

<논 문>

2차원 구조물의 진동 인텐시티 계측에 대한 연구

A Study on Structural Intensity Measurement of 2-dimensional Structure

이 덕 영* · 박 성 태**

Dug-Young Lee and Sung-Tae Park

(1997년 2월 26일 접수; 1997년 5월 10일 심사완료)

Key Words :Structural Intensity(진동 인텐시티), Infinite Plate(무한 평판), Flexural Vibration(굽힘 진동), Power Flow(파워 흐름)

ABSTRACT

In order to control vibration in structures, it is desirable to be able to identify dominant paths of vibration transmission from sources through the structure to some points of interest. Structural intensity vector(power flow per width of cross section) using cross spectra is able to measure the vibration power flow at a point in a structure. This paper describes the structural intensity measurement of 2-dimensional structure. Structural intensity of 2-dimensional structure can be obtained from eight point cross spectral measurement per axis, or two point measurement per axis on the assumption of far field. Approximate formulation of the relation between bending waves in structures and structural intensity makes it possible to separate the wave components by which one can get a state of the vibration field. Experimental results are obtained on an infinite plate at the near and far field in flexural vibration. The measurement error of two point measurement is rather bigger than eight point measurement on account of the assumption that Poisson's ratio is 1. The structural intensity vectors on the plate are checked the ability to identify the path of vibration power flow in random excitation and 200Hz sine excitation, the result of two point measurement is almost the same as the result of eight point measurement in 200Hz sine excitation.

기 호 설 명

B : 단위 폭당 굽힘 강성

E : 재료의 탄성계수

f : 진동수

G_{12} : 한쪽면 크로스 스펙트럼 밀도

h : 평판의 두께

$i = \sqrt{-1}$: 복소수

Im : 복소수의 허수부

k, k_x, k_y : 파동수(wavenumber)

m : 단위 면적당 질량

P_{in}, P_{tr} : 입력, 전달 파워(input, transmitted power)

Re : 복소수의 실수부

t : 시간

W, W_x, W_y : 진동 인텐시티(structural intensity)

x, y, z : 직교좌표계(cartesian coordinates)

$\alpha, \alpha_x, \alpha_y$: 반사 계수(reflection coefficient)

η : 진동 평판의 수직 진동 변위(normal displacement)

ρ : 재료의 밀도

*정회원, 울산전문대학 기계과

**정회원, 울산대학교 공과대학 자동차공학과

ν	: 프와송 비 (Poisson's ratio)
ω	: 각 진동수
δ	: 가속도계 간격 (spacing between accelerometers)
∇^2	: 라플라스 연산자 (Laplacian operator)

1. 서 론

구조물의 진동 방지 대책은 크게 세 가지로, 발생 진동의 억제나 지반으로부터 전달력을 감소시키는 발생원에 대한 방진 대책과, 전달파의 차단이나 거리 감쇠 효과와 같은 전파 경로 방진 대책, 수신 대상의 공진 방진이나 주변 구조물의 격리와 같은 수신 대책 등으로 나눌 수 있다⁽¹⁾. 그런데 발생원의 위치 및 전달파의 경로를 먼저 규명할 수 있으면 발생원과 전파 경로에 대한 방진 대책을 수립하기가 매우 용이할 뿐 아니라 이를 역으로 추적하여 발생원의 위치를 규명할 수도 있다. 이러한 목적으로, 구조물내의 진행파에 의한 파워의 흐름을 이론적으로 구하려는 시도가 많이 있었으나, 이상적인 경계 조건의 단순한 형태의 구조물에 대해서만 국한되고 있다⁽²⁾. 그러므로 일반적인 경계 조건을 갖는 복잡한 계의 구조 진동 특성을 규명하기 위한 실험적인 시도의 필요성이 대두되었다.

구조물의 에너지 흐름을 실험적으로 결정하는 진동 인텐시티에 관한 측정법은 1970년에 Noiseux에 의해 처음 소개되었다⁽³⁾. 그는 보 및 평판의 표면 진동 (surface vibration)에 대하여 가진점이나 경계로부터 충분히 떨어진 자유장 (free field)의 굽힘 진동 파워를 측정할 수 있음을 보였다. 여기서 진동 인텐시티란 구조물 내의 단위 폭 단면을 흐르는 진동 파워를 말하며, 크기와 방향을 가진 벡터이다. 따라서 진동 인텐시티를 측정하면 관심 부위에서 파워 흐름의 경향을 알 수 있다. 한편 Pavić은 보 및 평판의 근접장 (near field)을 포함한 일반 진동장에 대한 진동 인텐시티 측정 이론식을 소개하였다⁽⁴⁾. 그러나 진동 인텐시티에 대한 본격적인 계측은 Verheij가 FFT분석기를 이용한 크로스 스펙트럼 (cross spectral density) 신호 처리 과정을 소개한 이후⁽⁵⁾ 활발히 시도되었다.

현재까지의 진동 인텐시티 측정에 대한 연구 동향은 Pavić이 제안한 식을 기본으로 하여, 계측에 대한 신뢰도를 높이기 위하여 일반적으로 널리 사용하는 가속도 센서에 대한 오차 해석 및 보정 방법, 질량 부하 효과와 국부적으로 강성이 증가하는 것을

방지하기 위한 비접촉 센서들에 의한 측정 등이 활발히 시도되고 있으나, 주로 실험실에서 이상적인 경계 조건을 갖는 단순한 1차원 구조물을 측정 시편으로 하고 있다⁽⁶⁻¹²⁾. 2차원 구조물에 대해서는 이론적인 해석⁽¹³⁾과 유한요소법을 이용하여 확산되는 에너지를 연산한 결과⁽¹⁴⁾ 등이 보고되고 있으나 실지 계측은 아직 활발하지 못한 실정이다. 한편 임의 형상의 막대나 셀 (shell)들에 대해서는 이론적인 검토와 전산 모의 실험 결과들이 보고되고 있다^(15,16). 그리고 부분적으로 현장에서의 진동 인텐시티 활용도 시도되고 있다⁽¹⁷⁾.

본 논문에서는 1차원 구조물로서 반무한보에 대한 연구에 이어서⁽¹²⁾ 2차원 구조물의 진동 에너지 전파 경로를 진동 인텐시티로 규명할 수 있는지를 검증하고자 경계를 모래 상자로 처리한 무한 평판 굽힘 진동 파워의 크기 및 방향을 측정하여 그 타당성을 확인하였다. 먼저 계측법으로서 평판의 일반 진동장에 적용할 수 있는 좌표축 당 8개의 센서를 이용한 8점법과 가진점이나 경계로부터 충분히 떨어진 원거리장에서 활용할 수 있는 좌표축 당 2개의 센서를 이용한 2점법을 살펴본 후 진행파와 후퇴파의 비율을 구하여 경계 조건을 추정할 수 있는 파동분리법을 검토하였다. 실지 계측은 일반 측정식으로 좌표축 당 8개, 근사 측정식으로 좌표축 당 2개의 가속도계를 이용한 가속도 크로스 스펙트럼으로 근접장 및 원거리장에서 입력 파워와 전달 파워의 크기를 비교한 후, 랜덤 가진과 200 Hz 정현파 가진에 대한 진동 인텐시티의 크기 및 방향을 비교 검토하였다. 그리고 파동 분리법으로 무한 평판으로 가정한 경계의 타당성을 확인하였다.

2. 평판의 진동 인텐시티 측정식

2.1 일반 진동장의 측정식(일반식)

평판 요소의 진동에는 면내파와 면외파가 있지만, 일반적으로 구조물 전달음의 경우 면외파 특히 굽힘파가 대부분의 진동 에너지를 전달한다⁽¹⁸⁾. 본 연구에서는 길이나 폭에 비해 두께 h 가 얇고 작은 유연한 균일 단면의 평판을 소변형 박판으로 가정을 한다.

