

퍼지 알고리즘을 이용한 자동화된 추론의 입력 제한 기법

김 용 기[†] · 백 병 기^{††} · 강 성 수^{†††}

요 약

레졸루션(resolution)에 근거한 자동화된 추론 방법은 실제로 결론 도출에 필요하지 않은 중간 정보를 생산하고, 또한 이런 정보가 또 다른 불필요 정보를 생산함으로써, 컴퓨터 주기억 공간 잠식이 문제점으로 나타난다. 주어진 문제의 상황을 설명하는 모든 입력절로부터, 실제로 결론의 도출에 참여할 가능성이 낮은 입력절을 추론에의 참여를 제한하여, 소모하는 기억공간과 추론 시간을 감소시키는 조절 전략을 제안한다. 주어진 입력절을 분석하여, 실제로 추론에 참여하는 정도의 우선 순위를 결정하는 도구로서 퍼지 관계 논리곱을 이용한다.

A Restriction Strategy for Automated Reasoning using a Fuzzy Algorithm

Yong-Gi Kim[†] · Byeong-Gi Baek^{††} · Sung-Soo Kang^{†††}

ABSTRACT

Inference process of resolution-based automated reasoning easily consumes the memory of computer without giving any useful result by producing lots of fruitless information which are not necessary for the conclusion.

This paper suggests a control strategy for saving the space of computer memory and reducing the inference time. The strategy uses a restriction that comparatively irrelevant axioms do not take part in the resolution. In order to analyze and determine the priorities of the input axioms of joining the inference process, the system employs the fuzzy relational products.

1. 서 론

인공지능의 한 분야로서의 자동화된 추론(automated reasoning)은 1980년대에 들면서 많은 분야로 응용의 영역을 넓히면서, 프로그램의 검증, 논리 프로그래밍

언어, 논리 회로의 설계 및 검증, 전문가 시스템에의 응용, 병렬 시스템에의 응용, 실시간(real-time) 시스템의 조절 등 많은 분야에서 밝은 가능성을 보이고 있다[1]. 그러나, 현재까지 개발된 자동화된 추론의 가장 강력한 방법의 하나인, 레졸루션[2]에 근거한 자동화된 추론(resolution-based automated reasoning)의 방법은 실제로 결론 도출에 필요하지 않은 모든 중간 정보를 생산하고, 또한 이러한 정보가 또 다른 정보를 생산함으로써, 쉽게 컴퓨터의 주기억 공간이 잠식되거나, 문제의 해결에 너무 많은 시간을 소비하는

※본 논문은 1995년도 학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음

† 종신회원:경상대학교 컴퓨터과학과

†† 정 회 원:대우항공우주연구소 연구원

††† 정 회 원:진주산업대학교 전자계산학과

논문접수:1996년 6월 5일, 심사완료:1997년 4월 9일

등의 결점을 가지고 있다. 자동화된 추론의 이러한 문제점을 해결하기 위한 수 많은 연구가 진행되고 있으며, 가장 대표적인 방법들이 지원 집합 전략(set of support strategy)[3], 가중치 전략(weighting strategy)[4] 등이며, 이것들은 현재의 자동화된 추론에 필수 불가결한 조절 방법들이다. 그러나, 이 같은 조절 방법들은, 이미 주어진 문제의 모든 상황을 설명하는 입력절들을 제한하거나, 또는 가중치를 부여함으로써 결론으로 이끌어 간다. 그러므로, 실제로 주어진 문제의 해결에는 필요치 않은 입력절 조차도 추론에 참여하므로써, 시간과 공간을 잠식하는 큰 원인이 된다. 실제로 문제의 해결을 위하여 주어지는 입력절은 문제 영역에서 발생 가능한 모든 상태를 고려하여 구성되었기 때문에, 주어진 문제의 해결과 관련이 없는 절들은, 또 다시 결론 도출과 관련이 없는 수많은 정보를 생성한다. 한 예로서, 간단한 블럭 문제를 자동 정리증명기인 OTTER[5]에 입력하여 실험한 결과에 의하면, 주어진 상황을 설명하는 모든 입력절을 사용한 경우 1132 단계의 추론이 필요하였으나, 결론의 도출에 중요치 않은 것으로 간주되는 일부의 입력절을 제외하고 실험한 결과 308 추론 단계에 결론을 추출하였다.

본 연구에서는, 주어진 문제의 영역을 설명하는 모든 입력절로부터, 실제로 문제의 해결에 참여하는 절들을 우선적으로 추론에 참여시키므로써, 불필요한 절들이 추론에 참여하여, 또 다른 불필요한 절들을 생산하므로써 소모하는 기억공간과 추론 시간을 감소시키는 시스템을 제안한다. 주어진 입력절로부터, 실제로 추론에 참여하는 절과 추론에 참여하는 정도가 필수적이지 아닌 절들의 우선 순위를 결정하기 위하여 퍼지 관계 논리곱[6, 7, 8, 9]을 내재한 퍼지 신속 알고리즘[10]을 이용하며, 자동 정리증명기인 OTTER를 이용하여, 잘 알려진 블럭 이동 문제에 적용하여 개발된 제한 전략의 효율성을 보인다.

현재의 자동화된 추론의 성능 개선을 위하여 개발된 조절방법 및 관련연구에 대하여 2장에서, 퍼지 알고리즘을 이용하는 제안하는 시스템의 구조 및 방법에 대하여 3장에서, 그리고 4장에서는 실험을 통하여 제안하는 시스템의 효율성 및 결론을 보인다.

