

위상 이동 그림자 무아레 방법을 이용한 3차원 형상의 측정

강 영 준*, 유 원 재**

Measurement of three dimensional shapes using phase-shifting shadow moiré method

Y. J. Kang*, W. J. Ryu**

Abstract

Shadow moiré topography has been used as a noncontact method for measuring the 3-D shapes of objects. The moiré fringes are results from the superposition of a master grating and its shadow projected on the surface of an object. But in case of the classical shadow moiré method, in general, the resolution is a few tenths of millimeter. It is difficult to use a phase-shifting method in shadow moiré because it is impossible to obtain uniform phase shifts on the whole field. But in this study We introduce a phase-shifting method to improve the resolution of the classical shadow moiré method. This method is based on the fact that if the depth of object is much less than the distance between the observer and the master grating, the phase shifts are almost uniform on the whole field area. Finally, we applied this new phase-shifting method to the measurement of the 3-D shape of a coin.

Key Words : Shadow moiré(그림자 무아레), Phase-shifting(위상 이동), Grating(격자), Superposition (중첩), Three dimensional shape measurement(3차원 형상측정)

1. 서론

무아레란 비슷한 주기를 갖는 두 개의 격자를 겹쳤을 때 보다 큰 주기를 갖는 무늬가 생기는 현상으로 간섭현상과 마찬가지로 계측 분야에 다양하게 이용되고 있다. 간섭현상과 비교한다면 가 간섭광(coherent light)을 광원으로 쓸 필요가 없다는 장점이 있으나, 측정의 정밀도가 낮다는 단점이 있어서 주로 표면조도와 같은 미세형상을

무시한 인간의 몸과 같은 부드러운 곡면을 갖는 물체를 측정하는데 쓰여 왔다.⁽¹⁾ 무아레 무늬가 발생하기 위해서는 격자무늬가 필요한데, 이러한 격자무늬의 모양은 일정한 간격의 줄무늬, 정다각형 등 주기성을 갖는 것은 모두 가능하나, 실제로 응용할때에는 격자의 제작과 해석이 용이한 등간격의 평행한 직선격자를 주로 사용한다. 무아레 방법에 의한 측정 방법에는 시스템의 광학적 구성에 따라 크게 2가지로 나누는데, 영상식 무아레(projection moiré)

* 전북대학교 기계공학부

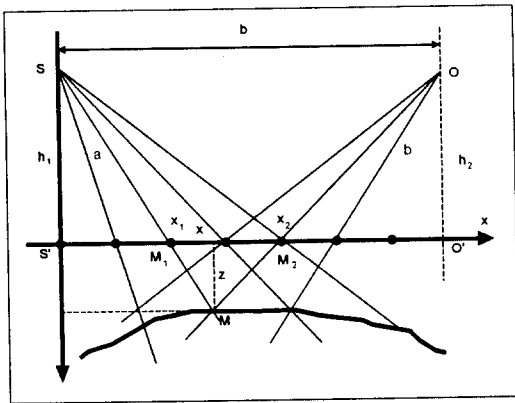
** 전북대학교 대학원

방법과 그림자식 무아레(shadow moiré) 방법으로 나눈다. 전자는 두 개의 격자를 설치하여 그 중 하나를 움직여 위상이동을 쉽게 할 수 있다. 그러나 이 방법은 시스템의 광학적 정렬이 매우 정밀해야 하는 반면에 후자는 시스템의 요소배열이 매우 단순하므로 측정이 용이하고 간단한 요소변경만으로 오차를 줄일 수 있다.^[2] 그래서 본 연구에서는 지금까지의 그림자 무아레 방법의 결점인 낮은 분해능을 향상 시키고 측정결과와 정량적인 해석을 위해 그림자 무아레 방법의 원리와 위상이동을 달성하기 위해 어떤 변수를 변경해야 하는지 알아보았고 이를 적용하였다. 또한, 위상이동을 통해 얻어진 각 상으로 3차원 형상을 재구성하였으며 그 실험결과와 유용성에 대해 논의하였다.

