

論文97-34S-1-6

# 시간지연 및 파라미터 불확실성을 갖는 선형 시스템의 2 자유도 견실성능 제어기 설계

## (2 DOF robust performance controller design for linear system with time delay and parameter uncertainty)

李 甲 來 \*, 丁 銀 泰 \*, 崔 鳳 烈 \*, 朴 烘 培 \*

(Kap Rai Lee, Eun Tae Jeung, Bong Yeol Choi, and Hong Bae Park)

### 요 약

본 논문에서는 임출력 및 상태변수에 시간지연이 존재하고 상태공간모델에서 모든 시스템행렬에 적절한 구조를 갖는 파라미터 불확실성이 존재할 경우 선형분수변환 접근법을 이용한 견실안정성 조건식을 유도한다. 또한 2 자유도 제어기 구조에서 시간지연과 파라미터 불확실성이 존재할 시에도 모델추종 및 외란감쇠에 대해 견실  $H^\infty$  성능을 보장하는 조건식을 유도한다. 그리고 견실성능 조건식으로부터  $H^\infty$  최적화기법을 이용한 제어기와  $\mu$ (구조적특이치) 설계기법을 이용한 제어기를 설계한다.  $\mu$  제어기는 불확실성간의 구조를 고려하는 반면  $H^\infty$  제어기는 제어기 구조를 고려하여 출력제한 제어기와 피드포워드 제어기를 분리하여 구한다. 또한 시간지연 및 파라미터 불확실성을 갖는 수중운동체에 대해 견실성능을 보장하는  $H^\infty$  제어기와  $\mu$  제어기를 설계하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 페루프 시스템이 만족할만한 성능을 가짐을 보인다.

### Abstract

A robust stability condition for linear systems with time delay in all variables and parameter uncertainties in all system matrices is derived. Robust performance condition that accounts for robust model-matching of closed loop system and disturbance rejection is also derived. Using the robust performance condition, robust  $H^\infty$  controller and  $\mu$ (structured singular value) controller with two-degree-of-freedom(2 DOF) are designed. The controller structure is considered for  $H^\infty$  controller, while uncertainty structure is considered for  $\mu$  controller. Using the proposed method,  $H^\infty$  and  $\mu$  controllers for underwater vehicle with time delay and parameter variations are designed. Simulations of a design example with hydrodynamic parameter variations and disturbance are presented to demonstrate the achievement of good robust performance.

### I. 서 론

시간지연과 불확실성을 갖는 시스템의 페루프 안정

성과 성능을 보장하는 견실성능 제어이론이 최근에 많은 관심을 끌고 있다.

Limebeer<sup>[1]</sup>는 소인수요소 모델 불확실성에 대해서 시간영역 성능사양을 고려하여 견실안정성뿐만 아니라 견실성능을 만족하는  $H^\infty$  2 자유도 모델추종 기법을 개발하였다. 이 연구에서는 출력제한 제어기와 피드포워드 제어기를 분리하는 두단계 접근방법을 취하므로

\* 正會員, 慶北大學校 電子電氣工學部

(School of Electronic and Electrical Eng., Kyungpook Nat'l Univ.)

接受日字: 1996年7月3日, 수정완료일 : 1997年1月7日

써 안정성여유 및 견실성능여유가 증가함을 보였다.

Nobuyama<sup>[2]</sup>는 입력에 시간지연을 가지는 시스템의 견실안정성 문제를 예측제어기에 바탕을 두고 Bezout 분해를 이용하여 시간지연이 없는 모델정합문제에 변형하였다. 시간지연 시스템의 전달함수 접근법은 정확한 해석이 어렵고 계산이 복잡하기 때문에 Lyapunov 함수를 이용한 상태공간 접근법이 제시되었다. Choi 등<sup>[3]</sup>은 상태와 입력에 시간지연이 있는 시스템에 대한 상태궤환  $H^\infty$  제어를 설계하였으며, Mahmoud 등<sup>[4]</sup>은 시간지연을 갖는 불확실성 시스템에 대하여 안정성을 만족하는 상태궤환 견실제어를 설계하였다. 그러나 입력력 및 상태변수에 시간지연이 존재하고 모든 시스템행렬에 파라미터 불확실성이 존재하는 시스템에 대하여 견실안정화문제와 견실성능문제를 동시에 만족하는 해를 구하지는 않았다.

구조화된 파라미터 불확실성을 갖는 시스템의 견실성능 제어기 설계는 불확실성 시스템이 구조적 불확실성에 대한 선형분수변환 형태로 적절히 모델링된 경우 Doyle<sup>[5]</sup>의 구조적 특이값 방법을 이용하여 견실성능제어를 구할 수 있다. 제어대상 시스템에 따라서는 불확실성 시스템이 선형분수변환 형태로 모델링되는 불확실성 구조보다는 상태공간 모델에서 임의의 행과 열이 불확실성을 갖는 구조로 모델링을 주로 한다.<sup>[6]-[8]</sup>

본 논문에서는 상태공간모델에서 입력력 및 상태변수에 시간지연이 존재하고 모든 시스템행렬에 적절한 구조를 갖는 파라미터 불확실성이 존재할 경우 선형분수변환 접근법을 이용한 견실안정성 조건식을 유도한다. 또한 2 자유도 제어기 구조에서 시간지연과 파라미터 불확실성이 존재할 시에도 모델추종 및 외란감쇠에 대해 견실  $H^\infty$  성능을 보장하는 조건식을 유도한다. 그리고 견실성능 조건식으로부터 제어기 구조를 고려한  $H^\infty$  제어기와 불확실성간의 구조를 고려한  $\mu$ (구조특이치) 제어기를 설계한다. 마지막으로 시간지연 및 파라미터 불확실성을 갖는 수중운동체에 대해 견실성능을 보장하는  $H^\infty$  제어기와  $\mu$  제어기를 설계하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 페루프 시스템의 결과를 검토한다.

