

論文97-34S-12-3

## 4-구륜 2-자유도 이동 로봇의 기구학 모델과 가우스함수를 이용한 경로설계 및 추적 알고리즘

### (Kinematic Model, Path Planning and Tracking Algorithms of 4-Wheeled Mobile Robot 2-Degree of Freedom using Gaussian Function)

金 棋 烈 \* , 鄭 容 旭 \*\* , 朴 鍾 國 \*

(Ki Yeoul Kim, Yong Oug Chung, and Chong Kug Park)

#### 요 약

본 논문에서는 4-구륜 2-자유도 이동 로봇(4-Wheeled 2-D.O.F Mobile Robot, WMR)의 위치제어를 위해 기구학적 모델링을 유도하고, 이를 기초로한 안정한 경로설계 알고리즘과 경로추적 알고리즘을 제시한다. 구륜의 구동기 속도와 로봇의 속도를 계산하기 위하여 구동된 역기구학 해와 측정된 전향기구학 해를 구한다. 실시간에서 이동 로봇의 위치계산을 위하여 dead-reckoning 알고리즘을 적용한다. 이동 로봇의 완만한 방향각 제어 및 설계를 위하여 가우스함수를 이용하고 장애물 회피를 위한 경로설계 알고리즘도 제시한다. 기구학적 모델링의 불확실성과 측정잡음 등으로 인한 오차의 보상을 위해 케환제어시스템을 구성한다. 또한 모의실험 결과를 통하여 본 논문에서 제시된 알고리즘들의 유효성을 입증한다.

#### Abstract

This paper presents stable kinematic modeling and path planning and path tracking algorithms for the position control of 4-wheeled 2-d.o.f(degree of freedom) mobile robot. We derived the actuated inverse and sensed forward solution for the calculation of actuator velocity and robot velocities. The dead-reckoning algorithm is introduced to calculate the position of WMR in real time. The gaussian functions are applied to control and to design the smooth orientation angle of WMR and the path planning algorithm for obstacle avoidance is proposed. We composed feedback control system to compensate for error because of uncertainty kinematic modeling and measurement noise. The simulation results show that the proposed kinematic modeling and path planning and feedback control algorithms are useful.

#### I. 서 론

로봇의 다기능화 및 작업공간의 확대를 위해 이동 기능을 갖춘 로봇에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 이동 로봇(Mobile Robot)는 보행용 로봇(legged robot)와 구륜 이동 로봇(wheeled mobile robot, WMR)로 구분된다. 구륜 이동 로봇은 구조가 단순하고 이동속도가 빠르며 작업반경이 넓고 제어가 용이한 장점을 갖고 있다. 특히 이동 로봇에 매니퓰레이터를 탑재할 경우 활용범위는 더욱 확대될 수 있다.

\* 正會員, 慶熙大學校 電子工學科

(Dept. of Electronic Engineering, Kyung Hee Univ.)

\*\* 正會員, 晉州專門大學校 自動車電子科

(Dept. of Automotive Electronics, Chinju Technical College)

接受日字: 1996年8月30日, 수정완료일: 1997年11月18日

이동 로봇에 대한 연구분야는 크게 시스템을 이용한 경로설계 및 장애물회피 분야와 로봇을 목적위치로 이동시키는 구동분야로 구분할 수 있다<sup>[1]</sup>. Saha와 Angels<sup>[2]</sup>는 3-구륜 2-자유도를 갖는 구륜형 이동 로봇에 대한 모델을 연구하였으며, Yilin Zhao와 L. Bement<sup>[3]</sup>는 2-자유도와 3-자유도 이동 로봇에 대한 각각의 형태를 구분하였다. 그러나 이동 로봇에 대한 대부분의 연구가 구체적인 수학적 모델링과 제어 알고리즘에 대한 연구보다는 단순화된 기구학 모델링과 동작설계 분야에 중점을 두고 이루어져왔다. 구륜 이동 로봇에 대한 연구는 non-holonomic 제약<sup>[4]</sup>, 구조적 제약, 지면 및 내부마찰의 고려 등으로 인해 제어 및 실용화에 많은 어려움<sup>[5]</sup>이 있다. 즉, 2-자유도 구륜 이동 로봇은 양쪽 구동 구륜의 속도 차에 의해 회전하게 되므로 일부 자유도는 종속 성분이 되어 한정된 자유도만 허용되는 다중 폐연쇄(multi-closed chains) 구조를 이룬다. 이러한 특징은 기존의 매니플레이터와 구분되는 것이며, 매니플레이터에 적용된 모델링 방법과 제어 방법이 이동 로봇에 그대로 적용될 수 없음을 의미한다. 특히 이동 로봇의 non-holonomic 제약으로 인해 시스템의 동작을 서술하기 위한 좌표의 수( $[x \ y \ \theta]^T$ )가 자유도를 초과하게 되므로 모델링과 제어 방법은 복잡하게 된다. 이런 제약 조건들을 해결하기 위한 한 방법으로 본 논문에서는 이동 로봇의 본체와 구륜 사이의 체계적인 동작관계를 표현하는 기구학 모델을 유도한다. 또한 구륜의 미끄러짐을 최소화하는 완전한 경로설계 알고리즘과 안정된 경로 추적을 위한 폐환제어 시스템을 제시한다. 경로설계는 가우스합수를 이용하며, 함수들의 적절한 적용으로 구륜의 미끄러짐을 최소화하며 목적점에 최단시간내에 도달하도록 설계한다. 그리고 가우스합수의 연속적용으로 장애물 회피가 가능한 경로설계 알고리즘을 제시한다.

모의실험을 통해 구륜 이동 로봇이 초기 얼마동안의 수렴과정을 거쳐서 큰 이탈 없이 효율적으로 추종함으로써 경로설계 및 폐환제어 시스템의 유효성을 보여준다.

## II. 구륜 이동 로봇 모델

### 1. 구륜 이동 로봇 좌표계

4-구륜 2-자유도의 구륜 이동 로봇은 좌우로 2개의 구동기에 의해 구동되는 구동구륜과 안정성을 위해

앞뒤로 배치된 2개의 보조구륜으로 이루어진다<sup>[6]</sup>. 각각의 구동구륜은 2개의 자유도를 갖으며 첫째 자유도는 구륜의 회전에 대한 방향이고 둘째 자유도는 바닥과 구륜사이의 접촉점에 대한 회전이다. 구륜 이동 로봇의 형태는 그림 1과 같다.

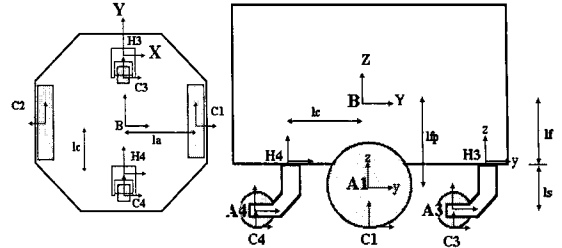


그림 1. 구륜 이동 로봇의 형태  
Fig. 1. Configuration of WMR.

