

## $\mu$ -synthesis 기법에 의한 중·소형 디젤기관의 속도 제어계에 관한 연구

양주호\* · 변정환\*\* · 정병건\*\*\*

A study on the speed control system of medium - small size diesel engine by  $\mu$  - synthesis

J. H. Yang · J. H. Byun · B. G. Jung

**Key words** :  $\mu$ -synthesis( $\mu$ -합성법), model uncertainities(모델 불확실), robust control system(강인한 제어계)

### Abstract

This paper presents a method about the modeling of the medium - small diesel engine for the speed control and designs the robust speed control system by the  $\mu$  - synthesis, which has good performance, in spite of the existence of model uncertainities and the external disturbance. We confirmed the validity of the proposed modeling method and the designed control system by  $\mu$  - synthesis through the experimental responses.

### 1. 서      론

디젤기관은 연료비가 저렴하고 큰 출력을 낼 수 있기 때문에 선박용 뿐만 아니라 육상용 동력원으로 널리 이용되고 있다. 일반적으로 대상으로 하는 플랜트의 제어를 위해서는 대상 플랜트의 거동을 수학적으로 기술하는, 소위 말하는 모델링(modeling)이 우선되어야 함은 주지의 사실이다. 마찬가지로 기관의 속도 제어를 위해서는 대상 기관의 동적 거동을 수학적으로 표현해야 하는데, 디젤기관

의 속도 가감속은 일반적으로 기관의 회전축에 연동된 연료분사펌프로부터 분사되는 연료유의 양에 의해 이루어진다. 그런데 대부분의 연구에서는 기관의 회전속도는 연료분사펌프의 래크 위치에 비례하는 것만으로 가정하여 모델링하였다<sup>1~3)</sup>. 그러나 실제 기관의 회전속도는 래크 위치 뿐만 아니라 연소상태 및 운전조건에 따라 변화하게 된다. 특히 회전수의 변화에 따라 크게 변화하지 않는 부하를 구동하는 디젤기관에서는 동일한 래크의 위치하에서도 회전수의 증가에 따라 이득이 크게 되

\* 부경대학교

\*\* 부경대학교 대학원

\*\*\* 한국해양대학교

는 즉, 불안정하게 되려는 특성을 가지며, 이러한 특성은 저차 등에 의하여 실험을 통해 확인된 바 있다<sup>4)</sup>. 따라서 본 연구에서는 회전수 변화에 따라 변화하는 이득을 적응적으로 고려하기 위한 수단으로 기관 회전수를 양(+)으로 피드백하는 루프를 삽입하는 것으로 디젤기관을 모델링하는 한 방법을 제안한다. 그리고 이러한 방법으로 모델링된 공칭모델에 대해 각 파라미터의 값을 실험적인 방법에 의하여 구한 후, 운전점에 따라 크게 변화하는 파라미터에 대하여 제어계가 강인하도록 μ-설계법을 이용하여 속도 제어계를 구성하여<sup>5)7)</sup>, 실험을 통하여 그 타당성을 검토한다.

## 2. 소형 디젤기관의 모델링

### 2.1 모델링

서론에서도 언급한 바와 같이 회전수 변화에 대해 크게 변화하지 않는 부하인 경우의 소형 디젤기관의 회전수는 단위 시간당의 연료 분사량에 의존하며, 연료분사량의 가감은 연료 분사펌프의 래크 위치와 기관의 회전속도에 의하여 결정된다고 가정할 경우, 디젤기관의 속도계는 Fig. 2.1과 같이 선형모델로 모델링할 수 있다.

Fig. 2.1에서 연소계통은 회전계통에 비하여 시정수가 작아서 상수(constant)로 볼 수 있으므로 연소계통과 회전계통을 합쳐서 1차계로 가정하면 식 (2.1)과 같이 된다.

$$\frac{K_c}{1+T_c s} \cdot \frac{K_r}{Js+F} \cong \frac{K_e}{Js+F} \quad (2.1)$$

여기서,  $K_c$  : 연소계통의 게인  
 $T_c$  : 연소계통의 시정수  
 $J$  : 관성 모멘트

$F$  : 점성 마찰계수  
 $K_r$  : 회전계통의 게인  
 $K_e = K_c \cdot K_r$ 이다.

