

## 정방형 벨트구동 캐비티의 흐름특성에 관한 연구

김진구\* · 조대환\* · 김춘식\*\* · 이영호\*\*

## A Study on Flow Characteristics of Lid-Driven Square Cavity

J. G. Kim · D. H. Cho · C. S. Kim · Y. H. Lee

**Key words** : Closed Cavity(밀폐캐비티), Convective difference scheme(대류항 차분기법), Conservation Form(보존형), Unsteady Flow(비정상유동), High Reynolds Number(고레이놀즈수), Primary Vortex(주와류), Kinetic Energy(운동에너지)

## Abstract

Time-dependent Flow characteristics of a two-dimensional lid-driven square cavity flow of six high Reynolds numbers,  $10^4$ ,  $2 \times 10^4$ ,  $3 \times 10^4$ ,  $5 \times 10^4$ ,  $7.5 \times 10^4$  and  $10^5$  were investigated. A convection conservative difference scheme based upon SOLA to maintain the nearly 2nd-order spatial accuracy was adopted on irregular grid formation. Irregular grid number is  $80 \times 80$  and its minimum size is about  $1/400$  of the cavity height(H) and its maximum is about  $1/53$  H.

The result shows that at  $Re = 10^4$ , periodic migration of small eddies appearing in corner separation region and its temporal sinusoidal fluctuation are represented. And another critical Reynolds number which shows the commencement of flow randomness emerging from the periodic fluctuation is assumed to be around  $Re = 1.5 \times 10^4$ . At five higher Reynolds numbers ( $2 \times 10^4$ ,  $3 \times 10^4$ ,  $5 \times 10^4$ ,  $7.5 \times 10^4$  and  $10^5$ ), an organizing structure of four consecutive vortices similar to a Moffat vortex at two lower corners is revealed from time-mean flow patterns.

## 1. 서 론

연속벨트 또는 이동덮개의 구동에 의해 캐비티 내부에서 형성되는 흐름은 완전밀폐 유동장에 속하며 특히 단순한 경계조건으로 인하여 전산유체 역학의 분야에서 관련 연구자들이 벤치마크용으

로서 빈번히 채택하는 대표적인 유동장이다. 따라서 많은 연구자들이<sup>1,2)</sup> 새롭게 개발하거나 개선한 수치기법을 상호비교하기 위하여 이 유동장을 자주 인용하고 있다. 그러나 단순한 유동장의 경계조건임에도 불구하고 얻어지는 수치해석결과는 다양한 유체역학적 해명을 요구하고 있다.

\* 한국해양대학교 대학원 (원고접수일 : 97년 8월)  
\*\* 한국해양대학교

Ghia 등<sup>3)</sup>은 유선함수식과 와도전달 방정식 및 다중격자를 이용한 계산을 통하여 유동특성을 체계적으로 고찰하였으며 고레이놀즈수( $Re=10^4$ )까지의 계산데이터를 정량적으로 제시하고 있어 많은 연구자들이 인용을 하고 있다. 그러나 이 결과는 정상해에 머물고 있으며 레이놀즈수  $10^4$  이상에서의 계산결과가 공표되어 있지 않다. 또한 지금까지 발표된 많은 연구결과를 보면 어느 경우나 레이놀즈수는  $10^4$ 를 넘지 못하고 있으며 이것도 Ghia 등의 결과에 미치지 못하고 있는 경우가 많다. 즉 고레이놀즈수에 대하여 수치적인 안정성을 유지하면서 정확도를 유지할 수 있는 기법의 적용이 어려움을 잘 나타내고 있다. 이것은 캐비티 유동장과 같은 밀폐 순환류에서는 개방흐름과 달리고차 정도의 대류항 상류차분식의 장점이 발휘되지 못하는 점이 한가지 이유로서 언급될 수 있을 것이다.

한편 최 등<sup>4)</sup>은 2차원 정방형 밀폐캐비티 유동장을 대상으로 완전히 발달된 네가지의 고레이놀즈수( $Re=10^4, 3 \times 10^4, 5 \times 10^4, 7.5 \times 10^4$ )에서의 비정상 계산을 행하여 이에 관련된 유동특성을 고찰하였으며 그 결과 대상으로 한 모든 레이놀즈수에서 유동장 전체에 걸쳐 복잡한 박리 흐름이 나타나고 있음을 보고하였다.

