

< 논 문 >

# 강체롤과 접촉 회전하는 브러시롤의 진동 현상

Vibration Behavior of a Rotating Brush Roll in Contact with a Solid Roll

허 주 호\*

Joo Ho Heo

(1997년 2월 28일 접수 ; 1997년 5월 10일 심사완료)

**Key Words :** Brush Roll(브러시 롤), Solid Roll(강체 롤), Bouncing(튐), Frictionless Contact(무마찰 접촉), Friction Contact(마찰 접촉), Non-linear Contact Stiffness(비선형 접촉 강성)

## ABSTRACT

During the process of oxide removal from work rolls in sheet metal manufacture, filamentary brushes frequently exhibit a bouncing or chatter behavior. The dynamics of this phenomenon is investigated through the development of expressions for the non-linear contact stiffness between the brush and the roll. With formulation of simple structural models, the time responses in the presence and absence of friction under random excitation are investigated. Possible solutions for the minimization or avoidance of this bouncing or chatter problem are also suggested.

## 1. 서 론

빌렛이나 후판을 박판으로 만들기 위한 압연 공정 중에 롤(roll)의 표면에 산화물 지꺼기가 부착되는 경우가 빈번하고, 이렇게 부착된 산화물은 압연판 제품의 표면 품질을 저하시킬 뿐만 아니라 압연기의 자러진동을 일으키는 요소로도 생각되어지고 있다. 이런 산화부착물을 제거하기 위해 원형 브러시가 달린 롤이 사용되고 있는데도, 압연롤과 접촉하는 브러시 롤이 튐 현상이 자주 발생되고 산화부착물이 잘 제거되지 않아 압연 제품 표면이 불균일하게 나타났다. 이 튐현상을 규명하기 위해 시간에 따라 변하는 비선형 접촉 강성과 브러시 롤 지지구조의 감쇠기구를 고려한 이론적 모형을 제시하고 진동 추이를 살피면서 모형의 적합성을 검증하게 되었다.

접촉되는 브러시 롤을 구성하는 개개의 솔잎(brush filament)에 작용하는 힘과 그에 따른 접촉 강성에 대한 연구<sup>(1,2)</sup>는 이미 어느 정도 되어 있다.

그러나 현존하는 연구들은 접촉하는 솔잎 끝단과 압연롤 사이에 마찰이 없다고 상정하고 문제를 풀어왔다<sup>(3)</sup>. 그런 연유로 마찰이 큰 역할을 할 것으로 보이는 이 현상에 대해 좀 더 실제적인 접근을 할 수 있도록 마찰 효과를 고려한 모형이 제시되었다. 단, 이 모형에서는 브러시 솔잎들이 롤 표면에 접촉할 때 그 솔잎들은 서로 접촉하지 않으며 서로의 변위를 방해하지 않는다는 가정을 도입하였다.

## 2. 브러시 솔잎의 변형과 접촉 강성

이 이론적 모형의 동적 거동에 지대한 영향을 미치는 브러시의 접촉 강성은 솔잎 끝단에 작용하는 힘과 접촉 깊이 등에 따라 달라지게 되며 Heinrich 등<sup>(1)</sup>과 Stango 등<sup>(2,3)</sup>에 의해 계산식이 도출되었다. 여기서는 이전의 연구에 도입되지 않았던 마찰효과에 대한 영향을 고려하여 솔잎의 변형과 접촉 강성을 구하는 식을 제시한다.

### 2.1 솔잎 변형에 대한 기본식

산화물 제거 공정에서의 브러싱 중에 생기는 솔잎

\*정회원, 대우중공업 선박해양기술연구소

들의 대변형은 탄성사(elastic filament)의 준 정적 모멘트-곡률 상관 관계로 표현될 수 있으며, 그 관계는 아래 식 (1)과 같다. 식 중의 기호는 Fig. 1, 2에 나타나 있으며,  $M(u)$ 는  $p(u, v(u))$  위치에서의 굽힘 모멘트이고,  $EI$ 는 탄성사의 굽힘 강성도이다.