다음의 세가지 가정으로부터 기구학 모델링이 이루어진다<sup>[7]</sup>. 첫째, 구륜 이동 로봇의 동작에 있어서의 떨림은 무시한다. 둘째, 로봇은 평면을 움직인다. 즉, 불안정한 표면에서의 요철부분은 무시한다. 셋째, 구륜과 표면사이의 회전 마찰력은 회전 미끄러움을 허용할 정도로 매우 작다고 가정한다. 기구학 모델링을 위한 구륜 이동 로봇의 좌표계는 그림 1과 같이 약 20개를 할당한다. 구륜 이동 로봇에서는 좌표계의 할당을 위해 Sheth-Uicker 표기법<sup>[2]</sup>을 적용한다. 로봇 좌표계 B는 바닥에 대해 수직인 Z축을 갖는 로봇 본체에 할당한다. 접촉점 좌표계  $C_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ )는 구륜의 방향에 평행한 Y축을 갖는 바닥과 각각의 구륜 사이의 접촉점에 위치한다.

### 2. 동차변환 행렬

동차변환 행렬은 할당된 좌표계의 상대적인 위치와 방향을 표시한다. 동차변환 행렬  $A_{\Pi B}$ 는 좌표축 B에서의 점  $B_r$ 의 좌표를 좌표축 A에서의 점  $A_r$ 로 변환을 나타내며 표기법은 다음과 같다.

$$A_r = A_{\Pi B} B_r \quad (1)$$

예로서 변환행렬  $A_{\Pi B}$ 는 좌표계 A에 대한 좌표계 B의 위치와 방향을 나타낸다. 그리고  $r_x$ 는 벡터  $r$ 의  $x$ 성분을 나타낸다.

$A_{\Pi B}$  : A 좌표계에 대한 B 좌표계의 위치와 방향

$A_{\theta B}$  : A 좌표계에 대한 B 좌표계의 Z축에 나란

한 회전변위

$\theta_{wix}$ :  $C_i$ 의  $X$ 축에 대한  $i$ 번째 구륜 중심의 회전변위

$\theta_{wiz}$ :  $C_i$ 의  $Y$ 축에 대한  $i$ 번째 구륜 중심의 회전변위

$A d_{Bi}$ :  $A$ 좌표계에 대한  $B$ 좌표계의  $j$ 축에 나란한 천이위치

구륜 이동 로봇트는 두 좌표계  $A, B$ 에 대하여 상대적으로 0이 아닌  $x, y, \theta$  좌표에 위치하며 이동 평면에 대하여 수직인  $Z$ 축을 갖는 모든 좌표계를 할당한다. 그래서 좌표계 사이의 모든 회전은  $Z$ 축에 대하여 나타난다. 변환행렬  $A \Pi_B$ 는 좌표계  $A$ 의  $Z$ 축에 대한 회전  $A \theta_B$ 와 천이  $A d_{Bx}, A d_{By}, A d_{Bz}$ 로 표현된다.

$$A \Pi_B = \begin{bmatrix} \cos^A \theta_B & -\sin^A \theta_B & 0 & A d_{Bx} \\ \sin^A \theta_B & \cos^A \theta_B & 0 & A d_{By} \\ 0 & 0 & 1 & A d_{Bz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

동차변환 행렬은 구륜의 좌표계에 평행한 로봇트 좌표계의 할당으로부터 구해지며 구륜 이동 로봇트 좌표계의 할당은 기구학의 모델링과 제어에 이용된다.

### 3. 자코비안(Jacobian) 행렬

두개의 구동구륜에 의해 구동되는 구륜 이동 로봇트에서 구륜  $i$ 에 대한 속도벡터로부터 이동 로봇트의 몸체속도는 다음의 변환행렬을 이용하여 구한다.

$$\bar{B} \Pi_B = \bar{B} T_F^F T_{\bar{C}_i} \bar{C}_i T_{C_i} C_i T_B \quad (3)$$

위의 행렬에서  $\bar{B} T_F, F T_{\bar{C}_i}, C_i T_B$ 는 고정된 위치와 방향을 가지므로 상수행렬이며  $\bar{C}_i T_{C_i}$ 는 가변 변환행렬이다. 따라서 식(3)을 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{B} \dot{\Pi}_B &= {}^F T_{\bar{B}}^{-1} {}^F T_{\bar{C}_i} \bar{C}_i \dot{T}_{C_i} {}^B T_{C_i}^{-1} \\ &= \bar{B} T_{\bar{C}_i} \bar{C}_i \dot{T}_{C_i} C_i T_B \end{aligned} \quad (4)$$

그림 1의 매개변수와 변환행렬을 이용하여 식(4)를 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -\dot{\theta} & -\dot{\omega}_{Bz} & 0 & \dot{v}_{Bx} \\ -\dot{\omega}_{Bz} & 0 & 0 & \dot{v}_{By} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\theta} & -\dot{\omega}_{Bz} & 0 & -\dot{v}_{Cx} - \dot{v}_{Cy} \\ \dot{\omega}_{Cz} & 0 & 0 & -l \dot{\omega}_{Cz} + \dot{v}_{Cy} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

식(5)로부터 이동 로봇트의 몸체속도와 구륜속도 사이

의 관계를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{B} \dot{P}_B = \begin{bmatrix} \cos^B \theta_{Ciz} & -\sin^B \theta_{Ciz} & B d_{Ciy} \\ \sin^B \theta_{Ciz} & \cos^B \theta_{Ciz} & -B d_{Cix} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{C}_i v_{Cix} \\ \bar{C}_i v_{Ciy} \\ \bar{C}_i \omega_{Ciz} \end{bmatrix} = \hat{J}_i \hat{q}_i \quad (6)$$

여기서  $\hat{J}_i$ 는 동차변환행렬의 형태로 표현될 수 있으며 가상-자코비안(pseudo-jacobian) 행렬이라 정의한다.  $\hat{q}_i$ 는 가상-구륜속도 행렬 즉 구륜의 선속도행렬이다. 구륜  $i$ 에 대한 구륜 변수는  $w_i$ 로 표현한다.  $(3 \times 1)$ 의 가상-구륜속도 벡터는  $(3 \times w_i)$ 의 구륜 행렬  $W_i$ 에 의해서  $(w_i \times 1)$ 의 물리적 속도벡터와 관계한다. 즉,

$$\hat{q}_i = W_i \dot{q}_i \quad (7)$$

식(7)을 식(6)에 대입하면 구륜의 속도벡터로부터 이동 로봇트 몸체의 속도를 구할 수 있다.

