

확률 신뢰성에 의한 스파이럴 베벨기어 구동장치의 합리적 수명 해석

김하수*, 강희용**, 양성모**

Realistic Life Analysis of Spiral Bevel Gears in the Drive System based on Probablistic Reliability

H. S. KIM*, H. Y. KANG**, S. M. YANG**

Abstract

Drive systems are composed of spiral bevel gear, axle and bearings. In this paper, drive systems and the part of them are analyzed and a correlation of the factor that shows the geometry of spiral bevel gear is evaluated. The Weibull distribution of probability for survival, which caused by the load of bearings and gear teeth, would be calculated, and the life and reliability with equivalent function could be measured more specifically. The reliability methods are applied as a probability of which the gear drive systems are satisfiably operated.

Keywords : Spiral bevel gear(스파이럴 베벨 기어), Probablistic reliability(확률 신뢰성), Life analysis(수명해석), Weibull distribution(와이블 분포)

1. 서 론

기어 구동장치를 설계함에 있어서 대부분의 기계 요소는 수많은 인자를 고려해야 한다. 이러한 수많은 인자를 고려하면서 실험적, 경험적 자료들과 설계 계산식을 통하여 최적값을 구하는 것은 많은 시간과 비용이 요

구된다. 더욱이 기본 기능 설계가 제품의 제작에 매우 중요한 단계로써 적용 가능한 기계 요소의 컴퓨터 시뮬레이션화가 시급히 요청되고 있는 실정이다.

여기에 주어진 운용 조건에서 사용 기간 중에 의도한 목적에 만족스럽게 작동할 확률로써, 정의되는 신뢰성을 이용하면 설계 단계에서 부품이나 시스템의 평균 수명과

* 전북대학교 대학원

** 전북대학교 기계공학부

입의 시점에서 시스템이 정상 가동할 확률 혹은 주어진 기간내에서 시스템의 정상 가동률을 추산하게 된다.

따라서 시제품을 만들어 시험하기 전에 제품의 성능, 안정성 및 신뢰 수명 등을 쉽게 예측할 수 있으며 문제점을 즉각 설계 단계에 반영하여 복잡한 기구와 시스템을 효과적으로 수정하여 모델링할 수 있으므로 개발 기간 및 비용을 단축시킬 수 있고 정밀 계산과 반복 계산으로 최적 설계에 이용할 수 있다.

Cockerham과 D. Waite¹⁾는 동력 전달에 가장 많이 쓰이는 스퍼어 기어와 헬리컬 기어의 설계에 신뢰성 방법을 이용하였으며, M. Savage, J. J. Coy와 D. P. Townsend^{2), 3)}는 스퍼어 기어의 최적 잇수와 인블류트 기어의 최적 설계의 방법을 제시하였고, R. K. Carroll과 G. E. Johnson^{4), 5)}은 중심 거리를 최소화 하는 소형 스퍼어 기어의 최적 설계 기법을 다루었다. 그리고 M. Estrin⁶⁾은 기어 물림의 최적화 방법을 비선형 수학적 프로그래밍 기법으로 다루었다. M. Savage와 C. K. Brikmanis⁷⁾는 베벨 기어 장치와 헬리콥터 변속기의 시스템 신뢰성 모델을 제시하여 시스템 해석과 시뮬레이션을 가능하게 하였고, 하중에 의한 맞물림 현상의 변형을 예측하는 방법을 기술하였다.

기어 구동 장치에서 스파이럴 베벨 기어는 동력 전달의 중요한 요소이다. 따라서 본 연구는 신뢰성 방법을 응용하여 최소한의 비용으로 시스템의 가용도를 높이며 수명의 정확한 추정을 위한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 손쉽게 설계에 이용할 수 있는 기어 구동 장치의 설계 시스템을 연구하고자 한다.