이 연구에서는 NS방정식의 대류항에 관한 기존의 기법을 개선하여 고레이놀즈수의 2차원 정방형 밀폐캐비티 유동장의 비정상 유동특성을 규명하고자 하였다. 즉, 부등간격 엷물림 격자상에서 MAC법<sup>5)</sup>의 등간격 보존형 차분식에 이용되는 변수를 내분의 원리에 의해 보간하는 방법을 적용하였다. 이 방법을 2차원의 점성, 비압축성 및 비정상 정방형 캐비티유동장에 적용하여 고레이놀즈수의 유동특성을 고찰하였다. 그 결과 이 연구에서 대상으로 한 고레이놀즈수에서는 매우 활발한 비정상 유동특성을 발견할 수 있었으며 유동장 전체에 걸쳐 매우 복잡한 박리유동특성 및 벽면과 방출 와류의 상호작용이 크게 나타났다. 그러나 시간평균의 유동장에 대하여서는 유사한 특징을 보였다.

## 2. 수치계산

Navier-Stokes 방정식은 유체의 유동현상을 지배하는 대표적인 방정식으로서 연속체 유동 중 어느 한 점을 중심으로 질량보존 및 운동량을 표현하는 편미분 형태의 방정식이다. 이 연구에서는 2차원 정방형 밀폐캐비티 유동장을 대상으로 하여 수치해석의 기법으로 유동특성을 규명하고자 하였다. 비압축성, 비정상 및 점성 흐름에 대하여 직각 좌표계 상의 2차원 Navier-Stokes 방정식과 연속 방정식을 무차원의 보존형으로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x} + g_x + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \tag{2.3}$$

그림1은 수치계산에 사용된 변수 분포이며 부등간격 격자 상에서 내분의 원리<sup>6)</sup>를 이용하여 1차 선형내삽 방법으로 검사면적의 운동량 플럭스를 계산하고 그리고 압력항 및 점성항에 관해서도 부등간격 격자를 고려한 보정을 행하였다. 속도 및 압력에 관한 완화기법으로써 SOLA의 방법을 택하

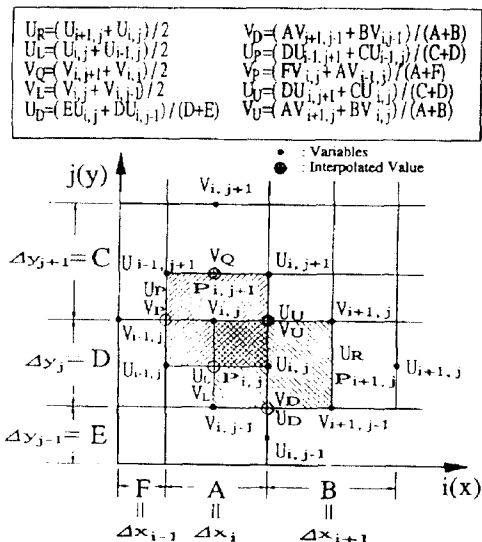


Fig.1 Variables Allocation on Irregular Grid

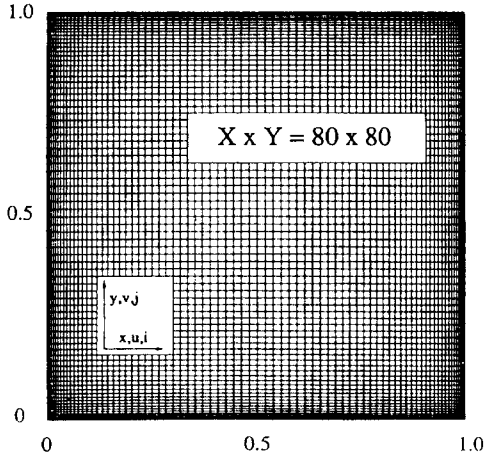


Fig.2 Irregular Grid Formation (80 x 80)

였다. 이 연구에서는 보존형의 스킴 중에서 MAC 법의 중심차분을 이용하고 확산항의 차분식에는 2 차정도의 중심차분을 이용하였다.