2. 자동화된 추론의 조절 방법을 위한 관련 연구

자동화된 추론은 크게 두 부류로 나누어 진다. 그 첫째 부류는 인간의 사고 능력을 이용하려는 좀 더 지능화된 연구 부류이며[11, 12], 다른 하나는 순수히 논리에 근거한 기계적인 추론의 부류이다. 전자는 기계적인 논리에 근거하는 후자보다, 인간의 두뇌로 추론하는대로 시뮬레이션하는 것으로 더욱 지능적인 것으로 여겨지나, 현실적으로 컴퓨터에 구현하기에 어려움이 있다. 현재까지 가장 강력한 자동화된 추론의 부류인 기계적인 논리에 근거한 자동화된 추론은 미국 국립 아르곤 연구소의 Wos[1]에 의하여 주도되고 있다. 레졸루션(resolution)에 근거한 이 기계적인 추론의 방법은, 논리적으로 간단하며 또한 컴퓨터에 구현하기에 가장 적합하여 이미 ITP[13], OTTER 등의 기계적 자동 정리 증명기가 개발되어 있다. 그러나, 레졸루션에 근거한 자동화된 추론의 결점은 주어진 문제를 논리로 표현함에 있어 가능한 모든 상황을 표현하여야 하며, 또한 실제로 결론을 도출하는데 있어서 추론에 참여하는 입력절들의 순서에 따라 그 추론 단계 및 시간이 크게 달라진다.

자동화된 추론의 한정하는 제한전략(restriction strategy)이 하나인 지원 집합 전략은, 추론이 적용될 절 중 적어도 하나의 절을 특정한 지원 집합(set of support)의 원소로 제한하는 기법이다. 추론은 적어도 하나의 지원 집합 리스트 내의 절과 더불어 이루어진다. 추론이 적용되어 생성된 절은 다시 지원 집합에 포함된다. 그러나, 어떠한 입력절 중에서 어떤절을 지원 집합에 포함 시킬 것인지는 사용자의 경험에 의존한다. 또한, 추론에 우선적으로 참여할 절을 선정하기 위하여, 보다 더 결론의 추출에 영향을 미치는 절에 가중치를 부여하는 순서 전략(ordering strategy)의 대표적인 하나인 가중치 전략은 지원집합전략과 동시에 추론에 적용되어 그 추론 시간을 현저히 감소시킨다. 그러나, 필수적인 조절 전략인 가중치 전략도 그 가중치 선정에 있어서 전적으로 사용자의 경험에 의존하는 결점이 있었으며, 가중치 전략의 경험적인 면을 보완하기 위한 퍼지 기법을 이용한 가중치 선정 전략에 관련된 연구[14, 15, 16, 17]가 소개되어 있다.

그러나, 지원 집합 전략이나 가중치 선정 전략 등이 주어진 문제의 추론 시간 및 단계 수를 현저히 줄이기 위한 수단으로서 필수적이나, 주어진 문제의 모든 상황을 설명하는 입력절로부터 결론의 추출에 필

요치 않은 절들을 추론에서 전적으로 제외하지는 못한다.

퍼지 정보 검색 모델[8]은 정보 검색, 의료 분야의 진단 및 환자 관리, 수기 분류(hand writing classification), 자동화된 추론(automated reasoning) 등 많은 분야에서 이용되어 그 연구 결과가 발표되고 있으며, 자동화된 추론의 가중치 선정 전략[14, 17]은 가중치 전략(weighting strategy)을 개선하여, 주어진 입력절에 내재된 항목(term)들의 가중치를 결정하는 순서 전략(ordering strategy)이며, 본 논문에서 제안하는 기법은 입력절 자체의 우선 순위를 결정하여 추론에의 참여를 제한하는 제한 전략(restriction strategy)이다.

3. 퍼지 알고리즘을 이용한 입력 제한 전략

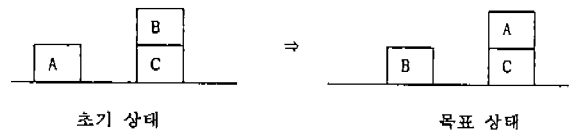
자동화된 추론의 조절 전략인 지원집합전략, 가중치 전략 등은 현재의 자동화된 추론에서 필수 불가결한 것이나, 그 적용에 있어 사용자의 지식이나 경험에 의존하여야 하며, 또한 최선의 방법으로 사용되어진 경우에도 주어진 모든 상황을 설명하는 입력절로부터 야기되는 결론의 도출에 필요치 않은 절의 추론에의 참여는 전적으로 제한하지는 못한다. 그러므로, 주어진 입력절을 분석하여, 결론의 도출에는 관여하지 않는 절을 미리 제외하여 추론을 행하므로써 추론 공간과 시간을 감소시키는 전략이 요구된다. 제안되는 조절전략(control strategy)은 퍼지관계음을 이용하여, 주어진 상황을 설명하는 모든 입력절을 결론 도출에 필요한 중요도의 순서에 의한 구조도를 형성하고, 중요도가 떨어지는 입력절들을 추론에의 참여를 제한하는 전략이다.

3.1 자동화된 추론의 예

다음은 잘 알려진 블럭 이동문제를 자동 정리증명기인 OTTER에 입력하여 구현한 예이다.

위의 (그림 1)은 블럭 A와 블럭 C가 테이블 위에 놓여 있고 블럭 B가 블럭 C 위에 놓여 있는 초기 상태와 블럭 B를 테이블 위에 내려놓고 블럭 A를 블럭 C 위에 올려 놓는 목표 상태를 나타낸다. (그림 1)의 상태를 자동 정리증명기 OTTER에 입력하기 위하여 다음 (그림 2)와 같이 표현된다[18].