평판내의 xy 평면의 한 점에서의 굽힘파에 의한 x 축 방향의 진동 인텐시티 $W_x(x, y; t)$ 는 x 축 방향의 전달력에 의한 파워 W_{x0} , 굽힘모멘트에 의한 파워 W_{xB} , 비틀림모멘트에 의한 파워 W_{xT} 의 합으로 다음 식 (1)로 표현되어 진다⁽⁴⁾.

$$W_x(x, y; t) = W_{x0} + W_{xB} + W_{xT} \quad (1)$$

여기서

$$W_{x0} = B \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \eta}{\partial t}$$

$$W_{xB} = -B \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t}$$

$$W_{xT} = -B(1-\nu) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y \partial t}$$

이며, $B = Eh^3/12(1-\nu^2)$ 으로서 단위 폭 당 굽힘 강성(bending stiffness)을 나타낸다. 그리고 y 축 방향의 인텐시티 $W_y(x, y; t)$ 는 식 (1)의 x 와 y 를 상호 교환하면 얻어진다. 그러므로 평판 위 임의의 점에서 진동 인텐시티는 x 축 및 y 축 방향 성분의 벡터합으로 식 (2)로 표시할 수 있다.

$$\vec{W} = \vec{W}(x, y; t) = W_x(x, y; t) \vec{i} + W_y(x, y; t) \vec{j} \quad (2)$$

여기서 \vec{i} , \vec{j} 는 x 축 및 y 축 방향의 단위 벡터이다. 식 (2)의 진동 인텐시티 이론식은 시간 함수로, 순간 인텐시티라고도 한다. 이를 측정하기 위해서는 병진속도, 각속도, 그리고 변위의 2계, 3계 공간 변수 미분항 등이 필요하다. 그러나 공간 변수 미분항을 직접 측정할 수 있는 방법은 없으므로 유한 차분 근사(finite difference approximations)를 활용한다. Fig. 1과 같이 배열한 8개의 센서 측정값으로 식 (1)의 공간 미분항들을 식 (3)과 같이 근사화할 수 있다.

$$\frac{\partial(\nabla^2 \eta)}{\partial x} = \frac{1}{\delta^3} (\eta_1 + \eta_2 - 5\eta_3 + \eta_4 - \eta_5 + 5\eta_6 - \eta_7 - \eta_8)$$

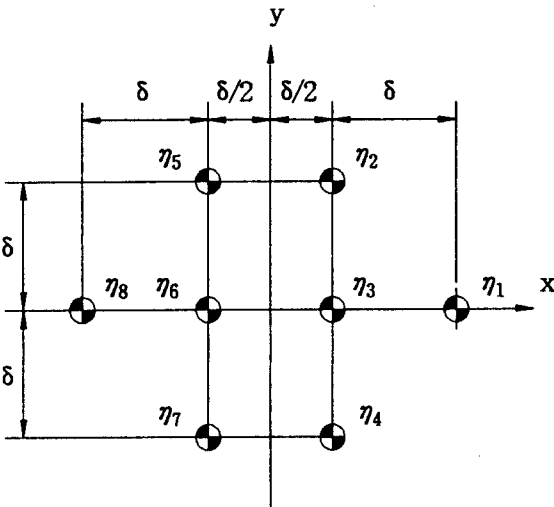


Fig. 1 Accelerometer array for the 2-dimensional intensity

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} &= \frac{1}{2\delta^2} (\eta_1 - \eta_3 - \eta_6 + \eta_8) \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} &= \frac{1}{2\delta^2} (\eta_2 - 2\eta_3 + \eta_4 + \eta_5 - 2\eta_6 + \eta_7) \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} &= \frac{1}{2\delta^2} (\eta_2 - \eta_4 - \eta_5 + \eta_7) \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= \frac{1}{2} (\dot{\eta}_3 + \dot{\eta}_6) \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial t \partial x} &= \frac{1}{\delta} (\dot{\eta}_3 - \dot{\eta}_6) \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial t \partial y} &= \frac{1}{4\delta} (\dot{\eta}_2 - \dot{\eta}_4 + \dot{\eta}_5 - \dot{\eta}_7) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 δ 는 측정 센서 사이의 간격, $\dot{\eta}_i$ 는 η_i 의 시간에 대한 미분을 말한다. 그런데 실제 측정은 유한시간 동안 수행될 것이므로 진동 인텐시티를 주파수 영역에서 시간의 평균값으로 취급하면 편리하다. 시간 영역에서의 신호 처리를 주파수 영역에서의 신호 처리로 변환하면⁽⁵⁾ x 축 방향의 진동 인텐시티는 다음 식 (4)로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} W_x(x, y, \omega) &= \frac{B}{4\delta^2 \omega^3} [6(4+\nu) \text{Im}(G_{36}) \\ &- 4(\text{Im}G_{16}) - \text{Im}(G_{38}) + (1-\nu)(-2\text{Im}(G_{23}) \\ &+ \text{Im}(G_{25}) - \text{Im}(G_{27}) + 2\text{Im}(G_{34}) \\ &- \text{Im}(G_{45}) + \text{Im}(G_{47}) + 2\text{Im}(G_{56}) - 2\text{Im}(G_{67}) \\ &+ 2(1+\nu)(-\text{Im}(G_{26}) - \text{Im}(G_{35}) - \text{Im}(G_{37}) \\ &- \text{Im}(G_{46}))] \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\text{Im}G_{ij}$ 는 가속도 $\dot{\eta}_i$, $\dot{\eta}_j$ 의 한쪽면 크로스 스펙트럼 밀도(one-sided cross spectral density)의 허수부를 의미한다. 위 식 (4)가 근접장을 포함한 일반 진동장에서 평판의 진동 인텐시티값을 구하는 식이다. 그러므로, 8지점에서 동시에 가속도를 측정하여 크로스 스펙트럼 밀도를 계산하면 임의의 주파수들에 대한 x 축 방향의 진동 인텐시티를 구할 수 있다. 한편, y 축 방향의 진동 인텐시티 $W_y(x, y, \omega)$ 를 구하기 위해서는, x 축 방향의 가속도계 배열을 90° 회전한 위치에서 측정을 해야 하므로 임의의 점 (x_0, y_0) 에서 진동 인텐시티를 구하려면 16점의 측정이 필요하게 된다.

2.2 원거리장의 측정식(근사식)

평판에서 근접장의 영향을 무시할 수 있으면, 파동방정식은

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = -k_x^2 \eta, \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = -k_y^2 \eta \quad (5)$$

로 간략하게 표현할 수 있다⁽¹⁹⁾. 여기서 k_x 및 k_y 는

파동수(wavenumber) k 의 x 축 성분 및 y 축 성분을 의미한다. 따라서 x 축 방향의 진동 인텐시티는 식 (1)로부터

$$W_x(x, y; t) = B[-k^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial t} + (k_x^2 + \nu k_y^2) \eta \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t} - (1-\nu) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y \partial t}] \quad (6)$$

이 된다. 공간 미분항이 1계이지만, k_x, k_y 를 알 수 없기 때문에 1차원의 경우와 같이 2점에서의 측정값으로 유한 차분 근사에 의해서 진동 인텐시티를 구할 수 없다. 만일 $\nu=1$ 로 가정하면,

$$W_x(x, y; t) = B[-k^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial t} + k^2 \eta \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t}] \quad (7)$$

이 되어 1계의 공간 미분항만 남으므로 Fig. 1의 3 및 6 두지점에서 측정된 값으로 공간 미분항을 유한 차분 근사에 의해 $W_x(x, y; t)$ 를 근사화할 수 있다. 즉, 식 (7)은

$$W_x(x, y; t) = Bk^2(-\frac{\eta_1 - \eta_2}{\delta} \frac{\dot{\eta}_1 + \dot{\eta}_2}{2} + \frac{\eta_1 + \eta_2}{2} \frac{\dot{\eta}_1 - \dot{\eta}_2}{\delta}) = \frac{2\sqrt{Bm}\omega}{\delta} (\eta_1 \dot{\eta}_2) \quad (8)$$

이 되며, m 은 단위 면적당 질량이다. (단, 가속도계 번호는 Fig. 1에서 설치점 3과 6이 식 (8)의 경우 1과 2에 해당한다.) 식 (8)을 주파수 영역의 신호 처리로 변환하면⁽⁵⁾ 원거리장의 진동 인텐시티 측정식은 다음과 같은 식 (9)가 된다.

$$W_x(x, y; \omega) = \frac{2\sqrt{Bm}}{\delta \omega^2} ImG_{12} \quad (9)$$

따라서 임의의 위치 (x_0, y_0) 에서 $W_x(x, y; \omega)$ 및 $W_y(x, y; \omega)$ 를 각각 2지점의 가속도 크로스 스펙트럼 측정값으로 근사적으로 측정하여 벡터 합으로 진동 인텐시티를 간편하게 구할 수 있다. 그러나 $\nu=1$ 로 가정하여 비틀림 모멘트 항을 무시하였으므로 정확한 해라고 할 수는 없다.