그리고 지연요소(delay time)는 내연기관의 특성상 필연적으로 나타나는 요소이고, 여기서 지연시간을  $L$ 이라 할 때, 이 요소의 전달함수는  $e^{-Ls}$ 가 되고, 이를 Pade의 1차 근사화 기법을 이용하여 표시하면 식(2.2)와 같이 선형으로 표현할 수 있다.

$$e^{-Ls} \cong \frac{1 - \frac{L}{2}s}{1 + \frac{L}{2}s} \quad (2.2)$$

본 연구에서는 강인한 속도제어계 구성의 궁극적인 목적을 달성하기 위해, DC 서보모터에 의해 연료분사펌프의 래크가 조정될 수 있도록 액추에이터를 자작하였으며, 이 DC 서보모터는 PD제어에 의해 제어되도록 하였다. 이 때 이 액추에이터를 제어하는 제어기를 포함한 연료 분사펌프 구동계의 폐루프 전달함수는 식 (2.3)과 같다.

$$G_a(s) = \frac{\frac{1}{T_m}(K_{pm}K_m T_{dm} + K_{pm}K_m)}{s^2 + (\frac{1+K_{pm}K_m T_m}{T_m})s + \frac{K_{pm}K_m}{T_m}} \quad (2.3)$$

여기서,  $K_{pm}$  : 모터 제어계의 P제어 게인  
 $T_{dm}$  : 미분 시간  
 $T_m$  : 모터 시정수  
 $K_m$  : 모터 게인이다.

### 2.2 파라미터의 동정

식 (2.1), (2.2), (2.3)의 각 파라미터 값을 실험적인 방법으로 동정하기로 한다. 먼저 DC 서보모터 제어계에 대하여 계단상의 입력을 가하여 응답을 구한

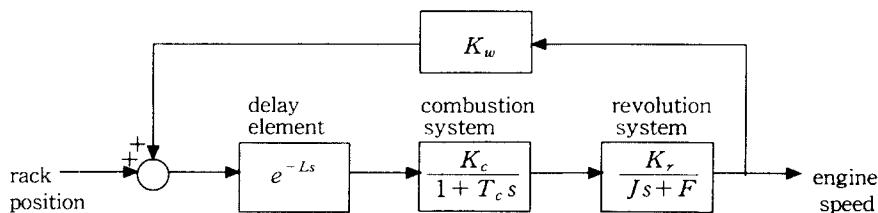


Fig. 2.1 Block diagram of diesel engine.

후, 식 (2.4)와 같이 주어지는 평가함수를 최소로 하는 파라미터 값을 동정한 결과 Table 2.1과 같다.

$$J_v = \int e(t)^2 dt \quad (2.4)$$

여기서,  $e(t)$ 는 『공칭모델 응답 - 실험 응답』의 값이다.

Table 2.1로부터 알 수 있는 바와같이 오차 2승 면적의 평가함수를 최소로하는 값은 약  $K_m=0.34$ ,  $T_m=0.05$  부근이었다.

Fig. 2.2는 실험에 의한 DC 서보모터의 응답과 모델링된 공칭모델의 인디셜 응답의 그림이다.

다음 대상 기관의 파라미터 동정을 위하여, 동정하고자 하는 대상 디젤기관에 DC 서보모터로 구성된 랙 조정용 액츄에이터를 부착하고 PD제어기를 갖는 페루프 속도제어계를 Fig. 2.3과 같이 구성한 후, 인디셜 응답을 구하고 이 응답으로부터 시행착오법에 의하여 각 파라미터 값을 동정한 결과는 Table 2.2와 같다.

대상 기관의 파라미터 동정실험에서 속도제어계를 페루프계로 구성한 이유는 Fig. 2.3에서 보는

Table 2.1 Values of  $K_m$  and  $T_m$  ( $K_{pm}=30$  and  $T_d=0.001$ )

$K_m$	0.32				
$T_m$	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
$J_v$	$1.7 \times 10^{-3}$	$9.1 \times 10^{-4}$	$6.9 \times 10^{-4}$	$1.1 \times 10^{-3}$	$2.0 \times 10^{-3}$
$K_m$	0.34				
$T_m$	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
$J_v$	$1.9 \times 10^{-3}$	$9.5 \times 10^{-4}$	$5.5 \times 10^{-4}$	$7.5 \times 10^{-4}$	$1.5 \times 10^{-3}$
$K_m$	0.36				
$T_m$	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
$J_v$	$2.4 \times 10^{-3}$	$1.3 \times 10^{-3}$	$7.0 \times 10^{-4}$	$7.3 \times 10^{-3}$	$1.3 \times 10^{-3}$

바와 같이 기관 회전수가 양(+)으로 피드백되기 때문에  $F$ 의 값이  $K_w \cdot K_e$ 의 값보다도 작을 경우 (Routh-Hurwitz 조건에 의해 우반부에 극점이 존재하는 경우)에는 불안정한 계로 되어 실험이 불가능하기 때문이다.