## II. 문제설정

시간지연 및 파라미터 불확실성을 갖는 시스템

$$\begin{aligned} \dot{x} &= [A_1 + \Delta A_1]x + A_2 x(t-d_1) + [B_{u1} + \Delta B_{u1}]u + B_{w2}u(t-d_2) \\ &\quad + [B_{w1} + \Delta B_{w1}]w_1 + B_{w2}w_1(t-d_3) \\ y &= [C_1 + \Delta C_1]x + C_2 x(t-d_4) + (D_{u1} + \Delta D_{u1})u + D_{w2}u(t-d_5) \\ &\quad + (D_{w1} + \Delta D_{w1})w_1 + D_{w2}w_1(t-d_6) \end{aligned} \quad (1)$$

을 고려한다. 여기서  $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 는 상태,  $u(t) \in \mathbf{R}^q$ 는 제어입력,  $w_1(t) \in \mathbf{R}^p$ 는 외란,  $y(t) \in \mathbf{R}^r$ 는 출력신호를 나타낸다.  $d_1 \sim d_6$ 는 양의 상수인 지연시간이고  $\mathbf{R}^n$ 는  $n$ 차원 실수공간을 의미하며 모든행렬은 적절한 차원을 가진다. 시간지연 모델링 및 파라미터 불확실성에 대한 불확실성 구조는 정합조건을 사용하여

$$\begin{aligned} [\Delta A_1 \quad \Delta B_{u1} \quad \Delta B_{w1}] &= H_x \Delta_1 [E_{x1} \quad E_{u1} \quad E_{w1}] \\ [A_2 e^{-s d_1} \quad B_{w2} e^{-s d_2} \quad B_{w2} e^{-s d_3}] &= H_d \Delta_2 [E_{d1} \quad E_{d2} \quad E_{d3}] \\ [\Delta C_1 \quad \Delta D_{u1} \quad \Delta D_{w1}] &= H_y \Delta_3 [E_{y2} \quad E_{u2} \quad E_{w2}] \\ [C_2 e^{-s d_4} \quad D_{w2} e^{-s d_5} \quad D_{w2} e^{-s d_6}] &= H_z \Delta_4 [E_{z1} \quad E_{z2} \quad E_{z3}] \end{aligned} \quad (2)$$

와 같이 표현한다. 여기서,  $H_{\text{원자}}$ ,  $E_{\text{원자}}$ 는 시간지연 및 불확실성 구조를 나타내는 알 수 있는 상수행렬이다. 시간지연항의 불확실성  $\Delta_2$ ,  $\Delta_4$ 는 크기가 1인 불확실성으로 고려할 수 있으므로 불확실성을 나타내는 모드는 행렬함수  $\Delta_1 \sim \Delta_4$ 항은  $\bar{\sigma}(\Delta_i) \leq 1$ 을 만족하는 불확실성으로 고려하여 전체 불확실성  $\Delta$ 를

$$\Delta = \text{Diag}[\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4] \quad (3)$$

로 정의한다. 여기서  $\bar{\alpha}(\Delta)$ 는 행렬  $\Delta$ 의 최대특이치를 나타낸다. 식 (2)와 같은 구조의 시간지연 및 파라미터 불확실성을 갖는 선형시스템의 입력  $[u, w_1]$ 와 출력  $y$ 의 관계를

$$y = \bar{G}_{zu}(s, \Delta_p) u + \bar{G}_{zw}(s, \Delta_p) w_1 \quad (4)$$

과 같이 표현한다. 여기서  $\bar{G}_{zu}$ 는 제어입력  $u$ 에서 출력  $y$ 로의 전달함수 행렬을 나타내고  $\bar{G}_{zw}$ 는 외란  $w_1$ 에서 출력  $y$ 로의 전달함수 행렬을 나타낸다.

본 논문에서는 식 (2)와 같은 시간지연 및 파라미터 불확실성 구조를 가지는 시스템에 피드포워드 제어기  $K_1$ 과 출력궤환 제어기  $K_2$ 를 사용하여

$$u = K_1 r_1 + K_2 y \quad (5)$$

와 같은 구조를 가지는 제어시스템에 대해 페루프 시

시스템의 안정성과 모델추종 및 외란감쇠에 대한 견실성 문제를 고려한다. 그림 1은 주파수영역에서의 시스템모델에 비용함수를 포함한 제어기 설계구조를 나타낸다. 주파수 영역에 관한 설계지식을 반영하기 위해 주파수 특성을 나타내는 하중함수를 포함시켰으며, 시간영역 설계사양을 반영하기 위해 추종모델  $M_0$ 을 고려했다. 여기서 하중함수  $W_r, W_d, W_{e1}, W_{e2}$ 는 안정한 진유리함수를 나타내는  $RH^\infty$ 에 속한다. 진유리함수  $H(s) \in RH^\infty$ 의  $H^\infty$ 노름은  $\|H\|_\infty = \sup_w \bar{\sigma}(H(jw))$ 로 나타낸다. 블럭 대각화된 구조적 불확실성의 집합은

$$BD = [Diag(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_m) : \bar{\sigma}(\Delta_i) \leq 1] \quad (6)$$

로 표시하고 행렬  $M$ 의 구조적 특이치  $\mu_d(M)$ 은

$$\mu_d(M) = \left( \min_{\Delta \in BD} [\bar{\sigma}(\Delta) : det(I - \Delta M) = 0] \right)^{-1} \quad (7)$$

로 정의한다.

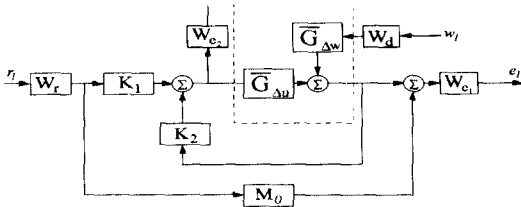


그림 1. 제어기 설계 구조  
Fig. 1. Controller design configuration.

그림 1에서 추적오차( $e_1$ ) 및 제어입력( $e_2$ )을 제어출력  $z$ 로 선택하고 기준명령( $r_1$ ) 및 외란( $w_1$ )을 외부 입력신호  $w$ 로 선택하여

$$z = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}, \quad w = \begin{bmatrix} r_1 \\ w_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

와 같이 둔다. 본 논문에서는 식 (1)과 같은  $n$ 차수의 안정가능하고 탐지가능한 플랜트가 주어졌을때 설계조건 (i)과 (ii)를 만족하는 제어기  $K$ 를 찾는 문제를 설정한다.

조건 (i) 식 (1)의 시스템에 대해 모든  $\Delta$ 에 대해서 폐루프 시스템은 점근적으로 안정하다.

조건 (ii) 식 (1)의 시스템에 대해 식 (8)로 주어지는 신호  $w$ 에서  $z$ 로의 폐루프 전달함수는 조건식

$$\|\Phi(s, \Delta)\|_\infty < 1 \quad (9)$$

을 만족한다.

### III. 시간지연 및 불확실성 시스템의 선형분수변환 표현

실유리 전달함수  $P$ 의 선형분수변환은 다음과 같이 정의한다. 낮은 선형분수변환(LLFT: lower linear fractional transformation)은

$$F_l \left( \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}, K \right) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (10)$$

으로 나타내고 높은 선형분수변환(ULFT: upper linear fractional transformation)은

$$F_u \left( \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}, K \right) = P_{22} + P_{21}K(I - P_{11}K)^{-1}P_{12} \quad (11)$$

로 표현한다.