2.3 평판의 파동해와 파동 분리

2차원 평판의 굽힘파에 대한 파동 방정식의 해는 반사파의 간섭 및 근접장의 영향을 모두 고려하면 다음 식 (10)이 된다⁽²⁰⁾.

$$\begin{aligned} \eta(x, y) = & A_1 e^{-j(k_x x + k_y y)} + A_2 e^{j(k_x x + k_y y)} \\ & + A_3 e^{-j(k_x x - k_y y)} + A_4 e^{j(k_x x - k_y y)} \\ & + A_5 e^{-(k_x x + k_y y)} + A_6 e^{(k_x x + k_y y)} \\ & + A_7 e^{-(k_x x - k_y y)} + A_8 e^{(k_x x - k_y y)} \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)의 진폭의 미지수는 8개인데, 가속도계 8개로부터 계산할 수 있는 공간 미분항 중 독립된 항은 6개이므로 1차원과 같이 전체 계수를 파동 분리를 통해 구할 수 없다⁽¹²⁾. 그러므로 식 (10)의 계수를 6개로 줄이기 위하여, y 축 방향의 근접장을 무시할 수 있는 경우를 고려하면, 파동해는 변수 분리형으로 식 (11)과 같이 표현할 수 있다. 이는 y 축 방향의 길이가 무한히 길거나, x 축에 평행한 판의 끝단부가 단순 지지되어 있는 경우에 해당한다⁽⁸⁾.

$$\begin{aligned} \eta(x, y) &= X(x) Y(y) \quad (11) \\ X(x) &= C_1 e^{-ik_x x} + C_2 e^{ik_x x} + C_3 e^{-k_a x} + C_4 e^{k_a x} \\ Y(y) &= D_1 e^{-ik_y y} + D_2 e^{ik_y y} \end{aligned}$$

여기서 $k_a^2 = k_x^2 + 2k_y^2$ 이다. 식 (11)을 각 축에 대한 진행파와 후퇴파의 비율인 반사계수 α_x, α_y 를 사용하여 표시하면 다음 식 (12)가 된다.

$$\begin{aligned} \eta(x, y) = & (A_x e^{-ik_x x} + \alpha_x A_x e^{ik_x x} + A_{-j} e^{-k_a x} \\ & + A_{+j} e^{k_a x}) \times (A_y e^{-ik_y y} + \alpha_y A_y e^{ik_y y}) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $\alpha_x = C_2/C_1, \alpha_y = D_2/D_1$ 를 의미하며, 가진점 근방만을 고려하여 A_{+j} 항을 무시하면, $\eta(x, y)$ 는 다음 식 (13)과 같이 6개의 파동해의 합으로 표현할 수 있다.

$$\eta(x, y) = Z_{++} + Z_{--} + Z_{+-} + Z_{-+} + Z_{-j+} + Z_{-j-} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{단, } Z_{++} &= A_x A_y e^{-i(k_x x + k_y y)}, \\ Z_{--} &= \alpha_x \alpha_y A_x A_y e^{i(k_x x + k_y y)}, \\ Z_{+-} &= \alpha_y A_x A_y e^{-i(k_x x - k_y y)}, \\ Z_{-+} &= \alpha_x A_x A_y e^{i(k_x x - k_y y)}, \\ Z_{-j+} &= A_{-j} A_y e^{-(k_a x + ik_y y)}, \\ Z_{-j-} &= \alpha_y A_{-j} A_y e^{-(k_a x - ik_y y)} \end{aligned}$$

이며, 식 (13)의 파동해와 유한 차분 근사로 구할 수 있는 공간 미분항은 다음과 같은 행렬식 (14)로 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \eta \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \\ \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -ik_x & ik_x & -ik_x & ik_x & -k_a & -k_a \\ -k_x^2 & -k_x^2 & -k_x^2 & -k_x^2 & k_a^2 & k_a^2 \\ ik_x^3 & -ik_x^3 & ik_x^3 & -ik_x^3 & -k_a^3 & -k_a^3 \\ -ik_y & ik_y & ik_y & -ik_y & -ik_y & ik_y \\ -k_x k_y & -k_x k_y & k_x k_y & k_x k_y & ik_a k_y & -ik_a k_y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_{++} \\ Z_{--} \\ Z_{+-} \\ Z_{-+} \\ Z_{-j+} \\ Z_{-j-} \end{bmatrix} \quad (14)$$

평판의 제원과 진동 인텐시티 벡터의 측정 결과로

부터 식(14)의 6×6행렬의 각 항들이 계산되며, 좌변의 공간 미분항들은 8개의 가속도 신호에 의한 유한 차분 근사로 계산할 수 있으므로 우변의 Z항들을 구할 수 있다. 따라서 반사 계수와 근접장파들의 크기 등을 알 수 있으므로 진동장의 특성을 근사적으로 추정할 수 있다.

3. 실험 및 고찰

3.1 실험 대상

2차원 평판의 진동 인텐시티 측정을 위한 실험 대상으로는 한 변이 1200 mm, 두께 3.2 mm인 정사각형 연강재 박판을 사용한다. 반사파에 의한 영향을 가능한 한 최소화하기 위하여 Fig. 2와 같이 한 변이 1400 mm로서 중앙에 공간(600 mm×600 mm)을 갖는 모래를 가득 채운 정사각형 상자에 평판의 가장자리 부분이 묻히도록 평판을 설치한다. 모래 상자에 묻히는 평판의 치수는 전 둘레에 걸쳐 300 mm로 하여 벽면과 100 mm정도의 여유를 두며, 모래 상자에 묻히는 부분은 진행파가 흡수되어 다시 반사되지 않도록 80 mm두께의 스펀지 블록을 통과하도록 한다. 모래에 묻히지 않는 평판(600 mm×600 mm)의 정 중앙 하단의 위치에 가진기를 설치하여 1,000 Hz까지의 랜덤 또는 200 Hz 정현파로 가진을 한다. 이

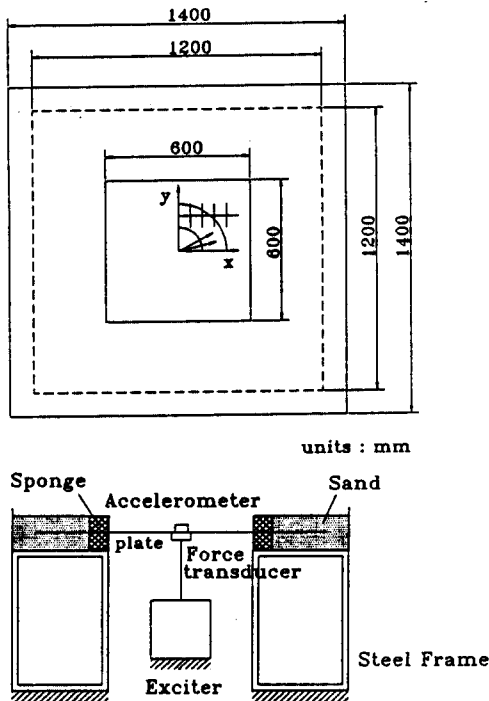


Fig. 2 Infinite plate for the intensity measurement

때 입력된 진동 에너지는 방사상으로 전파되는 것으로 가정한다.

