

단일광자방출 전산화 단층촬영영상에서 재구성 필터의 최적설계에 관한 연구

김정희*·김광익**

= Abstract =

A Study on the Optimal Design for the Reconstruction Filter in Single Photon Emission Computed Tomography (SPECT)

Jung-Hee Kim*, Kwang-Ik Kim**

This paper presents an optimal design for the SPECT reconstruction filter, based on a physical limit of SPECT lesion detection capability. To increase the performance of the filter on lesion detectability, the filter design was focused on increasing the local S/N ratio of a threshold lesion, that was determined by minimum detectable lesion size (MDLS) from SPECT lesion detectability contrast-detail curve. The proposed filter showed flexible window characteristics of resolution recovery and noise smoothing for MDLSs in the resolution-limited and photon-limited regions, respectively, compensating for the relative impacts of the main limitation factors on threshold detectability. The simulated results showed good adaptability of the proposed filter to the changes in physical parameters of photon counts, object contrast, and detector system resolution.

Key words : SPECT reconstruction filter, Lesion detectability, Local S/N ratio, MDLS

서 론

단일광자방출 전산화 단층촬영법(Single Photon Emission Computed Tomography; SPECT)은 인체에 주입된 방사성동위원소(radioisotope) 또는 방사성동위원소로 표지된 방사성의약품(radiopharmaceuticals)이 일정기간동안 붕괴할때 방출하는 감마선을 방사선원으로 하여 고유한 의학영상으로 표현해 냄으로써, 질병의 비관혈적 조기 관찰과 평가를 가능케 한다. 영상기기 및 기술의 발전과 더불어 SPECT의 진단 유용성이 날로 증가한다 할지라도, 현 시점에서 SPECT 기술로부터 제공받을 수 있는 영상의 질은 여전히 제한되고 있는 실정이다. SPECT 장치는 감마카메라로 촬영된 일련의 스캔상을 재조합, 재구성하여 횡단면 단층상을 생성하는데, 이 때 스캔상을 획득

하는 과정에서 여러 물리적 요소들이 개입되어 스캔상의 왜곡을 가져오기 때문이다. 주요 변질요소들로는 체내 광자 감쇠(photon attenuation), 산란된 광자 영향력(scattered photon contribution), 검출기(detector)의 고유 해상도(intrinsic resolution), 조준기(collimator)의 낮은 민감도(sensitivity), 투여 방사성의약품의 제한된 양 및 일정 방사성 분포 획득을 방해하는 환자 움직임 등을 들 수 있다.

정확한 진단을 위한 우수한 영상을 제공하기 위하여 많은 연구가 이들 물리적 변질요소들에 대한 상쇄문제에 집중되어 왔다. 그 한 방향은 반복적인 방법(iterative method)인데, 물리적 요소들의 통합된 효과에 대해 상쇄하고 좋은 영상을 제공하지만, 부담스런 영상처리 시간때문에 실제의 이용에 있어서는 취약점을 나타내고 있다.

*포항공과대학교 정보통신연구소

*POSTECH Information Research Laboratory, Pohang University of Science and Technology

**포항공과대학교 수학과

**Department of Mathematics, Pohang University of Science and Technology

본 연구는 1996년도 교육부 지원 기초과학연구과제비(BSRI-96-1430)에 의해 이루어졌음.

통신저자 : 김정희, (790-784) 경북 포항시 효자동 산 31 번지, Tel. (0562)279-2712, Fax. (0562)279-2799

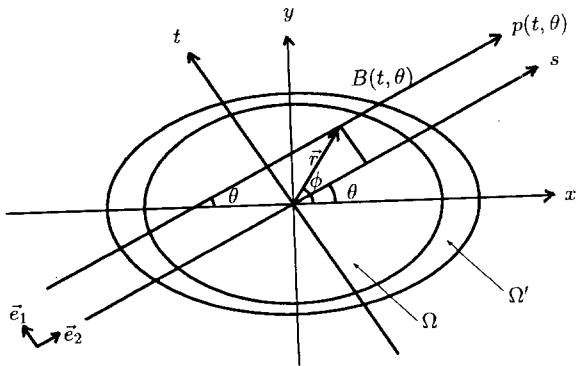


그림 1. 재구성 평면
Fig. 1. Reconstruction plane

또 다른 방향은, SPECT 영상 재구성 모델의 수학적 해에 근거한 분석적인 방법(analytical method)으로써, 여과후역투사 방법(filtered back-projection method; FBP 방법)이 그 대표적인 방법이다. FBP 방법은 빠른 영상처리 속도에서 강점을 보이면서, 필터의 최적설계라는 분야로 많은 연구자들의 관심을 모으고 있다.

이제까지의 SPECT 재구성 필터는, 역라돈 문제의 해에 근거한 Ramp 필터에 기존의 저역통과 윈도우 함수를 조합하여 구성한 노이즈 억제 필터[1,2]와, 원래 스캔상과의 최소 MSE(mean square error)를 이룰 수 있도록 복원 관점에서 설계된 해상도 복원 필터[3-5]의 두 타입 중 하나로 제안되어 왔다. 본 연구에서는, SPECT을 이용한 진단들이 주로 이상조직의 검출여부로 이루어 진다는 관점에서, 최소 이상조직 검출능에 대해 최적화시키도록 재구성 필터를 설계하였다. 필터 설계시, 우리는 최소 검출가능 이상조직 크기(minimum detectable lesion size; MDLS)를 한 물리적 모델에 근거한 SPECT 이상조직 검출능 곡선으로부터 예측하고, 이에 해당되는 이상조직의 국소 신호대 잡음비(local signal/noise ratio; 로컬 S/N 비)를 증가시키는 방향으로 필터함수 구성과 필터 매개 변수의 값을 결정하였다. 제안된 필터는 측정된 MDLS와 주어진 검출 시스템 해상도의 상대적 크기에 따라, 노이즈 억제 필터와 해상도 복원 필터 사이에서 융통성 있는 윈도우 특성을 보였다. 특히, 기존의 필터함수들이 앞서 언급한 물리적 변질요소들의 효과 중 하나나 둘 정도만을 포함시킨 데에 반하여, 본 필터의 필터함수는 광자감쇠효과, 카메라 해상도와 분산된 광자의 영향력을 포함시킨 검출 시스템 해상도의 변질효과, 그리고 제한된 광자수와 측정오차 등을 포함시킨 노이즈효과들을 수학적으로 기술한 SPECT 영상 재구성 모델로부터 역라돈문제와 디컨벌루션문제를 해결해 감으로써 유도해내었다. 시뮬레이션 스터디가 수행된 결과, 제안된 필터는 최소 이상조직 검

출시 우세제한요인(dominant limitation factor)의 상쇄방향으로 빠른 적응특성을 보였으며, 이에 따라 광자수가 낮은 경우나 물체 대조도(contrast)가 낮은 나쁜 조건에서 상당히 좋은 재구성 영상을 제공하였다.