#### 보조정리 1

식 (2)와 같은 불확실성 구조를 갖는 식 (4) 시스템의 전달함수  $\bar{G}_{du}, \bar{G}_{dw}$ 는

$$\bar{G}_{du} = F_u(G_{du}, \Delta) = F_u \left( \begin{bmatrix} G_{11} & G_{u1} \\ G_{21} & G_{u2} \end{bmatrix}, \Delta \right) \quad (12)$$

$$\bar{G}_{dw} = F_u(G_{dw}, \Delta) = F_u \left( \begin{bmatrix} G_{11} & G_{w1} \\ G_{21} & G_{u2} \end{bmatrix}, \Delta \right)$$

과 같이 ULFT의 형태로 표현된다. 여기서  $T(s) = (sI - A_1)^{-1}$ 로 두면

$$G_{11} = \begin{bmatrix} E_{x1}T(s)H_x & E_{x1}T(s)H_d & 0 & 0 \\ E_{d1}T(s)H_x & E_{d1}T(s)H_d & 0 & 0 \\ E_{x2}T(s)H_x & E_{x2}T(s)H_d & 0 & 0 \\ E_{d2}T(s)H_x & E_{d2}T(s)H_d & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G_{u1} = \begin{bmatrix} E_{x1}T(s)B_{u1} + E_{u1} \\ E_{d1}T(s)B_{u1} + E_{d2} \\ E_{x2}T(s)B_{u1} + E_{u2} \\ E_{d2}T(s)B_{u1} + E_{d5} \end{bmatrix}, \quad G_{w1} = \begin{bmatrix} E_{x1}T(s)B_{w1} + E_{w1} \\ E_{d1}T(s)B_{w1} + E_{d3} \\ E_{x2}T(s)B_{w1} + E_{u2} \\ E_{d2}T(s)B_{w1} + E_{d5} \end{bmatrix}$$

$$G_{u2} = [C_1T(s)B_{u1} + D_{u1}], \quad G_{d2} = [C_1T(s)B_{d1} + D_{d1}],$$

$$G_{21} = [C_1T(s)H_x \quad C_1T(s)H_d \quad H_{y1} \quad H_{y2}] \quad (13)$$

이다.

(증명) 부록 참조 ■

불확실성 시스템  $\bar{G}_{du}$ 와 공칭플랜트  $G_{du}$ 는 같은수의 우반평면 극점을 가진다고 가정할 경우 보조정리 1의 결과에 출력제한 제어를 포함하는 페루프를 고려하면  $\|\Delta\|_\infty < 1$ 을 만족하는 모든  $\Delta$ 에 대해 식 (1)의 시스템이 안정하기 위한 필요충분조건은 제어기  $K_2$ 가 공칭플랜트를 안정화시키면서

$$\|F_l(G_{du}, K_2)\|_\infty < 1 \quad (14)$$

을 만족하거나

$$\|\mu(F_l(G_{du}, K_2))\|_\infty < 1 \quad (15)$$

을 만족하는 것이다.

보조정리 1의 결과로부터 그림 1의  $w$ 에서  $z$ 로의 전달함수  $\Phi$ 를 그림 2와 같은 선형분수변환 형태로 나타내면

$$\Phi = F_u \left( \begin{bmatrix} \tilde{P}_{11} & \tilde{P}_{12} & \tilde{P}_{13} \\ \tilde{P}_{21} & \tilde{P}_{22} & \tilde{P}_{23} \\ \tilde{P}_{31} & \tilde{P}_{32} & \tilde{P}_{33} \end{bmatrix}, \Delta \right) \quad (16)$$

로 표현된다. 여기서

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{11} &= G_{11} + G_{u1}K_2(I - G_{u2}K_2)^{-1}G_{21} \\ \tilde{P}_{12} &= [G_{u1} + G_{u1}K_2(I - G_{u2}K_2)^{-1}G_{u2}]W_d \\ \tilde{P}_{13} &= G_{u1}(I - K_2G_{u2})^{-1}K_1W_r \\ \tilde{P}_{21} &= W_{e1}(I - G_{u2}K_2)^{-1}G_{21} \\ \tilde{P}_{22} &= W_{e1}(I - G_{u2}K_2)^{-1}G_{u2}W_d \\ \tilde{P}_{23} &= W_{e1}[(I - G_{u2}K_2)^{-1}G_{u2}K_1 - M_0]W_r \\ \tilde{P}_{31} &= W_{e2}K_2(I - G_{u2}K_2)^{-1}G_{21} \\ \tilde{P}_{32} &= W_{e2}K_2(I - G_{u2}K_2)^{-1}G_{u2}W_d \\ \tilde{P}_{33} &= W_{e2}(I - K_2G_{u2})^{-1}K_1W_r \end{aligned} \quad (17)$$

이다.

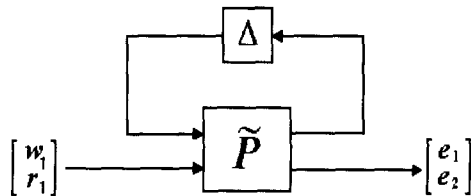


그림 2. 선형분수 변환구조

Fig. 2. Linear transformation configuration.

식 (16)으로부터  $\tilde{P}_{11} = F_l(G_{du}, K_2)$  이므로  $\|\tilde{P}\|_\infty < 1$ 이나  $\|\mu(\tilde{P})\|_\infty < 1$ 을 만족하면 견실안정성

조건식 (14)나 (15)도 만족됨을 알 수 있다.

## IV. 2 자유도 제어기 설계

### 1. 견실 $H^\infty$ 제어기 설계

식 (17)로부터 피드포워드 제어기  $K_1$ 은  $\tilde{P}_{13}$ ,  $\tilde{P}_{23}$ ,  $\tilde{P}_{33}$ 에만 관련된다는 것을 알 수 있다. 다음 보조정리 2, 3과 정리 1은 출력제한 제어기와 피드포워드 제어를 분리하여 찾는 과정을 나타낸다.

### 보조정리 2<sup>19)</sup>

$\|\tilde{P}\|_\infty < \gamma$ 와  $\|\Delta\|_\infty \leq \gamma^{-1}$ 을 만족하면  $\|F_u(\tilde{P}, \Delta)\|_\infty \leq \gamma$  이다.

### 보조정리 3<sup>11)</sup>

$\begin{bmatrix} \tilde{P}_{11} \\ \tilde{P}_{21} \end{bmatrix} \leq \gamma_1$ ,  $\begin{bmatrix} \tilde{P}_{12} \\ \tilde{P}_{22} \end{bmatrix} \leq \gamma_2$  라고 가정하면,  $\|\Delta\|_\infty \leq 1/\sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}$  을 만족하는 모든  $\Delta$ 에 대해

$$\|F_u \left( \begin{bmatrix} \tilde{P}_{11} & \tilde{P}_{12} \\ \tilde{P}_{21} & \tilde{P}_{22} \end{bmatrix}, \Delta \right)\|_\infty \leq \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2} \quad (18)$$

을 만족한다.