(그림 2)에서 $T(On(x, y), S)$ 는 상태 S에서 블럭 A



(그림 1) 블럭 이동 문제
(Fig. 1) A blockworld problem

```
list(axioms).
1 [] -T(On(x,y,z) | -T(Clear(x),z) | T(Table(x),Do(U(x,y),z))).
2 [] -T(On(x,y,z) | -T(Clear(x),z) | T(Clear(y),Do(U(x,y),z))).
3 [] -T(Table(x),z) | -T(Clear(x),z) | -T(Clear(y),z) | (x = y) |
    T(On(x,y),Do(S(x,y),z))).
4 [] -T(Table(u),z) | T(Table(u),Do(U(x,y),z)).
5 [] -T(Clear(u),z) | T(Clear(u),Do(U(x,y),z)).
6 [] -T(On(u,v,z) | (u = x) | T(On(u,v),Do(U(x,y),z))).
7 [] -T(Table(u),z) | (u = x) | T(Table(u),Do(S(x,y),z)).
8 [] -T(Clear(u),z) | (u = y) | T(Clear(u),Do(S(x,y),z)).
9 [] -T(On(u,v,z) | T(On(u,v),Do(S(x,y),z))).
10 [] -T(x,z) | T(x,Do(Noop,z)).
11 [] -T(x,z) | T(x,Do([],z)).
12 [] -T(x,Do(w,Do(y,z))) | T(x,Do([y|w],z)).
13 [] -T(On(A,C),x) | Goal(x).
14 [] -Goal(Do(x,y)) | Ans(x).
15 [] (A != B).
16 [] (B != C).
17 [] (A != C).
18 [] (B != A).
19 [] (C != A).
20 [] (C != B).
end_of_list.
```

```
list(sos).
21 [] T(Clear(A),S1).
22 [] T(Clear(B),S1).
23 [] T(On(B,C),S1).
24 [] T(Table(A),S1).
25 [] T(Table(C),S1).
26 [] -Ans([U(B,C)|S(A,C)]).
end_of_list.
```

(그림 2) 블럭 이동 문제의 자동 정리 증명기에서의 입력절
(Fig. 2) Input axioms of the block problem for the mechanical theorem prover

가 블록 B 위에 있음을, Clear(x)는 x 위에 아무 것도 없혀 있지 않으며, Table(x)는 x가 테이블 위에 놓여 있음을 나타낸다. S(x, y)는 블록 x를 블록 y에 올려 놓기, U(x, y)는 블록 x를 블록 y의 위에서 부터 내려 놓는 것을 의미한다. 또한, Do(M(A, B), S) 는 상태 S에서 M(A, B)를 수행한 후의 결과 상태를 나타낸다 [18].

아래의 <그림 3>은 위의 <그림 2>를 입력으로 하여 추론한 결론까지의 추론 과정을 보여주는 OTTER의 출력이다. <그림 3>에 따르면, <그림 2>의 입력절 리스트에 포함된 14개의 입력절중, 단 7개의 입력절만이 추론에 참여하여 결론을 유도하는데 사용되었으며, 그 외의 입력절은 추론에 참여하나, 결론의 도출과는 아무런 관련없는 정보만을 생성하는 것을 알 수 있다.

----- PROOF -----
 2 □ $\neg T(\text{On}(x,y,z) \mid \neg T(\text{Clear}(x),z) \mid T(\text{Clear}(y),\text{Do}(U(x,y),z)))$.
 3 □ $\neg T(\text{Table}(x),z) \mid \neg T(\text{Clear}(x),z) \mid \neg T(\text{Clear}(y),z) \mid (x = y) \mid T(\text{On}(x,y),\text{Do}(S(x,y),z))$.
 4 □ $\neg T(\text{Table}(u),z) \mid T(\text{Table}(u),\text{Do}(U(x,y),z))$.
 5 □ $\neg T(\text{Clear}(u),z) \mid T(\text{Clear}(u),\text{Do}(U(x,y),z))$.
 12 □ $\neg T(x,\text{Do}(w,\text{Do}(y,z))) \mid T(x,\text{Do}(y|w|z))$.
 13 □ $\neg T(\text{On}(A,C),x) \mid \text{Goal}(x)$.
 14 □ $\neg \text{Goal}(\text{Do}(x,y)) \mid \text{Ans}(x)$.
 17 □ $(A \models C)$.
 21 □ $T(\text{Clear}(A),S1)$.
 22 □ $T(\text{Clear}(B),S1)$.
 23 □ $T(\text{On}(B,C),S1)$.
 24 □ $T(\text{Table}(A),S1)$.
 26 □ $\neg \text{Ans}(\{U(B,C)\}S(A,C))$.
 31 [ur,21,5] $T(\text{Clear}(A),\text{Do}(U(x,y),S1))$.
 42 [ur,23,2,22] $T(\text{Clear}(C),\text{Do}(U(B,C),S1))$.
 48 [ur,24,4] $T(\text{Table}(A),\text{Do}(U(x,y),S1))$.
 55 [ur,26,14] $\neg \text{Goal}(\text{Do}(\{U(B,C)\}S(A,C),x))$.
 184 [ur,48,3,31,42,17] $T(\text{On}(A,C),\text{Do}(S(A,C),\text{Do}(U(B,C),S1)))$.
 220 [ur,55,13] $\neg T(\text{On}(A,C),\text{Do}(\{U(B,C)\}S(A,C),x))$.
 1131 [ur,184,12] $T(\text{On}(A,C),\text{Do}(\{U(B,C)\}S(A,C),S1))$.
 1132 [binary,1131,220] .