필터 설계

1. 설계 기본 방향

FBP 방법을 이용한 SPECT 영상 재구성 알고리즘의 성능을 이상조직 검출능 관점에서 최적화시키기 위해서, 본 필터 설계는 다음 3가지 실제적 상황을 반영시켰다.

- FBP 방법을 이용한 SPECT 영상 재구성 시, 주어진 물리적 조건에 따라 해상도와 노이즈 제한효과가 불가피하므로, 재구성 영상에서의 검출 가능 이상조직의 크기나 대조도에는 물리적 한계가 있다.

- 이미 충분히 높은 검출 신뢰도(detection reliability)를 갖고 있는 이상조직에 대하여, 그 검출능을 향상시키는 것은 별 의미가 없다.

- 이상 관찰자(ideal observer)를 가정한다면, 재구성 영상에서의 한 이상조직의 검출능은 그 로컬 S/N 비 척도로 나타낼 수 있다.

따라서 본 필터 설계는, 주어진 물리적 조건하에서 예측되는 검출가능 한계의 이상조직에 대하여 재구성 영상에서의 로컬 S/N 비를 최대화시키도록 시도되었다.

2. 이론적 필터 함수 유도

SPECT 영상 재구성 문제를 수학적으로 기술하자면, 주어진 투사함수 p 로부터 체내 방사성 분포 f 를 구하려는 다음의 역문제와 일치한다.

$$p(t, \theta) = \int \int f(t', s, \theta) h_{oa}(t-t', s) dt' \cdot e^{-\int_s^{B(t, \theta)} \mu(t, s', \theta) ds'} ds \quad (1)$$

여기서, (t, s, θ) 는 각 θ 를 가지고 회전된 좌표이고, f 는 체내 방사성 분포로써 물체 정의영역 Ω 내에서 연속이고 그 밖에서는 0로 가정된다. h_{oa} 는 검출 시스템 점확산함수(point spread function; PSF)로써, 검출 시스템까지의 거리의 함수이다. 또한, μ 는 흡수매체 Ω' 에서의 광자감쇠 분포이고, B 는 회전된 t 축으로부터 흡수매체 Ω' 의 경계선까지의 최단길이이다(그림 1).

물체의 크기가 검출 시스템까지의 거리에 비해 충분히 작을 경우, 광자감쇠분포와 검출 시스템 PSF의 위치 불변성(spatial invariance)이 가정된다. 그러므로 투사함수 p 는

$$p(t, \theta) = \int \left\{ \int f(t', s, \theta) h_{\sigma_d}(t-t', s) dt' \right. \\ \left. \cdot e^{i\mu s - \mu B(t, \theta)} ds \right\} \quad (2)$$

로 단순화되고, 양변에 $\exp\{\mu B(t, \theta)\}$ 를 곱해 줌으로써, 다음과 같이 물체모양에 대해 비의존적인 투사함수 g 를 얻는다.

$$g(t, \theta) = \int \left\{ \int f(t', s, \theta) e^{i\mu s} ds \right\} \cdot h_{\sigma_d}(t-t') dt' \quad (3)$$

FBP 방법에 의해, 주어진 투사함수 g 를 어떤 특정 필터 함수 \tilde{C} 로 여과후 역투사시킨다면, 식 (3)의 해 f 와 \tilde{C} 필터 처리된 근사해 \tilde{f} 의 다음 관계를 찾을 수 있다.

$$\tilde{f}(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F^{-1}[\tilde{g} \cdot \tilde{C}](\vec{r} \cdot \vec{e}_1) e^{-i\mu \vec{r} \cdot \vec{e}_2} d\theta \quad (4)$$

$$= \int \int_{R^2} f(\vec{r}') \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F^{-1}[\tilde{C} \cdot \tilde{h}_{\sigma_d}](\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{e}_1 \right. \\ \left. \cdot e^{-i\mu(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{e}_2} d\theta \right\} d\vec{r}' \quad (5)$$

$$= \int \int_{R^2} f(\vec{r}') h_{\sigma_s}(\vec{r} - \vec{r}') d\vec{r}' \quad (6)$$

여기서, $\vec{r} = (r \cos \phi, r \sin \phi)$, $\vec{e}_1 = (-\sin \theta, \cos \theta)$, $\vec{e}_2 = (\cos \theta, \sin \theta)$, $\tilde{g} = F[g]$, $\tilde{h}_{\sigma_d} = F[h_{\sigma_d}]$ 이며, $F[\cdot]$ 와 $F^{-1}[\cdot]$ 는 각각 후리에 변환, 역 후리에 변환이다.