### 정리 1

식 (1)의 시스템에 대해 견실안정성 및 견실성능조건 (i)과 (ii)를 만족하기 위한 충분조건은 제어기  $K_1$ ,  $K_2$ 와 식 (22)로 주어지는  $P_2$ 에 대해 식 (19)~(21)을 만족한다.

$$\|F_l(P_2, K_2)\|_\infty \leq \gamma_2 \quad (19)$$

$$\left\| \begin{bmatrix} G_{u1}[I - K_2G_{u2}]^{-1}K_1W_r \\ W_{e1}[(I - G_{u2}K_2)^{-1}G_{u2}K_1 - M_0]W_r \\ W_{e2}[I - K_2G_{u2}]^{-1}K_1W_r \end{bmatrix} \right\|_\infty \leq \gamma_1 \quad (20)$$

$$\gamma = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2} < 1 \quad (21)$$

여기서  $P_2$ 는

$$P_2 = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{u1}W_d & G_{u1} \\ W_{e1}G_{21} & W_{e1}G_{u2}W_d & W_{e1}G_{u2} \\ 0 & 0 & W_{e2} \\ G_{21} & G_{u2}W_d & G_{u2} \end{bmatrix} \quad (22)$$

이다.

(증명) 식 (17)로 주어진  $\bar{P}$ 를  $\begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{13} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{23} \\ \bar{P}_{31} & \bar{P}_{33} \end{bmatrix}$  형태로 표시하고  $\begin{bmatrix} \bar{P}_{11} \\ \bar{P}_{21} \\ \bar{P}_{31} \end{bmatrix}$ 를  $K_2$ 에 대한 LLFT 형태인  $F_l(P_2, K_2)$ 로 나타내면  $P_2$ 는 식 (22)가 되고 보조 정리 2, 3을 이용하면 식 (19)~(21)이 만족되어야 함을 알 수 있다. ■

정리 1로부터  $H^\infty$  2 자유도 제어기 설계는 식 (19)를 만족하는 출력제한 제어기  $K_2$ 를 찾은 후 식 (20)을 만족하는 피드포워드 제어기  $K_1$ 을 찾는다<sup>[11]</sup>.

2.  $\mu$  제어기 설계  
 보조정리 4<sup>[5]</sup>

구조적 불확실성 집합  $B\Delta$ 에 속하는 모든  $\Delta$ 에 대해서  $\|F_u(\bar{P}, \Delta)\|_\infty < 1$ 을 만족하기 위한 필요충분조건은  $\|\mu(\bar{P})\|_\infty < 1$ 이다.

정리 2

식 (1)의 시스템에 대해 건실안정성 및 건실성능조건 (i)과 (ii)를 만족하기 위한 필요충분조건은 제어기  $K=[K_1 \ K_2]$ 와 식 (24)로 표현되는  $P$ 에 대해

$$\| \mu(F_l(P, K)) \|_\infty < 1 \tag{23}$$

을 만족하는 것이다. 여기서

$$P = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{u1}W_d & 0 & G_{u1} \\ W_{e1}G_{21} & W_{e1}G_{u2}W_d & W_{e1}M_0W_r & W_{e1}G_{u2} \\ 0 & 0 & 0 & W_{e2} \\ 0 & 0 & W_r & 0 \\ G_{21} & G_{u2}W_d & 0 & G_{u2} \end{bmatrix} \tag{24}$$

이다.

(증명) (i)  $\|F_u(\bar{P}, \Delta)\|_\infty < 1$ 을 만족하기 위한 필요충분조건은 보조정리 4로부터  $\|\bar{P}\|_\infty < 1$ 이다. 따라서 식 (17)로 주어진  $\bar{P}$ 를  $K$ 에 대한 LLFT 형태로 나타내면 식 (24)와 같다. ■

섭동을 나타내는  $\Delta$  블록에 적합한 임의의 대각행렬  $D$ 에 대하여

$$\mu(F_l(P, K)) < \bar{\sigma}(DF_l(P, K)D^{-1}) \tag{25}$$

이므로 식 (23)의 조건은  $\|DF_l(P, K)D^{-1}\|_\infty$ 를 최소화하는 것으로 된다. 이 최소화 과정은  $D, K$ 를 반복적으로 변화시키면서 구한다<sup>[10]</sup>. 1 자유도 제어기 설계는 정리 2의 건실성능 조건식으로부터  $K_1=K_2=K$ 로 두면 식 (24)는 식 (26)으로 바뀐다.

$$P = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{u1}W_d & 0 & G_{u1} \\ W_{e1}G_{21} & W_{e1}G_{u2}W_d & W_{e1}M_0W_r & W_{e1}G_{u2} \\ 0 & 0 & 0 & W_{e2} \\ G_{21} & G_{u2}W_d & W_r & G_{u2} \end{bmatrix} \tag{26}$$

V. 시뮬레이션에 의한 검토

시간지연 및 파라미터 불확실성을 갖는 6 자유도 수중운동체를 평형상태에서 선형화한 운동방정식<sup>[11]</sup>은

$$\begin{aligned} \dot{x} &= [A + \Delta A_1]x + [B_{u1} + \Delta B_{u1}]u + B_{u2}u(t-d_2) + B_{w1}w_1 \\ y &= [C_1 + \Delta C_1]x + C_2x(t-d_1) \end{aligned} \tag{27}$$

이며, 시스템 변수 및 행렬은

$$X = [v \ p \ r \ \phi \ \psi], \ Y = [p \ r \ \phi \ \psi], \ u = [\delta_r \ \delta_p]$$

$$A = \begin{bmatrix} -7.4490 & -0.2039 & -9.3600 & 2.1050 & 0 \\ -7.5140 & -11.300 & 20.910 & -8.4110 & 0 \\ -4.3800 & -0.4370 & -18.160 & 1.1390 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{u1} = \begin{bmatrix} -34.443 & 1.8243 \\ -34.749 & -126.27 \\ 80.10 & 1.017 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.97 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.97 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.97 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.97 \end{bmatrix}, \tag{28}$$

$$B_{u2} = [0 \ 0.1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

이다. 여기서  $v$ 는 동체좌표계에 대한 속도  $p, r$ 는 각속도  $\phi, \psi$ 는 기준좌표계에 대한 동체좌표계의 오일러각(롤, 요오)을 나타내며,  $\delta_r$ 는 방향타,  $\delta_p$ 는 롤구동타를 나타낸다. 설계사양으로는 요오명령시 요오응답은 상승시간이 5초 이내이며 롤은 5도 이내로 유지하는 것이다. 시간지연은 제어입력변수와 출력변수에 모두 존재하며, 계수 불확실성은 횡동요 계수값으로 식 (27)의  $A$ 행렬 2행 3열과  $B$ 행렬 2행 2열이다. 따라서 시간지