그림2는 벽면에서의 해상도를 높이기 위하여 본 연구에서 채택한 2차원 정방형 캐비티의 부등간격 격자 분포를 보이고 있다. 격자의 형성은 벽면에서 최소격자의 크기를 대표길이 기준으로 1/400H(H는 캐비티높이로 하였으며 중앙부분에서의 최대 격자 크기는 1/53H이 된다. 이때 격자수는 80x80이다. Re 수는 캐비티 상부의 벨트속도를 대표속도, 캐비티높이를 대표길이로 하여 계산하였다. 부등간격 격자를 계산하는 식은 사인함수를 이용하여 식(2.4)에 의해 구하였다.

$$\Delta X(i) = \frac{\sin(\pi \frac{i}{M-1}) + CF}{\sum_{j=1}^{M-2} \{\sin(\pi \frac{j}{M-1}) + CF\}} \quad (2.4)$$

$$i, j = 1, 2, 3, \dots, M-1$$

단, M은 격자 수이며 CF는 격자의 크기를 조정할 수 있는 가중계수이다. 본 계산에서는 CF를 0.01로 하였다.

표 1과 2는 계산조건과 각레이놀즈수에 따른 계산시간을 나타내고 있다.

### 3. 계산결과 및 고찰

Table 1 Computational Condition

| Item            | Computational Condition |                                       |
|-----------------|-------------------------|---------------------------------------|
| Cavity Height   | H                       | 1                                     |
| Reynolds Number | Re                      | 10*, 2x10*, 3x10*, 5x10*, 7.5x10*, 10 |
| Grid            | MXxNY                   | 80x80                                 |
| Grid Size       | Minimum                 | 1/400H                                |
|                 | Maximum                 | 1/53H                                 |

Table 2 Calculation Time for each Reynolds Numbers

| Reynolds Numbers | Stability Factor | Data Saving Interval | Calculating Time (T=100) |
|------------------|------------------|----------------------|--------------------------|
| 10*              | 0.8              | 0.25                 | 10 Hour                  |
| 2x10*            | 0.8              | 0.25                 | 11 Hour                  |
| 3x10*            | 0.4              | 0.25                 | 14 Hour                  |
| 5x10*            | 0.1              | 0.25                 | 14 Hour                  |
| 7.5x10*          | 0.1              | 0.25                 | 18Hour                   |
| 10               | 0.1              | 0.25                 | 30 Hour                  |

그림3과 그림4는 T=1000에서의 순시의 속도 벡터와 중앙단면에서의 속도분포를 동시에 나타내고 있다. 이때의 T는 무차원화된 시간을 나타낸다. Re=10\*에서는 하부의 두 박리영역에서 소규모의 와류들의 존재를 확인할 수가 있다. 따라서 이 레이놀즈수의 범위에서는 유동장이 비정상상태를 유지함을 의미하며 다양한 크기의 소규모 와류들이 다수 존재함으로써 시계열적으로 주기성을 상실한 불규칙한 미소 속도파형이 일어날 수가 있음을 나타내고 있다. 단, 여기에서는 하부 및 상부 왼쪽의 세 모서리에서의 박리영역은 주와류와의 경계를 유지하는 정도로 제한적이며 따라서 이 영역의 급격한 축소 및 확대나 와류의 방출현상은 발견되고 있지 않다. 유동장의 비정상성은 모서리 영역에 국한하여 국소적으로 존재하고 있다. 하부의 오른쪽 모서리에서 주와류의 강한 하부벽면 충돌과 함께 고운동에너지의 박리유입현상이 크게 나타나고 있다. 이 그림에서 알 수 있는 바와 같이 2차원의 정방형 덮개구동 밀폐캐비티에서는 유동장의 불안정성 특성이 가장 먼저 발생하며 동시에 이들 성분이 증폭되기 시작하는 부분은 바로 이 박리영역을 알 수가 있으며 여기에서 고레이놀즈수의 경우에 와류의 방출현상이 예상되고 있다.

또한 이 레이놀즈수에서는 중앙단면의 속도분포에서도 최대속도를 나타내는 하부 및 왼쪽 벽면 근처에서 약간의 변화가 나타나기 시작하고 있다.

$Re=5 \times 10^4$ 의 경우에는 순시유동장에서 모서리를 중심으로 매우 불규칙한 크기의 다수의 와류가 발달하고 있다. 또한 중앙단면의 속도분포에서도 레이놀즈수의 증가에 따라 다수의 변곡점을 갖는

불규칙한 공간분포특성을 보이고 있다. 한편 박리 영역에서 와류의 방출현상이 지배적이며 반시계 방향으로 회전하는 이들 방출와류가 주와류의 회전방향으로 이동하면서 모서리의 와류들과 결합하여 성장하거나 급한 속도구배를 갖는 벽면의 경계층을 통과하면서 세력이 약화되는 현상들이 관찰되고 있다.