식 (5)와 (6)로부터 SPECT 시스템 PSF h_{σ_s} 와 필터함수 \tilde{C} 의 관계가

$$h_{\sigma_s}(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F^{-1}[\tilde{C} \cdot \tilde{h}_{\sigma_d}](\vec{r} \cdot \vec{e}_1) \cdot e^{-i\mu \vec{r} \cdot \vec{e}_2} d\theta \quad (7)$$

로 유도되는데, 이때 SPECT 시스템 PSF의 위치 불변성과 필터함수의 대칭성을 가정한다면 h_{σ_s} 는

$$h_{\sigma_s}(r) = \frac{2}{\pi} \int_0^r F^{-1}[\tilde{C} \cdot \tilde{h}_{\sigma_d}](t) \cdot \frac{\cosh(\mu \sqrt{r^2 - t^2})}{\sqrt{r^2 - t^2}} dt \quad (8)$$

로 되며, Gaussian PSF 가정으로부터 필터함수 \tilde{C} 는 다음과 같이 SPECT 시스템 해상도 σ_s 의 GAUSS 필터 $\tilde{C}_{\mu, \sigma_s}$ [6]와 검출 시스템 MTF \tilde{h}_{σ_d} 의 역의 곱으로 유도된다.

$$\tilde{C}(\xi) = \tilde{C}_{\mu, \sigma_s}(\xi) \cdot [\tilde{h}_{\sigma_d}(\xi)]^{-1} \quad (9)$$

$$\approx |\xi| \exp(-2\pi^2(\sigma_s^2 - \sigma_d^2)(\xi^2 - (\mu/2\pi)^2)) \\ \cdot \text{Heavi}(|\xi| - \mu/(2\pi)) \quad (10)$$

여기서 $\text{Heavi}(\cdot)$ 는 Heaviside함수이다. 특히, 유도된 필터함수 \tilde{C} 는 광자감쇠계수 μ 에 대한 상쇄효과, 검출 시스

템 해상도 σ_d 제한에 대한 상쇄효과, 그리고 σ_s 매개변수의 결정에 의한 광자수, 샘플링 오차, 측정오차 등에 대한 상쇄효과를 포함하고 있으므로, 이하 \tilde{C} 를 $\tilde{C}_{\mu, \sigma_s, \sigma_d}$ 로 지칭할 것이다.

3. 최적 필터 설계

이상 조직 검출능의 물리적 한계 측정

본 필터설계에서는 SPECT의 이상조직 검출능 한계를 측정하기 위하여, C. B. Lim의 물리적 모델[7,8]이 근거 되었다. 이 모델에서, 어느 이상조직이 검출가능하려면, 재구성 영상에서의 그 이상조직의 대조도가 rms(root mean square) 노이즈 수준보다 적어도 k 배 이상이 되어야 한다.

$$co \cdot \frac{CR(\frac{d}{FWHM_s})}{1 + \langle fs \rangle} > k \cdot \frac{b \cdot (\frac{2D}{d})^{\frac{3}{2}} \cdot n(r)}{\sqrt{N_T}} \quad (11)$$

여기서, co 는 이상조직의 물체 대조도, d 는 이상조직의 크기, D 는 물체 전체의 크기, N_T 는 한 단층상에서 검출된 광자수, b 는 조정상수 (약 0.656), $\langle fs \rangle$ 는 평균 광자 산란률, $n(r)$ 은 물체 중심에서의 rms 노이즈 수준, $FWHM_s$ 는 전체반값두께(full width half maximum; FWHM) 단위로 측정된 SPECT 시스템 해상도이며, CR 은 주어진 해상도때문에 생기는 대조도 감소 요소(contrast reduction factor)이다. 또한, 문턱값 로컬 S/N 비(threshold local S/N ratio) k 값은

$$\begin{aligned} & \text{재구성 영상 중에서} \\ f_p(k, d) &= \text{크기 } d \text{인 이상조직과 } \times P(K \geq k) \times 100\% \\ & \text{같은 면적의 갯수} \end{aligned} \quad (12)$$

로 정의된 위양성률(false positive rate)이 일정수준 이하가 되는 선에서 결정된다 ($P(K \geq k)$ 는 문헌[8]의 표1 참조).

우리는 이상조직의 검출능 한계를 주어진 물리적 조건 하에서 검출가능한 최소 이상조직 크기(minimum detectable lesion size; MDLS)로 정의하였다. 그러므로 허용 위양성률(tolerable false positive rate) $f_\epsilon \approx 5 \sim 10\%$ 를 가지고, 다음 방법에 의해 MDLS를 측정한다.

$$k_i = \{k \mid f_p(k, d_i) = f_\epsilon\} \quad i=1, 2, 3 \dots \quad (13)$$

$$d_{i+1} = \text{Min} \left\{ d \mid co \cdot \frac{CR(\frac{d}{FWHM_d})}{1 + \langle fs \rangle} > k_i \cdot \frac{b \cdot (\frac{2D}{d})^{\frac{3}{2}} \cdot n(r)}{\sqrt{N_T}} \right\}$$

$$d_{i+1} \rightarrow \text{MDLS as } i \rightarrow \infty$$

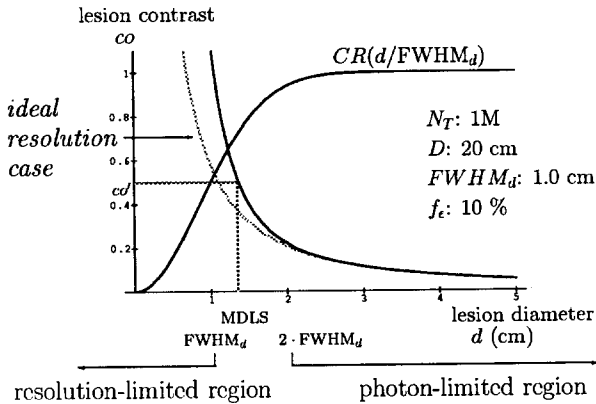


그림 2. 주어진 물리적 조건하에서 검출 시스템 해상도 제한효과를 포함시킨 경우 (검정)와 포함시키지 않은 경우 (회색)의 SPECT 이상조직 검출능 곡선

Fig. 2. SPECT lesion detectability contrast-detail curve corresponding to the finite resolution case(black: $FWHM_d=1.0\text{cm}$) and the ideal resolution case(grey: $FWHM_d=0\text{cm}$), under the given physical condition.

SPECT 시스템 해상도 $FWHM_s$ 는 검출 시스템 해상도 $FWHM_d$ 와 필터 사용에 의한 재구성 해상도 $FWHM_r$ 의 조합에 의해 $FWHM_s = \sqrt{FWHM_d^2 + FWHM_r^2}$ 의 관계를 갖는다. 본 MDLS 측정에서는 전처리 특성을 갖지 않는 Ramp 필터에 의한 FBP 재구성을 가정하고 있기 때문에 ($FWHM_r=0$) 시스템 해상도 $FWHM_d$ 만으로 CR 함수값이 계산되었다.