2. 그림자 무아레의 원리

고전적 그림자 무아레에서는 기준 격자와 물체에 비치는 기준격자의 그림자가 서로 중첩되어 제 3의 무늬를 만들게 된다.^[3] 만약, 격자의 주기가 p 이고 격자면을 x - y 평면으로 잡고, 격자선들의 방향에 수직인 축을 x , 격자선들과 평행한 축을 y , 격자면에 수직인 축을 z 로 잡을 때, 격자무늬가 x 방향에 따른 주기함수이고 고조파(higher harmonics)항에 따른 영향을 무시하면 격자무늬의 투과도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.^[3]

$$T(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \sin \frac{2\pi x}{p} \right) \quad (1)$$



S : light source, O : observer

Fig. 1. Configuration of shadow moiré

여기서 p 는 기준격자의 간격(pitch)이다. Fig.1에서 광원 S로부터 나온 빛이 격자상의 점 x_1 을 투과하므로 물체위의 한 점 M의 빛의 강도는 다음식으로 나타내어진다.

$$I_M = \frac{I}{r^2(x, y, z(x, y))} T_1(x_1) \quad (2)$$

$$= \frac{I}{2r^2} \left\{ 1 + \sin \left(\frac{2\pi x_1}{p} \right) \right\} \cos \alpha(x, y, z(x, y))$$

여기서 r 은 광원과 물체의 해당부위 사이의 거리이며 α 는 물체표면에 대한 빛의 입사각이다.

관측자가 격자를 통하여 물체를 보는 관측점 O에서의 밝기 I_O 는 다음식과 같이 I_M 과 격자의 투과도의 곱이 된다.

$$I_O = I_M T_2(x_2) = \frac{I \cos \alpha(x, y, z(x, y))}{4r^2(x, y, z(x, y))} \left\{ 1 + \sin \left(\frac{2\pi x_1}{p} \right) \right\} \left\{ 1 + \sin \left(\frac{2\pi x_2}{p} \right) \right\} \quad (3)$$

광원과 물체사이의 거리가 물체표면의 높이차이에 비하여 훨씬 크고, $\alpha(x, y, z)$ 가 거의 일정하다고 하면

$$\frac{I}{4r^2(x, y, z)} \cos \alpha(x, y, z) = C(\text{상수}) \quad (4)$$

와 같이 취급할 수 있다.

식 (3)을 전개하여 정리하면 다음 (5)식과 같다.

$$I_O = C \left\{ 1 + \sin \left(\frac{2\pi x_1}{p} \right) + \sin \left(\frac{2\pi x_2}{p} \right) - \frac{1}{2} \cos \frac{2\pi}{p} (x_2 + x_1) + \frac{1}{2} \cos \frac{2\pi}{p} (x_2 - x_1) \right\} \quad (5)$$

식 (5)를 보면 원래의 격자와 변형된 격자의 주파수, 그리고 두 주파수의 합 및 차에 해당하는 주파수 성분이 섞여 있음을 알게 된다. 사람의 눈은 저주파 대역 필터의 역할을 하기 때문에 저주파수인 두 주파수의 차에 해당하는 성분만을 뚜렷하게 느끼게 된다. 이것이 무아레 무늬이

며 다른 성분들은 제거의 대상이 된다.

두 주파수의 차에 해당하는 무아레 무늬는

$$I_0 = C \left[1 + \frac{1}{2} \cos \left\{ \frac{2\pi}{p} (x_2 - x_1) \right\} \right] \quad (6)$$

과 같이 나타낸다.

만약 코사인 항을 ϕ 라 하면.

$$(x_2 - x_1) = \phi \frac{p}{2\pi} \quad (7)$$

로 쓸 수 있다. 여기서 $\phi = k2\pi$ 의 관계로 주어지고, ϕ 는 위상. k 는 무아레 무늬의 차수이다.

Fig.1에서

$$\begin{aligned} x_1 &= x - z \tan \alpha \\ x_2 &= x + z \tan \beta \end{aligned} \quad (8)$$

로 나타내어지므로 (7)식과 (8)식으로 인해

$$\phi = \frac{2\pi z}{p} \left(\frac{x}{h_1 + z} + \frac{b - x}{h_2 + z} \right) \quad (9)$$

으로 나타낼 수 있다.

여기서 p 는 격자의 주기, b 는 광원과 관찰자와의 거리, h_1 과 h_2 는 각각 광원과 격자면, 관찰자와 격자면의 거리, z 는 격자에서 물체사이의 거리를 나타낸다.

여기서 무아레 무늬가 등고선이 되기 위한 조건은

$$h_1 = h_2 = h \quad (10)$$

이므로⁽³⁾

광원과 관찰자를 같은 높이에 둔다면 (9)식은

$$\phi = \frac{2\pi}{p} \frac{bz}{h+z} \quad (11)$$

으로 정리된다.