본 모델은 기어가 충분한 림(rim)으로 되고 적당한 재료로 만들어져 조기에 이(齒)의 파손이 일어나지 않게 잘 설계되고, 팁 스크어링(tip scoring)이 일어나지 않도록 이(齒)의 기하학적 형태와 윤활이 잘 된다고 가정한다. 표면 피팅(surface pitting)은 고강도 기어에 대한 표면 피로 내구 한도의 부족으로 구름 요소인 베어링과 같이, 표면은 수없이 반복되는 하중에 의하여 표면 피팅이 발생하게 되고 이로 인하여 파손된다. 파손에서 부하 사이클 수를 적용된 하중과의 관계로 파손을 예측하는 모델로 Palmgren이 구름 운동 베어링용으로 개발된 것을 기어 이에 적용시켜 해석하였다.

2. 구 동 장 치

2-1. 형상

스파이럴 베벨 기어에 대해 기하학적으로 정의되는 많은 입력 자료가 있다. 기어 구동 장치를 스파이럴 베벨 기어, 축과 베어링으로 구성되어 있는 것으로 단순화하여 Fig.1에 서로 맞물리는 기어 해석에 요구되는 기하학적인 입력을 나타낸 것이다.

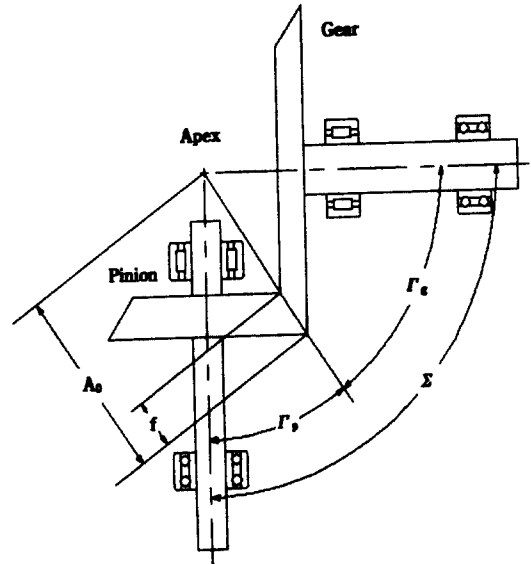


Fig.1 Spiral bevel gear unit.

피치 원추를 기하학적으로 정의하기 위해 피니언의 잇수 N_p , 기어의 잇수 N_g , 축각 Σ 등의 입력이 요구된다. 여기서 사용된 접촉점은 맞물리는 기어의 피치점이 되는 것으로 고려한다. 이 점은 치면의 중점에서 피치 반지름 상에 놓인다. 정점으로 부터 접촉면 중점까지의 거리는 피치점을 가리킨다. 또한 기어 접촉점에서 전달되는 하중을 결정하기 위해 회전 방향을 알아야 한다. 여기서 기어의 회전 방향은 기어의 축을 따라 기어 뒤에서 정점을 볼 때 시계 방향을 양의 방향으로 한다.

모든 시스템에서, 맞물리는 재료의 강도는 기어 이(齒)의 동적 용량을 계산하기 위해 알아야 한다. 베어링의 경우, 동적 용량의 카탈로그 값과 와이블 지수는 각 구성 요소에 대하여 주어진다. 하중-수명 계수는 각 기어에 대하여 본 논문에서는 볼 베어링에 대해 3.0과 롤러 베어링에 대해 3.33의 지수를 갖는다고 가정한다.

2-2. 하 중

각 구성 요소에 부과된 하중은 적용된 입력 토크와 스파이럴 베벨 기어의 기하로 부터 계산된다. 기어 이(齒)에 수직으로 작용하는 힘 W_n 은 피치 원주의 평균 반지름인 접촉면 중앙에 작용하는 것으로 가정한다. 이 힘은 Fig.2에서 보는 바와 같이 세개의 직각 성분으로 분리하고 기어의 축과 상대적으로 일직선 상에 맞춘다.