최적 SPECT 시스템 해상도 결정

그림 2는 식 (13)으로부터 얻어진 SPECT 이상조직 검출능 곡선이다. 검출 시스템 해상도 제한효과를 포함시킨 경우와 포함시키지 않은 경우에 해당되는 두 검출능 곡선의 비교로부터, 우리는 이상조직의 크기 d 가 검출 시스템 해상도 $FWHM_d$ 의 2배보다 커지게 되면 그 이상조직 검출시 해상도 제한 효과가 거의 나타나지 않음을 알 수 있다. 그러므로 측정된 MDLS가 주어진 해상도 $FWHM_d$ 보다 작은 경우(해상도 제한지역), MDLS 크기 이상조직의 검출은 해상도 요인과 광자수 요인 둘 다에 의해 제한받고 있지만, 해상도 제한효과가 주가 된다. MDLS가 커짐에 따라, 최소 이상조직 검출시 광자수의 제한효과는 커지는 반면 해상도에 의한 제한효과는 약해진다. MDLS가 주어진 해상도의 2배보다 크게 측정되는 경우(광자수 제한지역)에는 MDLS 근처 크기의 이상조직들의 검출시 해상도에 의한 제한효과는 거의 나타나지 않으며 광자수에 의해서만 제한된다.

우리는 최소 이상조직 검출시의 해상도 $FWHM_d$ 에 의한 제한효과를 고려하여, MDLS가 광자수 제한지역의 하한 경계에 일치하도록 최적 SPECT 시스템 해상도 매개

변수의 값을 결정하였다($\widehat{FWHM}_s = \frac{MDLS}{2}$). 이 결정으로부터, 이론적 필터함수 $\tilde{C}_{\mu, \hat{\sigma}_s, \sigma_d}$ 는 MDLS와 $FWHM_d$ 의 상대적 크기에 따라, MDLS가 해상도 제한 지역에 속하면 해상도 복원($\widehat{FWHM}_s < FWHM_d$), 광자수 제한 지역에 속하면 노이즈 억제($\widehat{FWHM}_s > FWHM_d$)의 윈도우 특성을 갖게 되었다.

주파수 커트 오프 설계

결정된 최적 SPECT 시스템 해상도 \widehat{FWHM}_s 을 가지고, 최소 이상조직 검출시 나타나는 광자수 제한효과를 조절하여 그 로컬 S/N 비를 최대화시키기 위한 필터 커

트오프 설계가 이론적 필터함수 $\tilde{C}_{\mu, \hat{\sigma}_s, \sigma_d} \left(\hat{\sigma}_s = \frac{\widehat{FWHM}_s}{2\sqrt{2\ln 2}} = \frac{MDLS}{4\sqrt{2\ln 2}} \right)$ 를 근거로 주파수 영역에서 수행될 수 있다.

필터함수 $\tilde{C}_{\mu, \hat{\sigma}_s, \sigma_d}$ 의 구성은 검출 시스템 고유해상도를 복원하기 위한 Inverse 필터 $[\tilde{h}_{\sigma_d}]^{-1}$ 와 최적 SPECT 시스템 해상도 $\hat{\sigma}_s$ 의 GAUSS 필터 $\tilde{C}_{\mu, \hat{\sigma}_s}$ 의 2개 필터 성분으로 나누어진다. 이때 GAUSS 필터 $\tilde{C}_{\mu, \hat{\sigma}_s}$ 는 주파수영역에서 하나의 롤오프점 $\frac{1}{2\pi\hat{\sigma}_s} (\approx \frac{0.75}{MDLS})$ 를 중심으로, 그 롤오프점까지는 MDLS에 따른 Ramp 필터 특성, 그 이후는 MDLS에 따른 노이즈 억제 특성을 보인다. 우리가 MDLS보다 큰 이상조직들에 대한 주파수 정보만을 유용한 정보로 받아들인다면, GAUSS 필터의 롤오프점은 MDLS에 따른 노이즈를 억제하기 위한 커트오프 지점과 일치한다.

커트오프점 $\frac{1}{2\pi\hat{\sigma}_s}$ 을 중심으로 하는 대역위에서 우리는 3가지 기본적인 문제를 고려하였다. 즉, 통과대역 주파수 (passband frequency) 까지의 검출 시스템 해상도에 대한 복원, 저지대역 주파수 (stopband frequency) 이후는 Inverse 필터 $[\tilde{h}_{\sigma_d}]^{-1}$ 의 노이즈 확대효과에 대한 충분한 억제, 그리고 전이대역(transition band) 위에서의 완만한 변환이 이루어 지도록 설계되었다. 이전 실험결과로부터, 본 필터의 주파수 커트오프 문제는 MDLS/ $FWHM_d$ 의 비에 따라 그 성질을 달리함이 발견되었다[9]. MDLS가 $FWHM_d$ 의 해상도 제한지역에 속하는 경우, MDLS가 작아질수록 커트오프점이 보다 고주파수 지역에 위치하게 되므로, 설계초점은 저지대역 주파수 이후의 노이즈 억제 문제와 전이대역에서의 완만한 변환에 맞춰져야 한다. 반면, MDLS가 충분히 큰 경우에는 이론적 필터 $\tilde{C}_{\mu, \hat{\sigma}_s, \sigma_d}$ 에 의해 이미 충분한 노이즈 억제가 이루어지고 있으므로, 커트오프 설계 초점은 재구성 영상에서의 MDLS 이상조직의 영상 대조도가 더 이상 제한을 받지 않도록 되어야 한다.

필터의 주파수 커트오프 설계가 Butterworth 필터를 이용하여 다음과 같이 수행되었다(그림 3).