3. Quasi-Heterodyne 그림자 무아레

그림자 무아레 방법에 위상이동법을 적용시키기 위한 몇가지 다른 방법들이 있다. 즉, 식(11)에서의 위상 ϕ 를 $\phi + \delta\phi$ 로 이동시키기 위해서는 식(11)의 4가지 파라메타인 b, p, h, z 를 각각 변경시킬 수 있다.⁽¹⁾ 따라서 각각의 파라메타의 변화에 의한 이동되는 위상은,

$$\delta\phi_b = \frac{2\pi}{p} \frac{z}{(h+z)} \delta b \quad (12)$$

$$\delta\phi_h = -\frac{2\pi}{p} \frac{bz}{(h+z)^2} \delta h \quad (13)$$

$$\delta\phi_p = -\frac{2\pi}{p^2} \frac{bz}{(h+z)} \delta p \quad (14)$$

$$\delta\phi_z = \frac{2\pi}{p} \frac{bh}{(h+z)^2} \delta z \quad (15)$$

과 같이된다. 위 식들에서 알 수 있듯이 위상이동은 거리 z 에 의존한다는 것을 알 수 있다. 즉, 어떤 파라메타를 선택하든간에, 무아레 무늬가 일정하게 위상 이동이 되지 않는다는 것을 의미한다.

식 (12)에서 (15)까지로 거리에 대한 각 파라메타의 위상이동량을 알 수 있다.

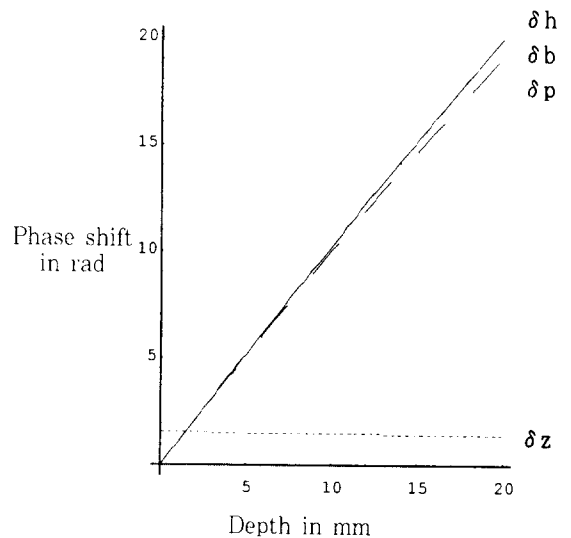


Fig.2. Variation of phase shifting $\delta\phi$ versus distance z according to the parameter chosen, b, h, p, z .

Fig. 2에서 알 수 있듯이, b , h , p 에 의해 일정한 위상 이동을 달성하기는 불가능하다. 그러나 물체를 기준 격자에 수직으로 이동시키면 위상이동이 거의 일정하다는 것을 알 수가 있다.

만약 $z \ll h$ 라고 하면 식 (15)는 다음과 같이 정리된다.

$$\delta\phi_z = 2\pi \frac{b}{ph} \delta z \quad (16)$$

위 식에서 파라메타 z 는 보이지 않는다. 즉, 임의의 위치에서 같은 위상이동을 할 수 있다. 또한 나머지 식 (12), (13), (14)는 파라메타 z 를 없앨 수 없다.

그러나, 일반적으로 위상이동에 대한 오차가 약간의 존재하는데 불과 몇도밖에 되지 않는다. 예를 들어 Fig. 2의 경우에서 $z = 0$ 에서 20mm 사이의 오차가 약 8.43° 인데, 실제 실험을 할 때는 $z = 1.5$ mm인 곳에서 위상이동을 수행했고 그 오차는 약 0.7° 였다.

4. 위상정보를 이용한 3차원 형상구현

위상이동법은 두 파면 사이의 위상차를 일정한 양만큼씩 변화시켜 이에따라 변화되는 무늬의 강도(intensity)를 물체의 모든 지점에서 측정하여 각 지점에서의 위상을 직접 측정하는 방법이다.