기어로 전달되는 토크에 의해 생성된 이 힘들은 전달 하중 혹은 접선 방향 하중 W_t , 반지름 방향 하중 W_r 과

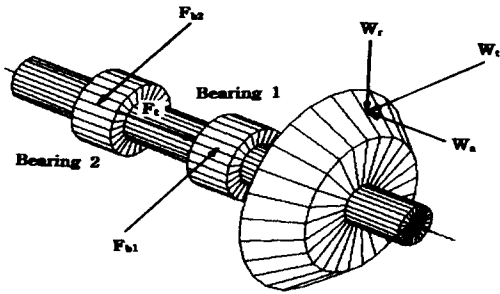


Fig.2 Spiral bevel gear forces.

축 방향 하중 혹은 추력 하중 W_a 로 분리된다. 힘 W_t 는 다음 식으로 계산할 수 있다.

$$W_t = \frac{T_g}{2 \times (A_0 - f/2) \times \sin \Gamma_g} \quad (1)$$

$$W_r = \frac{W_t}{\cos \varphi} \times (\tan \phi_n \times \cos \Gamma_g + \sin \varphi \times \sin \Gamma_g) \quad (2)$$

$$W_a = \frac{W_t}{\cos \varphi} \times (\tan \phi_n \times \sin \Gamma_g - \sin \varphi \times \cos \Gamma_g) \quad (3)$$

2-3. 베어링

기어를 지지하는 베어링과 그 위치를 정확히 알아야 한다. Fig.3에서 보는 바와 같이 베어링의 배치는 스트래들과 오버행의 형태가 주로 사용되며 힘들을 3차원 상에 표현한 것이다. 각 축에서 하나의 베어링은 맞물리

는 베벨 기어에 의해 생성되어 축을 미는 추력 하중을 받는다.

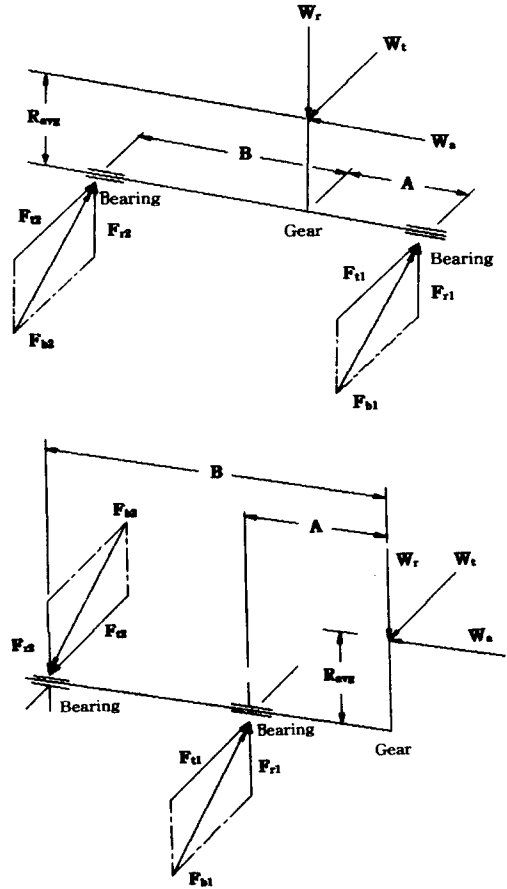


Fig.3 Bearing mount configuration and forces.

거리 A는 기어에서 정점에 가까운 베어링까지의 거리이다. 스트래들의 경우 거리 A는 양의 값을 취하고 오버행의 경우 거리 A는 음의 값을 취한다. 거리 B는 기어에서 정점으로 부터 멀리 떨어진 베어링까지의 거리로 정의한다. 모든 거리는 기어의 중점에서 베어링의 중점까지의 거리로 측정한다.

$$F_{t1} = \frac{W_t \times B}{A + B} \quad (4)$$

$$F_{t2} = \frac{W_t \times A}{A + B} \quad (5)$$

$$F_{r1} = \frac{-\frac{W_a \times N_g}{2 \times P_d} + W_r \times B}{A + B} \quad (6)$$

$$F_{r2} = \frac{\frac{W_a \times N_g}{2 \times P_d} + W_r \times A}{A + B} \quad (7)$$

