

입출력 부공간에서의 데이터 클러스터링에 의한 퍼지제어 시스템 설계

(Fuzzy Control System Design by Data Clustering in the Input-Output Subspaces)

金旼秀*, 公聖坤*

(Min-Soo Kim and Seong-Gon Kong)

요 약

이 논문에서는 입출력 프로덕트 공간을 입력변수의 상태에 따라 몇 개의 부공간(subspace)으로 구분하고 입출력 데이터를 클러스터링함으로써 퍼지제어 시스템을 설계하는 방법을 제안하였다. 서보제어의 경우 대부분의 입출력 데이터가 정상상태 영역에 집중되어 있으므로 클러스터링에 의해 설계된 퍼지시스템은 정상상태에 해당하는 퍼지규칙만을 생성하게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 전체 입출력 프로덕트 공간을 입력변수의 상태에 따라 여러개의 부공간으로 분할하고 클러스터링하였다. 이 방법에 의해 설계된 퍼지제어 시스템은 기존 퍼지제어 시스템과 비교될 수 있는 과도응답 특성과 작은 정상상태 오차를 보여주었다.

Abstract

This paper presents a design method of fuzzy control systems by clustering the data in the subspace of the input-output product space. In the case of servo control, most input-output data are concentrated in the steady-state region, and the clustering will result in only steady-state fuzzy rules. To overcome this problem, we divide the input-output product space into some subspaces according to the state of input variables. The fuzzy control system designed by the subspace clustering showed good transient response and smaller steady-state error, which is comparable with the reference fuzzy system.

I. 서 론

퍼지제어 시스템^{[1][2]}은 제어기에 대한 전문가의 경험이나 지식을 “IF <condition>, THEN <action>”과 같은 언어형태의 규칙을 이용하여 표현함으로써 불확실한 상황에서도 효과적으로 제어입력을 추론할 수 있는 비선형 시스템이다. 퍼지제어 시스템에 있어서 중심적인 역할을 하는 퍼지제어 규칙은 많은 경우에 있어서 숙련된 오퍼레이터의 제어행동을 관측하거나 전문가의 경험이나 공학적인 상식을 직접 언

어적인 형태로 표현함으로써 구할 수 있다.^{[3][4]} 플랜트의 실제출력이 기준입력을 추종하도록 하는 서보제어의 경우에는 MacVicar-Whelan 규칙^[5]과 같은 표준형태의 퍼지 규칙베이스가 존재하므로 이것을 변형하여 퍼지제어 시스템을 설계할 수 있다. 제어기에 관한 전문가의 지식체계를 언어적으로 명확하게 표현하기 어려운 경우에도 실제 제어과정으로부터 입력과 출력의 데이터쌍의 정보형태로 얻을 수 있는 경우가 많이 존재한다. 이와 같은 경우에는 입출력 공간에서의 데이터를 클러스터링^{[6][7]}하거나 신경회로망이나 다른 적응 알고리즘^{[8][9]}을 이용하여 학습함으로써 퍼지제어 시스템을 설계할 수 있다.

퍼지제어 시스템의 설계는 주어진 입출력 데이터를 이용하여 퍼지규칙을 생성하고 퍼지시스템의 파라미터

* 正會員, 崇實大學校 電氣工學科

(Department of Electrical Engineering, Soongsil University)

接受日字: 1997年5月17日, 수정완료일: 1997年11月18日

를 결정하는 과정을 포함한다. 클러스터링에 기초한 퍼지시스템 설계방법은 입출력 프로덕트 공간에서 주어진 데이터들을 유사도에 따라 몇 개의 부류로 분류하고 각 부류를 대표하는 퍼지규칙을 대응시켜 퍼지규칙을 생성한다. 이때 각 부류내의 모든 데이터를 가장 잘 나타낼 수 있는 클러스터 중심을 결정하고 이것의 위치에 의해 멤버쉽함수의 위치와 같은 파라미터를 결정한다.

이 논문에서는 입력변수들의 상태에 따라 입출력 데이터들을 몇 개의 부공간으로 분할하고 Subtractive 클러스터링 알고리즘^[13]을 사용하여 클러스터 중심을 결정함으로써 서보제어를 위한 퍼지제어 시스템을 설계하였다. 클러스터링 방법중에서 K-means나 FCM (Fuzzy C-Means)^{[10] [11] [12]}은 클러스터링 하기 전에 클러스터 중심의 개수를 미리 결정해야 하는 문제를 가지고 있다. Subtractive 클러스터링 방법은 클러스터 중심의 개수를 미리 결정할 필요가 없으며, 이와 유사한 마운틴 클러스터링 방법^[6]에 비해 계산이 간단하다는 장점이 있다.

서보제어의 경우에는 대부분의 입출력 데이터가 주로 정상상태 영역부근에 집중되어 있으므로 클러스터 중심들은 정상상태 데이터 부근에만 분포하고 과도상태를 나타내는 데이터의 근처에는 나타나지 않는다. 그 결과 클러스터링에 의해 구해진 퍼지제어 시스템 모델은 정상상태에 해당하는 퍼지규칙들만 포함하고 과도상태를 위한 제어규칙들은 가지지 못하는 문제가 발생한다. 따라서 과도상태에 대한 제어능력을 가지도록 하기 위해서 입출력 데이터를 과도상태와 정상상태 영역으로 구분하고 다시 과도상태의 데이터를 입력변수들의 부호에 따라 전체 입출력 프로덕트 공간을 몇 개의 부공간으로 재분할하고 분할된 부공간에서 클러스터 중심을 결정하였다. 퍼지시스템의 모델은 후건부가 입력변수들의 함수형태로 표현되는 Sugeno 퍼지 모델을 사용하였으며, 결정된 클러스터 중심의 수에 의해 퍼지규칙의 수가 결정된다. 입력 멤버쉽함수의 형태는 가우시안 함수로 하였으며, max-product 추론방법을 사용하였다.

2절에서는 Sugeno 퍼지모델^[14]과 Subtractive 클러스터링 방법, 그리고 클러스터링에 기초한 퍼지시스템 설계과정에 대해 살펴보았다. 3절에서는 퍼지제어 시스템의 구성과 입출력 데이터를 클러스터링 하는 과정에서 발생하는 클러스터 중심의 정상상태 편중 문제

와 이것을 해결하기 위한 부공간에서의 클러스터링 방법을 설명하였다. 4절에서는 클러스터링을 이용한 퍼지제어 시스템 설계의 결과를 설명하고 시뮬레이션을 통해 과도응답 특성의 성능향상을 확인하였다.