$$\bar{B} \dot{P}_B = \hat{J}_i W_i \dot{q}_i = J_i \dot{q}_i \quad (8)$$

여기서  $J_i = W_i \hat{q}_i$ 는 구륜  $i$ 에 대한  $(3 \times w_i)$ 의 자코비안 행렬이다. 자코비안 행렬의 랭크(rank) 수는 구륜의 자유도를 나타낸다. 만약 로봇트가 redundant하다면 구륜의 변수보다 작은 수의 자유도를 갖는다. 구륜에 대한 자코비안 행렬을 구하기 위해 먼저 가상-구륜속도벡터를 실제 구륜의 회전속도  $A \omega_{wx}, \bar{C}_i \omega_{Cz}$ 와 구륜행렬  $W_i$ 로 대체하면 다음과 같다.

$$\hat{q}_i = \begin{bmatrix} \bar{C}_i v_{Cix} \\ \bar{C}_i v_{Ciy} \\ \bar{C}_i \omega_{Ciz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ R & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \omega_{wix} \\ \bar{C}_i \omega_{Ciz} \end{bmatrix} = W_i \dot{q}_i \quad (9)$$

여기서  $\bar{C}_i \omega_{Cz}$ 는 구륜의 속도차이에 의해 발생되는, 즉 구동되지 않는 구륜속도이다. 식(9)을 식(6)에 대입하면 구륜  $i$ 에 대한 자코비안행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{B} \dot{P}_B &= \begin{bmatrix} \bar{B} v_{Bx} \\ \bar{B} v_{By} \\ \bar{B} \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \sin^B \theta_{c,z} & -B d_{c,y} \\ R \cos^B \theta_{c,z} & -B d_{c,x} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \omega_{w,x} \\ \bar{C}_i \omega_{C,z} \end{bmatrix} \\ &= J_i \dot{q}_i \quad \text{for } i=1,2 \end{aligned} \quad (10)$$

즉 자코비안 행렬  $J_i$ 는 구륜 속도  $\dot{q}_i$ 의 선형결합으로 로봇트의 속도와 구륜 속도사이의 관계를 나타낸다.

### III. 구륜 이동 로봇 기구학 방정식

#### 1. 구륜 이동 로봇 동작방정식 구성

구륜 이동 로봇의 동작은 구륜들의 동시 동작으로 인하여 일어난다. 동작을 모델링하기 위하여 식(10)의 구륜에 대한 동작방정식의 결합으로부터 다음 식을 구성할 수 있다. 즉 구륜 이동 로봇 구륜들의 구동속도  $\dot{q}$ 로부터 본체의 속도  $\dot{p}$ 를 구하기 위하여 각각의 구륜 1과 2에 대하여 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \bar{B} \dot{p}_B = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{B} v_{Bx} \\ \bar{B} v_{By} \\ \bar{B} \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ R & -l_a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R & l_a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \omega_{w1x} \\ \bar{C}_1 \omega_{c1z} \\ A_2 \omega_{w2x} \\ \bar{C}_2 \omega_{c2z} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\text{또는 } A_o \bar{B} \dot{p}_B = B_o \dot{q} \quad (13)$$

여기서  $I_1, I_2$ 는 각각 (3×3)의 단위행렬이다.

#### 2. 구동된 역기구학 해

구륜 이동 로봇은 다중 폐연쇄 구조이기 때문에 각각의 구동구륜에 대하여 모든 구륜의 변수  $\theta_{wx}, \theta_{wz}$ 를 다 구동할 필요는 없다. 즉  $\bar{C}_1 \omega_{c1z}$ 와  $\bar{C}_2 \omega_{c2z}$ 는 좌·우 구륜의 속도차  $A_1 \omega_{w1x} - A_2 \omega_{w2x}$ 에 의해 발생되는 증속적인 비구동 성분이며, 이동 로봇을 실제적으로 구동시키는 독립적인 구동 성분은  $A_1 \omega_{w1x}, A_2 \omega_{w2x}$ 이다. 따라서 이동 로봇이 기준궤적을 추종하도록 하기 위해 독립적인 구동 성분만을 산출해야 한다. 식(12)를 구동 성분과 비구동 성분으로 구분하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\bar{B} \dot{p}_B = J_{ia} \dot{q}_{ia} + J_{iu} \dot{q}_{iu} \quad \text{for } i=1,2 \quad (14)$$

여기서 “a”는 구동되는 부분을 나타내고 “u”는 구동되지 않는 부분을 나타낸다. 분리된 구륜의 방정식을 다시 결합하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \bar{B} \dot{p}_B = \begin{bmatrix} J_{1a} & 0 & J_{1u} & 0 \\ 0 & J_{2a} & 0 & J_{2u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{1a} \\ \dot{q}_{2a} \\ \dot{q}_{1u} \\ \dot{q}_{2u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ R & 0 & -l_a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R & l_a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \omega_{w1x} \\ A_2 \omega_{w2x} \\ \bar{C}_1 \omega_{c1z} \\ \bar{C}_2 \omega_{c2z} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\text{또는 } A_o \bar{B} \dot{p}_B = B_o \begin{bmatrix} \dot{q}_a \\ \dot{q}_u \end{bmatrix} \quad (16)$$

윗식(16)에서  $B_o$ 는 정방행렬이 아닌 overdetermined 시스템이므로  $[\dot{q}_a \ \dot{q}_u]^T$ 에 대한 해를 구하기 위해 pseudo-inverse의 한 종류인 최소-자승해 (least-square solution)를 사용하여 다음과 같이 구할 수 있다<sup>[8]</sup>.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_a \\ \dot{q}_u \end{bmatrix} = (B_o^T B_o)^{-1} B_o^T A_o \bar{B} \dot{p}_B \quad (17)$$

윗식(17)로부터 구동 성분  $\dot{q}_a$ 로 구성된 역기구학 해는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \omega_{w1x} \\ \omega_{w2x} \end{bmatrix} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 0 & 1 & l_a \\ 0 & 1 & -l_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{B} v_{Bx} \\ \bar{B} v_{By} \\ \bar{B} \omega_{Bz} \end{bmatrix} \quad (18)$$

4-구륜 2-자유도의 구륜 이동 로봇에 대한 모든 구륜의 자코비안 행렬은 비특이(nonsingular)하기 때문에 각각의 구동된 구륜의 속도에 대하여 독립된 방정식에 의해서 구동된 역기구학 해를 식 (18)에서 구한다.