3. 수명 과 신뢰성

3-1. 수명과 동적 용량 모델링

여기서 사용된 신뢰성 해석은 기어 구동장치를 구성하는 구성 요소의 와이בל 분포 수명에 근거한다⁸⁾. 프로그램은 구동장치의 각 구성 요소와 구동장치의 수명과 동적 용량을 계산한다. 시스템의 수명은 잔존 확률이 90%인 출력 토크에서 구성 요소나 구동장치의 수명으로 정의한다. 구성 요소나 구동장치의 동적 용량은 90% 잔존 확률에서 100만 회전을 얻을 수 있는 출력 토크로 정의한다.

구름 요소인 베어링과 기어에 부하된 표면은 수없이 반복되는 하중에 의하여 표면 피팅이 발생하고 이로 인하여 파손된다. 부하된 하중으로 파손된 반복 하중 수의 관계로부터 파손을 예측하기 위한 모델이 Palmgren 모델이다. 이 모델은 본래 구름 운동을 하는 베어링에 적용하였으나 본 시뮬레이션 프로그램에서 기어 이(齒)에 적용하였다.

Palmgren 모델은 다음과 같다.

$$l_{10} = \left(\frac{C}{F}\right)^p \quad (8)$$

본 프로그램에서 사용된 조합기어 구동장치의 수명과 신뢰성은 연속 확률 법칙으로 구성 요소에 대한 모델을 결합하는데, 이는 기어 구동장치의 잔존 확률이 구성 요소들에 대한 잔존 확률의 곱으로 표시됨을 의미한다.

$$S_T = S_1 \times S_2 \times S_3 \times \dots \quad (9)$$

정확한 연속 확률 법칙은 기어 구동장치 구성 요소의 고속 회전과 떨어진 파편의 효과에 근거하여 증명된다. 어떤 구성 요소가 파손되면, 구동장치에서 생긴 파편은 구동장치 다른 구성 요소의 마모 파손을 가속화할 수 있다. 파손된 구성 요소의 파편에 의해 파손될 수 있는

모든 구성 요소들을 회복하기 위해 완전한 분해 검사가 요구된다. 분해 검사는 구동장치를 신뢰성이 높은 상태로 회복시켜준다.

3-2. 기어 시스템 수명

기어 시스템의 수명을 구하기 위해 기어 이(齒)의 구성 요소 수명을 계산한다. 정확한 연속성(strict series)의 신뢰성 모델을 사용하여 한개 이(齒)의 신뢰성을 기어의 신뢰성으로 변환할 수 있다.

$$S_g = S_t^{N_s} \quad (10)$$

3-3. 베어링 시스템 수명

기어에서와 같은 방법으로 베어링에 대해 기어 이(齒)의 하중으로 부터 출력 축 회전에서 기어의 수명을 계산할 수 있다. 베어링에 대한 식은 다음과 같다.

$$L_{bs10} = \left(\frac{1}{m_b}\right) \times \left(\frac{C_b}{F_b}\right)^{p_b} \quad (11)$$

위식은 출력 회전 항에서 베어링 수명을 나타낸다.

3-4. 구성 요소 시스템의 동적 용량

각 구성 요소의 동적 용량은 출력 토크의 형태로 나타낸다. 구성 요소 시스템의 수명이 구성 요소 시스템의 동적 용량을 구하는데 사용된다.

$$D_i = (L_{i10})^{\frac{1}{p_i}} \times T_0 \quad (12)$$

이러한 동적 용량은 출력 토크 단위로 나타내고 유사한 구성 요소 시스템의 90%가 100만 회전에서 잔존할 때 감소되는 출력 토크로 나타낸다.