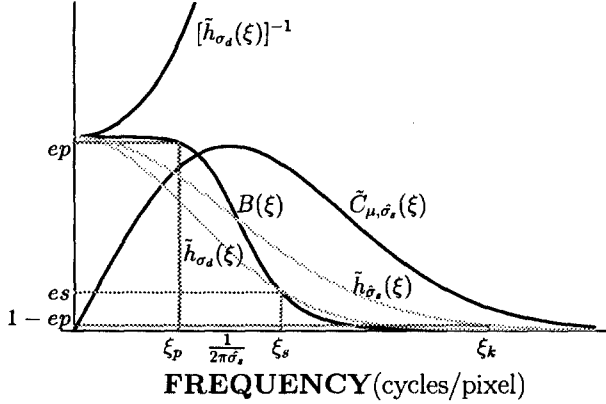


그림 3. 필터의 주파수 커트오프 설계
Fig. 3. Designed frequency cut-off of $\tilde{C}_{proposed}$ filter

$$B(\xi) = \frac{1}{1 + (\xi/\xi_c)^{2n}}, \quad (14)$$

$$n = \frac{\log_{10}((ep^{-1}-1)/(es^{-1}-1))}{2\log_{10}(\xi_p/\xi_s)},$$

$$\xi_c = \xi_p/(ep^{-1}-1)^{\frac{1}{2n}},$$

$$\xi_p = \frac{1-\varepsilon}{2\pi\sigma_s} \quad ep = 1 - \tilde{h}_{\sigma_s}(\xi_p)$$

$$\xi_s = \frac{1+\varepsilon}{2\pi\sigma_s} \quad es = ep \cdot \tilde{h}_{\sigma_d}(\xi_s)$$

여기서, 커트오프의 모양을 결정하는 4개의 매개변수 ξ_p , ξ_s , ep , es 는 모두 $\varepsilon(0 < \varepsilon < 1)$ 의 함수이며, ε 값은

$$\varepsilon = \{\varepsilon \mid B(\xi_k) = \tilde{h}_{\sigma_s}(\xi_k), \xi_k = \text{Min}[\xi_p, 2 \cdot \xi_s]\}$$

(ξ_N 는 나이퀴스트 주파수(nyquist frequency))에 의해 결정된다. 이때 $MDLS \ll 2 \cdot FWHM_d(\sigma_s \ll \sigma_d)$ 가 되면, ε 값은 작아지고 $\tilde{h}_{\sigma_s}(\xi_k)$ 은 상대적으로 커지면서 ξ_s 이 후 고주파수 지역에 대한 충분한 억제와 동시에 완만한 변환이 가능케 된다. 반면 $MDLS$ 가 $FWHM_d$ 에 비해 충분히 커지면($\sigma_s \gg \sigma_d$), ε 값은 커지고 $\tilde{h}_{\sigma_s}(\xi_k)$ 는 거의 0으로 접근하면서 $ep \rightarrow 1.0$, $es \rightarrow ep$ 가 되어, ξ_c 매개변수 값이 커트오프점보다 훨씬 커지면서 커트오프 영향력이 없어지게 된다.

4. 필터 특성

본 설계에 의한 필터함수 $\tilde{C}_{proposed}$ 의 구성은 다음과 같다.

$$\tilde{C}_{proposed}(\xi) = \tilde{C}_{\mu, \hat{\sigma}_s, \sigma_d}(\xi) \cdot B(\xi) \quad (15)$$

$$= \tilde{C}_{\mu, \hat{\sigma}_s}(\xi) \cdot [\tilde{h}_{\sigma_d}]^{-1}(\xi) \cdot B(\xi) \quad (16)$$

$$= \pi \mid \xi \mid \exp(-2\pi^2(\hat{\sigma}_s^2 - \sigma_d^2)(\xi^2 - (\frac{\mu}{2\pi})^2))$$

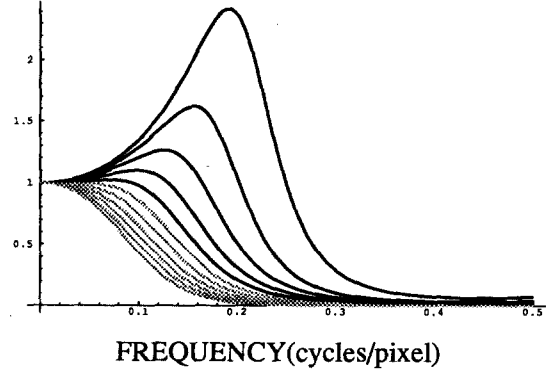


그림 4. 1.0-cm FWHM 검출 시스템 해상도에 대하여, 위로부터 1.0, 1.2, ..., 3.0cm 순으로 MDLS 크기를 변화시켰을 때의 $\tilde{C}_{proposed}$ 필터의 윈도우 특성
Fig. 4. Window characteristics of $\tilde{C}_{proposed}$ filter with changes in MDLS of 1.0, 1.2, ..., 3.0cm from highest to lowest, for detector system resolution of 1.0-cm FWHM.

$$\cdot \text{Heavi}(|\xi| - \frac{\mu}{2\pi}) \cdot B(\xi) \quad (17)$$

여기서 $\hat{\sigma}_s = \frac{FWHM_s}{2\sqrt{2\ln 2}} = \frac{MDLS}{4\sqrt{2\ln 2}}$ 이며, MDLS와 $B(\xi)$ 는 각각 식 (13)과 (14)로부터 결정된다.

그림 4는, 1.0-cm FWHM의 검출 시스템 해상도에 대하여 MDLS 크기를 변화시키면서 $\tilde{C}_{proposed}$ 필터의 윈도우 특성을 보여주고 있다. 이제까지의 SPECT 재구성 필터는, 역라돈 문제의 해에 근거한 Ramp 필터에 기존의 저역통과 윈도우 함수를 조합하여 구성된 노이즈 억제 필터와, 원래 스캔상과의 최소 MSE를 이룰 수 있도록 복원 관점에서 설계된 해상도 복원 필터의 두 타입 중 하나로 제안되어 왔다. 그러나 $\tilde{C}_{proposed}$ 필터는 측정된 MDLS와 검출 시스템 해상도 $FWHM_d$ 의 상대적 크기에 따라 노이즈 억제 필터와 해상도 복원 필터 사이에서 융통성있는 윈도우 특성을 보이고 있다. MDLS가 시스템 해상도의 2 배보다 작은 경우($MDLS < 2 \cdot FWHM_d$)에는 최소 이상조직의 검출시 해상도와 광자수에 의한 제한효과가 함께 나타나게 되므로, $\tilde{C}_{proposed}$ 필터는 해상도 복원 특성을 보여서 어느 룰오프지점까지는 시스템 해상도에 대한 복원을, 그 이후는 노이즈 억제 효과를 나타내고 있다. 반면, MDLS가 광자수 제한 지역에 속하면($MDLS > 2 \cdot FWHM_d$), 이 필터는 단순히 저역통과 필터 특성만을 보여주게 되는데, 이는 최소 이상조직의 검출시 해상도에 의한 제한효과가 거의 없다는 사실을 반영하고 있다. $\tilde{C}_{proposed}$ 필터의 이러한 윈도우 특성은, MDLS가 시스템 해상도의 2배로부터 커지거나 작아질수록 우세제한요인에 대하여 보다 강한 상쇄 경향을 보인다.