3.2 실험 방법

실험 장치의 기본 구성은 Fig. 3과 같다. 가진 신호 발생기(Zonic+AND 4001)에서 발생한 신호를 증폭기(B&K 2712)로 증폭하여 가진기(B&K 4808)로 무한 평판의 정 중앙 하단에서 랜덤 또는 정현파로 가진을 한다. 입력 파워는 힘 변환기(B&K 8200)와 가속도계(B&K 4384)로 가진점에서 크로스 스펙트럼의 실수부로 측정하며 진동 인텐시티는 소형 경량의 가속도계 8개를 사용하여[PCB 353 B14(1.8g) 4개, B&K 4375(2.4g) 및 4393(2.4g) 각 2개] 측정한다.

이 때 가속도계의 설치 간격은, 반무한보의 진동 인텐시티 결과로부터⁽¹²⁾ $k\delta=0.5\sim 1.0$ 의 범위에 들도록 측정점간격을 설정하는 것이 바람직함을 알 수 있었으므로, 본 시험 평판의 경우 100 Hz에서 $k\delta=$

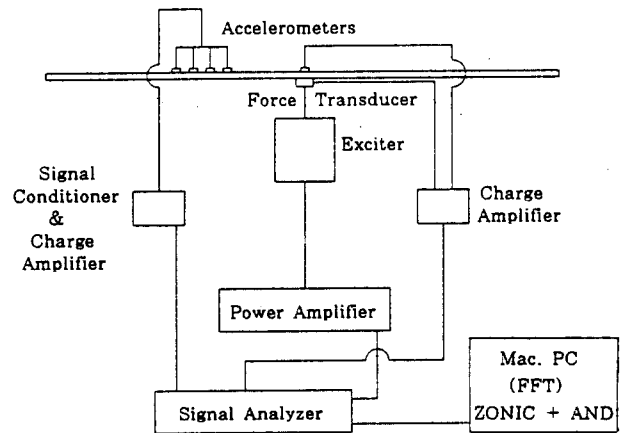
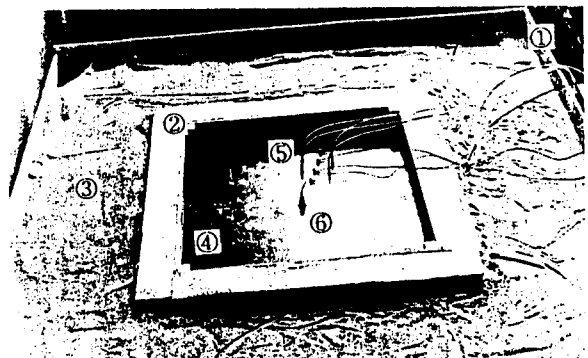


Fig. 3 Block diagram of the measurement system



- ① Outer support
- ② Inner support with sponge
- ③ Sand
- ④ Steel plate
- ⑤ Accelerometer array
- ⑥ Excitation point

Fig. 4 Accelerometer array on the plate

0.45의 값을 가지므로 40 mm간격으로 하며, 영구자석으로 고정한다.

측정한 가속도 신호는 전치 증폭기(PCB 482A16 및 B&K 2635)로 증폭하여 데이터 수집용 소프트웨어인 ZONIC+AND사의 ZETA를 이용하여 처리한다. 가속도 신호의 FFT 연산 처리는 1024점 시계열 데이터를 적당히 중첩하여 해닝 윈도우(hanning window) 처리한 후 100회 평균을 하였다. 가속도계 배열을 포함한 전체 평판의 설치 상태는 Fig. 4와 같다.

3.3 실험 내용

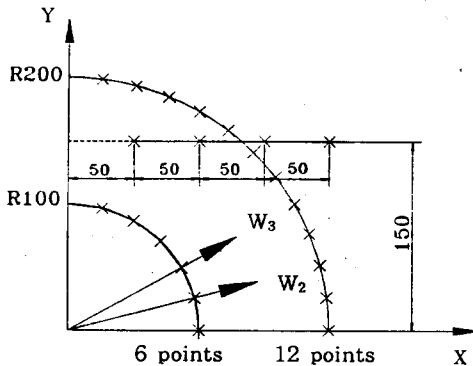
구조체에 전달되는 진동 인텐시티 스펙트럼과 비교되는 기준값으로는 측정값으로 입력 파워 스펙트럼을 생각할 수 있다. 입력 파워 스펙트럼 즉, 가진기에 의하여 구조체에 입력된 기계적인 파워 P_{in} 은 이론값을 유도할 수 없는 일반적인 경우에도 활용할 수 있는 보다 실제적인 기준값으로서 임피던스 헤드에 걸리는 가진력과 가속도를 동시에 검출하여 다음 식 (15)를 이용하여 측정할 수 있다^(11,12).

$$P_{in} = Re\left[\frac{1}{i\omega} G_{Fa}\right] \quad (15)$$

여기서 Re 는 실수부, G_{Fa} 는 임피던스 헤드의 가진력과 가속도의 크로스 스펙트럼 밀도이다. 평판의 진동 인텐시티는 8점법 및 2점법의 가속도계 배열을 사용하여 다음과 같이 세 경우에 대하여 제측을 수행한다.

(1) 평판을 흐르는 전달 파워 측정

정 중앙 하단의 가진점으로부터 1,000 Hz까지의 랜덤 가진으로 입력된 진동 에너지가 방사상으로 흐른다고 가정하여 가진점으로부터 반지름 100 mm 및 200 mm의 1/4 원주(1상한) 위를 Fig. 5와 같이 각



× : Measuring points units : mm

Fig. 5 Measuring points on the plate

각 6등분, 12등분을 하여 각 구간의 대표점에서 반지름 바깥 방향의 진동 인텐시티 W_n 를 식 (4)로 측정하여 다음 식 (16)에 의한 전달 파워를 계산하고, 식 (15)에 의한 입력 파워와 크기를 비교한다.

$$P_{tr} = 4 \sum_{i=1}^n W_{ri} \cdot d_i \quad (16)$$

여기서 d_i 는 각 측정 구간의 폭이다.

(2) 랜덤 가진에 의한 진동 인텐시티 측정

Fig. 5와 같이 중앙의 가진점(원점)으로부터 y축 좌표가 150 mm, x축 좌표가 각각 50 mm, 100 mm, 150 mm, 200 mm 위치한 점에 Fig. 1과 같이 x축 방향 및 y축 방향으로 각각 40 mm간격으로 배치한 가속도계 8개 즉 8점법으로 가속도 크로스 스펙트럼을 측정하여 식 (4)에 의한 W_x 및 W_y 를 계산한다. 또 근사법으로서 2점법으로 식 (9)에 의한 W_x 및 W_y 를 계산한 결과와 진동 인텐시티의 크기와 방향을 비교 검토한다.

(3) 정현파 가진에 의한 진동 인텐시티 측정

파워 흐름에 대한 좀더 상세한 정보를 얻기 위해, 평판을 200 Hz정현파로 가진하여 진동 인텐시티를 측정한다. 이때 측정은 평판의 우측 상단 구역을 x축, y축에 대해 각각 50 mm간격으로 평행하게 설정한 직선의 교점(19측정점)에서 8점법과 2점법에 의해 W_x 및 W_y 를 측정하여 진동 인텐시티 벡터를 계산한다. 이로부터 각 측정점의 진동 인텐시티의 방향과 크기를 비교하여 입력된 진동 에너지가 방사상으로 흐르는지 검토하여 3.1절의 가정을 실험적으로 간접 확인한다.