3-5. 조합기어 구동장치의 수명

기어 구동장치의 수명을 계산하기 위해 조합기어 구동장치의 잔존 확률은 구성 요소 잔존 확률들의 곱으로 표시된다.

$$S_T = \prod_{i=1}^n S_i \quad (13)$$

기어 구동장치에 대한 파손의 퍼센트 확률을 그림으로 그릴 때, 수명 선도가 모델에 적용된다. 선형 회귀는 직선으로 접근하는데 사용되며, 선형 회귀의 범위는

잔존 확률 50~95 % 사이이다. 근사치 직선의 기울기가 기어 구동장치의 와이블 지수 e_T 이다. 기어 구동장치의 수명 L_{T10} 은 신뢰성 $ST = 0.9$ 에서 근사치 직선으로부터 계산된 수명이다. 수명 L_{T10} 은 주어진 출력 토크에서 기어 구동장치의 수명이다. 기어 구동장치의 수명 L_{T10} 과 와이블 지수 e_T 를 사용한 식은 다음과 같다.

$$\log\left(\frac{1}{S_T}\right) = \log\left(\frac{1}{0.9}\right)\left(\frac{L_T}{L_{T10}}\right)^{e_T} \quad (14)$$

3-6. 기어 구동장치의 동적 용량

기어 구동장치에 대한 동적 용량 DT는 출력 토크이고, 이것은 90%의 신뢰성에서 출력축의 100만 회전에 대한 기어 구동장치 수명을 나타낸다.

$$1 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{D_T}{D_i}\right)^{p_i} \quad (15)$$

이 식은 기어 구동장치의 동적 용량 DT를 구하기 위해 반복적으로 풀여진다.

하중-수명 지수 (p_T)를 찾기 위해, 기어 구동장치의 90% 신뢰성 수명들은 10~100% 사이 동적 용량의 출력 토크에서 계산된다. 수명은 토크에 대해 로그-로그 좌표상에 그려진다. 이 곡선은 직선으로 접근하므로, 선형회귀를 사용하여 100만 사이클에서 함수의 기울기와 값을 찾을 수 있다. 음의 기울기 역수는 기어 구동장치에 대한 하중-수명 지수이다.

100만 사이클에서 함수 값은 하중-수명 지수에 대응하는 기어 구동장치의 동적 용량이 된다. 선형 회귀로부터 동적 용량 값과 조합기어 구동장치에 대한 하중-수명 지수의 관계식은 다음으로 주어진다.

$$L_{T10} = \left(\frac{D_T}{T_o}\right)^{p_T} \quad (16)$$

4. 수치 해석 및 고찰

본 연구의 알고리즘을 이용하기 위하여 자동차 차동장치를 Fig.1에서와 같이 스트래들로 구성된 입력 피니언과 오버행으로 구성된 출력 기어로 만들어진 간단한 기어 구동 장치를 모델링하여 실제적인 값을 입력하여 해석하였다.

스파이럴 베벨 기어에서 요구되는 입력은 기어 물림과 베어링에 대한 기하학적인 값을 알아야 한다. Table 1과 Table 2는 기어와 베어링에 대한 초기 설계값을 나타낸 것이다.

Fig.4에서 입력된 데이터로 출력 토크와 스피드를 계산하고 각 구성요소에 작용하는 하중을 계산한 다음, 각 요소의 수명과 동적 용량을 계산한다. 기어 구동 장치의 95% 신뢰 수명 L5에서 50% 신뢰 수명 L50까지를 반복 계산하고 선형 회귀를 통하여 수명 L10 과 와이블 지수를 찾고, 동적 용량을 계산한다.

Table 1 Input design data.

	Unit	Data
Number of teeth on the pinion		19
Number of teeth on the gear		71
Cone distance of the gear mesh	mm	130
Normal pressure angle	deg	20
Face width of the gear mesh	mm	40
Spiral angle of the pinion	deg	25
Direction of pinion rotation		RH
Hand of spiral angle on pinion		LH
Shaft angle between pinion and gear	deg	90
Gear mesh material constance	kg/mm ²	24.6
Weibull exponent		2.5
Load-life factor		4.3

RH : Right Hand, LH : Left Hand

Table 2 Bearing mounting configuration.