II. 클러스터링에 기초한 퍼지시스템 설계

1. Sugeno 퍼지모델

Sugeno 퍼지모델에서는 퍼지규칙의 전건부 변수는 퍼지집합으로, 후건부 변수는 입력변수들의 함수형태로 표현된다^{[14] [15]}. Mamdani 퍼지모델^[16]의 퍼지규칙은 전건부와 후건부 변수가 모두 퍼지집합으로 표현되어 있으므로 전문가의 지식을 직접 언어형태의 규칙으로 표현하기 용이하지만, Sugeno 모델의 퍼지규칙은 후건부가 입력변수들의 함수 형태로 표현되므로 실제 제어과정에서 얻은 수치형태로 주어진 입출력 데이터를 이용하여 함수의 파라미터를 최적화함으로써 퍼지규칙을 쉽게 도출할 수 있다. 따라서 시스템에 관한 정보가 수치데이터 형태로 주어지면 학습을 통해 Mamdani 퍼지모델 보다 쉽게 시스템 식별(system identification)을 할 수 있다. 또한 입력 공간을 퍼지 분할하여 각각의 퍼지 부공간에 대한 선형 입출력 관계를 할당함으로써 기존의 선형 근사화 방식보다 적은 수의 규칙으로도 비선형 특성을 갖는 입출력 관계를 표현할 수 있다.

식 (1)은 n 개의 입력 변수 x_1, \dots, x_n 과 1개의 출력 변수 y_i 를 갖는 MISO(Multiple input single output) Sugeno 모델의 퍼지규칙의 형태를 나타낸다.

$$\text{IF } x_1 \text{ is } A_{1i} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_{ni} \text{ THEN } y_i = f_i(x_1, \dots, x_n) \\ i = 1, \dots, M \quad (1)$$

여기서 $A_{ji}(x_j)$ 는 i 번째 규칙에서 입력변수 x_j 에 할당된 퍼지 멤버쉽함수이며 가우시안 함수의 형태일 경우에는 식 (2)와 같이 표현된다. y_i 는 i 번째 퍼지규칙의 출력을 나타내며, 식 (3)처럼 입력변수들의 선형 결합으로 표현될 수 있다.

$$A_{ji}(x_j) = \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x_j - c_{ji}}{w_{ji}}\right)^2\right) \quad (2)$$

$$f_i(x_1, \dots, x_n) = a_{0i} + a_{1i}x_1 + \dots + a_{ni}x_n \quad (3)$$

이때 c_{ji} 는 멤버쉽함수 $A_{ji}(x_j)$ 의 중심 위치, 그리고

w_{ji} 는 $A_{ji}(x_j)$ 의 폭을 나타내는 파라미터이며, 계수 $a_{0i}, a_{1i}, \dots, a_{mi}$ 는 입출력 데이터로부터 최적화 과정을 통하여 결정된다.

M 개의 규칙을 가지며 max-product 추론 방법을 사용하였을 때, i 번째 전건부 규칙의 적합도 μ_i 는 식 (4)와 같이 표현되며 퍼지시스템의 최종 추론값 y 는 식 (5)와 같이 표현된다.

$$\mu_i = \prod_{j=1}^M A_{ji}(x_j) \quad (4)$$

$$y = \frac{\sum_{i=1}^M \mu_i f_i(x_1, \dots, x_n)}{\sum_{i=1}^M \mu_i} \quad (5)$$

Sugeno 퍼지모델은 후건부 변수가 입력변수들의 함수형태로 표현되어 있으므로 다음과 같은 잇점을 가지고 있다. 첫째, 오퍼레이터의 지식이나 경험으로부터 규칙을 추출하는 과정은 주어진 입출력 데이터로부터 계수 $a_{0i}, a_{1i}, \dots, a_{mi}$ 를 최적화하는 작업으로 귀결되어 쉽게 퍼지규칙을 생성시킬 수 있게 되며 둘째, 후건부에 선형식을 사용함으로써 적은 제어규칙으로도 복잡한 비선형 특성을 나타낼 수 있는 특징을 가지게 된다.

2. Subtractive 클러스터링에 의한 클러스터 중심의 결정

Subtractive 클러스터링 알고리즘^[13]은 각 데이터에서 다른 데이터들과의 거리에 반비례하는 함수로 정의되는 포텐셜 값을 계산하고 가장 큰 포텐셜 값을 가지는 데이터를 클러스터 중심으로 결정한다. 포텐셜 값은 데이터들간의 거리에 반비례하므로 인접한 데이터들이 많은 데이터에서는 포텐셜 값이 커지게 된다. 따라서 포텐셜 값이 최대인 데이터를 클러스터 중심으로 선정하고 그 이후에는 이미 구한 클러스터 중심의 영향을 제거하고 클러스터 중심을 찾는다. 이러한 과정은 포텐셜 값이 미리 지정한 값 이하가 될 때까지 반복된다.

Subtractive 클러스터링 알고리즘에 의한 입출력 데이터 클러스터링 과정은 다음과 같다. 입력이 n 차원 벡터 x_1, x_2, \dots, x_n 이고 출력이 1차원 z_1, z_2, \dots, z_N 라고 하면, 입출력 데이터는 $(n+1)$ 차원 입출력 공간 상에서 N 개의 입출력 벡터 X_1, X_2, \dots, X_N 로 표시될 수 있다.

Step 1: 모든 데이터를 $[0,1]$ 로 정규화 한다.

Step 2: 각 데이터마다 포텐셜 P_i 를 계산한다.

$$P_i = \sum_{j=1}^M \exp(-\alpha \|X_i - X_j\|^2), \quad i=1,2,\dots,N \quad (6)$$

Step 3: P_i 에서 가장 큰 포텐셜 값을 P_1^* 이라 하고 이것에 해당하는 데이터를 첫번째 클러스터 중심 X_1^* 으로 정한다.

Step 4: 첫 번째 클러스터 중심의 영향을 제거한 포텐셜 값 P_i' 을 계산한다.

$$P_i' = P_i - P_1^* \exp(-\beta \|X_i - X_1^*\|^2) \quad (7)$$

여기서 $\beta=4/r_1^2$ 이며, $r_1 > r_0$ 로 하여 현재의 클러스터 중심 근처에 다음 클러스터 중심이 나타나지 않도록 한다.