$$\frac{M(u)}{EI} = \frac{1}{\rho} = \frac{v''(u)}{[1 + \{v'(u)\}^2]^{3/2}} \quad (1)$$

접촉시의 마찰을 고려하면 끝단의 힘은 법선 및 접선 방향 힘,  $F_n$ 과  $F_f$ 로 나뉘지게 되고, 각각은 두개의 굽힘 모멘트  $M_n$ 과  $M_f$ 를 만들어 전체 굽힘 모멘트  $M$ 을 형성하게 된다. 각각의 굽힘 모멘트  $M_n$ 과  $M_f$ 는 아래 식으로 구성되며, 그 합 모멘트  $M$ 은 식 (4)로 표현된다.

$$M_n = F_n [(v^* - v) \cos(\Omega + \gamma) + (u^* - u) \sin(\Omega + \gamma)] \quad (2)$$

$$M_f = F_f [(v^* - v) \{-\sin(\Omega + \gamma)\} + (u^* - u) \cos(\Omega + \gamma)] \quad (3)$$

$$M = [F_n(v^* - v) + F_f(u^* - u)] \cos(\Omega + \gamma) + [F_n(u^* - u) - F_f(v^* - v)] \sin(\Omega + \gamma) \quad (4)$$

여기서  $\Omega$ 는 Fig. 3에서 보듯이 각 솔잎의 브러시 허브에의 고착부(root)의 각좌표이며,  $\gamma$ 는 각 솔잎 끝단(tip)의 각좌표이다. 솔잎 끝단 즉,  $u = u^*$ 인 위치에서는 굽힘 모멘트가 소멸되며 아래의 필요조건이 만족되어야 한다.

$$v''(u^*) = 0 \quad (5)$$

### 2.2 기구학적 상관 관계

시계 방향으로 회전하는 브러시 롤에서 직선으로 뻗어 나온 솔잎은 압연롤과 접촉하여 어느 정도 진행하면 Fig. 3과 같이 변형되며 솔잎 양단의 위치는 각 롤의 회전 중심으로부터의 각으로 표시될 수 있다. 여기서 브러시 롤은 시계 방향으로 회전한다고 보고, 각 롤의 회전 중심을 연결하는 기선으로부터 표현되는 솔잎 고착부의 각좌표  $\Omega$ 는 반시계 방향이 양의 방향이고, 압연롤과 접촉하는 솔잎 끝단의 각좌표  $\gamma$ 는 시계 방향을 양의 방향으로 정의하여 극좌표계  $(u, v)$ 의 회전 위치를 고려하게 된다.

최초 접촉각  $\Omega_c$ 와  $\gamma_c$ 는 각 롤의 외경  $R_1, R_2$  그리고 브러시 접촉 길이  $\Delta$ 의 함수로 다음과 같이 표현된다.

$$\Omega_c = \cos^{-1} \left[ 1 - \frac{\Delta(2R_2 - \Delta)}{2R_1(R_1 + R_2 - \Delta)} \right] \quad (6)$$

$$\gamma_c = \cos^{-1} \left[ 1 - \frac{\Delta(2R_1 - \Delta)}{2R_2(R_1 + R_2 - \Delta)} \right] \quad (7)$$

입의의 접촉 부위에서  $\Omega$ 와  $\gamma$ 는 참고문헌 (1)에서 유도되었듯이 아래 식으로 된다.

$$\alpha + \Omega = \sin^{-1} \left[ \frac{R_2 \sin \gamma}{C} \right] \quad (8)$$

혹은

$$\Omega = \sin^{-1} \left[ \frac{R_2 \sin \gamma}{C} \right] - \alpha \quad (9)$$

여기서

$$C = [R_2^2 \sin^2 \gamma + \{(R_1 + R_2 - \Delta) - R_2 \cos \gamma\}^2]^{1/2} \quad (10)$$