	Pinion Br.		Gear Br.	
	B #1	B #2	B #1	B #2
Case of bearing placement	Straddle		Overhung	
Enter the distance A(mm)	35.25		22.53	
Enter the distance B(mm)	61.75		65.53	
Bearing taking the thrust load		0		0
Type of bearing	SRB	DBB	SRB	DBB
Number of balls or rollers	14		25	
Dia. of balls or rollers(mm)	14.3		9.5	
Contact angle	35		27	
Basic dynamic capacity(kg)	6350	1134	9072	8654
Enter the rotation factor	IRR	IRR	IRR	IRR
Weibull exponent	1.5		1.5	
Life adjustment factor	2.5		2.5	

Type of Bearing DBB : double row ball bearing
 SRB : single row roller bearing
 Rotation factor IRR : inner race rotation

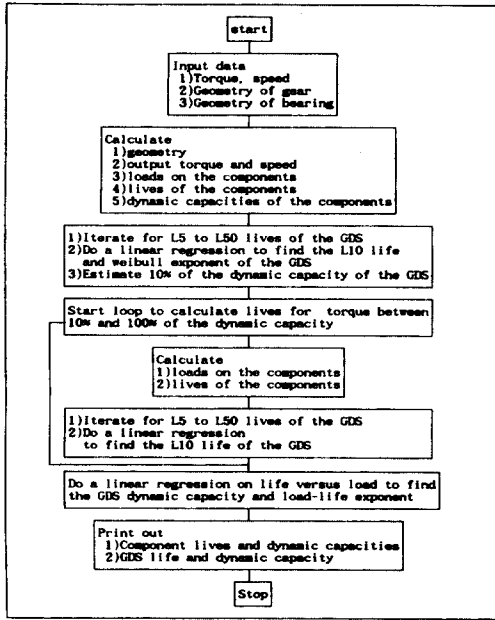


Fig.4 Program flow chart.

Table 3은 초기설계에서 각 요소의 수명을 나타낸 것이다. 여기서 기어와 피니언의 수명이 베어링에 비교하여 낮아서 전체의 수명에 큰 영향을 미치므로 기어 구동 장치에서 가장 약한 부분임을 알 수 있고 기어 물림에서 재설계를 검토할 필요가 있다.

Table 3 Output life and dynamic capacity

COMPONENT	INPUT			OUTPUT			TOTAL
	PINION N	PB#1	PB#2	GEAR	GB#1	GB#2	
DYNAMIC CAPACITY	20303	67837	15207	24403	47006	56109	20282
LOAD LIFE EXPONENT	4.3	3.3	3.0	4.3	3.3	3.0	4.1
LIFE IN MILLION OUTPUT ROTATIONS	8.97	288.4	1942	19.78	85.97	97.53	8.31
LIFE IN HOURS	90	2907	19570	199	866	983	84
WEIBULL EXPONENT	2.5	1.5	1.5	2.5	1.5	1.5	2.5

원추 거리를 증가시키면서 각각에 대하여 치폭과 신뢰성 수명의 관계를 고찰한 것이 Fig.5이다.

여기서 원추 거리와 치폭이 클수록 최대의 수명을 나타낸다. 그러나 재설계를 하는 과정에서 원추거리의 30% 이하를 치폭으로 사용한다. 그 이유는 과도하게 치폭을 크게 하면 커터선단 폭이 좁아지고, 필렛반지름이 작아지며, 차동장치에 불충분한 공간을 주기 때문이다). 또한 원추거리는 베어링과의 거리 및 구동장치의

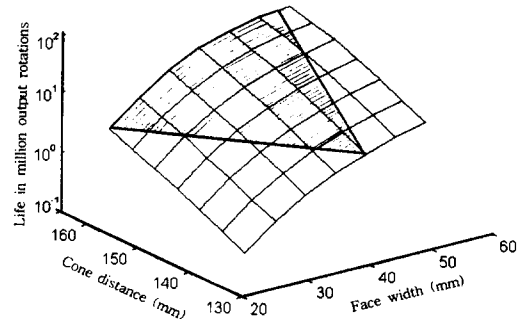


Fig.5 Face width versus life failure.