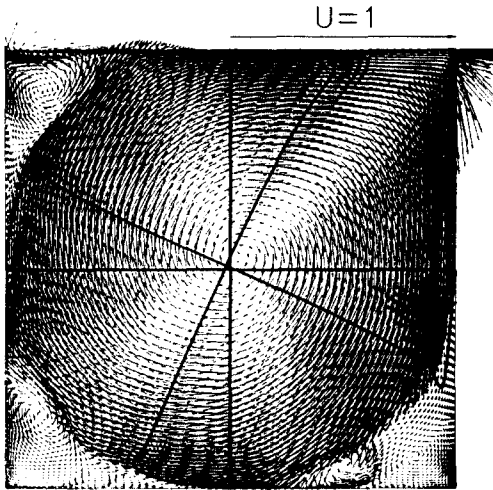


Fig.3 Instantaneous Velocity Vectors( $Re=10^4, T=1000$ )

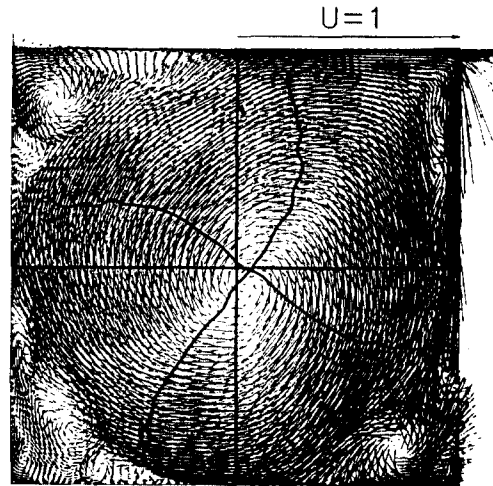


Fig.4 Instantaneous Velocity Vectors( $Re=5 \times 10^4, T=1000$ )

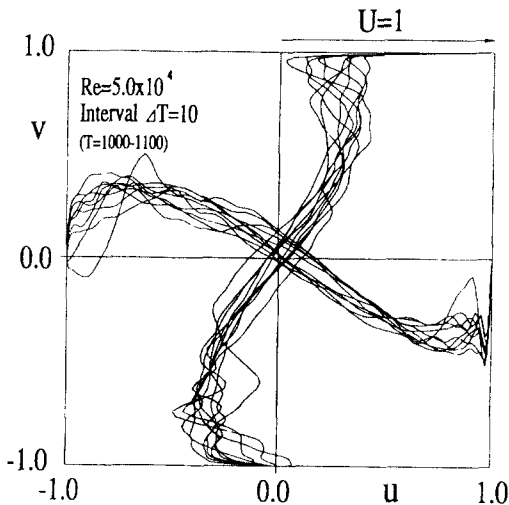


Fig.5 Overlapped Instantaneous Velocity Profiles( $Re=5 \times 10^4, T=1000-1100$ )

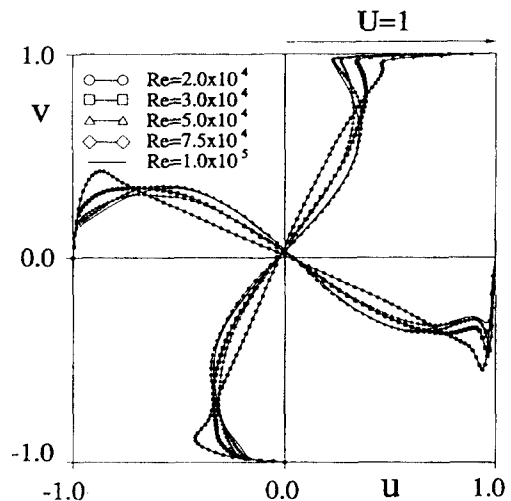


Fig.6 Time-Mean  $u, v$  Velocity Profiles for 5 Reynolds Numbers ( $Re=2 \times 10^4, Re=3 \times 10^4, Re=5 \times 10^4, Re=7.5 \times 10^4, Re=10^5, T=1000-1100$ )