Step 5: P_i' 에서 가장 큰 값을 P_2^* 이라 하고 이것에 해당하는 데이터를 두 번째 클러스터 중심 X_2^* 으로 정한다. 일반적으로 k 번째 클러스터 중심 X_k^* 의 영향을 제거한 포텐셜 값 P_i' 을 계산하고 가장 큰 포텐셜 값에 해당하는 데이터를 클러스터 중심 X_{k+1}^* 로 정한다.

$$P_i' = P_i - P_k^* \exp(-\beta \|X_i - X_k^*\|^2) \quad (8)$$

Step 6: $P_k^*/P_1^* \leq \epsilon$ 이면 중단한다. 만일 $P_k^*/P_1^* \geq \bar{\epsilon}$ 이거나 $P_k^*/P_1^* > \epsilon$ 이고 $\frac{d_{\min}}{r_a} + \frac{P_k^*}{P_1^*} \geq 1$ 이면 클러스터 중심으로 결정하고 Step 5를 반복한다. 만일 $P_k^*/P_1^* > \epsilon$ 이고 $\frac{d_{\min}}{r_a} + \frac{P_k^*}{P_1^*} < 1$ 이면 그 때의 X_k^* 를 0으로 하고 다음으로 높은 포텐셜 값을 선정한 후, $\frac{d_{\min}}{r_a} + \frac{P_k^*}{P_1^*} \geq 1$ 이면 그 데이터를 새로운 클러스터 중심으로 결정하고 Step 5를 반복한다.

여기서 $\alpha=4/r_0^2$ 이며, r_a 는 1보다 작은 양의 실수로써 반경 r_0 밖에 존재하는 데이터는 포텐셜 값에 거의 영향을 주지 못하게 된다. Step 6은 계산된 클러스터 중심을 선택할 것인지 여부를 결정하는 과정이다. d_{\min} 은 이제까지 결정된 클러스터 중심들 $X_1^*, X_2^*, \dots, X_k^*$ 중에서 가장 짧은 거리를 나타낸다. 이와 같이 클러스터 중심을 결정하는 과정에서 상하 기준 $\bar{\epsilon}$ 과 ϵ 을 들으로써 포텐셜 값이 낮더라도 d_{\min} 이 크면 클러스터 중심으로 선정되도록 하였다.

3. 퍼지시스템 설계

입출력 공간에서 M 개의 클러스터 중심

$X_1^*, X_2^*, \dots, X_M^*$ 를 결정하고 이것으로부터 M 개의 규칙을 갖는 퍼지시스템을 설계하는 과정은 다음과 같다. 클러스터 중심을 입력 및 출력 공간으로 분할하여 분할된 입력 공간은 전건부 퍼지집합으로 매핑한다. $n+1$ 차원 클러스터 중심 X_i^* 에서 처음 n 개의 값은 n 차원 입력공간의 $\mathbf{x}_i^* = (x_{i1}^*, \dots, x_{in}^*)$ 로 분할되고 각 원소값은 전건부 퍼지규칙들이 가지는 멤버쉽함수의 중심을 결정한다. 이 논문에서는 식 (2)와 같은 가우시안 형태의 멤버쉽 함수를 사용하였으므로 $c_{ji} = x_{ji}^*$ 가 된다. 멤버쉽 함수의 폭 w_{ji} 는 식 (9)로 결정하였다.

$$w_{ji} = \frac{r_a [\max(\mathbf{x}^*) - \min(\mathbf{x}^*)]}{\sqrt{M}} \quad (9)$$

여기에서 M 은 클러스터 중심의 수를, r_a 는 식 (6)에서와 동일한 값을, 그리고 $[\max(\mathbf{x}^*) - \min(\mathbf{x}^*)]$ 는 클러스터 중심의 입력 공간에서 벡터 간의 최대 거리를 나타낸다.

다음에 Sugeno 퍼지모델의 i 번째 규칙의 후건부 출력 y_i 를 계산하기 위한 퍼지규칙의 후건부 파라미터 $a_{0i}, a_{1i}, \dots, a_{ni}$ 를 최적화하는 과정에 대해 살펴본다. 분할된 출력 공간은 식 (10)과 같이 상수와 입력 변수들과의 선형 함수가 된다.

$$y_i = a_{0i} + a_{1i}x_1 + a_{2i}x_2 + \dots + a_{ni}x_n \quad (10)$$

$$= [a_{1i} \ a_{2i} \ \dots \ a_{ni}] \mathbf{x} + a_{0i} \\ = \mathbf{x}^T \mathbf{g}_i + h_i \quad (11)$$

파라미터 \mathbf{g}_i 와 h_i 를 결정하기 위해 선형 최소자승법 (linear least-squares estimation)을 적용하면, i 번째 퍼지규칙의 정규화된 적합도 ρ_i 는 식 (12)로, 출력 y 은 식 (14)로 표현된다.

$$\rho_i = \frac{\mu_i}{\sum_{j=1}^M \mu_j} \quad (12)$$

$$y = \sum_{i=1}^M \rho_i y_i \\ = \sum_{i=1}^M \rho_i (\mathbf{x}^T \mathbf{g}_i + h_i) \quad (13)$$

$$= [\rho_1 \mathbf{x}^T \ \rho_1 \ \dots \ \rho_M \mathbf{x}^T \ \rho_M] \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 \\ h_1 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_M \\ h_M \end{bmatrix} \quad (14)$$

N 개의 입력 데이터 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N$ 및 출력 데이터

z_1, z_2, \dots, z_N 에 의하여 파라미터 \mathbf{g}_i 와 h_i 는 식 (15)와 같이 표현할 수 있다. 이는 모델의 출력과 주어진 데이터의 출력 간의 제곱 오차를 최소화시키는 시키도록 파라미터를 결정하는 과정으로 식 (16)의 형태로 간단히 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{11} \mathbf{x}_1^T \ \rho_{11} \ \dots \ \rho_{M1} \mathbf{x}_1^T \ \rho_{M1} \\ \vdots \\ \rho_{1N} \mathbf{x}_N^T \ \rho_{1N} \ \dots \ \rho_{MN} \mathbf{x}_N^T \ \rho_{MN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 \\ h_1 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_M \\ h_M \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{A} \mathbf{u} \quad (16)$$

이 논문에서는 오차 $\|\mathbf{A} \mathbf{u} - \mathbf{z}\|^2$ 를 최소화시키므로써 식 (17)과 같이 파라미터 \mathbf{g}_i 와 h_i 를 결정하였다.

$$\mathbf{u} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{z} \quad (17)$$

퍼지규칙의 후건부 파라미터 \mathbf{g}_i 와 h_i 가 결정되면, Sugeno 퍼지모델의 최종 출력 값 y 는 식 (18)에 의해 구할 수 있다.

$$y = \frac{\sum_{i=1}^M \mu_i (\mathbf{x}^T \mathbf{g}_i + h_i)}{\sum_{i=1}^M \mu_i} \quad (18)$$

이 값은 퍼지제어 시스템의 최종 출력이 된다.