3.4 실험 결과 및 검토

코히어런스 함수 결과와 가진 증폭기의 하한 주파수를 감안하면, 대략 100 Hz이상에서 신뢰도가 높은 값들이 측정되었으므로 100 Hz이상의 결과만 검토한다.

Fig. 6, Fig. 7은 반경 100 mm 및 200 mm 위치에서 입력 파워와 전달 파워를 비교한 것들이다. Fig. 6 및 Fig. 7 두 경우 모두 입력 파워에 비하여 측정된 전달 파워가 300 Hz 이하 구간에서 약 5dB 정도의 오차를 보이지만, 300 Hz이상의 구간에서 비교적 큰 오차를 보이지 않는 것으로 보아 입력된 진동 에너지가 방사상으로 흐른다는 가정으로 전달 파워를 계산한 과정이 크게 틀리지 않음을 알 수 있다. 대체적으로 보아 320 Hz이상의 범위에서 입력 파워와 거의 같은 크기를 보이는 것을 알 수 있으며, 이로부터 320 Hz에서 $k\delta = 0.79$ 이므로 반무한보의 경우

위상차에 의한 오차 분석 결과 오차의 영향을 최소화할 수 있는 $k\delta$ 의 값을 0.5~1.0의 범위에 들도록 측정 센서 간격을 설정하는 것이 바람직하다⁽¹²⁾는 사실을 확인할 수 있다. 그리고 Fig. 6의 $R=100$ mm 위치에서 전달 파워 결과값이 Fig. 7의 $R=200$ mm 결과에 비하여 300 Hz~700 Hz 구간에서 약 0.5~1.0 dB 정도 입력 파워보다 크지만, 그 밖의 구간에서는 오히려 약 0.5 dB 정도 입력 파워에 근접하는 것으로 보아 평판의 경우는 반무한보의 경우⁽¹²⁾보다 근접장의 효과가 크지 않은 것을 알 수 있다. 이는 평판의 두께가 반무한보 높이(6 mm)의 약 1/2이 되어, 동일한 주파수에 대하여 평판의 파장이 짧아져 $k\delta$ 가 증가하여 위상 오차의 영향이 줄어든 때문으로 판단된다.

진동 인텐시티는 진동 에너지의 크기와 방향을 파악할 수 있으므로, 파워 흐름의 경로를 파악하여 전달 방향의 예측 및 진동원의 추적, 능동 진동 제어

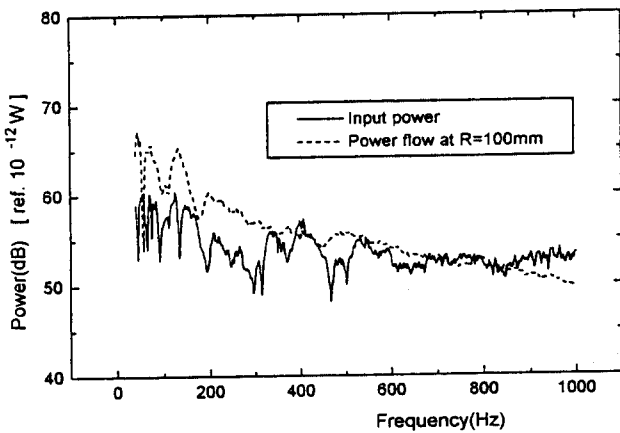


Fig. 6 Input power and power flow at $R=100$ mm.

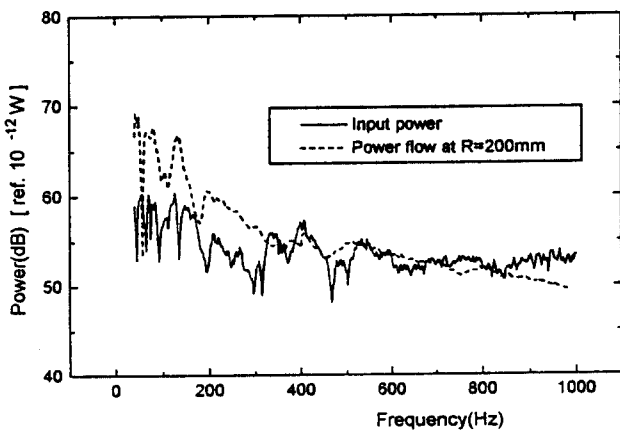


Fig. 7 Input power and power flow at $R=200$ mm.

요소 기술로 유용하게 활용할 수 있는 장점이 있다. 이에 대한 가능성을 확인하고자 평판의 (x, y) 위치를 각각 (50 mm, 150 mm), (100 mm, 150 mm), (150 mm, 150 mm), (200 mm, 150 mm)로 하여 각 측정점에서 진동 인텐시티의 크기와 방향을 그린 결과가 Fig. 8~Fig. 15이다.

Fig. 8은 일반 측정식인 8점법과 근사 측정식인 2점법에 의한 진동 인텐시티 벡터의 크기를 비교한 결과인데, 600 Hz부근에서 약 2 dB, 800 Hz부근의 주파수 대역에서 약 4 dB전후의 오차를 보이는 경우를 제외하고는 저주파 대역을 포함한 대부분의 주파수 대역에서 크기가 거의 동일한 결과를 보인다. 그리고 x 축 및 y 축 방향의 진동 인텐시티 벡터 방향을 비교한 Fig. 9에 의하면 정 중앙점에서 입력된 진동 에너지가 방사상으로 전파된다고 가정하였을 때, 가

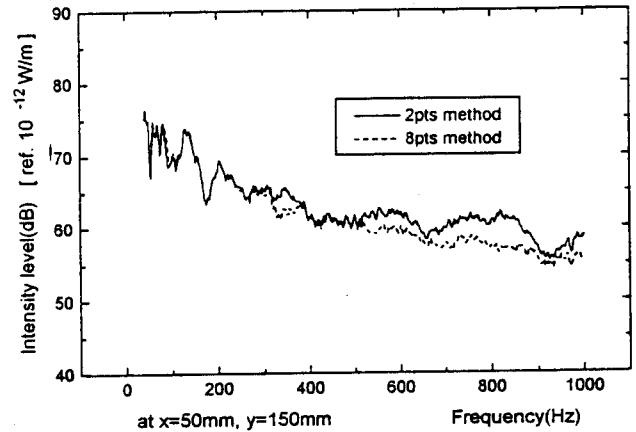


Fig. 8 Magnitude of the intensity at $(x=50$ mm, $y=150$ mm).

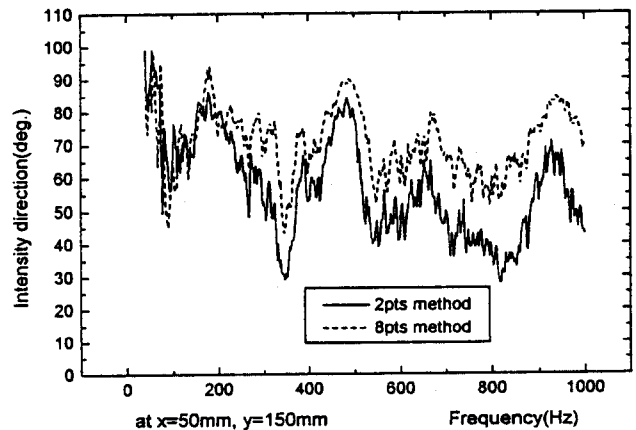


Fig. 9 Direction of the intensity at $(x=50$ mm, $y=150$ mm)
(angle between the intensity and x axis).