연 및 불확실성은

$$\begin{aligned} [\Delta A_1 \ \Delta B_{u1}] &= H_x \Delta_1 [E_{x1} \ E_{u1}] \\ [B_{u2} e^{-s\tau_2}] &= H_d \Delta_2 [E_{d2}] \\ [\Delta C_1] &= H_{y1} \Delta_3 E_{d2} \\ C_2 e^{-s\tau_4} &= H_{y2} \Delta_4 E_{d4} \end{aligned} \quad (29)$$

의 구조로 표시되며, 각각의 행렬구조는

$$\begin{aligned} H_x &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \\ E_{x1} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_{u1} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}, \\ H_d &= \begin{bmatrix} -1.8135 & -1.861 & 4.601 & 0 & 0 \\ 0.1127 & -7.030 & 0.063 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \\ E_{d2} &= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \\ H_{y1} &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}^T, \\ E_{d4} &= \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \\ H_{y2} &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}^T, \\ E_{d4} &= \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0 & 0.3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (30)$$

의 값을 갖는다.

### 1. $H^\infty$ 제어기

그림 2의 제어기 설계구조로부터 하중함수  $W$  및 추종모델  $M_0$ 는

$$\begin{aligned} W_s &= \text{Diag}[0.6 \ 0.6 \ 0.6 \ 1.2], \quad W_d = 0.6, \\ M_0 &= \text{Diag} \left[ \frac{0.4s+1}{s+1} \ \frac{0.4s+1}{s+1} \ \frac{0.01s+1}{s+1} \ 1.3 \frac{0.01s+1}{s+1} \right], \\ W_{e1} &= \text{Diag}[0.5 \ 0.5 \ 0.8 \ 2.3], \\ W_{e2} &= \text{Diag}[0.5 \ 0.5] \end{aligned} \quad (31)$$

로 두었다. 정리 1에 따라  $H^\infty$  최적화방법<sup>12)</sup>을 이용하여 구한  $\gamma_{\min}$  값은

$$\gamma_{\min} = 0.9314 \quad (32)$$

이므로 식 (21)의 전실성능 조건식이 만족되며 페루프

시스템의 특이값 선도는 그림 3과 같다. 식 (31)과 같은 하중함수 및 추종모델을 가지고 1 자유도 제어기 구조에서의 일반화된 플랜트인 식 (26)를 이용하여 구한  $\gamma_{\min} = 0.9508$ 로 2 자유도 제어기가 전실성능이 개선됨을 알 수 있다. 또한 식 (30)에서 불확실성의 구조 및 크기를 나타내는  $H_{\text{최저}}$ 를 1.5배로 증가할 경우 제어기 구조를 고려한 2 자유도 제어기에서 구한  $\gamma_{\min} = 0.9508$ 로 전실성능 조건식이 만족되지만 1 자유도 제어기에서는  $\gamma_{\min} = 1.0281$ 로 전실성능 조건식이 만족되지 않았다. 그림 3은 2자유도 제어기 구조에서의 특이값 선도를 나타내며 대역폭은 제어기의 디지털 컴퓨터 구현(샘플링 시간 0.01초)으로 인하여 100 rad/sec로 제한하였다.

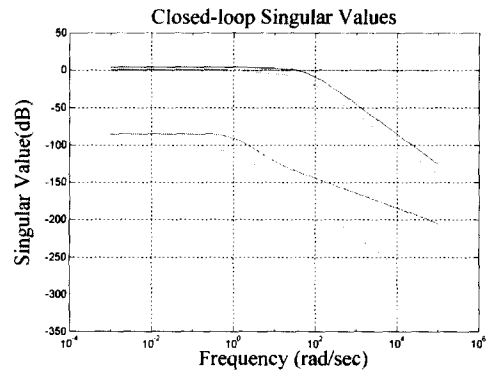


그림 3. 페루프 시스템의 특이값 선도

Fig. 3. The singular values plot of the closed loop system.

컴퓨터 시뮬레이션을 위해 제어입력의 시간지연은 0.2초, 측정출력의 지연시간은 0.05초로 두었으며 샘플링 시간은 0.01초로 정하였다. 공칭플랜트(비행조건 1) 뿐만 아니라, +50%의 횡동요 계수 불확실성을 가지는 모델(비행조건 2)과 -50%의 횡동요 계수 불확실성을 가지는 모델(비행조건 3)에 대해서 시뮬레이션을 각각 수행하였다. 외란으로 구형파 외란을 인가하였으며 초기에 10 deg/sec 크기로 1초동안 존재하는 것으로 시뮬레이션하였다. 각각의 비행조건에 대한 단위계단응답은 그림 4~7과 같이 오오응답은 상승시간이 5초 이내이며 틀은 5도 이내로 유지됨을 알 수 있다. 시뮬레이션 결과에서 보는 바와 같이 공칭시스템뿐만 아니라 파라미터 불확실성을 갖는 시스템에 대해서도 외란제거와 명령추종 성능이 우수함을 알 수 있다.

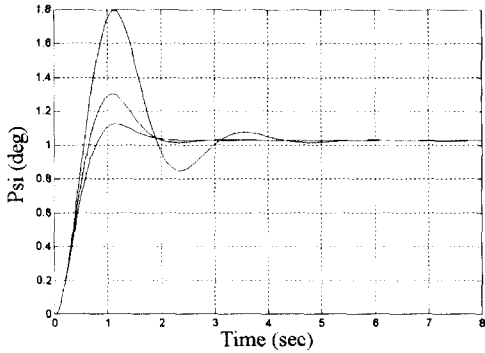


그림 4. 요오제어기 시간응답  
Fig. 4. Time response of yaw controller.

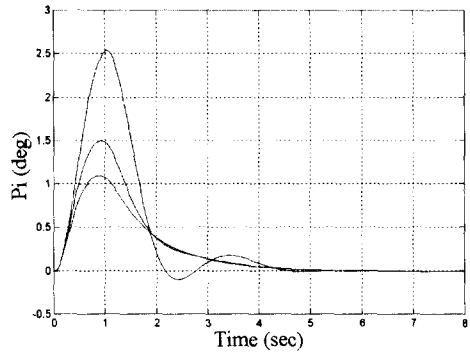


그림 5. 롤제어기 시간응답  
Fig. 5. Time response of roll controller.

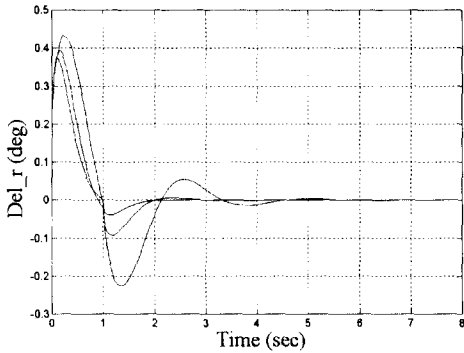


그림 6. 방향타 제어입력 시간응답  
Fig. 6. Time response of rudder control input.