Fig. 2.4는 디젤기관 속도제어계 응답의 실험치와 동정된 파라미터에 의한 공칭모델의 인디셜 응답을 나타낸 그림이다.

### 3. 제어기 설계

#### 3.1 제어기 설계

대상 기관의 파라미터들 중에서 기관의 운전점

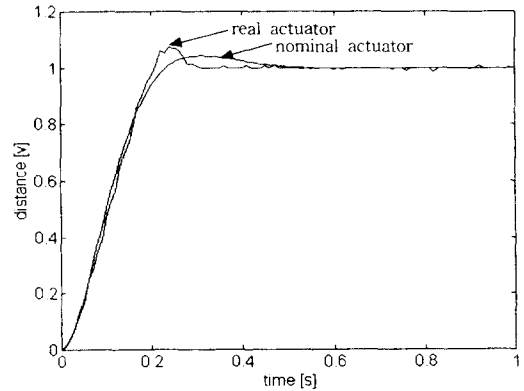


Fig. 2.2 Step response of actuator ( $T_m=0.05$ ,  $K_m=0.34$ ,  $K_{pm}=30$ , and  $T_{dm}=0.001$ ).

Table 2.2 Values of  $K_e$ ,  $J$ ,  $F$ ,  $K_w$  and  $L$  ( $K_p=0.025585$ ,  $T_{ds}=0.00067$ ).

parameters	$K_e$	$J$	$F$	$K_w$	$L$
values	90	0.44	0.32	0.04	0.15

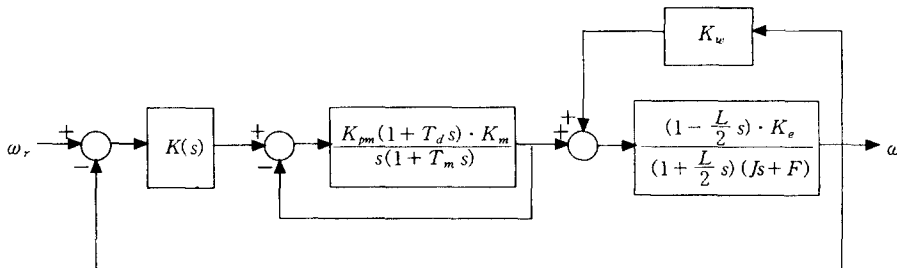


Fig. 2.3 Speed control system with P controller for parameter identification.

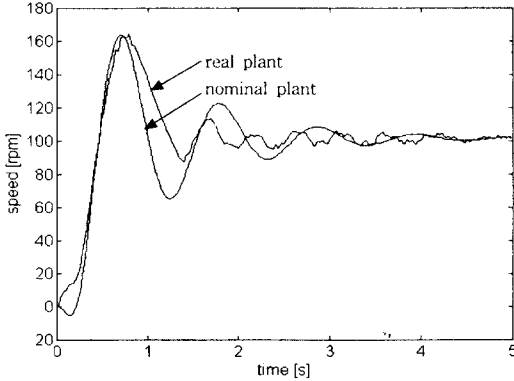


Fig. 2.4 Step responses of diesel engine in speed control system.

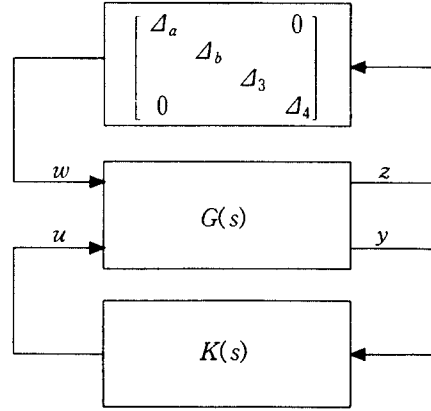


Fig. 3.1 General plant with  $\Delta(s)$  and  $K(s)$

에 따라 크게 변화하는 인자는 지연시간요소  $L$ 과 속도피드백요소  $K_w$ 이므로, 이들의 변동에 대해서도 제어계가 강인하도록 제어계를 구성하기로 한다. 그 설계법에는 여러가지 기법이 있을 수 있으나, 본 연구에서는 이와 같은 구조적인 불확실에 대해 유연히 대처할 수 있어 최근 주목받고 있는  $\mu$ -합성법( $\mu$ -synthesis)으로 제어계를 설계한다.