----- end of proof -----

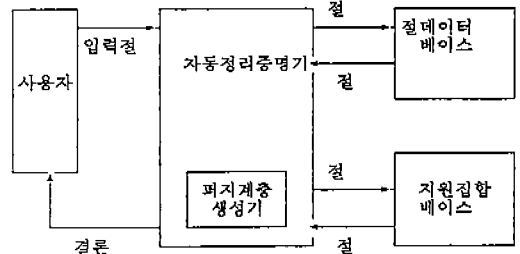
(그림 3) 자동 정리 증명기의 출력

(Fig. 3) Output of the mechanical theorem prover

<그림 3>에서 보는 것과 같이 절번호 2, 3, 4, 5, 12, 13의 절을 제외한 입력절들은 추론에 참여함으로써, 결론의 도출과는 관련없는 정보만을 생성한다. 이렇게 생성된 절들은 또 다시 추론에 참여하여, 결론 도출에의 시간과 공간을 소모한다. 제안되는 퍼지 입력 제한 시스템에서는 주어진 입력절과 지원 집합 사이의 관계를 고려하여, 결론의 도출에 관여하는 정도의 등급을 미리 결정하여, 위의 예에서 같은 불필요한 절들의 추론에의 참여를 제한한다.

3.2 입력 제한 전략을 포함하는 추론 시스템의 구조

OTTER나 ITP 등 기존의 자동 정리 증명기는 사용자가 풀고자 하는 문제의 주어진 상황과 결론의 부정을 절 형태의 언어로 바꾸어 입력하면, 자동 정리 증명기가 주어진 입력절을 이용하여 레졸루션을 적용하여 모순을 찾음으로써 증명을 마치는 과정이다. 현재의 레졸루션(resolution)에 근거한 자동화된의 구조에서는 절(clause)의 형태로 표현된 모든 절들로부터 지원 집합이 공집합이 되거나 모순으로써 결론에 도달 할 때까지 추론을 행한다. 문제의 입력 과정에서, 추론의 단계 및 공간을 줄이기 위한 조절 전략으로서 지원 집합 전략, 가중치 전략등이 적용된다. 제안되는 새로운 시스템은, 자동 정리증명기가 퍼지 계층 생성기를 내재하며, 이 퍼지 계층 생성기는 주어진 입력절과 지원 집합 사이의 관계를 이용하여, 결론을 도출하기에 가까운 순서로 입력절을 분류하여 계층을 형성한다. 구성된 계층으로부터, 결론의 도출에 영향을 덜 미치는 하위 계층의 입력절을 추론의 과정에서 제외한다. 하위 계층의 입력절을 제외하고 추론을 행하여 결론의 도출에 실패하는 경우, 제외된 절을 복



(그림 4) 퍼지 입력 제한 시스템의 구조

(Fig. 4) Structure of Fuzzy Input Restriction System

귀시켜 추론을 행한다. 첫 단계에서, 지원집합의 절과 더불어 생성된 절은 다시 지원 집합에 보강되므로써, 제외된 입력절을 복구시켜 추론을 행하는 경우 전 단계에서 형성된 지원집합을 그대로 이용한다.

퍼지 입력 제한 기법의 추론 시스템의 구조는 아래(그림 4)와 같다.

3.2.1 사용자

사용자는 주어진 입력 문제의 상황과 결론의 부정을 절 형태의 언어로 바꾸어 입력한다. 입력절 중에서, 지원 집합 전략의 이용을 위한 지원 집합의 선정이나, 가중치 전략을 위한 가중치의 선정, 그리고 주어진 문제의 해결에 가장 적합한 추론 규칙(hyper resolution, UR-resolution, binary resolution, factoring)의 선택 등 사용자 제어 옵션은 사용자의 경험과 지식에 의존한다.

3.2.2 자동 정리 증명기

자동 정리증명기는 지원집합 전략, 가중치 전략, 추론 규칙등을 포함하며, 사용자로부터 선정된 이 같은 제어 옵션을 이용하여 추론을 행한다. 자동 정리 증명기는 퍼지계층생성기에서 형성한 입력절의 우선 순위를 고려하여, 하위 순위의 입력절을 제외한 절과, 지원 집합 및 절데이터베이스로부터 추론 가능한 절을 이용하여 추론을 행한후, 새로이 생성된 절을 지원집합베이스 및 절데이터베이스에 저장한다. 결론에 도출하면, 즉 모순에 도달하면 그 결과를 사용자에게 알림으로써 추론을 종료한다.

3.2.3 절데이터베이스(clause database)

절데이터베이스는 자동정리증명기로부터 생성된 절 중에서 지원집합전략에 의해서 생성되는 절을 제외한 절과 사용자에게 의해 입력된 모든 절을 저장한다. 추론에 의해서 생성되는 절을 저장하는 절데이터베이스는 쉽게 잠식되기 때문에 중복되고 논리적으로 같은 절은 절데이터베이스로부터 제거되어야 한다. 절데이터베이스로부터 새로운 절을 선택할때 가중치전략에 의해 가장 가벼운 가중치를 가진 절이 가장 먼저 선택된다.

3.2.4 지원집합(set of support) 베이스

자동 정리증명에 필수적인 지원집합전략(set of support strategy)에 이용되는 절 및 그에 의해 생성되는 절을 저장한다. 하위 계층의 절을 제외하고 추론을 행한 경우, 결론에 도달하지 못하면, 하위 계층을 포함하여 추론을 반복하게 되므로, 앞 단계의 추론에서 구성된 지원 집합을 그대로 이용하기 위해서 지원 집합 베이스를 사용한다. 앞 단계의 추론에서 구성된 지원 집합을 다음 단계의 추론에서 사용할 수 없다면, 앞 단계에서 행해진 추론이 다음 단계에서 다시 행해져야 하므로 추론이 중복될 수 있다. 추론이 끝날 때까지 지원집합은 유지된다.