크기를 고려하여 무작정 크게 할 수 없으므로, 빗금친 설계영역이 주어진다.

Fig.6은 초기 설계에서 얻은 값을 100만 출력회전에 대한 파손 확률로 나타내어 설계자가 구동 장치의 신뢰성을 쉽게 확인할 수 있도록 가시화 되어 있으며, 위의

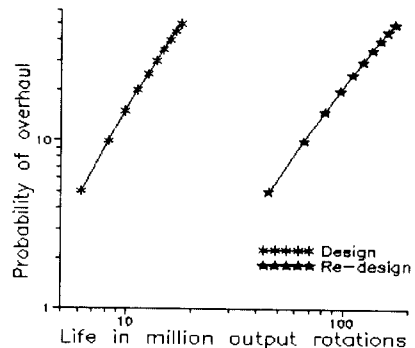


Fig.6 Life versus probability of failure redesign

설계영역 중에서 치폭40mm, 원추거리 130mm의 초기 설계를 치폭 45mm, 원추거리를 160 mm로하여 재설계하면 90% 신뢰성 수명은 8.3×10^6 에서 65.6×10^6 으로 되어 790%가 향상되었음을 또한 확인할 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 임의의 각으로 동력을 전달하는 기어 구동 장치 중에서 널리 쓰이는 스파이럴 베벨 기어를 기어와 베어링의 구름 접촉에 의한 피로 파손만을 고려하여 모델링하였다. 와이블 분포에 의한 신뢰 수명과 동적 용량을 계산함으로써 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 본 연구에서 개발한 알고리즘을 설계에 이용하여, 신뢰성 변화에 대한 수명값을 쉽게 확인할 수 있었고, 설계 파라메타 변화에 따른 그 영향을 찾을 수 있다.
2. 치폭과 원추 거리를 증가 시킴으로써 계속적으로 신뢰 수명이 증가되나 부피와 무게를 고려하여 최소의 변화로 최대의 수명을 얻을 수 있는 경제 설계 영역을 제시할 수 있다.

후 기

본 연구는 전북대학교 자동차 신기술 연구소의 연구비(과제번호 : AR95-18)지원으로 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. G. Cockerham and D. Waite, "Computer - aided design of spur or helical gear train" Computer aided design, p84 - 88, sept. 1975.
2. M. Savage, J. J. Coy and D. P. Townsend, "Optimal Tooth Numbers for Compact Standard Spur Gear Sets". ASME Journal of Mechanical Design, Vol 104, p749 - 758, 1982.
3. M. Savage, J. J. Coy and D. P. Townsend, "The Optimal Design of Involute Gear Teeth with Unequal Addenda". NASA, TM82866, 1982.
4. R. K. Carroll, G. E. Johnson, "Optimal Design of Compact Spur Gear Sets", 1984.
5. R. K. Carroll, G. E. Johnson, "Optimal Design of Compact Spur Gear Sets". Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol 106 p95-101, MARCH, 1984.
6. M. Estrin, "Optimization of Tooth Proportions for a Gear Mesh", ASME 80-C2/DET-101, pp 1~5.
7. M. Savage and C. K. Brikmanis, "System Life and Reliability Modeling for Helicopter Transmissions", NASA, NAG. 3-55, pp 1-80, 1986.
8. M. Savage, K. L. Rubadeux, H. H. Coe and J. J. Coy, "Spur, Helical, and Spiral Bevel Transmission Life Modeling", J. of Propulsion and Power Vol. 12, No. 2, 1996.
9. 오재성, "자동차용 Spiral Bevel과 Hypoid Gear설계 기술 해설", 아세아기보.