III. 서보제어를 위한 퍼지 시스템 설계

1. 퍼지제어 시스템

퍼지제어 시스템은 퍼지화 과정을 통하여 수치 입력을 퍼지 입력값으로 바꾸어주고 퍼지규칙과 퍼지추론에 의하여 적절한 퍼지 출력값을 추론한다. 퍼지 출력값은 비퍼지화 과정을 통하여 실제 수치 출력값을 계산한다. 그림 1은 서보제어를 위한 퍼지제어 시스템의 구성을 나타낸다.

서보제어를 위한 퍼지제어 시스템에서는 오차 $e(k)$ 및 오차변화량 $\Delta e(k)$ 이 입력 변수들로 사용된다. 높은 차수의 오차변화량은 제어 과정에 대한 정보가 많지 않으므로 2차 이상의 오차변화량은 고려하지 않는 것이 일반적이다. 입력 변수 오차 $e(k)$ 와 오차변화량 $\Delta e(k)$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$e(k) = r(k) - y(k) \quad (19)$$

$$\Delta e(k) = e(k) - e(k-1) \quad (20)$$

퍼지시스템의 출력 변수로는 플랜트에 대한 제어입력 $u(k)$ 을 사용하였다. 이러한 형태를 PD형이라하며 시스템의 응답이 빠른 장점이 있다. 식 (21)에서 $F(\cdot)$ 는 퍼지제어 시스템의 추론과정을 포함하는 비선형 함수를 나타낸다.

$$u(k) = F(e(k), \Delta e(k)) \quad (21)$$

퍼지제어 시스템의 설계 과정의 일반성을 얻기 위해 입출력을 모두 $[-1, 1]$ 로 정규화하였다.

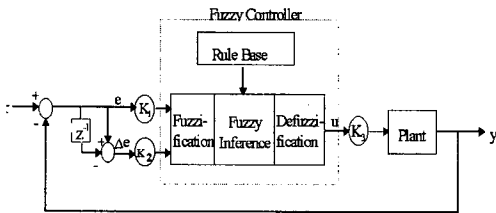


그림 1. 퍼지제어 시스템의 구성
Fig. 1. Structure of the fuzzy control system.

2. 부공간에서의 데이터 클러스터링

서보제어에서 클러스터링에 의해 퍼지시스템을 설계할 때, 입출력 데이터가 주로 분포되어 있는 정상상태 부근에만 클러스터 중심이 생성되어 과도상태 응답특성을 포함하지 않는 퍼지제어 시스템으로 설계되는 문제가 발생한다. 이러한 문제를 해결하기 위해서 전체 입출력 공간을 제어기의 입력변수들의 부호에 따라 몇 개의 부공간으로 분할하여 데이터를 클러스터링하는 방법을 고려했다. 부공간의 분할은 2차 이상의 시스템이 가지는 과도응답 특성을 오차와 오차변화량의 부호에 따라 4개의 구간으로 구분할 수 있는 사실에 기초하였다. 또한 기준입력으로 단위계단 함수를 사용하는 경우 기준입력을 증가시키는 경우와 감소시키는 경우를 고려하여 대칭을 이루는 제어신호를 출력할 수 있도록 하였다. 이러한 분할 과정은 정상상태에 데이터가 편중되어 있더라도 정상상태에서 클러스터 중심과 과도상태에 있어서 클러스터 중심을 나누어 생성시킬 수 있게 해준다.

입출력 공간을 입력변수들의 상태에 따라 부공간으로 구분하는 과정을 설명하면 다음과 같다. 먼저 정상상태와 과도상태로 데이터를 분할하고 정상상태의 데

이터가 존재하는 공간을 부공간 1로 한다. 이때 오차와 오차변화량이 기준입력의 1% 이내에 존재할 경우를 정상상태로 정의하였다. 기준입력이 이전 상태보다 증가하였을 때를 과도상태 1로 정의하고 이때 오차와 오차변화량의 부호에 따라 부공간 2에서 부공간 5까지, 그리고 기준입력이 이전 상태보다 감소하였을 경우를 과도상태 2로 정의하고 부공간 6에서 부공간 9까지 네 부분으로 나눈다.

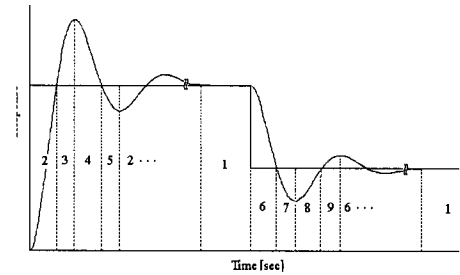


그림 2. 입력 변수의 부호에 따른 부공간의 결정
Fig. 2. Determination of the subspaces according to the sign of input variables.

표 1. 입력 변수의 부호에 따른 입출력 데이터의 분할

Table 1. Partition of input-output data according to the sign of input variables.

부공간	오차	오차 변화량	특성
1	-	-	정상상태
2	+	-	과도상태 1 (기준입력 증가)
3	-	-	
4	-	+	
5	+	+	
6	-	+	
7	+	+	
8	+	-	
9	-	-	

그림 2는 분할된 9개의 부공간을 나타내고 표 1은 각 부공간에 있어서 입력변수 오차와 오차변화량의 부호의 상태를 나타낸다. 분할된 각 부공간에 존재하는 데이터에 대해 클러스터 중심을 생성한다. 기준입력의 증가와 감소에 따라 부공간이 중복되기 때문에 클러스터 중심이 인접한 부분에서 생성될 수 있으므로 생성된 클러스터 중심 간의 거리가 가까운 클러스터 중심을 제거하여 퍼지규칙의 수를 최소화할 수 있다.