그림5는 레이놀즈수  $Re=5 \times 10^4$ 에 대하여 중앙 단면에서 무차원시간  $T=1000 - 1100$  동안 10간격으로 하여 순시의 속도분포를 겹쳐 놓은 결과이다. 이들 그림은 국소적인 모서리영역이 아닌 거시적인 관점에서의 유동장의 비정상성 또는 불규칙성을 알아보기 위한 것이다. 그림에서 강제와류의 직선적인 속도분포가 붕괴되어 매우 불규칙한 비정상 변동특성을 나타내고 있다. 이것은 모서리에 국한된 와류의 거동 외에 여기에서 방출된 와류들의 이동과 다른 와류와의 상호작용에 의한 소멸 및 성장으로 인한 것으로서 이 레이놀즈수의 범위에서 발견되는 새로운 유동특성으로 보고될 수가 있다. 특히 레이놀즈수가 커질수록 속도분포에 다수의 변곡점을 수반하는 것은 유동장의 불안정성이 그만큼 증가한다는 것을 의미하며 캐비티유동장에서의 난류의 발생과도 밀접한 관련이 있을 것으로 보여진다.

그림6은 시간평균( $T=1000 - 1100$ ) 속도분포를 5종류의 레이놀즈수( $Re=2 \times 10^4$ ,  $Re=3 \times 10^4$ ,  $Re=5 \times 10^4$ ,  $Re=7.5 \times 10^4$ ,  $Re=10^5$ )에 대하여 도시한 결과이다.  $Re=2 \times 10^4$ 를 넘어선 레이놀즈수에서는 모두 강제와류의 속도분포특성을 상실하고 있으며 이것은 앞에서 언급한 순시유동장에서의 방출와류의 영향 때문이며 이와 같은 경향은 레이놀즈수가 증가할수록 더욱 커지고 있다.

그림7은 순시 압력분포를 보여주고 있다.  $Re=10^4$ 와  $Re=5 \times 10^4$  모두 주와류의 중앙부분에서 압력값이 낮은 오목한 형태를 유지하며 이것은 강제와류에서와 같은 특성이다. 이 연구에서의 압력값의 초기치는 모든 영역에서 0의 값을 부여하고 있다. 따라서 무차원화된 계기압력이 마이너스가 되면 실제유동에서는 진공압력을 의미하며 이와 같은 낮은 압력은 하부의 모서리영역에서 존재하는 박리와류의 거동과 밀접한 관련이 있음을 보여주고 있다.

그림7(a)에서보면 상부의 이동벽면에서 아래에서 위로 회전하면서 접근하는 주와류의 고속유동 성분과 접촉하는 부분에서 압력이 증가하고 있다. 그러나 이동벽면에 따라 다시 감소하다가 오른쪽의 상부 모서리에서 정지벽면을 만나면서 일종의 정체점에서와 같은 급격한 압력증가현상이 수반된다. 이 흐름은 다시 오른쪽 벽면을 따라 하강하면서 약간의 압력고개(pressure hill)를 형성한다. 바로 이 부분에서 오른쪽 하부의 박리영역이 시작된다. 하부의 벽면에서 박리 경계영역이 연결되는 곳에서는 다시 주와류의 충돌흐름의 영향으로 약간의 압력증가가 나타난다. 동일한 패턴이 왼쪽 하부 모서리영역에서도 발견되고 있다. 그러나 레이놀즈수가 증가하면서 오른쪽 하부의 박리영역에서 복잡한 압력변동특성이 나타나며 그림7(b)에서