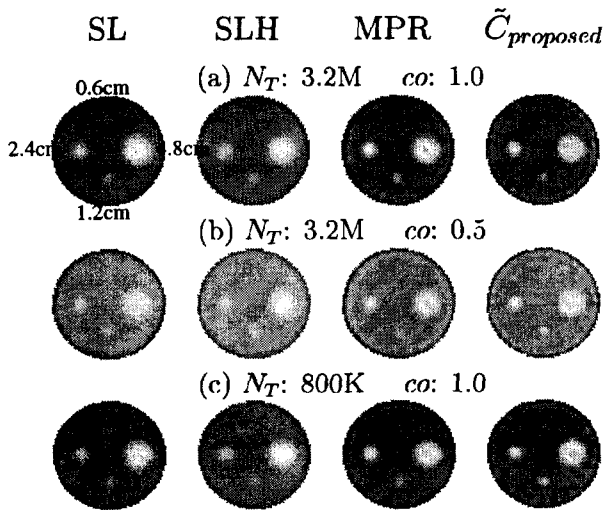


그림 5. 높은 광자수와 높은 물체 대조도 경우에 대한 SL, SLH, MPR, \tilde{C} 필터의 영상 재구성 결과
 Fig. 5. Reconstructions of test-phantom by the SL, SLH, MPR, and \tilde{C} filters, for high-count and high-contrast cases

실험 및 결과

제안된 필터의 성능을 기존의 다른 필터들과 비교하기 위하여 시뮬레이션 스타디가 수행되었다. 지름 0.6, 1.2, 2.4, 4.8cm의 4개의 이상조직을 포함하고 있는, 지름 20cm 테스트 모형(test phantom) 이 50K~3.2M($1M = 10^6$) 범위 광자수와 0.125~1.0 범위 물체 대조도의 함수로 컴퓨터에서 생성되었다. $0 \sim 0.25 \text{ cm}^{-1}$ 의 광자 감쇠계수 범위에서 모형의 투사영상이 만들어지고, $0.4 \sim 1.4 \text{ cm}$ FWHM 해상도 범위에서 가우시안 검출 시스템 PSF과 컨벌루션된 후, 광자수에 의존되는 포아송 노이즈(Poisson noise)가 더해지면서, 실제에 가까운 2차원 투사 영상을 시뮬레이트시켰다. 3° 간격으로, 0.3cm의 빈(bin) 간격을 가지고 각 128개의 투사영상 샘플들이 만들어졌다. 각 물리적 제한 요소 들의 실험 범위는 문헌 [10]에 근거하였다.

사용된 재구성 알고리즘은 기존의 FBP방법이고, 역투사과정에서 EWB(exponential weighted backprojection)이 사용되었다. 비교된 필터로는 SL 필터(Shepp-Logan filter), SLH 필터(Hann Windowed Shepp-Logan filter), 그리고 MPR 필터(Metz Preprocessed Ramp filter)이다. 각 필터성능을 비교하기 위한 척도로는 재구성 영상에서의 각 이상조직의 로컬 S/N 비와 영상 대조도, 그리고 rms 노이즈 측정치가 사용되었다.

그림 5와 그림 6은 광자수와 물체 대조도 변화에 따른 필터들의 SPECT 영상 재구성 결과를 보여주고 있다. 검출 시스템 해상도는 1.4-cm FWHM에서, 광자감쇠계수

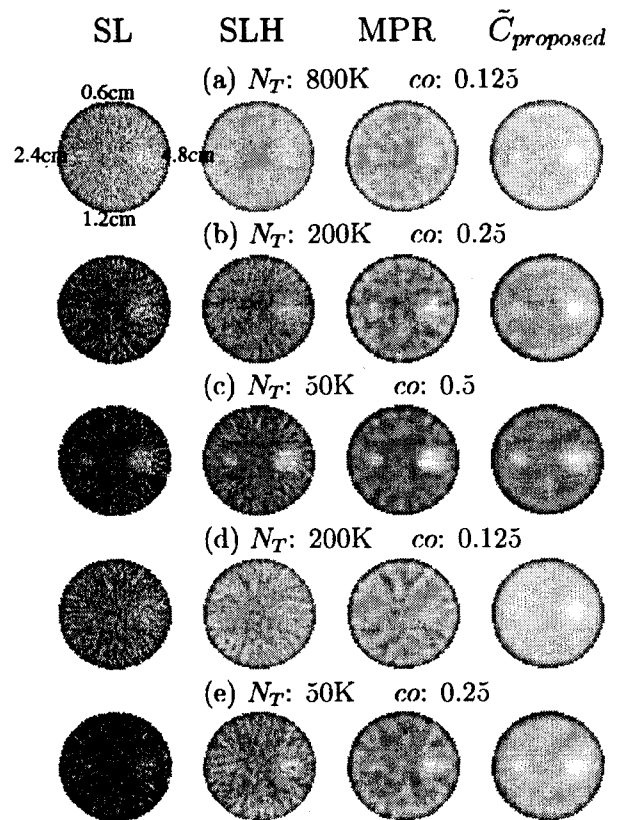


그림 6. 낮은 광자수나 낮은 물체 대조도 경우에 대한 SL, SLH, MPR, \tilde{C} 필터의 영상 재구성 결과
 Fig. 6. Reconstructions of test-phantom by the SL, SLH, MPR, and \tilde{C} filters, for low-count or low-contrast cases

μ 는 0.15 cm^{-1} 에서 실험된 결과이다. 이 분석에서는, 재구성된 SPECT 영상에서의 최소 이상조직의 검출능 비교가 관점이므로, 각 표들은 MDLS 크기 근처에서 결정된 이상조직(a lesion of interest; 관심 이상조직)에 초점을 맞추어, 그 이상조직의 재구성 영상에서의 로컬 S/N 비와 영상 대조도, rms 노이즈 측정치들을 제공하고 있다.