#### 3. 측정된 전향기구학 해

구륜의 속도  $\omega$ 는 기준궤적이 주어질 경우 이동 로봇이 기준궤적을 추적하기 위해 요구되는 항을 의미한다. 엔코더(encoder)에 의해 측정될 수 있는 성분은 구륜의 속도  $A_1 \omega_{w1x}$ 와  $A_2 \omega_{w2x}$ 이며  $\bar{C}_1 \omega_{c1z}$ 와  $\bar{C}_2 \omega_{c2z}$ 는 엔코더에 의해 측정될 수 없는 성분이다. 따라서 검출된 구륜 속도로부터 본체의 속도를 산출하기 위해 구륜의 속도를 감지 성분(sensed component) “s”와 비감지 성분(not-sensed component) “n”으로 구분한다.

$$\bar{B} \dot{p}_B = J_{is} \dot{q}_{is} + J_{in} \dot{q}_{in} \quad \text{for } i=1,2 \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \bar{B} \dot{p}_B = \begin{bmatrix} J_{1s} & 0 \\ 0 & J_{2s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{1s} \\ \dot{q}_{2s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_{1n} & 0 \\ 0 & J_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{1n} \\ \dot{q}_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R \sin \theta & 0 \\ R \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -R \sin \theta \\ 0 & R \cos \theta \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \omega_{w1x} \\ A_2 \omega_{w2x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{1y} & 0 \\ -d_{1x} & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & d_{2y} \\ 0 & -d_{2x} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{C}_1 \omega_{c1z} \\ \bar{C}_2 \omega_{c2z} \end{bmatrix} \quad (20)$$

윗식(20)에서 측정된 전향기구학 해를 구하기 위하여  $J_{1n} \dot{q}_{1n}$ 을 좌측으로 이동하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} I_1 & -J_{1n} & 0 \\ I_2 & 0 & -J_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{B} \dot{p}_B \\ \dot{q}_{1n} \\ \dot{q}_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{1s} & 0 \\ 0 & J_{2s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{1s} \\ \dot{q}_{2s} \end{bmatrix} \quad (21)$$

또는  $A_n \begin{bmatrix} \bar{B} \dot{p}_B \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = B_s \dot{q}_s$  (22)

식(22)는 overdetermined 시스템이므로 역기구학 해를 구하는 과정과 같이 pseudo-inverse의 한 류인 최소-자승해를 적용하여 다음과 같이 구할 수 있다<sup>[8]</sup>.

$$\begin{bmatrix} \bar{B} \dot{p}_B \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = (A_n^T A_n)^{-1} A_n^T B_s \dot{q}_s \quad (23)$$

윗식(23)으로부터 측정된 전향기구학 해는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} \bar{B} v_{Bx} \\ \bar{B} v_{By} \\ \bar{B} \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ l_a & l_a \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{wx} \\ \omega_{wx} \end{bmatrix} \quad (24)$$

4. 구륜 이동 로봇의 가제어성(Controllability)

1차 Lie-Bracket 이론에 근거하여 이동 로봇트는 다음의 일반적인 제어가능 non-holonomic system으로 표현된다<sup>[9]</sup>.

$$\dot{x} = f_1(x)u_1 + f_2(x)u_2 + \dots + f_m(x)u_m = F(x)u \quad (25)$$

앞서 모델링한 구륜 이동 로봇트의 바다 기준좌표계에 대한 본체의 속도는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} F v_{Bx} \\ F v_{By} \\ F \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{B} v_{Bx} \\ \bar{B} v_{By} \\ \bar{B} \omega_{Bz} \end{bmatrix}$$

$$F \dot{p}_B = F \Phi_B \bar{B} \dot{p}_B \quad (26)$$

윗식(26)에 측정된 전향기구학의 해 (24)를 대입하여 기준좌표계에 대한 본체의 속도를 구륜 이동 로봇트의 구륜 속도로 표현하면 다음과 같다.

$$F \dot{p}_B = \begin{bmatrix} F v_{Bx} \\ F v_{By} \\ F \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a} \begin{bmatrix} -l_a \sin \theta & -l_a \sin \theta \\ l_a \cos \theta & l_a \cos \theta \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \omega_{wx} \\ A_2 \omega_{wx} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{R}{2l_a} A_T B \dot{q}_s \quad (27)$$

변환행렬  $A_T B$ 를 구성하는 2개의 열벡터는 선형 독립

적이므로 각각의 열벡터는 벡터필드  $f_1, f_2$ 로 간주할 수 있다. Lie-Bracket  $[f_1, f_2]$ 는 다음과 같다.

$$[f_1, f_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (28)$$

이때  $[f_1, f_2] = \alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2$ 를 만족하는  $\alpha_1$ 과  $\alpha_2$ 는 존재하지 않으므로 식(27)의 시스템은 적분가능하지 않는, 즉 non-holonomic 제약을 가진다. 그리고 윗식 (27)을 일반적인 제어가능한 non-holonomic system의 표현식으로 나타내면 다음과 같다.

$$F \dot{p}_B = \frac{R}{2l_a} \left[ \begin{bmatrix} -l_a \sin \theta \\ l_a \cos \theta \\ 1 \end{bmatrix} A_1 \omega_{wx} - \begin{bmatrix} -l_a \sin \theta \\ l_a \cos \theta \\ -1 \end{bmatrix} A_2 \omega_{wx} \right] \quad (29)$$

윗식 (29)에서 Lie-Bracket Completion 행렬은 다음과 같다.

$$C = (f_1, f_2, [f_1, f_2]) = \begin{bmatrix} -l_a \sin \theta & -l_a \sin \theta & 0 \\ l_a \cos \theta & l_a \cos \theta & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

위의 행렬이 특이(singular)하고  $\text{rank} [f_1, f_2] = \text{rank} [f_1, f_2, [f_1, f_2]] \neq 3$ 이므로 모델링한 비선형시스템인 구륜 이동 로봇트는 가제어하지 않다. 이런 경우의 시스템 입력은 최소-자승 방법을 사용하여 해를 구한다. 그러나 제어점(Controlled point)을 질량 중심 좌표계에서  $l_c$ 만큼 떨어져 있는 보조구륜의 접촉점에 설정하였을 경우의 기구학 방정식은 다음과 같다.

$$\bar{B} \dot{p}_B = \begin{bmatrix} \bar{B} v_{Bx} \\ \bar{B} v_{By} \\ \bar{B} \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a} \begin{bmatrix} l_c & l_c \\ l_a & l_a \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \omega_{wx} \\ A_2 \omega_{wx} \end{bmatrix} \quad (31)$$

제어점을 재설정한 식(31)의 기구학 방정식을 식(26)에 대입하여 기준좌표계에 대한 구륜 이동 로봇트의 본체속도를 표현하면 다음과 같다.

$$F \dot{p}_B = \begin{bmatrix} F v_{Bx} \\ F v_{By} \\ F \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a} \begin{bmatrix} l_c \cos \theta - l_a \sin \theta & l_c \cos \theta - l_a \sin \theta \\ l_c \sin \theta + l_a \cos \theta & l_c \sin \theta + l_a \cos \theta \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \omega_{wx} \\ A_2 \omega_{wx} \end{bmatrix} \quad (32)$$

식(32)의 열벡터는 선형 독립적이므로 각각의 열벡터를 벡터 필드  $f_1, f_2$ 로 간주할 수 있다. 이때 Lie-Bracket  $[f_1, f_2]$ 를 구하면 다음과 같다.

$$[f_1, f_2] = \begin{bmatrix} -2l_a \cos \theta \\ -2l_a \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$[f_1, f_2] = \alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2$  를 만족하는 스칼라함수가 존재하지 않으므로 식(32)로 표현되는 시스템은 적분가능하지 않다. 그리고 Lie-Bracket Completion 행렬을 구성하면 다음과 같다.

$$C = (f_1, f_2, [f_1, f_2]) = \begin{bmatrix} l_c \cos \theta - l_a \sin \theta & l_c \cos \theta - l_a \sin \theta & -2l_a \cos \theta \\ l_c \sin \theta + l_a \cos \theta & l_c \sin \theta + l_a \cos \theta & -2l_a \sin \theta \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

위의 행렬이 비특이(nonsingular)하고  $\text{rank} [f_1, f_2] = \text{rank} [f_1, f_2, [f_1, f_2]] = 3$ 이므로 비선형시스템인 구륜 이동 로봇트는 가제어하다. 이것은 시스템을 초기위치에서 목적위치로 이동시킬 수 있는 제어입력이 존재함을 의미한다.