IV. 설계된 퍼지제어 시스템의 성능확인

부공간에서 입출력 데이터를 클러스터링함으로써 설계한 퍼지시스템의 성능을 확인하기 위하여 미리 잘 튜닝해 둔 Mamdani 퍼지모델을 이용하여 입출력 데이터를 발생시키고, 이를 클러스터링하여 퍼지제어 시스템을 설계하였다. 기준 퍼지모델(Reference FLC)은 MacVicar-Whelan규칙을 가지는 Mamdani 퍼지모델이며 과도응답 특성에 따라 삼각형 멤버쉽함수의 폭을 가변시킴으로써 과도응답 특성을 개선시킨 퍼지제어기이다.^[18] 기준 퍼지제어기는 오차 및 오차변화량의 값이 큰 경우에는 멤버쉽함수의 폭이 넓고, 정상상태 부근으로 갈수록 멤버쉽함수의 폭이 좁아지도록 하였다.

사용된 플랜트 모델은 식 (22)와 같이 정의되는 3차 선형시불변 함수 $G(s)$ 이며 이산시간 영역에서 시물레이션을 하기 위해 샘플링 시간은 0.05초로 하였다.

$$G(s) = \frac{5}{s(s+1)(s+2)} \quad (22)$$

퍼지제어 시스템에 적용된 이득은 $K_1=1$, $K_2=13.5$, 그리고 $K_3=1.7$ 로서 각각 오차 및 오차변화량에 대한 정규화 이득 그리고 제어신호에 대한 비정규화 이득이며, Subtractive 클러스터링에 사용된 각 파라미터는 $r_a=0.3$, $r_b=0.75$, $\bar{\epsilon}=0.3$ 그리고 $\epsilon=0.1$ 로서 9개의 부공간으로 분할하여 클러스터링할 때 동일한 값을 적용하였다.

그림 3은 클러스터링에 사용된 기준 퍼지제어기로부터 수집한 1000개의 입출력 데이터의 분포를 나타낸다.

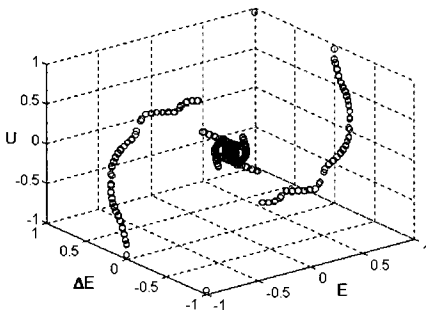


그림 3. 서보제어의 경우 입출력 공간에서의 데이터의 분포

Fig. 3. Data distribution in the input-output product space in servo control.

이러한 데이터를 부공간으로 분할하지 않고 클러스터링하였을 때 클러스터 중심은 정상상태에만 1개가 생성되고, 다른 영역에서는 클러스터 중심이 생성되지 않았다. 부공간으로 데이터를 분할하여 클러스터링하였을 때 클러스터 중심은 표 2와 같이 13개가 생성되었다. 생성된 13개의 클러스터 중심 중 정상상태 부근에 근접된 클러스터 중심을 제거하여 최종 클러스터 중심을 7개로 만들었다.

표 2. 부공간에서 생성된 클러스터 중심의 개수 및 위치

Table 2. Number and position of cluster centers generated in the subspace clustering.

특징	부공간	생성된 클러스터 중심 (13개)		근접된 부분을 제거한 클러스터 중심 (7개)	
		개수	좌 표	개수	좌 표
정상상태	1	1	(0, 0, 0)	1	(0, 0, 0)
과도상태 1	2	3	(0.96, -0.18, 0.50) (0.31, -0.59, -0.32) (0.03, -0.03, 0.00)	2	(0.96, -0.18, 0.50) (0.31, -0.59, -0.32)
	3	1	(-0.10, -0.09, -0.02)	1	(-0.10, -0.09, -0.02)
	4	1	(-0.08, 0.08, 0.00)	0	
	5	1	(0.03, 0.04, 0.03)	0	
	과도상태 2	6	3	(-0.96, 0.18, -0.50) (-0.31, 0.59, 0.32) (-0.03, 0.03, 0.00)	2
7		1	(0.10, 0.09, 0.02)	1	(0.10, 0.09, 0.02)
8		1	(0.08, -0.08, 0.00)	0	
9		1	(-0.03, -0.04, -0.03)	0	

전체 입출력 공간을 9개의 부공간으로 나누어 클러스터 중심을 결정한 후 정상상태 부근에 존재하는 클러스터 중심을 제거한 결과 부공간 4, 5, 8 그리고 9에서 생성된 클러스터 중심은 제거되었다. 오차변화량이 가지는 부호를 통해 살펴보면, 부공간 4와 부공간 5는 오차변화량의 부호가 +이며 부공간 8과 부공간 9는 오차변화량의 부호가 -이다. 즉, 기준입력이 증가할 경우 데이터는 대부분 오차변화량이 -인 공간에 존재하며, 기준입력이 감소할 경우에 데이터는 대부분 오차변화량이 +인 공간에 존재하기 때문에 이에 해당하는 클러스터 중심이 제거되었다.

그림 4에는 데이터 분할과정을 통해 클러스터링하여 생성된 13개의 클러스터 중심 중에서 정상상태 부근에 근접된 부분을 제거한 7개의 클러스터 중심의 위치를 입출력 공간에 나타내었다.

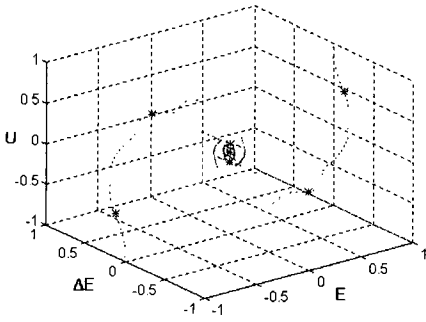
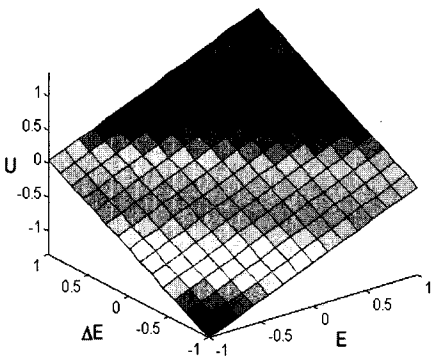


그림 4. 부공간에서의 클러스터 중심의 분포
Fig. 4. Distribution of cluster centers at the input-output subspace.