3.2.5. 퍼지 계층 생성기

퍼지 계층 생성기는 절의 형태로 표현된 문제가 입력으로 주어지면 결론의 도출까지의 추론에서 사용될 가능성을 바탕으로 계층 구조를 추출한다. 높은 계층의 입력절들이 우선적으로 추론에 이용된다. 퍼지 계층 생성기는 주어진 입력절과 지원 집합 사이의 관계를 바탕으로 결론의 추론에 기여하는 가능성의 순서대로 입력절의 우선 순위를 결정한다.

관계 계층 구조의 생성을 위한 절차 및 방법이 다음에 이어진다.

3.3 퍼지 입력 행렬의 구성

퍼지 계층 생성기의 역할은 퍼지 관계 논리곱을 적용하여 퍼지 관계 계층 구조를 구성하는 일이다. 퍼지 계층 구조의 구성을 위한 첫번째 단계는 주어진 입력절과 지원 집합 사이의 관련성의 등급을 결정하는 퍼지 입력 행렬의 구성이며, 두번째 단계는 이 퍼지 입력 행렬에 퍼지 관계곱을 적용하여 퍼지 출력을 형성하고, 이 퍼지 출력에 퍼지 신속 알고리즘[10]을 적용하므로써 퍼지 계층 구조를 추출한다. 이 퍼지 계층 구조는 입력절과 입력절 사이의 종속 관계를 나타내며, 또한 결론의 도출을 위한 추론에 참여하는 가능성의 우선 순위를 결정한다. 퍼지관계곱의 이용을 위하여 다음과 같이 정의한다.

정의

- D: 입력절의 집합.
- T: 지원집합 내의 절의 집합.
- R: 입력절과 지원집합내의 절과의 관계. R은 퍼지

관계이다.

$$R_{ij} \in R(D_i \rightarrow T_j)$$

위와 같은 퍼지 관계를 이용하여 퍼지관계음을 적용하기 위하여 실행되는 첫번째 단계는 각 입력절과 지원집합 내의 절과의 퍼지 관계 등급으로 구성된 퍼지 입력 행렬의 구성이다. 퍼지입력행렬에 퍼지관계음을 적용하여 퍼지 계층 구조를 추출한다[6, 8, 9].

입력절과 지원집합의 관련성의 정도인 퍼지 등급의 결정을 위한 규칙은 다음과 같다.

규칙

- 지원집합 내의 결론의 부정절인 경우
- 지원집합의 절이 입력절과 추론 가능한 경우:1.
- 지원집합의 절의 전반부가 입력절과 추론 가능한 경우:0.7.
- 지원집합의 절의 후반부가 입력절과 추론 가능한 경우:0.3.
- 지원집합의 절이 입력절과 추론 불가능한 경우:0.
- 지원집합 내의 일반절인 경우
- 지원집합의 절이 입력절과 추론 가능한 경우:0.5.
- 지원집합의 절이 입력절과 추론 불가능한 경우:0.

위의 퍼지 등급 결정 규칙에서, 지원 집합의 절의 전반부와 후반부의 예는 아래와 같다.

예

지원집합 내의 절: $\sim p \mid \sim q \mid \sim r$.

전반부: $\sim p$.

후반부: $\sim q \mid \sim r$.

퍼지 등급의 결정 규칙에서 지원집합 내의 결론의 부정절과 일반절로 나누어 퍼지 등급을 부여하는 것은, 대부분의 경우, 결론의 부정절은 같이 래줄루션을 실행하는 절의 결론 부분(예: if P then Q에서 Q 부분)과 추론되며 지원집합 내의 일반절은 조건 부분과 추론되기 때문이다.

$$\begin{array}{ll}
 \text{if P then Q; 입력절} & \sim P \vee Q \\
 \text{P; 일반절} & \Rightarrow P \\
 \sim Q; 결론의 부정절 & \sim Q
 \end{array}$$

주어진 퍼지 등급의 결정 규칙을 이용하여, 3.1에서 보인 블럭 이동 문제의 퍼지 입력 행렬을 구성하는 예는 다음과 같다.

예

* 1번 입력절의 퍼지 값:

$$\text{입력절: } \sim T(\text{On}(x, y), z) \mid \sim T(\text{Clear}(x), z)$$

$$\mid T(\text{Table}(x), \text{Do}(U(x, y), z))$$

지원집합 내의 절:

$$T(\text{Clear}(A), S1) \text{와 입력절: } 0.5 (T(\text{Clear}(A) \text{와}$$

$$T(\text{Clear}(x) \text{가 추론가능})$$

$$T(\text{Clear}(B), S1) \text{와 입력절: } 0.5$$

$$T(\text{On}(B, C), S1) \text{와 입력절: } 0.5$$

$$T(\text{Table}(A), S1) \text{와 입력절: } 0$$

$$T(\text{Table}(C), S1) \text{와 입력절: } 0$$

$$\sim \text{Ans}([U(B, C) \mid S(A, C)]) \text{와 입력절: } 0.7 (\text{전반부: } U(B, C) \text{와 } U(x, y) \text{가 추론가능}).$$

* 9번입력절의 퍼지 값:

$$\text{입력절: } \sim T(\text{On}(u, v), z) \mid T(\text{On}(u, v), \text{Do}(S(x, y), z))$$