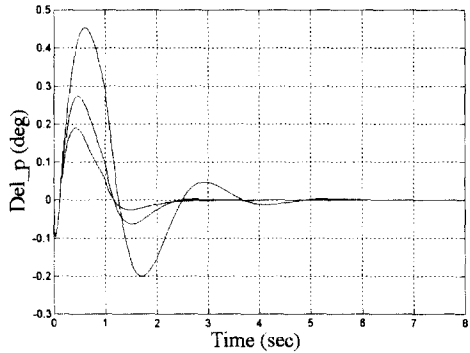


그림 7. 롤 제어입력 시간응답  
Fig. 7. Time response of roll control input.

2.  $\mu$  제어기

그림 2의 제어기 설계구조로부터 하중함수  $W$  및 추종모델  $M_0$ 는

$$W_r = \text{Diag}[0.6 \ 0.6 \ 0.6 \ 1.2], \quad W_d = 0.6,$$

$$M_0 = \text{Diag} \left[ \frac{0.4s+1}{s+1} \quad \frac{0.4s+1}{s+1} \quad \frac{0.01s+1}{s+1} \quad 1.212 \quad \frac{0.01s+1}{s+1} \right],$$

$$W_{e1} = \text{Diag}[0.5 \ 0.5 \ 0.8 \ 2.3], \quad W_{e2} = \text{Diag}[0.5 \ 0.5], \quad (33)$$

로 두었다. 정리 2의 일반화된 플랜트에서  $D, K$  반복법을 세번 취한 후 구해진

$$\|DF_l(P, K)D^{-1}\| = 0.7961 \quad (34)$$

를 이용하면

$$\|\mu(F_l(P, K))\|_\infty < 1 \quad (35)$$

을 만족하므로 견실성능 조건식을 만족함을 알 수 있

으며 페루프 시스템의 특이값 선도는 그림 8과 같다. 식 (30)에서 불확실성의 구조 및 크기를 나타내는  $H_{\text{opt}}$ 를 2배로 증가할 경우에 식(34)의 값은 0.9334로 견실성능 조건식은 만족되므로  $\mu$  제어기는 제어기 구조를 고려한  $H^\infty$  제어기보다 견실성능이 더욱 개선됨을 알 수 있다. 그림 8은 2자유도 제어기 구조에서의 특이값 선도를 나타내며 대역폭은 제어기의 디지털 컴퓨터 구현(샘플링 시간 0.01초)으로 인하여 100 rad/sec로 제한하였다.

컴퓨터 시뮬레이션을 위해 5.1절의 시뮬레이션 조건과 같이 두었으며 각각의 비행조건에 대한 단위계단응답은 그림 9~12와 같다. 시뮬레이션 결과에서 보는 바와 같이 공칭시스템뿐만 아니라 파라미터 불확실성을 갖는 시스템에 대해서도 기준명령에 대한 만족할만한 성능을 나타냄을 알 수 있다.

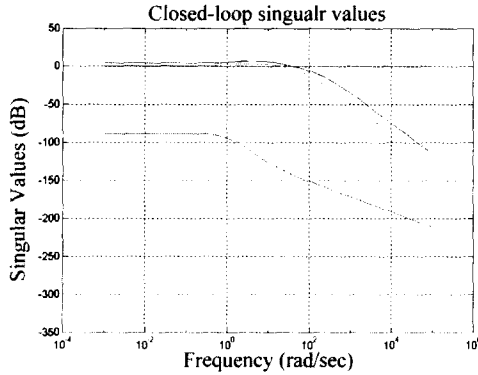


그림 8. 페루프 시스템의 특이값 선도  
Fig. 8. The singular values plot of the closed loop system.

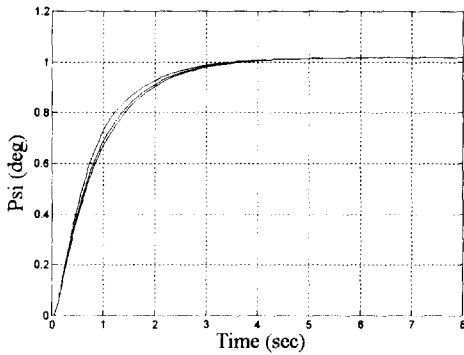


그림 9. 요오제어기 시간응답  
Fig. 9. Time response of yaw controller.

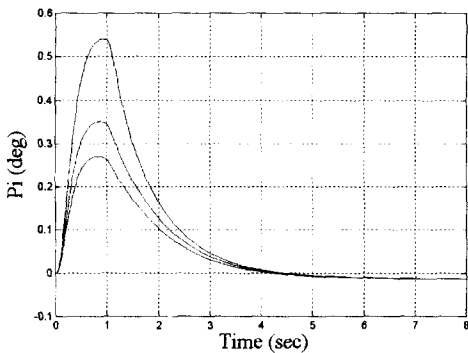


그림 10. 롤제어기 시간응답  
Fig. 10. Time response of roll controller.

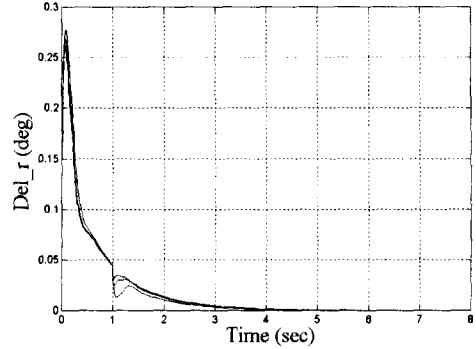


그림 11. 방향타 제어입력 시간응답  
Fig. 11. Time response of rudder control input.

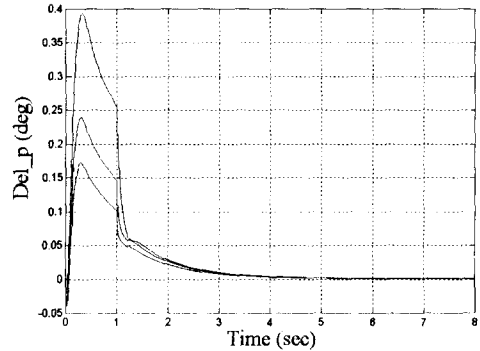


그림 12. 롤 제어입력 시간응답  
Fig. 12. Time response of roll control input.