화면에 잡힌 물체의 각 점에서의 강도는 다음과 같이 나타낸다.

$$I(x, y) = I_0(x, y) \{1 + \gamma(x, y) \cos[\phi(x, y) + \alpha_i]\} \quad (17)$$

여기서, $I(x, y)$ 는 한점 x, y 에서의 강도, $I_0(x, y)$ 는 평균강도, $\gamma(x, y)$ 는 가시도(visibility), $\phi(x, y)$ 는 위상, 그리고 α_i 는 이동하는 위상값이다.⁴⁶⁾

측정 물체 각 지점의 상대적인 위상값을 얻기 위해서는 순차적으로 일정하게 위상을 이동시켜 4개의 무아래 무늬를 얻으면 된다. 오차의 최소화와 효율적인 계산을 위해서 많은 알고리즘이 개발되어 있으나 보통 $\pi/2$ 씩 위상을 이동시켜 4개의 무늬를 얻는 방법이 많이 쓰여지고 있다.⁴⁶⁾

기준 격자에 수직으로 이동시키며 측정 물체를 PC에 연결된 CCD 카메라로 4개의 상을 얻는다.

Four-Frame 위상이동법에 의하여 얻어진 4개의 화상의 강도는 각각 다음과 같이 나타낸다.

$$I_1(x, y) = I_0(x, y) \{1 + \gamma(x, y) \cos[\phi(x, y)]\} \quad (18)$$

$$I_2(x, y) = I_0(x, y) \left\{1 + \gamma(x, y) \cos\left[\phi(x, y) + \frac{\pi}{2}\right]\right\} \quad (19)$$

$$I_3(x, y) = I_0(x, y) \{1 + \gamma(x, y) \cos[\phi(x, y) + \pi]\} \quad (20)$$

$$I_4(x, y) = I_0(x, y) \left\{1 + \gamma(x, y) \cos\left[\phi(x, y) + \frac{3\pi}{2}\right]\right\} \quad (21)$$

위상이동법으로 측정되어진 각 점에서의 위상은 (22) 식으로 나타내진다.

$$\phi(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{I_4(x, y) - I_2(x, y)}{I_1(x, y) - I_3(x, y)} \right] \quad (22)$$

5. 실험 방법

일반적으로 물체 표면에 나타나는 그림자 무아래 무늬는 간격이 일정하지가 않다. 따라서 위 (15)식에서 계산하여 얻어낸 δz 값을 확인하기 위하여 임의의 차수의 무늬를 선택하고 그 차수의 무늬가 위치하는 거리를 계산하여 흰 평판에서 한 주기의 간격이 얼마나 되는지 재어서 계산한 값과 비교하여서 두 값이 거의 일치한다는 것을 확인하였고, 다른 차수의 무늬에서도 마찬가지로임을 알수 있었다. 실험장치의 개략도가 Fig. 3에 나타나 있다.

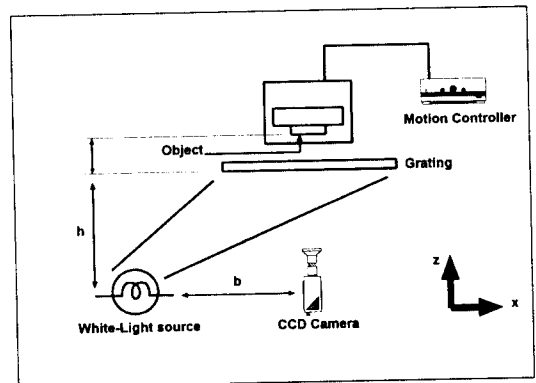


Fig. 3. Experimental setup

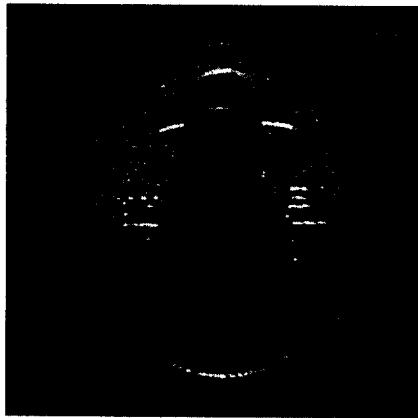
Fig.3에서 CCD 카메라는 할로겐 램프와 격자 (grating)에서 같은 거리에 위치시켰다. 격자는 8line/mm를 사용하였고, 동전은 $0.1\mu\text{m}$ 단위의 이동제 어기(motion controller)위에 마운트 시켜 z 방향으로 정밀한 이동을 할 수 있게 하였다. CCD 카메라에서 받은 4개의 상은 이미지보드(frame grabber) 통해 PC에서 처리될수 있게 하였다. 격자에서 CCD 카메라까지의 거리는 400mm, CCD 카메라에서 광원까지의 거리는 200mm로 하였고, 측정기준으로 삼은 무아레 무늬는 격자에서 1.5mm떨어진 6차의 무늬로 측정하였다.