지원집합 내의 절:

$$T(\text{Clear}(A), S1) \text{와 입력절: } 0 (\text{물의 어떤 부분과도 추론 불가능})$$

$$T(\text{Clear}(B), S1) \text{와 입력절: } 0$$

$$T(\text{On}(B, C), S1) \text{와 입력절: } 0.5$$

$$T(\text{Table}(A), S1) \text{와 입력절: } 0$$

$$T(\text{Table}(C), S1) \text{와 입력절: } 0$$

$$\sim \text{Ans}([U(B, C) \mid S(A, C)]) \text{와 입력절: } 0.3 (\text{후반부: } S(A, C) \text{와 } S(x, y) \text{가 추론가능}).$$

	a	b	c	d	e	f
1	0.5	0.5	0.5	0	0	0.7
2	0.5	0.5	0.5	0	0	0.7
3	0.5	0.5	0	0.5	0.5	0.3
4	0	0	0	0.5	0.5	0.7
5	0.5	0.5	0	0	0	0.7
6	0	0	0.5	0	0	0.7
7	0	0	0	0.5	0.5	0.3
8	0.5	0.5	0	0	0	0.3
9	0	0	0.5	0	0	0.3
10	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	1
11	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	1
12	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	1

(그림 5) 퍼지 입력 행렬
(Fig. 5) Fuzzy input matrix

〈그림 5〉는 3.1의 블록 문제를 위에서 기술한 퍼지 등급 결정 규칙에 따라 구성한 퍼지 입력 행렬이다.

〈그림 5〉에서 a, b, ..., f는 지원집합(set of support)를 나타내며, 1, 2, ..., 12는 지원집합을 제외한 입력질의 집합(input axioms)이다.

3.4. 퍼지 알고리즘의 적용

추론에의 참여 우선 순위를 결정하는 관계 계층 구조(thesaurus)를 추출하기 위하여, 다음과 같이 퍼지 입력 행렬에서의 입력질과 지원집합 사이의 관련성의 등급을 정의한다.

정의

D_{ij} = 입력질 j에 대한 지원 집합의 질 i의 관련성의 등급
 $= D_{ji}^T$

퍼지 입력 행렬에 적용하는 삼각 서브 논리곱과 삼각 수퍼 논리곱[10]은 다음과 같으며, 삼각 논리곱을 적용한 후의 결과는 또 하나의 퍼지 출력의 형태를 이루고, 이 퍼지 출력으로부터 퍼지 계층 구조를 추출한다.

정의

$$(D^T \triangleleft D)_{ik} = 1/N_j \sum (D_{ji}^T \rightarrow D_{jk})$$

: 물i가 물k 보다 결론까지의 추론 단계에서 필수적으로 사용될 가능성이 낮은 정도의 평균 등급

$$(D^T \triangleright D)_{ik} = 1/N_j \sum (D_{ij}^T \leftarrow D_{jk})$$

: 물i가 물k 보다 결론까지의 추론 단계에서 필수적으로 사용될 가능성이 높은 정도의 평균 등급

$$(D^T \square D)_{ik} = 1/N_j \sum (D_{ij}^T \leftrightarrow D_{jk})$$

$$\text{단, } a \leftrightarrow b = \text{MIN}(a \rightarrow b, a \leftarrow b)$$

: 물i와 물k가 결론까지의 추론 단계에서 필수적으로 사용될 가능성이 유사한 정도의 평균 등급

3.5. 퍼지 출력행렬의 구성

〈그림 6〉은 위의 퍼지 입력 행렬에 대하여 퍼지 관계 논리곱을 적용한 결과인 출력 행렬이다.

위의 〈그림 6〉의 출력 행렬은 pascal로 구현한 퍼지 삼각 서브 논리곱의 출력이며, 적용한 α -cut은 0.8, 그

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1
2	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1
3	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1
5	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
11	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
12	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1

(그림 6) 퍼지 출력 행렬

(Fig. 6) Fuzzy output matrix

리고 퍼지 삼각 논리곱의 연산을 위하여 선택된 퍼지 조건 연산자(fuzzy implication operator)는 Lukasiewicz ($a \rightarrow b = \min(1, 1 - a + b)$)이다[7, 19].

3.6. 관계 계층 구조에 의한 추론

아래의 〈그림 7〉은 퍼지 삼각 논리곱의 적용 결과인 출력 행렬에 퍼지 신속 알고리즘[10]을 적용하여 추출한 하세 다이어그램(hasse diagram)으로서, 입력 질 사이의 종속 관계를 이루고 있으며, 이것이 추론에 참여하여 결론의 도출에 이용될 가능성의 우선순위를 나타낸다. 즉, 절번호 10, 11, 12의 절들이 가장 결론의 도출에 이용될 가능성이 높은 절이며, 절번호

{ 10, 11, 12 }



{ 1, 2 } { 3 }



{ 4, 5 }



{ 6, 7, 8, 9 }

(그림 7) 관계 계층 구조

(Fig. 7) Thesaurus

6, 7, 8, 9의 절들은 추론에 참여하나, 결론의 도출에는 도움이 되지 않는 불필요한 정보를 생산할 가능성이 큰 절들이다.

입력절들의 관계 계층 구조는, 퍼지 입력 행렬에 적용된 퍼지 삼각 논리곱으로부터 추출된 퍼지 출력 행렬로부터 구성되었다. 퍼지 출력 행렬을 비퍼지화하기 위한 α -cut의 선택에 따라 출력 행렬, 그리고 그에 따른 관계 계층 구조의 모양이 달라지며, 또한 선택되는 퍼지 조건 연산자의 종류에 따라서도 그 형태가 달라진다. 계층 구조는 추론에 사용될 룰들의 우선 순위를 나타내고 있으므로, α -cut의 적절한 선택에 따른 가장 합리적인 계층 구조의 선택이 추론에 중요한 영향을 주는 요소이다.