#### IV. 경로 추적(Path Tracking) 알고리즘

##### 1. 경로설계 알고리즘

구륜 이동 로봇트의 급격한 방향각 변화는 구륜의 미끄러짐을 발생시킬 수 있다. 그러므로 구륜 이동 로봇트가 진동이나 미끄러짐을 최소화하면서 기준경로에 수렴할 수 있는 완전한 기준경로를 설계해야 한다. 완전한 경로설계를 위해 방향각  $\theta$ 에 다음의 가우스함수를 적용한다.

$$\theta(t) = A \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) \quad (35)$$

여기서  $A$ 는 가우스함수의 크기,  $t$ 는 가우스함수의 적용시간,  $\sigma$ 는 가우스함수의 편차를 나타낸다. 가우스함수의 크기  $A$ 로 구륜 이동 로봇트의 Y방향 주행거리, 가우스함수의 적용시간  $t$ 에 따라 이동로봇트의 X방향 주행거리를 조절할 수 있는 장점이 있다. 가우스함수의 편차  $\sigma$ 로 구륜 이동 로봇트 방향각의 변화를 조절한다. 그림 2는 가우스함수의 크기와 구륜 이동 로봇트의 Y방향 진행거리와의 관계를 나타낸다. 이러한 관계를 두가지 방법으로 시스템에 적용할 수 있다. 첫째는 가우스함수의 크기와 장애물회피를 위한 이동 로봇트의 Y방향 진행거리를 look-up table로 작성하는 것이다. 둘째는 위의 관계를 직선으로 근사화시켜 적용하는 방법이다. 모의실험을 통해 두 방법 모두 효율

적이고 유용하게 이동 로봇트에 적용할 수 있음을 알 수 있었다. 그러므로 본 논문에서는 좀더 간단하고 실용적인 직선 근사화 방법을 사용하여 모의 실험을 수행하였다.

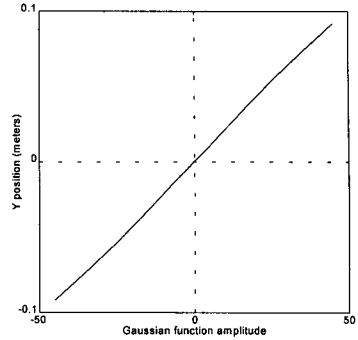


그림 2. 가우스함수의 크기와 구륜 이동 로봇트 Y위치와의 관계  
Fig. 2. Relation between the amplitude of gaussian function and Y position WMR.

경로설계 알고리즘은 초기오차가 양, 음, 그리고 0 일 때의 3가지 경우로 나누어 완만하고 안정하게 최단 시간내에 최단경로에 수렴하도록 기준경로를 설계한다. 경로설계의 전체적인 흐름도는 다음 그림 3과 같다.

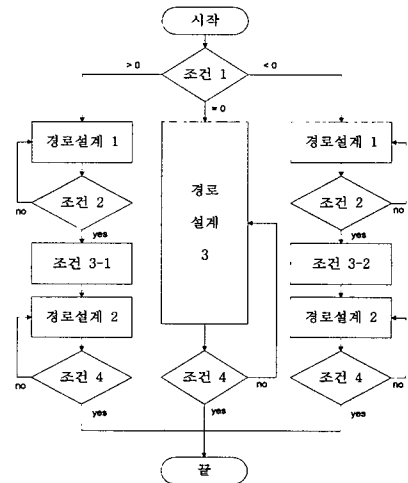


그림 3. 경로설계 흐름도  
Fig. 3. Path planning flowchart.

- 조건 1 : 목적방향각 - 초기방향각
- 조건 2 : 목적방향각 - 실제방향각 = 0
- 조건 3 : 목적궤적과 실제궤적과의 거리계산
- 조건 4 : 목적위치 - 실제위치 = 0

- 경로설계 1 : 조건 1에따른 가우스함수를 적용한 경로 설계
- 경로설계 2 : 조건 3에따른 가우스함수를 적용한 경로 설계
- 경로설계 3 : 초기위치와 목적위치 사이의 직선경로설계

경로설계 알고리즘은 조건 1의 판단에 따라 3가지 경우로 분리된다. 즉 초기 구륜 이동 로봇트의 오차가 양과 음일 때는 가우스함수를 두번 적용하여 초기점과 목적점을 잇는 최단경로에 수렴하는 기준경로를 설계한다. 첫번째 적용할 가우스함수는 초기점과 목적점을 잇는 기준방향각과 구륜 이동 로봇트의 실제방향각이 일치할 때까지 적용한다. 두번째 적용할 가우스함수는 구륜 이동 로봇트가 목적점에 도착할 때까지 적용하며 함수의 크기는 다음 조건 3-1과 3-2의 판단에 따라 결정된다.

조건 3-1. 초기오차가 양일 때 두번째 적용할 가우스함수의 크기

$$A = x \cdot \sin \theta - y \cdot \cos \theta \quad (36)$$

조건 3-2. 초기오차가 음일 때 두번째 적용할 가우스함수의 크기

$$A = y \cdot \cos \theta - x \cdot \sin \theta \quad (37)$$

초기오차가 0일 때는 가우스함수의 적용 없이 직선 최단경로와 일정한 기준방향각을 기준경로로 설계한다. 가우스함수를 연속 적용함으로써 장애물 회피를 위한 경로설계가 가능하다.