Fig.4는 4-프레임(4-frame)위상 이동법을 이용한 동전의 측정 과정을 보여주고 있다. 그림 (a)의 경우는 원래의 이미지상이고 (b), (c), (d)는 원래의 이미지를 $\pi/2$, π , $3\pi/2$ 로 위상이동시킨 결과의 그림이다.

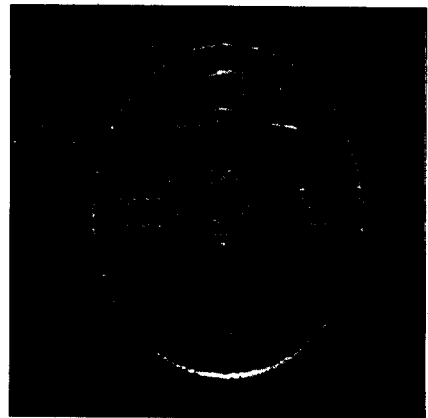
Fig.5는 위상이동을 실행하여 얻어진 위상지도(phase map)을 나타내고 있다.이것을 보면 물체상의 강도

분포가 연속적이지 않고 arctan함수의 특성상 2π 마다 불연속 인 것을 볼 수 있다.

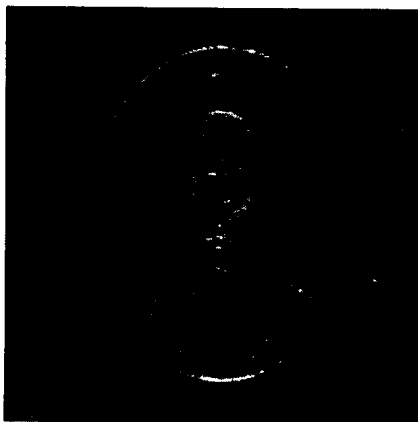
이 위상값들은 arctan함수 값으로 나타내지므로 $-\pi$ 에서 π 사이의 불연속적인 위상분포를 가지게 된다. 따라



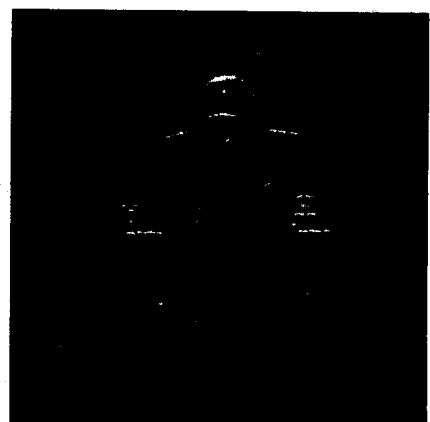
(a) $\phi = 0$



(c) $\phi = \pi$



(b) $\phi = \pi/2$

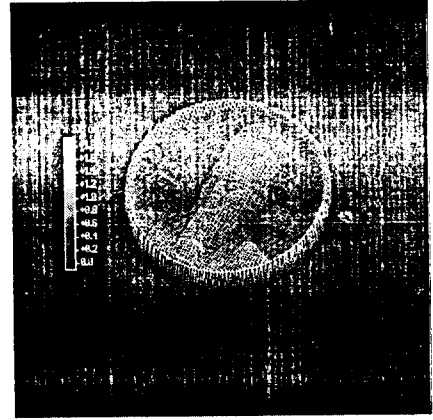


(d) $\phi = 3\pi/2$

Fig. 4. Four moiré images with shifted



Fig. 5. Phase map



(a) 3D plot of a coin

서 각 지점사이의 상대적인 위상차를 나타내기 위해서는 보정위상을 더하여 연속적인 형태로 나타내야 한다. 이 과정을 위상지도펼치기(phase unwrapping) 또는 Demodulation 과정이라 한다.⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾

Fig.6은 위상이동을 실행하여 Demodulation과정을 거친 상이다.