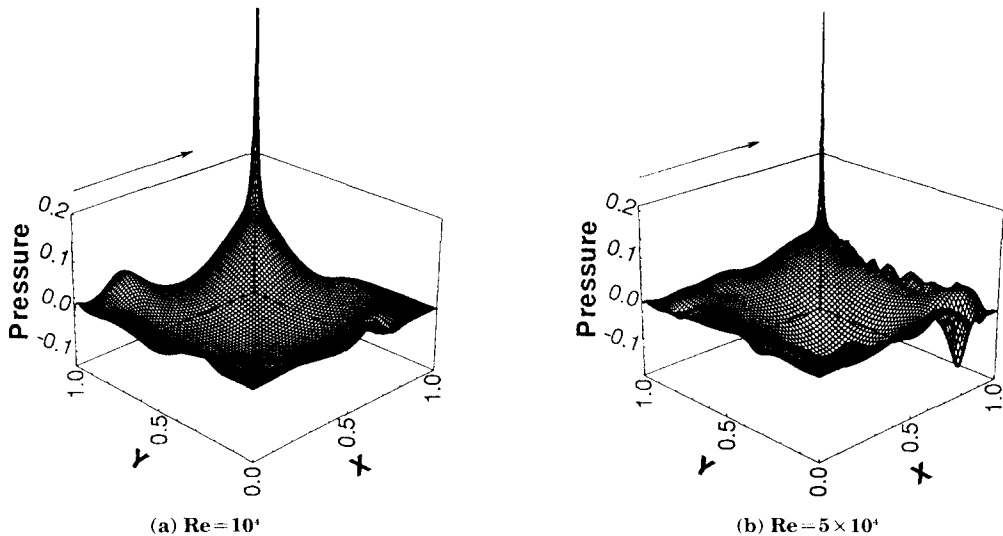
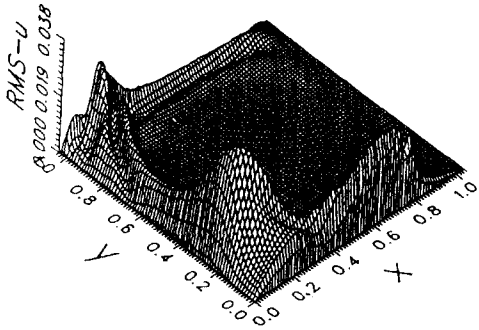
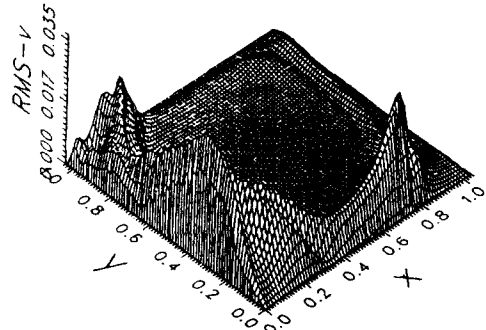


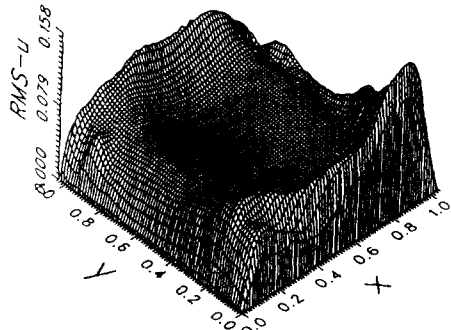
Fig.7 Instantaneous of Pressure Distribution,



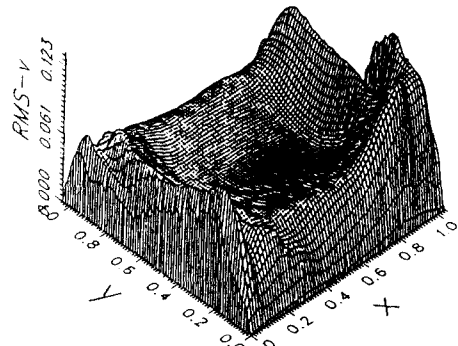
(a)  $Re=10^4$ , RMS-U



(b)  $Re=10^4$ , RMS-V



(c)  $Re=5 \times 10^4$ , RMS-U



(d)  $Re=5 \times 10^4$ , RMS-V

Fig.8 rms u,v Distribution

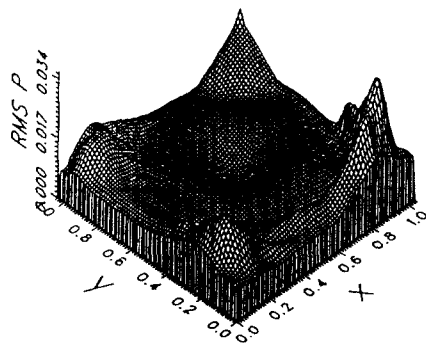


Fig.9 rms Pressure Distribution  
( $Re=5 \times 10^4$ )

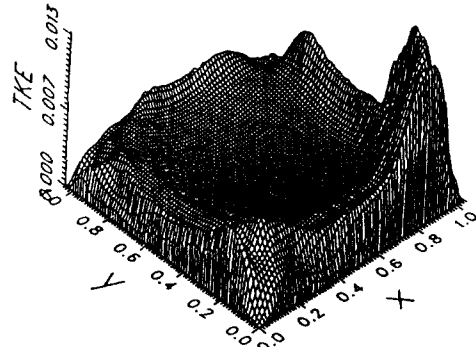


Fig.10 Time-mean Turbulent Kinetic Energy  
( $Re=5 \times 10^4$ ,  $T=1000-1100$ )

는 흐름방향에 따라 오른쪽 벽면근처에서 규칙적인 압력변동의 파형이 발견되고 있다. 이를 순시속도분포와 비교하여 보면 이 부분에서는 외견상 특별한 변동특성이 존재하지 않음에도 불구하고 이와 같은 규칙적인 변화가 나타나는 점이 주목할 만

한 현상으로 보여진다.