## VI. 결 론

본 논문에서는 입출력 및 상태변수에 시간지연이 존재하고 상태공간모델에서 모든 시스템행렬에 정합조건을 만족하는 적절한 구조의 파라미터 불확실성이 존재할 경우 선형분수변환 접근법을 이용한 건실안정성 조건식을 유도하였다. 또한 2 자유도 제어기 구조에서 시간지연과 파라미터 불확실성이 존재할 시에도 모델추종 및 외란감쇠에 대해 건실  $H^\infty$  성능을 보장하는 조건식을 유도하였다. 시간지연 및 불확실성을 포함하는 건실성능을 나타내는 전달함수 행렬을 선형분수변환 형태로 바꾸어 시간지연과 불확실성을 포함하지 않는 일반화된 플랜트를 유도하여,  $H^\infty$  최적화기법을 이용한 제어기와  $\mu$ (구조적특이치) 설계기법을 이용한 제어기를 설계하였다.  $\mu$  제어기는 불확실성간의 구조를 고려하는 반면  $H^\infty$  제어기는 제어기 구조를 고려하여 출력궤환 제어기와 피드포워드 제어기를 분리하여 구하



였다.

또한 시간지연 및 파라미터 불확실성을 갖는 수중운 동체에 대해 견실성능을 보장하는  $H^\infty$  제어기와  $\mu$  제 어기를 설계하고, 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 페루프 시스템이 만족할만한 성능을 가짐을 보였다. 불확실성 의 구조 및 크기를 나타내는 정합조건에  $H_{\infty}$ 를 1.5 배로 증가할 경우 1 자유도  $H^\infty$  제어기에서는 견실성 능 조건식이 만족되지 않았지만 제어기 구조를 고려한 2 자유도 제어기와 불확실성간의 구조를 고려한  $\mu$  제 어기에서는 견실성능 조건식이 만족되었다. 이상의 결 과로 부터 정합조건을 사용하여 시간지연 및 불확실성 각각의 구조를 고려하는것 이외에도 불확실성간의 구 조 및 제어기 구조를 고려하므로서 견실성능이 더욱 개선됨을 확인 할수 있었다.

참 고 문 헌

[1] D. J. N. Limebeer, E. M. Kasenally, and J. D. Perkins, "On the design of robust two degree of freedom controllers," *Automatica*, vol. 29, no. 1, pp. 157-168, 1993.

[2] E. Nobuyama, "Robust stabilization of time-delay systems via reduction to delay-free model matching problems," in *Proc. IEEE Conf. Dec. Contr.*, pp. 357-358, Dec. 1992.

[3] H. H. Choi and M. J. Chung, "Memoryless  $H^\infty$  Controller design method for linear systems with delayed state and control," *Automatica*, vol. 13, no. 6, pp. 917-919, 1995.

[4] M. S. Mahmoud and N. F. Al-Muthairi, "Design of robust controllers for time-delay systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 39, no. 5, pp. 995-999, May 1994.

[5] J. C. Doyle, "Structured uncertainty in control system design," in *Proc. IEEE Conf. Dec. Contr.*, pp. 260-265, Dec. 1985.

[6] L. Xie, M. Fu, and C. E. de Souza, " $H^\infty$  control and quadratic stabilization of systems with parameter uncertainty via output feedback," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 37, no. 8, pp. 1253-1256,

1992.

[7] L. Xie, and C. E. de Souza, "Robust  $H^\infty$  control for linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 37, no. 8, pp. 1188-1191, 1992.

[8] K. Gu, " $H^\infty$  control of systems under norm bounded uncertainties in all system matrices." *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 39, no. 6, pp. 1320-1322, 1994.

[9] R. M. Redheffer, "On a certain linear fractional transformation," *J. Maths. Phys.*, vol. 39, pp. 269-286, 1960.

[10] G. J. Balas, J. C. Doyle, K. Glover, A. Packard, and R. Smith, " $\mu$ -analysis and synthesis toolbox," Math. Works Inc., *Matlab User Guide*, 1991.

[11] R. Bhattachayya, *Dynamic of Marine Vehicle*, John Wily & Sons, 1978.

[12] K. Glover and J. C. Doyle, "State-space formulae for stabilizing controllers that satisfy an  $H^\infty$ -norm bound and relations to risk sensitivity," *System & Control Letters*, vol. 11, pp. 167-172, 1988.

[13] C. F. Lin, J. R. Cloutier, and J. H. Evers, "High-performance, robust, bank-to-turn missile autopilot design," *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 1, pp. 46-53, 1995.

부 록

보조정리 1의 증명

$$\bar{G}_{zw} = (D_{w1} + H_{w1}A_3E_{w2} + H_{w2}A_4E_{w3}) + [C_1 + H_{c1}A_3E_{w2} + H_{c2}A_4E_{w3}] \times (sI - A_1 - H_{c1}A_3E_{w2} - H_{c2}A_4E_{w3})^{-1}(B_{w1} + H_{c1}A_3E_{w2} + H_{c2}A_4E_{w3})$$

이다. 여기서

$$\begin{aligned} & (sI - A_1 - H_{c1}A_3E_{w2} - H_{c2}A_4E_{w3})^{-1}(B_{w1} + H_{c1}A_3E_{w2} + H_{c2}A_4E_{w3}) \\ &= (sI - A_1 - [H_{c1} \ H_{c2}] \begin{bmatrix} A_3 & 0 \\ 0 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{w2} \\ E_{w3} \end{bmatrix})^{-1} \\ & \quad (B_{w1} + [H_{c1} \ H_{c2}] \begin{bmatrix} A_3 & 0 \\ 0 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{w2} \\ E_{w3} \end{bmatrix}) \\ &= [I - (sI - A_1)^{-1} [H_{c1} \ H_{c2}] \begin{bmatrix} A_3 & 0 \\ 0 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{w2} \\ E_{w3} \end{bmatrix}]^{-1} \\ & \quad (sI - A_1)^{-1} (B_{w1} + [H_{c1} \ H_{c2}] \begin{bmatrix} A_3 & 0 \\ 0 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{w2} \\ E_{w3} \end{bmatrix}) \\ &= (sI - A_1)^{-1} [I + (I - [H_{c1} \ H_{c2}] \begin{bmatrix} A_3 & 0 \\ 0 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{w2} \\ E_{w3} \end{bmatrix}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} \\
& \times (sI-A_1)^{-1} (B_{u1} + [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{u1} \\ E_{d2} \end{bmatrix}) \\
& = (sI-A_1)^{-1} B_{u1} + (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{u1} \\ E_{d2} \end{bmatrix} \\
& + (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix} (I - \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix})^{-1} \\
& \times \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} (sI-A_1)^{-1} (B_{u1} + [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{u1} \\ E_{d2} \end{bmatrix}) \\
& = (sI-A_1)^{-1} B_{u1} + (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{u1} \\ E_{d2} \end{bmatrix} \\
& + (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix} \\
& \times [I - \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix}]^{-1} \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} (sI-A_1)^{-1} B_{u1} \\
& - (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{u1} \\ E_{d2} \end{bmatrix} + (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix} \\
& \times [I - \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix}]^{-1} \begin{bmatrix} E_{u1} \\ E_{d2} \end{bmatrix} \\
& = (sI-A_1)^{-1} B_{u1} + (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix} \\
& \times [I - \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix}]^{-1} \begin{bmatrix} E_{u1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} (sI-A_1)^{-1} B_{u1} + \begin{bmatrix} E_{u1} \\ E_{d2} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