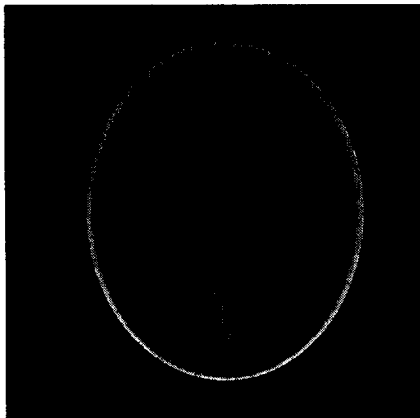
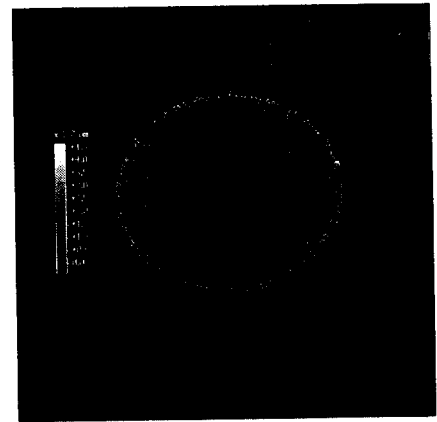


Fig. 6 Demodulation Image



(b) 3D plot of a coin

Fig. 7. Computed result from four images in Fig.3

시료로 사용한 동전의 요철이 약 0.25mm이므로 기존의 그림자 무아레가 측정하지 못하였던 정밀한 3차원 형상이 위상이동(phase shifting)방법에 의해 0.01mm 단위로 측정된수 있음을 보여주고 있다. 또한 측정하는데 걸리는 시간도 2-3분정도로 자동차 부품등의 측정에 적용이 가능하다고 본다.

Fig.7에서는 단위가 μm 였므로 측정이 가능하다는 것을 3차원으로 보여주고 있다.

6. 결론

물체의 3차원 형상을 측정하기에 적합한 그림자 무아레 방법의 결점인 낮은 분해능을 향상시키기 위해 위상이동 방법을 도입하였다.

첫째, 격자와 물체와의 거리가 격자와 관찰자의 거리보다 현저히 작을 때, 무아레 무늬의 차수에 관계없이 일정한 위상이동을 실현 할 수 있었다.

둘째, Four-Frame 위상이동 방법을 적용한 결과, 기존의 그림자 무아레가 mm단위로 측정하던 것을 μm 단위로 측정 할 수 있었다.

셋째, 측정시간이 매우 짧으므로 제품의 개발, 검사기간이 단축된다.

넷째, 복잡한 광학적 시스템을 도입할 필요가 없이 간단한 이미지처리장비만 있어도 쉽게 실현 가능한 방법이라 하겠다.

참고 문헌

1. H. Takasaki, "Moire Topography", Appl. Opt. 9, pp.1467-1472, 1970
2. T. Yoshizawa and T. Tomisawa, "Shadow moiré topography by means of the phase-shift method", Opt. Eng. 32, pp.1668-1674, 1993
3. D. M. Meadows, E. O. Johnson, and J. B. Allen, "Generation of Surface Contours by Moire Patterns", Appl. Opt. 9, pp.942-947, 1970
4. G. Mauvoisin, F. Brémand, and A. Lagarde, "Three-dimensional shape reconstruction by phase-shifting shadow moiré", Applied Optics, Vol. 33, No. 11, pp.2163-2169, 1994
5. G. Mauvoisin, F. Brémand, and A. Lagarde, "Shadow moiré by phase shifting method and applications", SPIE, Vol. 2065, pp.170-181, 1994
6. K. Creath, "Phase-measurement interferometry : BEWARE these errors", SPIE, Vol. 1553, pp. 213-220, 1991
7. Takeda, M., et al., "Fourier Transform Method of Fringe Pattern Analysis for Computer-Based Topography and Interferometry", J. Opt. Soc. Am. 72, pp.156-160, 1982
8. Kreis, T., "Digital Holographic Interference-Phase Measurement Using the Fourier-Transform Method", J. Opt. Soc. Am. A3, pp.847-855, 1986
9. Ghiglia, D. C., et al., "Cellular-Automata Method for Phase Unwrapping", J. Opt. Soc. Am. 4., pp. 267-280, 1987
10. Huntely, J. M. "Noise-Immune Phase Unwrapping Algorithm", Appl. Opt. 28, pp. 3268-3270, 1989