### 2. Dead-Reckoning 알고리즘

구륜 이동 로봇트는 non-holonomic 제약조건들을 갖기 때문에 실시간에서 위치제어를 위하여 dead-reckoning 알고리즘<sup>[10]</sup>을 사용한다. 이 알고리즘은 구륜 이동 로봇트가 정지 상태이거나 혹은 초기속도를 알 때 시작된다. 현재 구륜 이동 로봇트의 위치는 전 단계 샘플링 순간에서의 위치와 현재 샘플링 순간에서의 구륜 이동 로봇트 본체속도 향으로 표현한다. 측정된 전향기구학 해로부터 현재의 방향의 직접 계산과 현재의 전이가 순차적으로 계산된다.

$${}^F \theta_{B(nT)} = \frac{R}{2l_a} ({}^{A2} \theta_{wb}(nT) - {}^{A1} \theta_{wb}(nT)) + {}^F \theta_{B(0)} - \frac{R}{2l_a} ({}^{A2} \theta_{wb}(0) - {}^{A1} \theta_{wb}(0)) \quad (38)$$

$$\begin{bmatrix} {}^F d_{Bx}(nT) \\ {}^F d_{By}(nT) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^F d_{Bx}((n-1)T) \\ {}^F d_{By}((n-1)T) \end{bmatrix} + \frac{TR}{4} \begin{bmatrix} -S\theta & -S\theta \\ C\theta & C\theta \end{bmatrix} [\dot{a}_x((n-1)T) + \dot{a}_x(nT)] \quad (39)$$

여기서

$$C\theta = C^F \theta_{Bz}((n-1)T), S\theta = S^F \theta_{Bz}((n-1)T)$$

이다.

윗식(38)에서 나타내는 구륜 이동 로봇트의 방향은 직접 계산되는 holonomic 제약<sup>[12]</sup> 조건인 반면에 식 (39)에서 나타내는 구륜 이동 로봇트의 전이는 직접 구할 수 없는 non-holonomic 제약<sup>[4]</sup> 조건이다.

### 3. 궤환 제어 시스템 구성

본 제어 알고리즘의 목적은 우선 오차를 최소화하는 완전한 기준궤적을 설계하고 이를 이동 로봇트가 급격한 진동없이 신속하게 추적할 수 있도록 하는 것이다. 제어 시스템의 구성은 그림 4와 같다. 시간 nT에서 구륜의 위치와 속도는 구륜의 센서 즉, shaft encoders로부터 구할 수 있다. 로봇트 위치에 대한 오차는 다음과 같다.

$${}^F e_{B(nT)} = {}^F p_{rB}(nT) - {}^F p_{B(nT)} \quad (40)$$

위치에 대한 오차와 오차의 변화율에 전향이득  $K_p$ 와  $K_d$ 를 곱한 값과 기준 속도의 합은 제어입력  ${}^F U_B$ 로서 다음과 같이 표현된다.

$${}^F U_B = K_p {}^F e_{B(nT)} + K_d ({}^F \dot{e}_{B(nT)} - {}^F \dot{e}_{B((n-1)T)}) \quad (41)$$

그림 4의 구륜 이동 로봇트의 궤환제어 시스템에서 오차와 오차의 변화율의 합은 역동작행렬  $M^{-1}(nT) = M^T(nT)$ 에 의하여 구륜 이동 로봇트의 본체 좌표계로 변환되어지고 원하는 구륜 이동 로봇트의 속도역할을 한다. 이러한 속도  ${}^B U_B$ 는 구동된 역기구학 해를 구하기 위하여 적용된다.

$${}^B U_B = M^T (K_p {}^F e_{B(nT)} + K_d ({}^F \dot{e}_{B(nT)} - {}^F \dot{e}_{B((n-1)T)})) \quad (42)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^F \theta_B & \sin^F \theta_B & 0 \\ -\sin^F \theta_B & \cos^F \theta_B & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (K_p {}^F e_{B(nT)} + K_d ({}^F \dot{e}_{B(nT)} - {}^F \dot{e}_{B((n-1)T)}))$$

이동 로봇트 구동구륜의 액츄에이터의 속도는 다음과 같은 기구학 궤환제어 알고리즘에 의한 행렬벡터의 곱에 의해서 계산된다.

$$\dot{a}_a(nT) = J_a^{-1} M^T(nT) (K_p {}^F e_{B(nT)} + K_d ({}^F \dot{e}_{B(nT)} - {}^F \dot{e}_{B((n-1)T)})) \quad (43)$$

4-구륜 2-자유도 이동 로봇에서 식(43)은 다음과 같이 변환되어진다.

$$\begin{bmatrix} \omega_{w,x}(nT) \\ \omega_{w,y}(nT) \end{bmatrix} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} -\sin^F \theta_B & \cos^F \theta_B & I_0 \\ -\sin^F \theta_B & \cos^F \theta_B & -I_0 \end{bmatrix} \left[ K_p^F e_B(nT) + K_d^F (e_B(nT) - e_B((n-1)T)) \right] \quad (44)$$

전항이득  $K_p$ 와  $K_d$ 는 기준경로에 대한 과도응답이나 떨림을 없애고 구륜 이동 로봇의 빠르고 안정된 추적 응답을 갖기 위해 선택되는 값으로서, 실험 결과에 의해 구한다<sup>[12]</sup>.

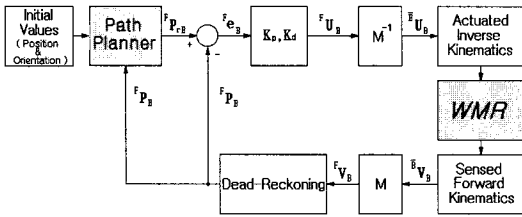
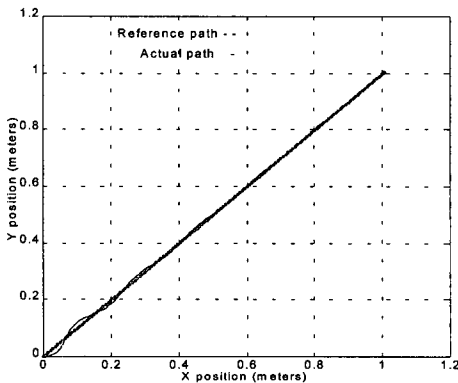


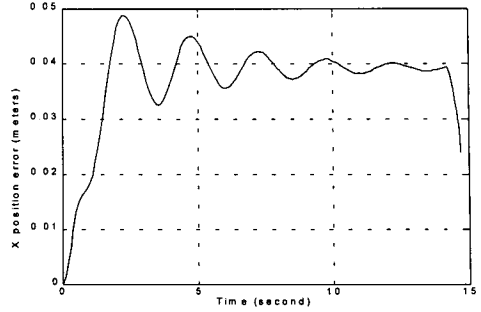
그림 4. 구륜 이동 로봇의 폐환제어 시스템  
Fig. 4. Feedback control system of WMR.

V. 모의실험 및 고찰

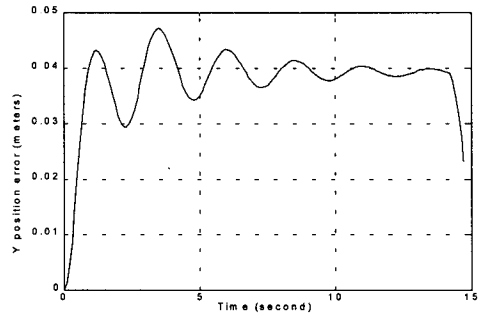
본 논문에서 제시된 폐환제어 시스템에서의 기준경로는 바다 좌표계에 대한 구륜 이동 로봇 본체의 위치 기준경로로 경로설계 알고리즘에 따라 설계된다. 모의실험에서 구륜 이동 로봇의 가속 및 감속 시간은 0.5초로 하였으며 속도경로는 등속으로 설계한다. 주어진 구륜 이동 로봇의 속도와 가우스함수를 구륜 이동 로봇의 방향각에 적용시켜 모의실험을 수행한 결과는 다음과 같다. 그림 5의 (a), (b), (c)는 경로설계가 없는 폐환제어만의 경우 실제와 기준경로 및 오차를 나타낸다.