이므로,  $\mathcal{A}_{12}$ ,  $G_u$ ,  $G_a$ ,  $G_c$ ,  $G_b$ 를

$$\mathcal{A}_{12} = \text{Diag}[\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2], G_u = (sI-A_1)^{-1} B_{u1},$$

$$G_a = (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d]$$

$$G_c = \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d],$$

$$G_b = \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} (sI-A_1)^{-1} B_{u1} + \begin{bmatrix} E_{u1} \\ E_{d2} \end{bmatrix}$$

로 정의하면

$$\begin{aligned}
\bar{G}_{du} &= [C_1 + H_{y1} \mathcal{A}_3 E_{x2} + H_{y2} \mathcal{A}_4 E_{d1}] [G_u + G_a \mathcal{A}_{12} (I - G_c \mathcal{A}_{12})^{-1} G_b] \\
& + [D_{u1} + H_{y1} \mathcal{A}_3 E_{u2} + H_{y2} \mathcal{A}_4 E_{d2}] \\
& = (C_1 G_u + D_{u1}) + [C_1 G_a \mathcal{A}_{12} \ H_{y1} \mathcal{A}_3 \ H_{y2} \mathcal{A}_4] \\
& \quad \begin{bmatrix} (I - G_c \mathcal{A}_{12})^{-1} G_b \\ E_{x2} G_a \mathcal{A}_{12} (I - G_c \mathcal{A}_{12})^{-1} G_b + E_{x2} G_u + E_{u2} \\ E_{d1} G_a \mathcal{A}_{12} (I - G_c \mathcal{A}_{12})^{-1} G_b + E_{d1} G_u + E_{d2} \end{bmatrix} \\
& = (C_1 G_u + D_{u1}) + [C_1 G_a \mathcal{A}_{12} \ H_{y1} \mathcal{A}_3 \ H_{y2} \mathcal{A}_4] \\
& \quad \begin{bmatrix} I - G_c \mathcal{A}_{12} & 0 & 0 \\ -E_{x2} G_a \mathcal{A}_{12} & I & 0 \\ -E_{d1} G_a \mathcal{A}_{12} & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} G_b \\ E_{x2} G_u + E_{u2} \\ E_{d1} G_u + E_{d2} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& = [C_1 G_u + D_{u1}] + [C_1 G_a \ H_{y1} \ H_{y2}] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{12} & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_3 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{A}_4 \end{bmatrix} \\
& \times (I - \begin{bmatrix} G_c & 0 & 0 \\ E_{x2} G_a & 0 & 0 \\ E_{d1} G_a & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{12} & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_3 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{A}_4 \end{bmatrix})^{-1} \begin{bmatrix} G_b \\ E_{x2} G_u + E_{u2} \\ E_{d1} G_u + E_{d2} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

이다. 따라서 정의된  $\mathcal{A}_{12}$ ,  $G_u$ ,  $G_a$ ,  $G_c$ ,  $G_b$ 를 대입하

면  $\bar{G}_{du} = F_u \left( \begin{bmatrix} G_{11} & G_{u1} \\ G_{21} & G_{u2} \end{bmatrix}, \mathcal{A} \right)$  임을 알 수 있다. 같은 방

법으로  $\bar{G}_{dw} = (D_{w1} + H_{y1} \mathcal{A}_3 E_{x2} + H_{y2} \mathcal{A}_4 E_{d1}) + [C_1 + H_{y1} \mathcal{A}_3 E_{x2} + H_{y2} \mathcal{A}_4 E_{d1}]$  이다.

여기서

$$\begin{aligned}
& (sI-A_1 - H_x \mathcal{A}_1 E_{x1} - H_d \mathcal{A}_2 E_{d1})^{-1} (B_{w1} + H_x \mathcal{A}_1 E_{w1} + H_d \mathcal{A}_2 E_{d1}) \\
& = (sI-A_1)^{-1} B_{w1} + (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times [I - \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_2 \end{bmatrix}]^{-1} \\
& \quad \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} (sI-A_1)^{-1} B_{w1} + \begin{bmatrix} E_{w1} \\ E_{d1} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

이므로,  $\mathcal{A}_{12}$ ,  $G_w$ ,  $G_a$ ,  $G_c$ ,  $G_d$ 를  $\mathcal{A}_{12} = \text{Diag}[\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2]$ ,

$$G_w = (sI-A_1)^{-1} B_{w1}, G_a = (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d]$$

$$G_c = \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} (sI-A_1)^{-1} [H_x \ H_d],$$

$$G_d = \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} (sI-A_1)^{-1} B_{w1} + \begin{bmatrix} E_{w1} \\ E_{d1} \end{bmatrix} \text{로 정의하면}$$

$$\begin{aligned}
\bar{G}_{dw} &= [C_1 G_w + D_{w1}] + [C_1 G_a \ H_{y1} \ H_{y2}] \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{12} & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_3 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{A}_4 \end{bmatrix} \\
& \times (I - \begin{bmatrix} G_c & 0 & 0 \\ E_{x2} G_a & 0 & 0 \\ E_{d1} G_a & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{12} & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{A}_3 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{A}_4 \end{bmatrix})^{-1} \begin{bmatrix} G_d \\ E_{x2} G_w + E_{w2} \\ E_{d1} G_w + E_{d2} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

이다. 따라서 정의된  $\mathcal{A}_{12}$ ,  $G_w$ ,  $G_a$ ,  $G_c$ ,  $G_d$ 를 대입하

면  $\bar{G}_{dw} = F_w \left( \begin{bmatrix} G_{11} & G_{w1} \\ G_{21} & G_{w2} \end{bmatrix}, \mathcal{A} \right)$  임을 알 수 있다.

## 저 자 소 개

李 甲 來(正會員) 第 33卷 B卷 第 4號 參照

丁 銀 泰(正會員) 第 33卷 B卷 第 4號 參照



崔 鳳 烈(正會員)

1961년 5월 20일생. 1983년 2월 경북대학교 전자공학과 졸업. 1985년 2월 한국과학기술원 전기전자공학과 졸업(석사). 1993년 2월 동 대학원 졸업(박사). 1990년 경북대학교 전임강사. 1993년 ~ 현재 경북대 전

자전기공학부 조교수. 주관심분야는 가변구조제어, 적응제어, 로보틱스, 건설제어 등임

朴 煥 培(正會員) 第 32卷 B卷 第 2號 參照