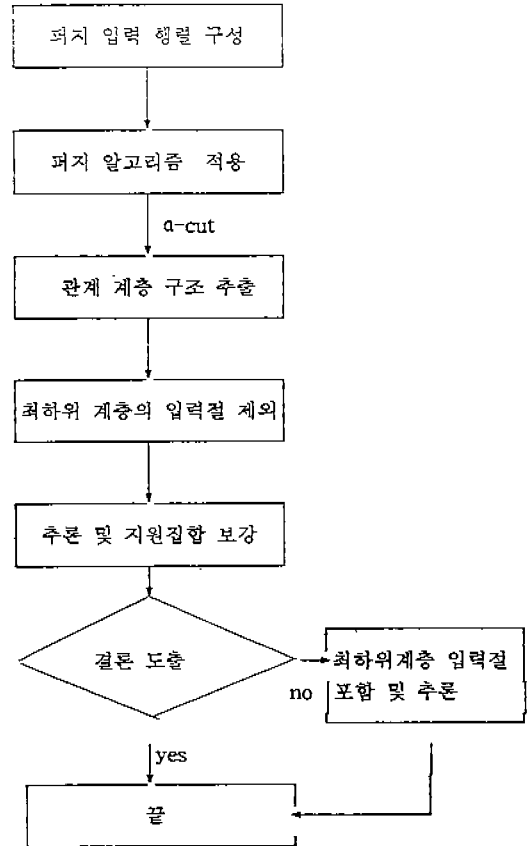
관계 계층 구조로부터 추출된 입력절들의 우선 순위의 계층 구조로부터, 가장 하위의 입력절을 제외하고 추론을 실시한다. 앞의 불력 이동 문제의 경우 입력절 중에서, 절번호 6, 7, 8, 9는 최초의 추론에 참여를 배제한다. 이 때의 추론시, 생성되는 지원집합의 절들은 지원집합베이스에 저장된다. 초기의 추론이 지원집합의 부족(sos empty)으로 인하여, 결론의 도출에 실패하는 경우, 초기의 추론에서 제외되었던 입력절을 복귀시켜 2차 추론을 행한다. 이 경우, 초기의 추론시 생성되었던 지원집합을 이용하므로써, 중복되는 추론은 피한다. 그러므로, 추론에 필수적으로 사용될 가능성이 높은 입력절들을 먼저 추론에 이용하고, 또한 결론의 도출을 위한 추론에 필수적으로 사용될 가능성이 낮은 절들을 미리 제외하고 추론을 함으로써, 추론의 단계와 시간을 감소시킨다.

퍼지 입력 제한 기법의 추론 메카니즘은 아래의 <그림 8>과 같다.

퍼지 계층 구조의 최하위 입력절의 추론에의 참여를 제한하는 이 퍼지 입력 제한 기법은 자동 정리 증명기 OTTER 를 이용하여 그 효율성을 실험한다.

4. 퍼지입력 제한 기법의 효율성 및 결론

3.1의 불력 이동 문제를 자동 정리 증명기 OTTER 에 입력하여 제안하는 퍼지 입력 제한 기법의 효율성을 보인다. 실험은, IBM 호환용 486 컴퓨터의 UNIX 운영체제 하에서 수행하였으며, 사용된 추론 규칙은 UR-resolution 이다. 아래의 <그림 9>에서, 두번째 행



(그림 8) 퍼지 입력 제한 기법의 추론 메카니즘
(Fig. 8) Inference mechanism of the fuzzy input restriction technique

의 퍼지 가중치 전략은 Kim과 Kohout [14, 15, 16, 17]에 의하여 제안된 기법의 결과를 나타낸다.

퍼지 입력 제한 기법의 삼각 서브 논리곱에 사용된 퍼지 조건 연산자(fuzzy implication operator)는 L5 (Lukasiewicz): $a \rightarrow b = \min(1, 1 - a + b)$ 이고, 적용한 α

	생성된 결론장 수	이용된 결론 수	증명까지 스텝	CPU시간 (sec)
default	1105	1105	1132	14.60
퍼지가중치전략	485	485	522	7.72
퍼지입력제한	285	285	308	3.75
퍼지가중치 및 입력제한기법	87	87	110	1.35

(그림 9) 퍼지 입력 제한 기법의 효율성 비교
(Fig. 9) Comparison of the effectiveness of the fuzzy input restriction technique

-cut은 0.8이며, 추출된 관계 계층 구조에서, 최하위 계층을 제외하고 실험한 결과이다.

퍼지 관계 논리곱을 이용하여 획득한 관계 계층 구조로부터, 자동 정리 증명기에 입력된 절들의 결론 도출에 이용될 가능성의 우선 순위를 구하며, 그 가능성이 가장 낮은 절들을 추론에의 참여를 제한하므로써, 결론의 도달까지 소요되는 추론의 단계수, 계산 시간 및 공간의 소모를 줄인다. 제안한 퍼지 입력 제한 기법은 퍼지 가중치 전략[17]과 더불어 적용하므로써 더욱 효율적인 결과를 보인다.