그림 5와 표 1은 높은 광자수와 높은 물체 대조도 경우에 대한 필터들의 영상 재구성 결과를 보여주고 있다. 이때, 측정된 MDLS들은 주어진 시스템 해상도에 비해 작은 크기들이므로, MDLS 근처 크기인 1.2-cm 크기 이상조직들의 검출이 주로 해상도에 의해 제한된다. 표 1은 해상도 복원 특성을 보이고 있는 MPR 필터와 \tilde{C} 필터에 의한 관심 이상조직의 로컬 S/N 비 측정치들이 SL 필터나 SLH 필터의 결과보다 상당히 향상되었음을 보여준다. 이는 1.2-cm 이상조직의 영상 대조도 향상때문인데, 이러한 현상은 MPR 필터보다는 \tilde{C} 필터에서 두드러진다. \tilde{C} 필터는 MPR 필터에 비해 비슷하거나 다소 높은 % rms 노이즈 측정치를 나타내었지만, 영상 대조도에 있어서는 훨씬 큰 복원효과를 보였다. 즉, 이

표 1. 높은 광자수와 높은 물체 대조도 경우에 대한 SL, SLH, MPR, $\tilde{C}_{proposed}$ 필터의 최소 이상조직 검출능 비교

Table 1. Performance comparison of SL, SLH, MPR, $\tilde{C}_{proposed}$ filters on threshold lesion detectability, for high-count and high-contrast cases

광자수	물체 대조도	MDLS (cm)	관심이상 조직크기	로컬 S/N 비 측정치				영상 대조도 측정치				% rms 노이즈 측정치			
				SL	SLH	MPR	$\tilde{C}_{proposed}$	SL	SLH	MPR	$\tilde{C}_{proposed}$	SL	SLH	MPR	$\tilde{C}_{proposed}$
3.2M	1.0	1.03	1.2cm	5.40	5.45	7.21	7.90	0.28	0.20	0.40	0.59	5.11	3.67	5.57	7.50
3.2M	0.5	1.28	1.2cm	3.50	3.71	4.58	7.82	0.14	0.10	0.20	0.35	4.01	2.63	4.31	4.52
800K	1.0	1.28	1.2cm	3.78	4.91	6.95	8.63	0.30	0.21	0.40	0.51	7.97	4.33	5.70	5.96

표 2. 낮은 광자수나 낮은 물체 대조도 경우에 대한 SL, SLH, MPR, $\tilde{C}_{proposed}$ 필터의 최소 이상조직 검출능 비교

Table 2. Performance comparison of SL, SLH, MPR, $\tilde{C}_{proposed}$ filters on threshold lesion detectability, for low-count or low-contrast cases

광자수	물체 대조도	MDLS (cm)	관심이상 조직크기	로컬 S/N 비 측정치				영상 대조도 측정치				% rms 노이즈 측정치			
				SL	SLH	MPR	$\tilde{C}_{proposed}$	SL	SLH	MPR	$\tilde{C}_{proposed}$	SL	SLH	MPR	$\tilde{C}_{proposed}$
800K	0.125	2.81	2.4cm	1.02	1.40	1.77	4.17	0.07	0.05	0.08	0.06	7.05	3.32	4.25	1.48
200K	0.25	2.81	2.4cm	0.95	1.67	2.50	4.86	0.13	0.10	0.14	0.12	13.87	5.78	5.64	2.52
50K	0.5	2.81	2.4cm	1.25	2.40	4.84	5.48	0.29	0.22	0.30	0.26	23.04	8.98	6.25	4.80
200K	0.125	4.17	4.8cm	0.66	1.11	1.29	4.99	0.08	0.06	0.08	0.09	12.94	5.58	5.84	1.79
50K	0.25	4.17	4.8cm	0.90	1.72	3.11	5.13	0.19	0.14	0.19	0.16	21.00	8.28	6.12	3.12

필터는 최소 검출가능 이상조직의 검출시 위세제한요인의 상쇄효과가 다소 떨어지더라도 위세제한요인에 대한 강한 상쇄성능을 보였다. 이에 따라 광자수 3.2M와 물체 대조도 1.0의 경우에서, MPR 필터는 SL 필터와 거의 같은 rms 노이즈 수준을 유지하면서 1.2-cm 관심 이상조직의 영상 대조도 증가에 의해서 그 로컬 S/N 비의 향상을 보이고 있는 반면, $\tilde{C}_{proposed}$ 필터 경우는 rms 노이즈 측정치가 SL 필터보다 상당히 증가되기는 했지만, MPR 필터보다 훨씬 큰 영상 대조도 향상에 의해 1.2-cm 이상조직의 로컬 S/N 비를 향상시키고 있다.

그림 6과 표 2은 낮은 광자수나 낮은 물체 대조도 경우에 대한 필터들의 재구성 결과를 보여 주고 있다. 이들 경우에는 MDLS들이 주어진 해상도보다 상대적으로 매우 커져서 관심 이상조직 검출시 노이즈 억제 효과 특성이 강하게 요구된다. MPR 필터와 $\tilde{C}_{proposed}$ 필터 결과 모두에서, 관심 이상조직들의 영상 대조도 향상은 약해지면서, 노이즈 억제 효과는 훨씬 빠르게 증가되고 있다. MPR 필터는 SL 필터와 거의 같거나 약간 증가된 영상 대조도 수준을 지키면서 향상된 노이즈 억제 성능을 보였지만, 노이즈 억제 효과가 물체 대조도 감소에 따라 그다지 변화를 보이지 않아서 0.125 대조도 경우에는 SLH 필터 수준의 로컬 S/N 비 향상만을 가져왔다. $\tilde{C}_{proposed}$ 필터의 노이즈 측정치는 광자수가 낮아지거나 물체 대조도가 낮아짐에 따라 빠르게 낮아지는 결과를 보였다. 관심 이상조직의 영상 대조도는 SL 필터 측정치보다 오히려 약간 감소하기도 했지만, 훨씬 강해진 노이즈 억제 효과로부터 로컬 S/N 비를 증가시키고 있다. 특히, $\tilde{C}_{proposed}$ 필

터 결과에서는, 물체대조도가 낮아지면서 노이즈 억제효과가 크게 강해져서 2.4-cm나 4.8-cm 관심 이상조직의 로컬 S/N 비를 크게 향상시키고 있다.

