~1408.
- (14) Guo, Y. Q., Batoz, J. L., Detraux, J. M. and Duroux, P., 1990, "Finite Element Procedures for Strain Estimations of Sheet Metal Forming Parts," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 30, pp. 1385~1401.
- (15) Guo, Y. Q., Batoz, J. L., Mouatassim, M. El. and Detraux, J. M., 1992, "On the Estimation of Thickness Strain in Thin Car Panels by the Inverse Approach," *NUMIFORM '92*, pp. 473~478.
- (16) Chung, K. and Richmond, O., 1992, "Ideal Forming- I. Homogeneous Deformation with Minimum Plastic Work," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 34, No. 7, pp. 575~591.
- (17) Chung, K. and Richmond, O., 1992, "Ideal Forming- II. Sheet Forming with Optimum Deformation," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 34, No. 8, pp. 617~633.
- (18) Chung, K. and Richmond, O., 1992, "Sheet Forming Process Design Based on Ideal Forming Theory," *NUMIFORM '92*, pp. 455~460.
- (19) Chung, K. and Richmond, O., 1994, "The Mechanics of Ideal Forming," *ASME trans: J. of Applied Mechanics*, Vol. 61, pp. 176~181.
- (20) Liu, S. D. and Karima, M., 1992, "A One Step Finite Element Approach for Production Design of Sheet Metal Stampings," *NUMIFORM '92*, pp. 497~502.
- (21) Liu, S. D. and Assempoor, A., 1995, "Development of FAST_3D-A Design Oriented One Step FEM in Sheet Metal Forming," *Computational Plasticity*, Ed. by J. Owen D. R. and Onate E., pp. 1515~1526.
- (22) 이충호, 허훈, 1996, "박판금속성형공정에서의 블랭크 설계 및 변형률 예측," *대한기계학회논문집*, 제20권, 제6호, pp. 1810~1818.
- (23) Lee, C. H. and Huh, H., 1997, "Blank Design and Strain Prediction of Automobile Stamping Parts by an Inverse Finite Element Approach," *J.*

- Mater. Process. Technol.*, Vol. 63, pp. 645~650.
- (24) Majlessi, S. A. and Lee, D., 1988, "Development of Multistage Sheet Metal Forming Analysis Method," *J. Mater. Shaping technol.*, Vol. 6, No. 1, pp. 41~54.
- (25) Wang, N. M., 1984, "A Rigid-Plastic Rate-Sensitive Finite Element Method for Modeling Sheet Metal Forming Processes," *Proc. Numerical Analysis of Forming Processes*, ed. by Pittman, J. F. T. et, John Wiley & Sons, pp. 117~164.
- (26) Chung, K., Lee, S. Y., Barlat, F., Keum, Y. T. and Park, J. M., 1996, "Finite Element Simulation of Sheet Forming Based on a Planar Anisotropic Strain-rate Potential," *Int. J. plasticity.*, Vol. 12, No. 1, pp. 93~115.
- (27) Yang, D. Y. and Kim, Y. J., 1986, "A Rigid-plastic Finite Element Formulation for the Analysis of General Deformation of Planar Anisotropic Sheet Metals and its Applications," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 28, pp. 825~840.
- (28) Yoon, J. H. and Yang, D. Y., 1988, "Rigid-plastic Finite Element Analysis of Three Dimensional Forging by considering Friction on Continuous Curved Dies with Initial Guess Generation," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 30, pp. 887~898.