(a)



(b)



(c)

그림 5. 경로설계가 없는 경우 폐환제어만의 경우  
Fig. 5. Control system without path planning.

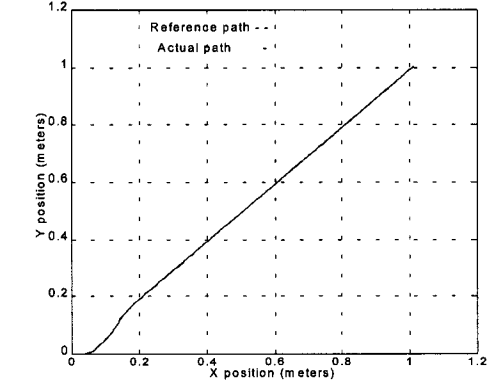
그러나 모의실험 결과에서와 같이 완전한 경로설계가 없는 폐환제어만의 경우에는 구륜 이동 로봇이 설계된 기준경로에 수렴함에 있어 진동의 폭과 오차가 허용범위를 초과함을 알 수 있다.

기준경로는 경로설계 알고리즘에 의해 3가지 초기오차의 경우로 나누어진다. 즉 초기오차가 양(Case 1), 0(Case 2), 음(Case 3)일 때이다. 그림 6의 (a)는 초기오차가 양인 경우의 기준경로와 실제경로, 그림 7의 (a)는 초기오차가 0인 경우의 기준경로와 실제경로, 그림 8의 (a)는 초기오차가 음인 경우의 기준경로와 실제경로를 보여준다. 그림 9는 가우스함수를 두번 적용하여 구륜 이동 로봇 본체 크기의 장애물을 회피할 수 있는 기준경로와 실제경로 및 방향각경로를 나타낸다. 그리고 각각의 그림 6의 (b), (c)는 초기오차가 양인 경우, 그림 7의 (b), (c)는 초기오차가 0인 경우, 그림 8의 (b), (c)는 초기오차가 음인 경우, 그림 9의 (b), (c)는 장애물 회피를 위한 경우의 X방향, Y방향의 위치오차를 나타낸다. 위의 4경우 모두 구륜 이동 로봇의 실제경로와 기준경로 사이의 오차가 허용범위내에 존재하는 시스템의 안정성과 정확한 경로

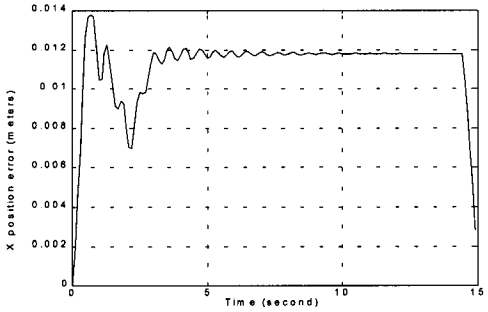


추적을 보여준다.

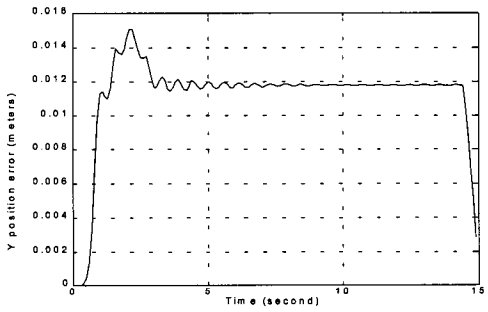
모의실험결과에서 수행초기 구륜 이동 로봇 실제 경로의 진동은 시스템의 구조적 특성, 기구학적 모델링의 불완전함, 시스템의 오차에 의한 것으로 판단된다. 본 논문에서 제시된 경로설계 알고리즘과 궤환제어 시스템의 구성은 실제경로의 수렴시간과 누적오차를 허용오차 범위 내로 개선시킴을 다음 표 2.에서 보여주고 있다.



(a)

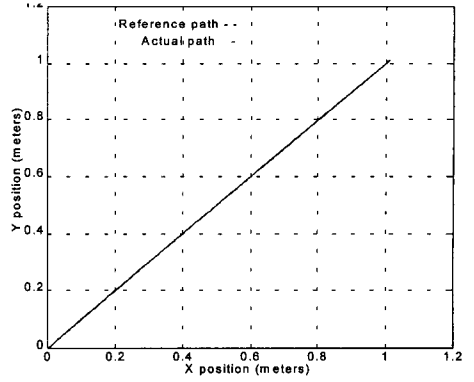


(b)

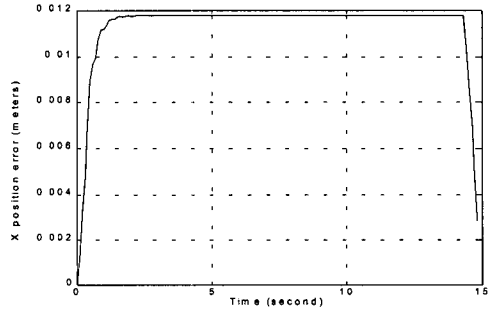


(c)

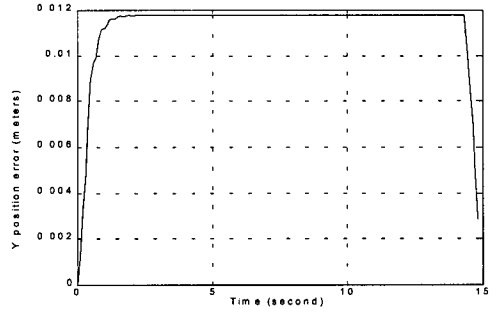
그림 6. 초기오차가 양인 경우의 경로설계  
Fig. 6. System of case 1.