결 론

본 연구에서는 SPECT의 이상조직 검출능을 측정하는 한 물리적 모델을 근거로, 최소 검출가능 이상조직의 검출능에 대하여 최적화시킨 재구성 필터의 설계를 제안하였다. 실험결과는 광자수, 물체 대조도, 검출 시스템 해상도 변화에 대하여 제안된 필터의 좋은 적응성을 보여 주었다. 이 필터는 이들 물리적 조건 변화에 대해 최소 이상조직 검출시 위세제한요인의 상쇄방향으로 빠르게 적응하였다. 따라서, 측정된 최소 검출가능 이상조직 크기 MDLS와 주어진 검출 시스템 고유해상도의 상대적 크기에 따라, MDLS가 해상도 제한지역에 속하면 해상도 복원 특성을 나타내었고, 광자수 제한지역에 속하면 노이즈 억제 특성을 나타내었다. 필터 성능은 최소 검출가능 이상조직 검출시 위세제한요인의 상대적 제한효과가 커질수록 증가하였으며, 이에 따라 낮은 광자수나 낮은 물체 대조도의 나쁜 조건에서 이상조직 검출능의 상당한 향상을 보였기 때문에, 이 필터를 이용한 실제 SPECT 영상 재구성 시에 좋은 결과가 기대된다.

참 고 문 헌

1. S. C. Huang, M. E. Phelps, E. J. Hoffman, and

1. D. E. Kuhl, "Cubic splines for filter design in Computed Tomography", IEEE Trans. Nucl. Sci., vol. NS-27, pp. 1368-1373, 1980.
2. Y. S. Kwok, I. S. Reed, and T. K. Truong, "A generalized $|W|$ -filter for 3-D reconstruction", IEEE Trans. Nucl. Sci., vol. 24, pp. 1990-1995, 1977.
3. M. A. King, P. W. Doherty, R. B. Schwinger, D. A. Jacobs, R. E. Kidder, and T. R. Miller, "Fast count-dependent digital filtering of nuclear medicine images: concise communication", J. Nucl. Med., vol. 24, pp. 1039-1045, 1983.
4. M. A. King, R. B. Schwinger, P. W. Doherty, and B. C. Penney, "Two-dimensional filtering of SPECT images using the Metz and Wiener filters", J. Nucl. Med., vol. 25, pp. 1234-1240, 1984.
5. D. Boufelfel, R. M. Rangayyan, L. J. Hahn, and R. Kloiber, "Prereconstruction restoration of myocardial Single Photon Emission Computed Tomography images", IEEE Trans. on Med. Imaging, vol. 11, pp. 336-341, 1992.
6. G. T. Gullberg and T. F. Budinger, "The use of filtering methods to compensate for constant attenuation in Single-Photon Emission Computed Tomography", IEEE Trans. on Biomedical Engineering, vol. BME-28, pp. 142-157, 1981.
7. C. B. Lim, K. S. Han, E. G. Hawman, and R. J. Jaszczak, "Image noise, resolution and lesion detectability in Single Photon Emission CT", IEEE Trans. Nucl. Sci., vol. NS-29, pp. 500-505, 1982.
8. C. B. Lim and S. Gottschalk, "Single Photon Emission Computed Tomography: Potentials and Limitations", Lecture Notes in Medical Informatics: Selected Topics in Image Science. New York: Springer-Verlag, pp. 128-155, 1984.
9. J. H. Kim, K. I. Kim, and C. Kwark, "A filter design for optimization of lesion detection in SPECT", IEEE proceedings of the 1996 Medical Imaging Conference, Anaheim, CA, Nov. 6-9, 1996.
10. G. muehlllehner, "Effect of resolution improvement on required count density in ECT imaging: a computer simulation", Phys. Med. Bio., vol. 30, pp. 163-173, 1985.

= 국문초록 =

이제까지의 SPECT 재구성 필터는 역라돈 문제의 해에 근거한 Ramp 필터에 기존의 저역통과 원도우 함수를 조합하여 구성된 노이즈 억제 필터와, 원래 스캔상과의 최소 MSE (mean square error)를 이룰 수 있도록 복원 관점에서 설계된 해상도 복원 필터의 두 타입 중 하나로 제안되어 왔다. 특히, 해상도 복원 필터를 이용한 SPECT 영상 재구성 결과의 상대적 우수성이 많은 연구들에서 보고되었다. 그러나, 이들은 적용될 영상 개개에 따라 매개변수의 최적치를 결정해야 하며, 또한 광자수나 물체 대조도가 지극히 낮거나, 시스템 해상도가 어느 정도 이상 커질 경우에는 거의 해상도 복원 특성을 보이지 않는다. 본 논문에서는 실제 의료상황에서 공통적으로 요구되는 '이상조직 검출능 향상' 즉 재구성 영상에서의 이상조직들의 검출 신뢰도 향상이라는 관점을 고려하여 가장 적합화시킨 필터의 설계를 영상 재구성 공식에 의해 구성된 새로운 기법을 소개한다. 필터 설계시, 우리는 최소 검출가능 이상조직 크기를 한 물리적 모델에 근거한 SPECT 이상조직 검출능 곡선로부터 예측하고, 이에 해당되는 이상조직의 국소 신호대 잡음비를 증가시키는 방향으로 필터함수 구성과 필터 매개변수의 값을 결정하였다. 시뮬레이션 실험을 통하여, 본 필터의 성능을 기존의 필터 결과들과 비교시켜 보았다.