진점으로부터 x 축에 대한 반경 방향의 각도 71.6° ($=\tan^{-1}(15/5)$)에 대하여 전 주파수 대역에서 8점법은 진폭이 있기는 하나 고주파 대역으로 갈수록 진폭이 줄어들므로 평균적으로 전 주파수 대역에서 71.6° 를 방향 각도의 대표 값이라고 할 수 있다. 그러나 2점법은 상하로 각도의 변화 폭이 넓어 오차가 크므로, 2점법에 의한 근사 측정식으로는 진동 인텐시티 벡터의 방향 각도가 x 축에 대하여 71.6° 라고 할 수는 없을 것으로 판단된다. 이는 측정점이 가진 점에 가까워 2점법의 근사 측정은 근접장의 영향을 받아 방향에 대한 오차가 커진 것으로 보인다.

그리고 (x, y) 평면 위 (100 mm, 150 mm)에서 진동 인텐시티 벡터의 측정 결과가 Fig. 10 및 Fig. 11이다. 진동 인텐시티 벡터의 크기를 나타낸 Fig. 10에 의하면 저주파수 대역에서는 8점법, 2점법 두 결

과가 유사한 값이 얻어졌음을 알 수 있으나, 500 Hz 이상의 주파수 대역에서는 2점법이 8점법보다 3~5 dB정도 더 큰 측정값이 얻어진 것을 알 수 있다. 또 진동 인텐시티 벡터의 방향을 표시한 Fig. 11에 의하면 8점법, 2점법 모두 (50 mm, 150 mm)의 결과인 Fig. 9에 비하여 가진점으로부터 측정점의 x 축에 대한 반경 방향의 각도 56.3° ($=\tan^{-1}(15/10)$)에 비교적 적은 진폭으로 접근하는 것을 볼 수 있다. 특히 근사법인 2점법이 8점법의 결과와 많이 유사해 졌으며 8점법도 상하 진폭이 많이 줄어든 것을 알 수 있다.

측정점 (150 mm, 150 mm)에서의 진동 인텐시티 벡터의 크기를 나타낸 Fig. 12에 의하면 측정점 (100 mm, 150 mm)의 결과와 거의 유사하게 2점법이 500 Hz 이상의 주파수 대역에서 3~5dB정도 8점법보다

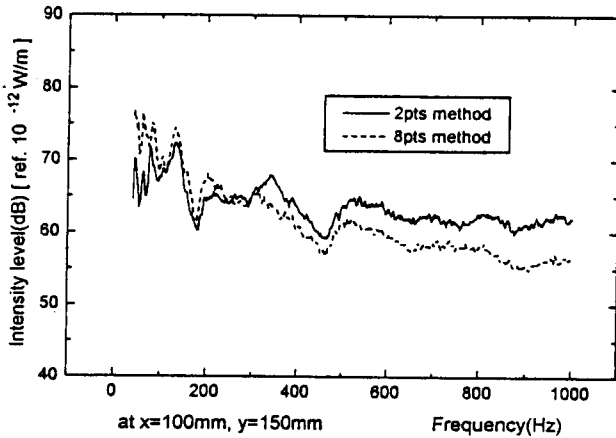


Fig. 10 Magnitude of the intensity at $(x=100 \text{ mm}, y=150 \text{ mm})$.

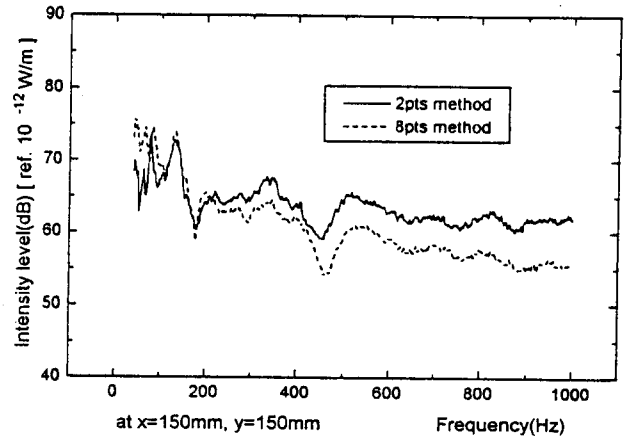


Fig. 12 Magnitude of the intensity at $(x=150 \text{ mm}, y=150 \text{ mm})$.

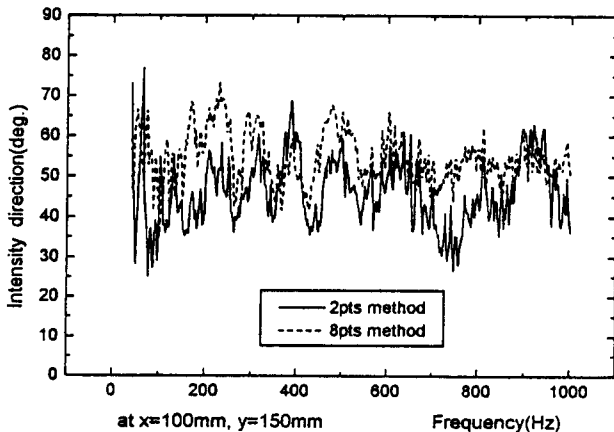


Fig. 11 Direction of the intensity at $(x=100 \text{ mm}, y=150 \text{ mm})$
(angle between the intensity and x axis).

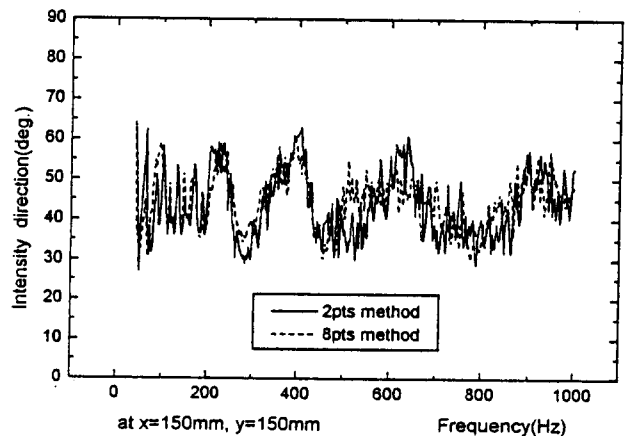


Fig. 13 Direction of the intensity at $(x=150 \text{ mm}, y=150 \text{ mm})$
(angle between the intensity and x axis).

큰 값을 보이는 것을 알 수 있다. 그리고 진동 인텐시티 벡터의 방향을 나타낸 Fig. 13에 의하면 가진점으로부터 측정점 방향으로 x 축에 대한 반경 방향의 각도 $45^\circ (= \tan^{-1}(15/15))$ 에 고주파 대역으로 갈수록 적은 진폭으로 접근하는 것을 알 수 있으며, 특히 2점법의 근사 측정 결과가 8점법의 결과와 매우 유사해 진 것을 알 수 있다.

(x, y) 평면상의 측정점(200 mm, 150 mm)에서의 진동 인텐시티 벡터의 크기와 방향을 나타낸 Fig. 14 및 Fig. 15는 측정점 (150 mm, 150 mm)와 거의 유사한 결과를 보임을 알 수 있다. 즉 크기는 500 Hz 이상의 주파수 대역에서 2점법이 8점법보다 3~5 dB 정도 큰 값을 보이며, 인텐시티 벡터의 방향은 고주파 대역으로 갈수록 가진점으로부터 x 축에 대한 반경 방향의 각도 $36.9^\circ (= \tan^{-1}(15/20))$ 에 적은 진폭으로

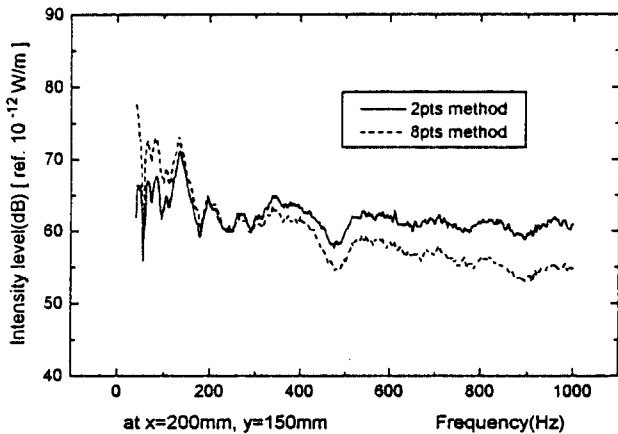


Fig. 14 Magnitude of the intensity at $(x=200 \text{ mm}, y=150 \text{ mm})$.