그러나, α -cut의 선택에 따라 출력되는 퍼지 행렬, 그리고 관계 계층 구조의 모양이 달라지며, 또한 선택되는 퍼지 조건 연산자의 종류에 따라서도 그 형태가 달라진다. 주어진 상황에서 가장 적합한 α -cut 및 퍼지 조건 연산자를 선택하는 것이 앞으로의 연구 과제이다. 또한, 주어진 입력절로부터의 퍼지 입력 행렬의 구성, 그리고 퍼지 관계 계층 구조 추출의 자동화 구현이 남겨진 과제이다.

참 고 문 헌

- [1] Wos, L., Overbeek R. Lusk E. and Boyle, J. *Automated Reasoning: Introduction and Applications*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.
- [2] Chang, C., and Lee, R.C. *Symbolic Logic and Mechanical theorem proving*. Academic Press, NY, 1973.
- [3] Wos, L., Carson, D., Robinson, G. Efficiency and Completeness of the set-of-support strategy in theorem proving, *In Journal of Assoc. for Comput. Mach.*, 12, pages 536-541, 1965.
- [4] McCharen, J., Overbeek R. and Wos, L. Complexity and related enhancements for automated theorem proving programs. *In Computers and Mathematics with Applications 2*, pages 1-16, 1976.
- [5] McCune, W.W. OTTER 2.0 Users Guide *In Technical Report ANL-90/9*, Argonne National Laboratory, Argonne, IL. March 1990.
- [6] Bandler, W. and Kohout, L.J. Fuzzy relational products as a tool for analysis and synthesis of the behaviour of complex natural and artificial system. In: Wang P P, Chang S K (eds.) *Fuzzy Sets: Theory and Applications to Policy Analysis and Information Systems*. Plenum, New York, pp. 341-67.
- [7] Bandler, W. and Kohout, L.J. Semantics of implication operators and fuzzy relational products *Int. J. Man-Machine Studies*, 12, 89-116, 1980.
- [8] Kohout, L.J., Keravnou E. and Bandler, W. Automatic documentary information retrieval by means of fuzzy relational products. In Gaines, B.R., Zadeh L.A. and Zimmermann, H.-J., editors, *Fuzzy Sets in Decision Analysis*, pages 308-404, North-Holland, Amsterdam, 1984.
- [9] Bandler, W. and Kohout, L.J. Hierachies in symptoms and patients through computation of fuzzy triangle products and closures. n Parslow, editor, *BST'81 Information technology for the eighties*, Heyden & Son TD., 1981.
- [10] Bandler, W. and Kohout, L.J. Special properties, closures and interiors of crisp and fuzzy relations. *In Fuzzy Sets and Systems*, pages 26(3):317-332, June 1988.
- [11] Bledsoe, W.W. Non-resolution theorem proving. *In Artificial Intelligence*, 9, No.1, pages 1-35, 1977.
- [12] Bledsoe, W.W. Using examples to generate instantiations for set variables. *In Proc. Intern. Joint Conf. Artifi. Intell.*, 1983.
- [13] Lusk, E. L., and Overbeek, R. *The Automated Reasoning System ITP*. Argonne National Laboratory, Argonne, IL, 1984.
- [14] Kohout, L.J. and Kim, Yong-Gi. Generating control strategies for resolution-based theorem provers by means of fuzzy relational products and relational closures. In B. Lowen and M. Roubens, editors, *Fuzzy Logic: State of the Art*. Kluwer Academic, Boston and Dordrecht, 1993.
- [15] Kim, Yong-Gi and Kohout, L.J. Use of Fuzzy Relational Products and Algorithms for generating Control strategies in resolution based Automated Reasoning, *Proceedings of the fourth Inter-*

national Fuzzy System Association (IFSA) world congress, (Brussels, Belgium), July 7-12, 1991.

- [16] Kim, Yong-Gi and Kohout, L.J. An Improvement of Weighting Strategy in Resolution Based Automated Reasoning, *Proceeding of the sixth International Symposium on Methodologies for Intelligent Systems (ISMIS'91)* Published by Oak Ridge National Laboratory (12 pages), Charlotte, NC, October 16-19, 1991.
- [17] 김용기. 퍼지기법을 이용한 자동화된 추론의 가중치 부여기법 개선. 정보과학회논문지, 제21권 제10호, page 1947-1957, 1994.
- [18] Genesereth, M., and Nilsson N. *Logical Foundations of Artificial intelligence*, Morgan Kaufmann Publisher, Inc., Los Altos, CA, 1987.
- [19] Bandler, W. and Kohout, L.J. Fuzzy power sets and fuzzy implication operators. In Wang, P.P. and Chang, S.K., editors, *Fuzzy sets and systems*, pages 13-30, plenum press, New York and London, 1980(4).



김 용 기

1978년 서울대학교 공과대학 졸업 공학사
 1985년 University of Montana 전산학석사
 1992년 Florida State University 전산학박사
 1982년~1984년 KIST 시스템공학연구소 연구원

1992년~현재 경상대학교 컴퓨터과학과 부교수
 관심분야: 인공지능, 전문가시스템, 퍼지시스템, 자동화추론



백 병 기

1993년 경상대학교 컴퓨터과학과 졸업 이학사
 1995년 경상대학교 대학원 컴퓨터과학과 공학석사
 1995년~현재 대우항공우주연구소 연구원

관심분야: 인공지능, 퍼지시스템, 전문가시스템, 자동화추론



강 성 수

1981년 홍익대학교 전자계산학과 졸업 이학사
 1987년 부산대학교 대학원 전자계산학과 공학석사
 1997년 경상대학교 대학원 컴퓨터과학과 박사과정 수료
 1983년~1984년 공무원연금관리공단 전산실 근무

1988년~현재 진주산업대학교 전자계산학과 조교수
 관심분야: 인공지능, 퍼지전문가시스템