$L$ 과  $K_w$ 의 변동을 식 (3.1)과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} \tilde{K}_w &= K_w + \bar{K}_w \Delta_a \\ \tilde{L} &= L + \bar{L} \Delta_b, (\|\Delta_a\| \infty, \|\Delta_b\| \infty < 1) \end{aligned} \quad (3.1)$$

여기서,  $K_w$ 와  $L$ 는  $\tilde{K}_w$ 와  $\tilde{L}$ 의 공칭치이고,  $\bar{K}_w$ 와  $\bar{L}$ 는 모델의 구조적 불확실에 대한 정보로써  $\|\Delta_a\| \infty$ 과  $\|\Delta_b\| \infty$ 이 1보다 작도록 정의된 것으로,  $\bar{K}_w \Delta_a$ 와  $\bar{L} \Delta_b$ 는  $K_w$ 와  $L$ 의 구조적 모델의 불확실을 표시하고 있다.

그리고 제어계의 성능개선을 위해 제어입력 및 출력 회전수에 가상적인 모델의 불확실( $\Delta_3, \Delta_4$ )를 가정하고, 이 불확실에 대해 적당한 하중(weighting)  $\alpha, \beta$ 를 가할 경우의 일반화 플랜트, 모델 불확실 및 제어기의 블록선도는 Fig. 3.1과 같이 된다.

Fig. 3.1에서 일반화 플랜트는 식 (3.2)와 같이 된다.

$$G(s) : \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{F}{J} - \frac{K\tilde{K}_w}{J} & \frac{4K}{JL} & -\frac{b_2K}{J} & -\frac{b_1K}{J} \\ \tilde{K}_w & -\frac{2}{L} & \frac{K_m}{T_m} & \frac{K_m T_d}{T_m} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{K_m}{T_m} & -\frac{(1+K_m T_d)}{T_m} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -\frac{K}{J} & -\frac{4K}{JL} & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{2}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} \bar{K}_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\bar{L}}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C_2 = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta \end{bmatrix} \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{21} = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \quad D_{22} = [0] \text{ 이다.}$$

식(3.2)로 주어지는 일반화 플랜트에 대해  $K_w$ 와  $L$ 의 불확실은 실험적인 동정값에 의해 약 50%와 33%의 변동이 있는 것으로 하였으며,  $\alpha, \beta$ 를 5000과 10으로 하여, D-K반복법에 의해 제어기를 구하면 식 (3.3)과 같다.

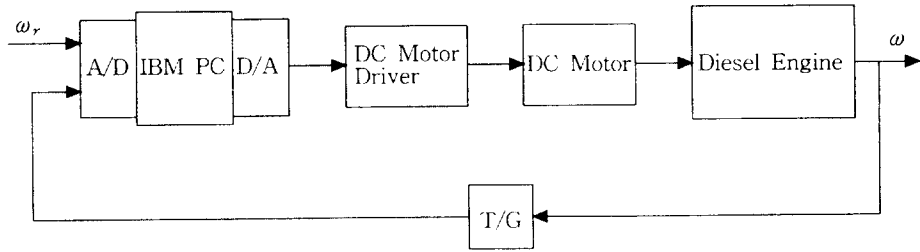
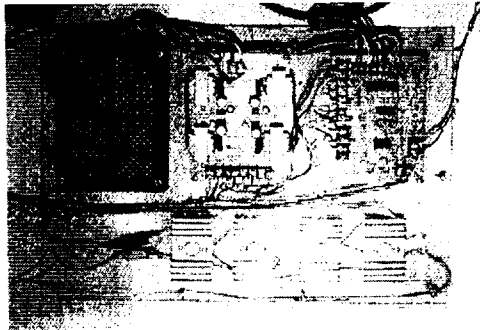
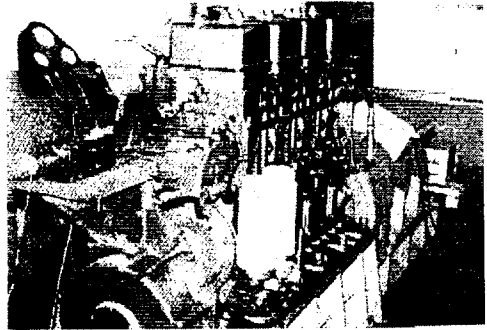


Fig. 4.1 Block diagram of control system.



(a) Motor driver



(b) Engine

Fig. 4.2 Experiment apparatus.

$$K(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$$

단,

$$\begin{aligned}
 B(s) &= -27.8s^3 - 980.4s^2 - 14113.8s - 85064.7 \\
 A(s) &= s^4 + 200.5s^3 + 10321.2s^2 + 247756.3s \\
 &\quad + 4269019.9 \quad (3.3)
 \end{aligned}$$

#### 4. 실험 결과

설계된 제어기로써 응답실험을 행하기 위하여 구성된 실험장치의 블록선도 및 실험장치 사진은 Fig. 4.1 및 Fig. 4.2와 같다.