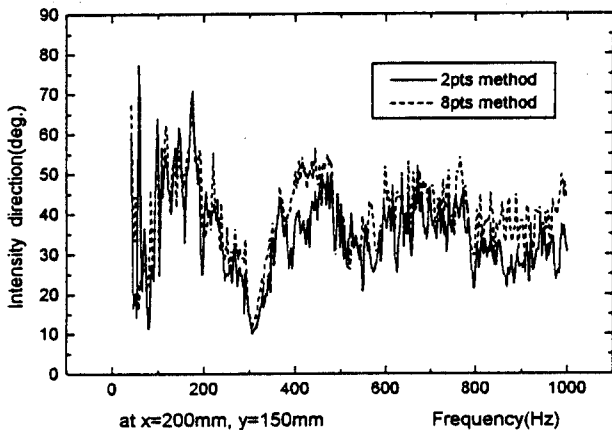


Fig. 15 Direction of the intensity at $(x=200 \text{ mm}, y=150 \text{ mm})$ (angle between the intensity and x axis).

로 접근하나 2점법의 진폭이 8점법보다 약간 크다는 것을 확인할 수 있다.

이상의 랜덤 신호 가진에 대한 진동 인텐시티 벡터의 측정 결과에 의하면 근사법으로서 2점법에 의한 측정 결과는 가진점으로부터 멀어질수록 8점법의 결과와 크기와 방향이 유사해짐을 알 수 있다. 크기는 대략 500 Hz 이상의 고주파 대역에서 약 3~5 dB 정도 큰 경향을 보이는 데, 이는 2점법은 근사적으로 $\nu=1$ 로 가정하여 비틀림 모멘트에 의한 인텐시티 성분을 무시했기 때문에 8점법에 의한 엄밀 측정 결과 보다 큰 값들이 측정된 것으로 판단된다. 그리고 방향은 전 주파수 영역에서 대표값으로 판단한다면 방향을 대략적으로 파악할 수 있을 것으로 사료되며, 가진점에서 가까운 근접장에서는 2점법으로 만족할 만한 측정 결과를 얻을 수 없으므로, 2점법으로 측정을 수행한다면 세심한 주의가 필요할 것으로 판단된다. 그러나 8점법으로 진동 인텐시티를 측정하려면 비교적 넓은 센서 부착 면적이 필요하므로, 좁은 측정 면적이 주어질 경우 실용시 요구되는 정도를 감안하여 근사법으로서 2점법의 활용 여부를 판단해야 한다.

그리고 Fig. 16은 200 Hz 정현파 가진을 하였을 때, 평판의 각 측정점에서 8점법에 의한 진동 인텐시티 벡터를 나타낸 것이다. 그리고 Table 1은 각 측정점에서 8점법, 2점법에 의한 진동 인텐시티 벡터의 크기와 방향을 비교한 것이다. Fig. 16을 보면, 중앙에서 입력된 진동 에너지가 가진점에서 멀어질수록 크기가 감소하며 방사상으로 흐르는 것을 볼

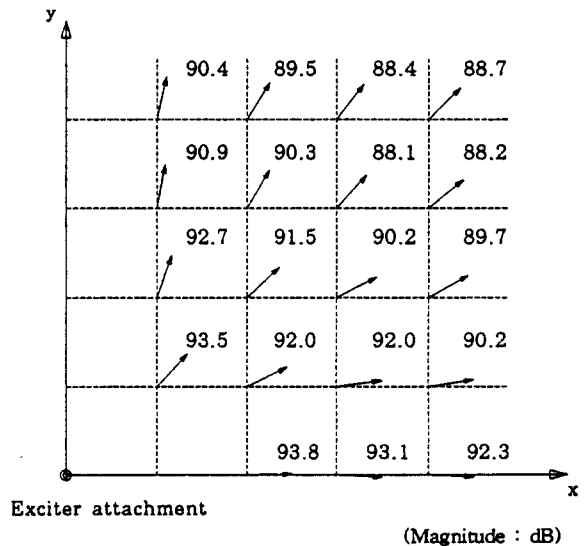


Fig. 16 Structural Intensity on the plate (by 8pts excited 200 Hz sine)

수 있다. 입력점에서 가장 가까운 점(50, 50)에 비하여 점(200, 200)은 약 5% 정도 크기가 감소하였으며, 가장 큰 방향 오차를 보이는 점은 (50, 150)에서 약 8.6°를 보이며, 대체로 5° 이내의 방향 오차를 보이는 것을 볼 수 있다. 따라서 200 Hz정현파 가진에 대해서는 입력된 진동 에너지를 비교적 적은 오차로 방사상으로 잘 전달하므로 본 시험의 모래 상자에 의해 무한 평판으로 가정한 경계 조건은 무리가 없음을 알 수 있다. 그리고 Table 1의 2점법에 의한 진동 인텐시티 벡터 결과를 보면, 8점법에 비해 크기는 약 1 dB정도의 오차를 보이며, 방향은 8점법의 이론값에 대한 오차값의 범위를 크게 벗어나지 않은 것을 알 수 있다. 이로부터 200 Hz의 정현파 가진과 같은 이상적인 진동 상태에서는 2점법으로도 진동 에너지 흐름에 대한 충분한 정보 즉 진동

Table 1 Structural intensity on the plate(excited by 200Hz sine wave)

Position (x, y)mm	Magnitude(dB) (ref. 10 ⁻¹² W/m)		Direction (°between intensity and x axis)		
	8pts	2pts	8pts	2pts	Theory
(100,0)	93.8	93.5	0.67°	3.9°	0.0°
(150,0)	93.1	92.8	-1.4°	0.0°	0.0°
(200,0)	92.3	92.0	-3.2°	-2.2°	0.0°
(50,50)	93.5	93.8	48.2°	47.8°	45.0°
(100,50)	92.0	91.9	26.7°	29.9°	26.6°
(150,50)	92.0	91.7	8.1°	9.1°	18.4°
(200,50)	90.2	89.9	9.3°	11.4°	14.0°
(50,100)	92.7	92.6	71.8°	68.4°	63.4°
(100,100)	91.5	91.3	43.5°	43.0°	45.0°
(150,100)	90.2	90.0	27.6°	27.3°	33.7°
(200,100)	89.7	89.4	29.7°	32.5°	26.6°
(50,150)	90.9	90.5	80.2°	80.9°	71.6°
(100,150)	90.3	89.1	60.0°	56.9°	56.3°
(150,150)	88.1	87.0	48.6°	48.2°	45.0°
(200,150)	88.2	88.2	40.1°	41.9°	36.9°
(50,200)	90.4	90.1	78.4°	74.1°	76.0°
(100,200)	89.5	89.2	59.0°	56.0°	63.4°
(150,200)	88.4	88.0	52.7°	54.1°	53.1°
(200,200)	88.7	88.3	46.0°	46.4°	45.0°

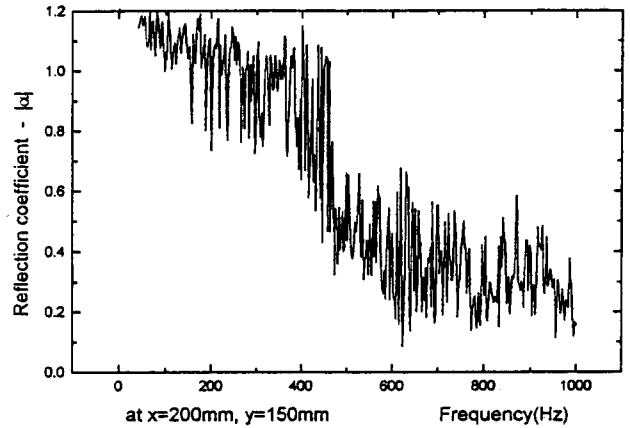


Fig. 17 Reflection coefficient of the plate at (x=200 mm, y=150 mm) -random input.