그림 8은 두 종류의 레이놀즈수( $Re=10^4$  및  $Re=5 \times 10^4$ )에 대하여 각각 u속도 및 v속도의 rms 값의 공간분포를 나타내고 있다. 즉, 유동장의 비정상성을 알아보기 위하여 기본 물리량인 이들 두

속도성분의 시간변동 크기를 도시하였다. 그 결과,  $Re=10^4(a)$ 에서는 큰 변동성분이 주로 하부벽면 및 왼쪽벽면 근처에서 나타나고 있으나 이 이상의 레이놀즈수에서는 이 부분을 포함하면서 공통적으로 오른쪽의 하부모서리영역에서 변동성분이 큼을 알 수가 있다. 같은 요령으로 그림9는 압력변동에 대하여 rms의 공간분포를 정리한 것이다. 이때에는 레이놀즈수가 증가할수록 복판에서 화구와 같은 특이한 분포를 보이며 네 모서리부분에서 공통적으로 rms변동이 큼을 나타내고 있다.

그림10은 레이놀즈수  $5 \times 10^4$ 에 대하여 시간평균의 난류운동에너지분포를 나타내고 있다. 오른쪽 하부의 박리영역에서의 변동값이 다른 부분에 비하여 상대적으로 큼을 알 수 있다. 이것은 이 부분에서 활발한 와류의 거동으로 인하여 최대변동성분을 유지하고 있기 때문으로 보여진다.

#### 4. 결 론

2차원의 벨트구동 밀폐 캐비티유동장에서 고레이놀즈수를 대상으로 하여 이들의 본격적인 비정상 유동특성을 전산유체역학의 기법을 동원하여 규명하고자 하였다. SOLA의 대류항의 기법으로서 부등간격의 격자에서도 보존형을 유지하는 기법을 채택하여 특히 벽면근방에서 고해상도를 유지하도록 하였다. 계산결과 순시의 중앙단면의 속도분포에서는 레이놀즈수의 증가에 따라 다수의 변곡점을 갖는 불규칙한 공간분포특성이 나타났다. 또한,  $Re=2 \times 10^4$ 이상의 고레이놀즈수의 유동에서는 주와류의 회전방향으로 회전하면서 각모서리에서의 와류와 결합하여 성장, 방출되는 이동와류의 거동이 전체유동장의 특성을 지배하고 있

음을 알 수 있었다. 또한 중앙단면의 순시속도분포의 결과로부터 레이놀즈수가 커질수록 속도분포에 다수의 변곡점을 수반하여 유동장의 불안정성이 그만큼 증가하며 이것은 캐비티유동장에서 난류의 발생과도 밀접한 관련이 있을 것으로 예상하였다.

#### 참 고 문 헌

1. R. Verstappen, J.G. Wissink, and A.E.P. Veldman, "Direct Numerical Simulation of Driven Cavity Flows", Applied Scientific Research, Vol.51, 1993, pp.377-381.
2. J.R. Koseff, R.L. Street, "The Lid-Driven Cavity Flow : A Synthesis of Qualitative and Quantitative Observations", Trans. ASME, J. Fluids Eng. Vol.106, 1984, pp.390-398.
3. U. Ghia, K.N. Ghia and C.T. Shin, "High-Re Solution for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method", J. Comp. Phys. Vol.48, 1982, pp.387-410.
4. 최민선, 송치성, 이영호, "2차원 밀폐캐비티의 고레이놀즈수 흐름에 관한연구", 한국박용기관학회지 제20권3호, 1996 pp.101-109.
5. F.H. Harlow and J.E. Welch, "Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface", Phys. Fluids Vol.8 No.12, 1965, pp.2182-2189.
6. Young-Ho LEE, "Active Control of Aerodynamic Properties of the 2-D Square Prism by Backward Ejection", Proc. of the 5th ACFM, 1992, pp.554-557.