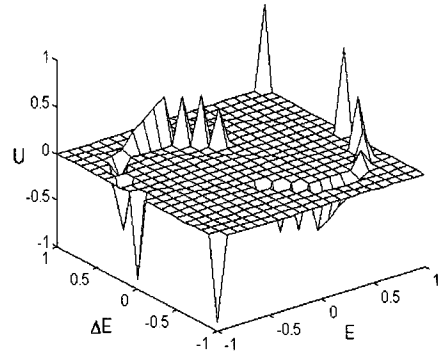
위와 같은 방법으로 생성된 1개, 13개, 그리고 7개의 클러스터 중심에 기초해 퍼지제어 시스템을 설계하였으며, 설계된 각 퍼지제어 시스템의 시간에 따른 퍼지제어기의 출력 변화, 입력 멤버십 함수의 위치 및 모양, 그리고 과도응답 특성을 비교하여 제안한 방법의 성능을 확인하였다.

1. 시간에 따른 퍼지제어기의 출력 변화

그림 5는 입력변수 오차와 오차변화량의 변화에 따라 퍼지제어기가 제어신호를 적절히 출력하는지, 그리고 제어과정에서 실제 사용되는 제어평면을 나타낸다. 기준입력이 증가할 경우, 오차는 양의 큰 값에서 점점 감소하여 0이 되며 오차변화량은 거의 음의 구간에서 존재함을 알 수 있다. 또한 기준입력이 감소할 경우에는 기준입력이 증가하였을 경우와 반대 경우로서 오차가 음의 큰 값에서 점점 증가하여 0이 되며 오차변화량은 거의 양의 구간에서 존재함을 알 수 있다.



(a) 전체 제어평면



(b) 시간에 따른 제어기의 출력변화

그림 5. 부공간으로의 분할없이 클러스터링하였을 경우 설계된 퍼지제어기의 출력 변화
Fig. 5. Output of the fuzzy controller designed without partitioning of subspaces.

부공간으로 분할없이 클러스터링하였을 경우 퍼지제어기의 후건부 규칙은 1개로서 식 (23)으로 설계 되었다.

$$y_1 = 0.65e + 0.70\Delta e \tag{23}$$

최종 퍼지제어 시스템의 출력은 식 (18)을 이용하여 식 (24)로 계산된다.

$$\begin{aligned} u(k) &= y_1(k) \\ &= 0.65e(k) + 0.70\Delta e(k) \end{aligned} \tag{24}$$

그림 6은 부공간으로 분할하고 클러스터링하였을 때, 생성된 13개의 클러스터 중심에 기초해 설계된 퍼지제어기의 시간에 따른 출력의 변화를 나타낸다. 그림 5와 비교하였을 때, 시간에 따른 오차 및 오차변화량의 사용 영역은 비슷하지만 제어신호의 크기가 정상 상태로 갈수록 적은 값을 출력하여 오버슈트를 줄여줄 수 있다.

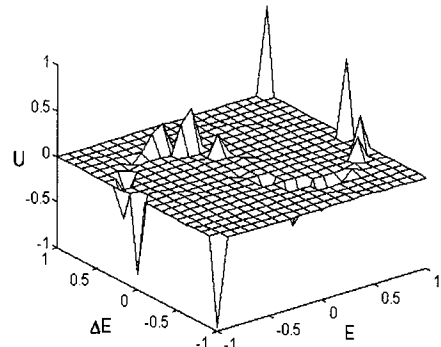


그림 6. 부공간에서의 클러스터링에 기초해 설계된 퍼지제어기의 출력
Fig. 6. Output of the fuzzy controller designed by the subspace clustering

그림 7은 생성된 13개의 클러스터 중심 중에서 정상상태 부근에 근접된 6개의 클러스터 중심을 제거한 후 설계된 퍼지제어기의 시간에 따른 출력의 변화를 나타낸다. 근접한 부분을 제거하더라도 제거 전인 그림 6과 거의 유사한 제어신호를 출력하고 있음을 알 수 있다.

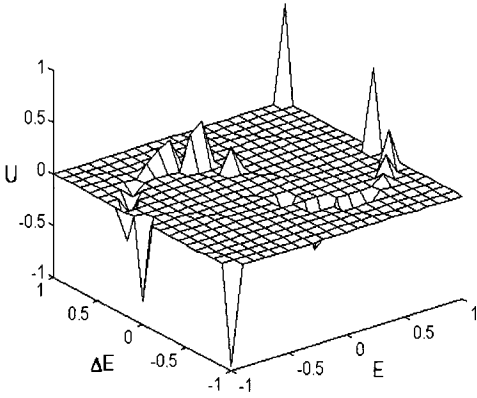


그림 7. 근접한 클러스터 중심을 제거한 후 설계된 퍼지제어기의 출력 변화
 Fig. 7. Output of the fuzzy controller designed after removing neighbor cluster centers.

2. 입력 멤버십 함수

Sugeno 퍼지모델로 설계할 경우에 퍼지규칙의 수는 클러스터의 중심의 개수와 같다. 그림 8은 데이터 분할을 통해 설계된 13개의 규칙을 갖는 퍼지제어기의 입력 멤버십함수로서 과도상태의 규칙을 표현하고 있음을 알 수 있다.

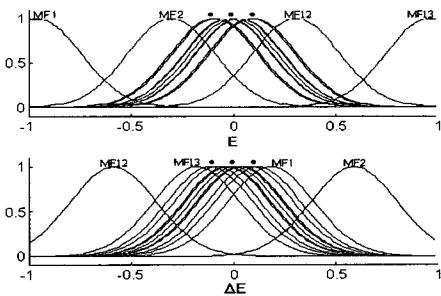


그림 8. 부공간에서의 클러스터링에 의해 구해진 멤버십소속 함수
 Fig. 8. Membership functions determined by the subspace clustering.