(a)

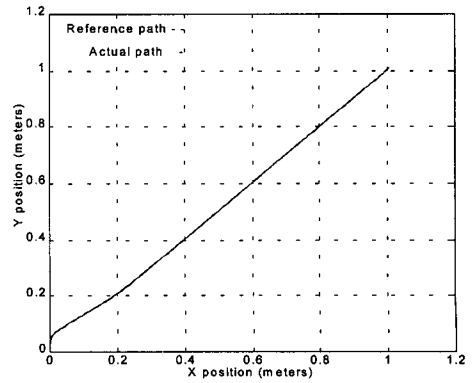


(b)

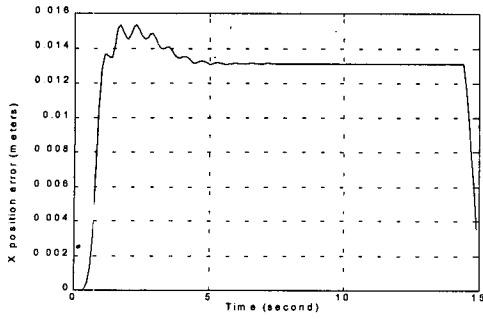


(c)

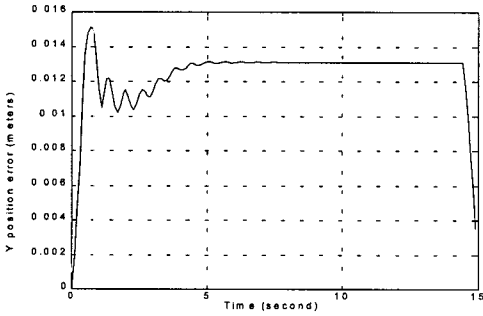
그림 7. 초기오차가 0인 경우의 경로설계  
Fig. 7. System of case 2.



(a)



(b)



(c)

그림 8. 초기오차가 음인 경우의 경로설계  
Fig. 8. System of case 3.

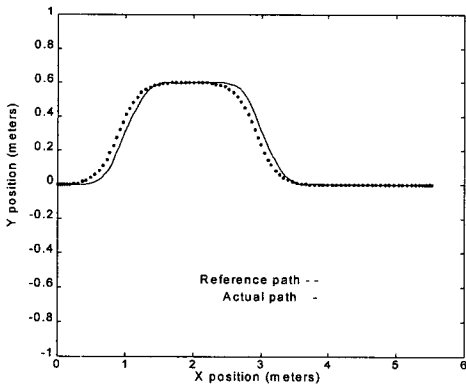


그림 9. 장애물 회피의 경우  
Fig. 9. Control System for obstacle avoidance.

표 1. 구륜 이동 로봇트의 누적오차와 실제 경로의 수렴시간

Table 1. Accumulated error and time of WMR.

	X방향 오차 (meter)	Y방향 오차 (meter)	방향각 수렴시간 (second)	오차 수렴시간 (second)	
궤환제어	0.04	0.04	12	14	
경로 설계 추가	Case 1	0.012	0.0118	4	4
	Case 2	0.0118	0.0118	0	0
	Case 3	0.013	0.013	4	4

## VI. 결 론

본 연구에서는 대부분의 산업현장에서 고정된 로봇트 매니플레이터의 기능 및 작업영역 확장을 위해 연구대상으로 각광받고 있는 이동 로봇트의 여러 종류 중에서 특히, 4-구륜 2-자유도를 갖는 구륜 이동 로봇트의 위치제어를 위한 기구학적 모델링, 장애물회피를 위한 경로설계와 경로추적을 위한 궤환제어 시스템의 설계 방법에 대해 논의하였다. 기구학적 모델링은 Sheth-Uicker 표기법에 따라 할당된 좌표계와 각 좌표계간의 변환행렬을 이용하여 이동 로봇트의 동작을 서술하였다. 경로오차를 최소화시키는 경로설계를 위해 가우스함수를 도입하였고, 실시간에서 구륜 이동 로봇트의 위치를 파악하기 위하여 dead-reckoning 알고리즘을 도입하여 궤환제어 시스템을 구성하였다. 구성된 여러 알고리즘을 사용하여 오차를 보상하는 시스템의 개선과 유효성을 입증하였다. 지금까지의 모델링과 제어 알고리즘을 기초로 하여 장애물 회피에 국한되지 않는 전체적인 항법 알고리즘의 개발도 필요하다.

## 참 고 문 헌

- [1] J. Barraquand and J. C. Latombe, "Nonholonomic Multibody Motion Robot : controllability and motion planning in the presense of obstacles", *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 2328-2335, 1991.
- [2] S. K. Saha and J. Angeles, "Kinematics and Dynamics of Three-Wheeled 2-DOF AGV", *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp.1572-1577, May. 1989.
- [3] Yilin. Zhao and Spencer L. Bement, "Kinematic, Dynamics and Control of Wheeled Mobile Robots", *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 91-96, 1992.
- [4] P. N. Sheth and J. J. Uicker, Jr., "A generalized symbolic notation for mechatronics", *Journal of Engineering for Industrial*, Vol. 93, No.7019, 102-112, 1971.
- [5] T. J. Graettinger and B. H. Krogh, "Evaluation and Time-Scaling of Trajectories for Wheeled Mobile Robot", *Tran-*

sactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and control, Vol. 111, pp. 222-231, June, 1989.

[6] Thomas and Hugh F. Durrant : "Kinematics for Modular Wheeled Mobile Robots ", Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation.

[7] T. Burke and F. Durrant-Whyte, "Kinematics for Modular Wheeled Mobile Robots", Proc. IEEE/RJS Int. Conf. Intelligent Robots and System, July, pp. 1279-1286, 1993.

[8] Edward M. Landesman and Magnus R. Hestenes : Linear Algebra for Mathematics, Science, and Engineering, Pren-

tice-Hall International, Inc., 1992.

[9] Zexiang Li and J. F. Canny : Nonholonomic Motion Planning, Kluwer Academic Publishers. 1992.

[10] A. Meystel : Autonomous Mobile Robots, World Scientific Publishing. 1991.

[11] K. S. Fu and R. C. Gonzalez and C. S. G. Lee : Robotics : Control, Sensing, Vision, and Intelligence, McGraw-Hill Book Company, 1987.

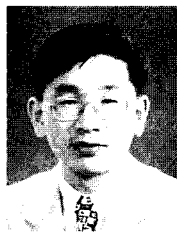
[12] Brian D. O. Anderson and John B. Moore : Optimal Control : Linear Quadratic Methods, Prentice-Hall International, Inc., 1989.

저 자 소 개



金 棋 烈(正會員)  
1968년 3월 7일생. 1993년 2월 경희대학교 공과대학 전자공학과(공학사). 1996년 2월 경희대학교 공과대학 전자공학과(공학석사). 1996년 3월 ~ 현재 경희대학교 공과대학 전자공학과(박사과정). 주관심분

야는 이동로봇, 자동항법시스템, GPS 응용 등



鄭 容 旭(正會員)  
1965년 12월 18일생. 1988년 2월 경희대학교 공과대학 전자공학과(공학사). 1992년 2월 경희대학교 공과대학 전자공학과(공학석사). 1995년 8월 경희대학교 공과대학 전자공학과 박사과정 수료 1996년

3월 ~ 현재 진주전문대학교 자동차전자과 전임강사. 주관심분야는 이동로봇제어, 적응제어, 퍼지제어 시스템 등



朴 鍾 國(正會員)  
第 29 卷 第 10 號 參照  
현재 경희대학교 전자공학과 교수