응답실험의 결과와 모델링된 선형모델에 대한 응답 시뮬레이션 결과를 비교 검토하기 위하여, 식 (3.3)과 같이 구해진 제어기를 Fig. 2.3의 P제어기 대신에 대치하고, 응답 시뮬레이션한 응답은 Fig. 4.3의 『simulation』이라 표시된 것과 같으며, 실험 결과는 같은 그림의 『experiment』라 표시된 것이다. 이 그림중 『simulation』이라 표시된 응답의 결과로부터 0[rpm]에서 100[rpm]으로 변화하는 계단상의 입력에 대해 오버슈트 없이 상당히 빠른

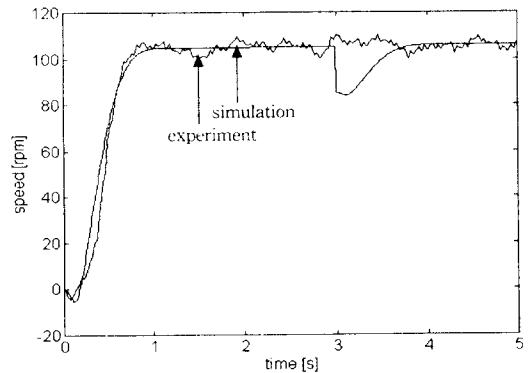


Fig. 4.3 Step responses of diesel engine in simulation and experiment.

응답(정착시간 약 0.9[s])을 보이고 있으며, 20 [rpm]에 해당하는 계단상의 외란을 가했을 경우에도 양호한 회복성을 보이고 있음을 알 수 있다. 실험장치의 제약 조건으로 실험상에서는 시뮬레이션과 동일한 크기의 외란을 가할 수 없었다. 그러나 계단상의 입력에 대해, 시뮬레이션 결과와 실험 결과가 비교적 잘 일치하는 것으로 보아 외란에 대해서도 유사한 특성을 보일 것으로 생각된다. 결론

적으로 이와같은 시뮬레이션과 실험을 통하여 본 연구에서 제안하는 모델링 방법의 타당성을 확인할 수 있었으며, 아울러 설계된 제어기의 강인성도 확보되었음을 알 수 있었다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 회전수 변화에 따라 크게 변화가 없는 경 부하를 구동하는 소형 디젤기관의 수학적 모델을 구하는 한 방법을 제안하였고, 이러한 방법으로 모델링된 공칭모델에 대해 실험적인 방법으로 공칭모델의 각 파라미터를 구하였다. 이 때 각 운전점에 따라 플랜트의 파라미터가 변화하는 범위도 아울러 구하였으며, 이 정보로부터 구조적인 모델의 불확실성을 구하고 이러한 모델의 불확실에 대해서 강인한 안정성과 강인한 성능을 만족하는 제어기를  $\mu$ -synthesis 기법에 의하여 설계하였다. 설계된 제어기로써 실제 응답실험을 행하고, 이 응답실험 결과로부터 제안하는 모델링 기법과 설계된 제어기의 유효성을 검증할 수 있었다.

※ 이 논문은 1995년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었으며, 관계되는 여러분들께 감사드립니다.

#### 참고문헌

- 1) 北川正人, “船舶主機エンジンの回轉數制御システムの理論解析”, ナブコ技報, No. 61, pp. 3~8, 1986
- 2) 하주식, 유영호, “저속 장행정 박용디젤기관의 속도 제어에 관한 연구”, 한국박용기관학회지, 제 12권 4호, pp. 247~255, 1988.
- 3) 양주호, 정병건, “ $H_{\infty}$  제어기법을 이용한 저속디젤기관의 속도제어”, 한국박용기관학회지, 제 17권 5호, pp.409~416, 1993.
- 4) 정병건, 양주호, 김창화, “선박용 중속 디젤 기관의 로바스트 속도제어기 개발”, 한국박용기관학회지, 제20권 제4호, pp. 349~357, 1996
- 5) K. Glover, J. C. Doyle, “State - Space Formulae for All Stabilizing Controllers that Satisfy an  $H_{\infty}$  - norm Bound and Relations to Risk Sensitivity”, Systems and Control Letters, Vol. 11 - 2, pp. 167~172, 1988
- 6) 細江繁幸, 荒木光彦, 制御系設計( $H_{\infty}$  制御とその應用), 朝倉書店, pp. 1 136, 1994
- 7)  $\mu$  - analysis and synthesis toolbox user's guide, 1991, The Math Works Inc.