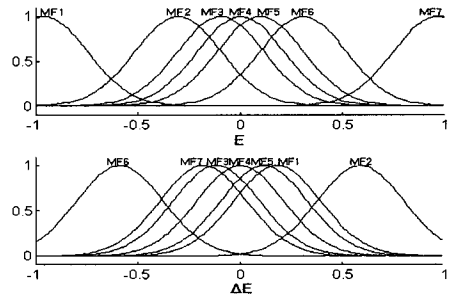


그림 9. 근접한 클러스터 중심을 제거한 후 구해진 입력 멤버십 함수
 Fig. 9. Membership functions after removing neighbor cluster centers.

그림 9는 생성된 13개의 클러스터 중심 중에서 정상상태 부근에 근접된 6개의 클러스터 중심을 제거한 후 설계한 퍼지제어기의 입력 멤버십 함수를 나타내었다. 제거 방법은 오차에 대한 멤버십함수 중 정상상태를 표현하는 멤버십함수의 중심과 각 멤버십함수의 중심 간의 거리를 계산하여 절대값이 전체구간의 10%이내에 존재하는 멤버십함수를 제거하였다. 오차에 대한 멤버십함수가 제거되면 오차에 대응하는 오차변화량에 대한 멤버십함수도 제거되어 규칙은 제거되지 않은 오차에 대한 멤버십함수의 수와 일치되게 된다. 제거 과정을 통해 7개의 규칙이 만들어졌으며 과도상태 및 정상상태의 정보를 중복된 부분 없이 표현하고 있음을 알 수 있다.

3. 과도응답 특성

입출력 데이터를 입력변수의 상태에 따라 부공간으로 분할하고 클러스터링한 다음 정상상태에 근접된 클러스터 중심들을 제거한 퍼지제어 시스템의 과도응답 특성을 기준제어기와 비교하였다. 그림 10은 부공간으로 데이터를 분할하지 않고 클러스터링하여 1개의 규칙을 갖는 퍼지제어기로 설계된 경우와 부공간으로 데이터를 분할하여 클러스터링함으로써 13개의 규칙을 갖는 퍼지제어기의 과도응답을 기준 제어기의 응답과 비교하여 나타내었다. 부공간으로 데이터를 분할하지 않고 클러스터링하여 설계한 경우에는 기준 제어기의 응답에 비해 오버슈트 측면이나 정상상태 응답 측면에서 모두 좋지 않은 결과를 보여 주고 있음을 알 수 있다. 그러나, 부공간으로 데이터를 분할하여 클러스터링하여 설계한 경우에는 기준 제어기의 응답과 거의

유사한 응답 특성을 보여줌으로써 주어진 입출력 데이터를 잘 설계하였음을 알 수 있다.

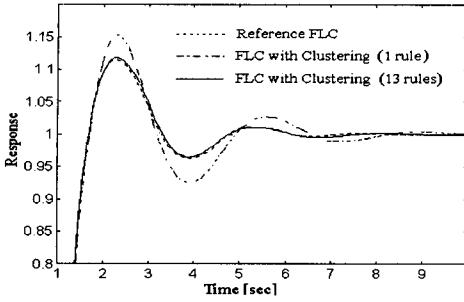


그림 10. 퍼지제어기의 과도응답 비교

Fig. 10. Comparison of transient responses of the fuzzy controllers.

그림 11은 정상상태 부근의 근접한 클러스터 중심을 삭제한 후 설계된 경우의 과도응답 특성으로서 기준 제어기의 응답과 비교하였을 때, 오버슈트 측면에서는 유사한 특성을 보여주고 있으나 정상상태 부근에서 성능이 떨어짐을 알 수 있다. 이는 정상상태 부근에 존재하는 클러스터 중심을 제거하였기 때문이다.

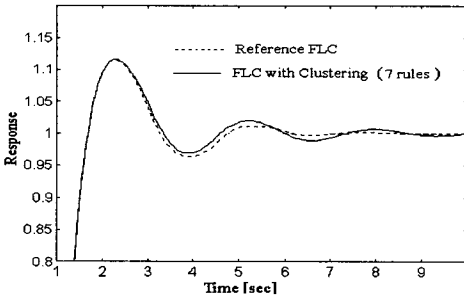


그림 11. 인접한 클러스터 중심을 제거하였을 경우의 퍼지제어기의 과도응답

Fig. 11. Transient response of the fuzzy controller after removing neighbor cluster centers.

위의 결과를 성능지표를 통해 비교하여 표 3에 나타내었다. 이 때 사용된 성능지표는 POS(maximum percent overshoot), SSE(sum of the square error), RT(rise time), 그리고 ST (settling time)으로써 SSE는 10초까지의 오차를 제공하여 계산하였으며 ST는 정상상태 오차가 2% 이내로 들어오는 시간을 계산하였다.

표 3. 과도응답 특성의 성능지표 비교

Table 3. Comparison of transient response of fuzzy controllers.

	POS [%]	SSE	RT [sec]	ST [sec]	
Reference FLC	11.5	16.7	1.02	4.42	
FLC with Clustering	1 rule	15.4	17.2	1.04	6.00
	13 rules	11.8	16.8	1.02	4.37
	7 rules	11.6	16.8	1.02	4.26

이 실험을 통하여 부공간에서의 입출력 데이터 클러스터링에 의하여 설계된 퍼지제어기와 기준 퍼지제어기의 성능을 과도응답 특성측면에서 비교해 보았다. 클러스터링에 의하여 설계된 퍼지제어기는 기준제어기와 거의 같은 성능을 보이고 있으나 기준제어기는 Mamdani 퍼지시스템이므로 퍼지규칙을 결정하기 위해서는 제어대상에 관한 지식을 미리 가지고 있어야 하며, 과도응답특성을 개선하기 위하여 소속함수의 폭을 가변시키므로써 최적화시킨 퍼지제어기이다. 입출력 데이터를 클러스터링하여 생성한 퍼지제어기가 기준제어기와 거의 같은 성능을 보이고 있으므로, 제어규칙에 대한 사전지식 없이도 원하는 성능의 퍼지제어기를 설계할 수 있다는 것을 알 수 있다.