에너지가 흐르는 방향 및 진동원의 방향을 파악할 수 있음을 확인할 수 있다.

한편 Fig. 17은 랜덤 신호 가진에 대하여 행렬식 (14)에 의한 파동 분리를 통하여 $x=200$ mm, $y=150$ mm 위치에서 x, y 좌표축에 대한 반사 계수를 구해 벡터합으로 전체 반사 계수 $|\alpha|$ 를 구한 결과이다. 250 Hz이하의 저주파수 영역에서 1.1 전후의 값을 보이는데, 이는 각 좌표축의 반사 계수를 구할 때 다른 좌표축 방향의 근접장을 무시한 가정에 의하여 1보다 커진 것으로 판단된다. 그리고 250 Hz~450 Hz 구간에서는 0.9 전후, 450 Hz~600 Hz 구간에서는 0.5 전후, 600 Hz이상의 고주파수 구간에서 0.3 전후의 반사 계수 값을 갖는 것을 볼 수 있으나, 비교적 진폭이 큰 경향을 보임을 알 수 있다. 이는 두 축의 오차가 누적되어 진폭이 커진 것으로 판단된다. 고주파 구간으로 갈수록 파장이 짧아짐으로 인해 진동 에너지가 흡수되는 양이 많아져 반사 계수가 작아지나 반무한보의 경우에 비해서는⁽¹²⁾ 진동 에너지가 충분히 흡수되지 않는 것으로 판단된다.

4. 결 론

구조물을 흐르는 진동 에너지의 크기와 방향을 구하여 구조물의 진동 에너지의 흐름 특성을 실험적으로 규명하기 위해 시도된 기법으로서 가속도 크로스 스펙트럼을 이용하여 굽힘 진동을 받는 무한 평판에 대한 진동 인텐시티 계측에 대한 본 연구에서 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 진동 인텐시티는 이차원의 경우 일반 진동장

에서는 좌표축당 8점, 원거리장에서는 좌표축당 2점의 가속도 크로스 스펙트럼으로 근사적으로 구할 수 있다. 랜덤 신호 가진에 의한 평판의 2점법에 의한 진동 인텐시티 크기는 8점법보다 약 3~5 dB 높으며 (이는 $\nu=1$ 로 가정했기 때문으로 판단됨), 방향도 8점법보다 오차가 크므로 2점법의 적용 여부는 실용시 요구되는 정도에 따라 결정될 수 있다.

(2) 평판을 200 Hz 정현파 가진한 경우, 2점법에 의한 진동 인텐시티가 8점법과 크기와 방향이 거의 일치하므로, 특정 주파수 영역으로 가진을 받는 구조물에는 2점법으로도 진동 인텐시티에 대한 양호한 결과를 얻을 수 있다.

(3) 무한평판의 진행파와 후퇴파의 비율인 반사 계수를 근사적으로 구한 결과, 600 Hz 이상의 고주파 영역에서 반사 계수가 0.3에 가까워져 본 연구에서 사용한 모래 상자에 진동 에너지가 충분히 흡수되지 않는 것을 확인할 수 있다. 이와 같이 파동 분리를 활용하면 경계 조건을 근사적으로 추정할 수 있다.

그리고 실제 현장에서 진동 인텐시티의 적용 가능성을 높이기 위하여 다음 과제가 향후 연구 보완되어야 할 것이다. 본 연구에서 취급한 실험 대상은 비교적 단순하고 이상적인 무한 평판이다. 그러나 실제 현장에서 측정을 하는 경우는 보다 복잡한 구조물을 대상으로 할 것이므로 굽힘파뿐만 아니라 면내파도 고려하지 않으면 안될 것으로 예상된다. 아울러 복잡한 구조물의 굽힘 강성값을 쉽게 구할 수 있는 방법이 강구되어야 한다.

참고 문헌

- (1) 한국소음진동공학회, 1995, "소음·진동 편람," 제2편 제1장, p. 226.
- (2) Cremer, L., Heckl, M., and Ungar, E. E., 1988, "Structure-Borne Sound (2nd Edition)," Springer-Verlag, New York.
- (3) Noiseux, D. U., 1970, "Measurement of Power Flow in Uniform Beams and Plates," Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 47, No. 1, pp. 238~247.
- (4) Pavić, G., 1976, "Measurement of Structure Borne Wave Intensity, Part I: Formulation of the Methods," Journal of Sound and Vibration, Vol. 49, No. 2, pp. 221~230.
- (5) Verheij, J. W., 1980, "Cross Spectral Density Methods for Measuring Structure Borne Power Flow on Beams and Pipes," Journal of Sound and Vibration, Vol. 70, No. 1, pp. 133~139.
- (6) 柴田 勝久, 若月 修武, 高津 宣夫, 加藤 正名, 1993, "一次元振動インテンシテイ計測における測定條件の設定," 日本機械學會論文集(C編), 第59卷, 第558號, pp. 132~136.
- (7) Carroll, G. P., 1987, "Structural Response and Power Flow Measurements utilizing Cross Spectra," PhD Thesis, The Catholic University of America.
- (8) 鎌田 實, 島谷 和憲, 1991, "振動インテンシテイ計測に関する基礎研究(第1報, 理論的検討)," 日本機械學會論文集(C編), 第57卷, 第535號, pp. 54~59.
- (9) Hong, Y., Wu, Q. and Lim, M. K., 1994, "Theoretical and Experimental analysis of power flow in beam structures," Third International Congress of Air- and Structure-borne Sound and Vibration, Montreal, Canada, pp. 201~208.
- (10) McDevitt, J. E., 1991, "Development and Evaluation of Laser Doppler Techniques for Measurements of Flexural and Longitudinal Structural Intensity," PhD Thesis, The Pennsylvania State University.
- (11) Linjama, J., Lahti, T., 1992, "Estimation of Bending Wave Intensity in Beams using the Frequency Response Technique," Journal of Sound and Vibration, Vol. 153, No. 1, pp. 21~36.
- (12) 이덕영, 박성태, 1997, "반무한보의 진동 인텐시티 측정에 대한 연구," 한국소음진동공학회지, 제7권, 제1호, pp. 43~53.
- (13) 鎌田 實, 山岐 徹, 島谷 弘道, 1996, "振動インテンシテイ計測に関する基礎研究(第4報, 二次元の詳細検討)," 日本機械學會論文集(C編), 第62卷, 第594號, pp. 35~42.
- (14) 中川 捻章, 古巢 克也, 淺井 眞, 1995, "振動インテンシテイによる散逸エネルギーの解析," 日本機械學會論文集(C編), 第61卷, 第589號, pp. 38~44.
- (15) Kurtz, P., 1990, "Structure Borne Intensity in Straight and Curved Bars," CETIM 3rd International Congress on Intensity Techniques Senlis -France, pp. 45~51.
- (16) Allan D. P., 1990, "Structural Intensity and

- Vibration Energy Flow on Inhomogeneous Shells of Arbitrary Shape," CETIM 3rd International Congress on Intensity Techniques Senlis- France, pp. 121~128.
- (17) Verheij, J. W., Hopmans, L. J. M., van Tol, F. H., 1994, "Using Power Flow Measurements to Quantify Gearbox Noise Transmission to Underwater via a Propeller Shaft," Third International Congress on Air- and Structure-borne Sound and Vibration, Montreal, Canada, June 13-15, pp. 217~224.
- (18) Doyle, J. F., 1989, "Wave Propagations in Structures," Springer-Verlag, New York, chap. 6.
- (19) Ref. 1., p. 287.
- (20) Meirovitch, L., 1967, "Analytical Methods in Vibration," The Macmillan Company, chap. 5, pp. 184.