부공간에서의 클러스터링 방법을 통해 퍼지제어 시스템을 설계하였으며, 설계된 퍼지제어기의 성능을 확인하기 위해 시간에 따른 제어신호의 출력과 과도응답 특성을 비교하였다. 부공간으로 데이터를 분할하지 않고 클러스터링하였을 경우에는 과도상태에 대한 정보를 포함하지 않는 퍼지제어기로 설계되어 과도응답 특성이 좋지 않았으며 부공간으로 분할하여 클러스터링한 경우에는 정상상태 및 과도상태에 대한 정보를 모두 포함하는 퍼지제어기로 설계되어 기준제어기와 거의 유사한 응답특성을 보여주었다. 근접한 클러스터 중심을 제거하였을 경우에는 정상상태 부근에서 성능이 약간 떨어지지만 적은 규칙을 갖는 퍼지제어기로 설계할 수 있었다.

V. 결론

이 논문에서는 입출력 데이터를 입력변수의 상태에 따라 부공간으로 분할하고 클러스터링하여 서보제어를 위한 퍼지제어 시스템을 설계하였다. 퍼지모델은 수치 데이터로부터 지식획득이 용이한 Sugeno 모델을 사용하였으며, 서보제어에서 데이터가 정상상태에 주로

분포하기 때문에 생기는 문제를 해결하기 위해 입출력 데이터를 부공간으로 분할하고 클러스터 중심을 결정하였다.

부공간에서의 클러스터링 방법은 퍼지시스템 설계 과정에서 입출력 프로덕트 공간을 정상상태와 과도상태로 나누고 과도상태를 다시 입력 데이터의 부호에 따라 몇 개의 부공간으로 분할한 후 각 부공간에서 클러스터링하여 클러스터 중심을 생성하였다. 또한 생성된 클러스터 중심 중에서 거리가 가까운 중심들을 삭제함으로써 가능한 한 적은 수의 규칙으로 설계하였다.

제안한 방법의 성능을 검증하기 위해 과도응답 특성에 따라 멤버쉽수 폭이 가변하는 기준 퍼지제어기를 이용하여 입출력 데이터를 수집하였으며 수집된 데이터를 부공간으로 분할하지 않고 클러스터링한 경우, 부공간으로 분할하여 클러스터링한 경우, 그리고 인접한 클러스터 중심을 제거한 경우로 나누어 퍼지제어 시스템을 설계하고 시간에 따른 퍼지제어기의 출력과 과도응답 특성을 기준제어기와 비교하였다. 부공간에서의 클러스터링 방법이 과도응답특성을 포함할 수 있도록 설계되었고, 인접한 클러스터 중심을 제거하여 퍼지규칙의 수를 최소화하였다.

참 고 문 헌

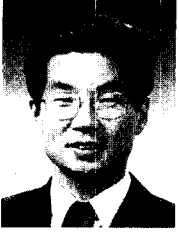
- [1] Jia-Yuan Han and Vincent McMurray, "Two-Layer Multiple-Variable Fuzzy Logic Controller," *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 23, No. 1, 277-285, 1993.
- [2] S.-G. Kong and B. Kosko, "Adaptive Fuzzy Systems for Backing Up a Truck-and-Trailer," *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol. 3, No. 2, Mar. 1992.
- [3] Zhen-Yu Zhao, Masayoshi Tomizuka, and Satoru Isaka, "Fuzzy Gain Scheduling of PID Controllers," *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 23, 1392-1398, 1993.
- [4] Satoru, Isaka and Sebald, "An Optimal Approach for Fuzzy Controller Design," *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 22, 1469-1473, 1992.
- [5] P. J. MacVicar-Whelan, "Fuzzy Sets for Man-Machine Interaction," *Int. J. Man-Machine Studies*, Vol. 8, 687-697, 1976.
- [6] R. Yager and D. Filev, "Generation of Fuzzy Rules by Mountain Clustering," *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, Vol. 2, No. 3, 209-219, 1994.
- [7] M. Sugeno and T. Yasukawa, "A Fuzzy-Logic-Based Approach to Qualitative Modelling," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 1, No. 1, Feb. 1993.
- [8] J. S. R. Jang, "ANFIS: Adaptive-Network-based Fuzzy Inference Systems," *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 23, 665-685, May 1993.
- [9] S. Shao, "Fuzzy Self-organizing Control and its Applications for Dynamical Systems," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 26, 151-164, 1988.
- [10] J. Bezdek, "Cluster Validity with Fuzzy Sets," *Journal of Cybernetics*, Vol. 3, No. 3, 58-71, 1974.
- [11] J. Bezdek, R. Hathaway, M. Sabin, and W. Tucker, "Convergence Theory for Fuzzy c-means: Counter Examples and Repairs," *The Analysis of Fuzzy Information*, J. Bezdek(ed), CRC Press, Vol. 3, Ch. 8, 1987.
- [12] J. Dunn, "A Fuzzy Relative of the ISODATA Process and its in Detecting Compact, Well Separated Cluster," *Journal of Cybernetics*, Vol. 3, No. 3, 32-57, 1974.
- [13] S. Chiu, "Fuzzy Model Identification Based on Cluster Estimation," *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, Vol. 2, No. 3, Sept. 1994.
- [14] M. Sugeno, *Industrial applications of fuzzy control*, Elsevier Science Pub. Co., 1985.
- [15] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and its Application to Modeling and Control," *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 15, 116-132, 1985.
- [16] E. H. Mamdani and S. Assilian, "An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller," *Int. Journal of Man-Machine Studies*, Vol. 7, No. 1, 1-13,

1975.

- [17] K. Astrom and B. Wittenmark, *Computer Controlled Systems: Theory and Design*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1984.

- [18] 김민수, 공성근, "멤버쉽함수의 비균일성의 조정에 의한 퍼지제어 시스템의 성능개선," 한국퍼지 및 지능시스템학회 논문지, 제6권 제1호, 1996. 3.

 저 자 소 개



公 聖 坤(正會員)

1982년 서울대학교 공과대학 전기공학과 졸업(공학사). 1987년 서울대학교 대학원 전기공학과 졸업(공학석사). 1991년 미국 University of Southern California 전기공학과 졸업(공학박사). 1992년 3월~

현재 송실대학교 전기공학과 부교수. 주 관심 분야: 퍼지시스템, 신경회로망, 영상 및 신호처리, 지능제어, 패턴분류, 유전 알고리즘



金 旼 秀(正會員)

1995년 송실대학교 공과대학 전기공학과 졸업(공학사). 1997년 송실대학교 대학원 전기공학과 졸업(공학석사). 1997년 3월 ~ 현재 송실대학교 전기공학과 박사과정. 주 관심분야: 퍼지시스템, 신경회로망,

지능제어, 강화학습