접촉 변위각  $\alpha$ 는 초기에 직선이던 솔잎 끝단이 롤과 접촉함에 따라 변위된 각을 표시하며 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$u^* = C \cos \alpha - R_0 \quad (11)$$

$$v^* = C \sin \alpha \quad (12)$$

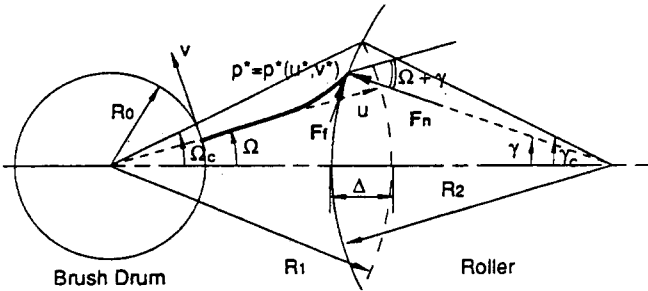


Fig. 1 Configurations of deformed filament on a brush drum in contact with a roller drum

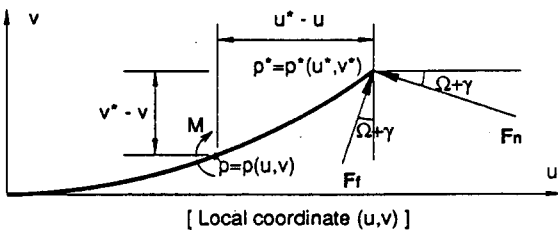


Fig. 2 Forces on the filament tip and the corresponding bending moment

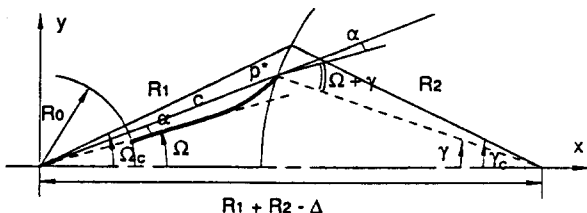


Fig. 3 Geometric relation of brush filament and roller drum

솔잎의 고착부에서 이상적으로 완전 고정이라고 보면, 그곳에서의 경계조건은

$$v(0) = 0 \quad (13)$$

$$v'(0) = 0 \quad (14)$$

또한, 솔잎의 전체 길이가 불변이므로 마지막 조건식은 식(15)로 표현된다.

$$\int_0^{u^*} [1 + \{v'(u)\}^2]^{1/2} du = R_1 - R_0 \quad (15)$$

### 2.3 솔잎 변형식의 해

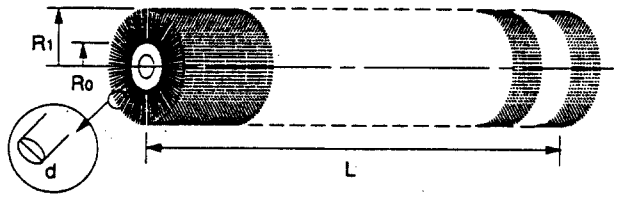
결국 마찰을 고려한 솔잎 변형식은 식 (1)~(3)에 의해 식 (16)으로 표현된다.

$$v''(u) = \frac{1}{EI} [1 + \{v'(u)\}^2]^{3/2} [ \{F_n(v^* - v) + F_f(u^* - u)\} \cos(\Omega + \gamma) + \{F_n(u^* - u) - F_f(v^* - v)\} \sin(\Omega + \gamma) ] \quad (16)$$

위 변형식을 풀기 위한 조건식은 식 (5)와 식 (11)~(15)이며, 이 식의 해를 위한 기법은 Heinrich등<sup>(1)</sup>에 설명이 잘 되어 있으므로 자세한 설명은 생략한다. 간략히 표현하면 Runge-Kutta 방법에 의해 길이 방향의 선분들에 대해 위치를 구해서 조건식의 만족 여부를 점검하는 반복 계산을 수행하며 솔잎 끝단의 위치각  $\gamma$ 를 계속 변화시키면서 상대적 변위를 찾아가는 방법이다. 그러나 이처럼  $\gamma$ 를 변화시키면서 변위를 찾는 방식을 사용할 경우에는 본고에서 필요로 하는 접촉 강성계수의 추출이 곤란해지므로, 본 연구에서는 고착부의 위치각  $\Omega$ 의 변화에 따른 변위 모양을 계산하여 순차적으로 변하는  $\Omega$ (즉, 인접한 개개의 솔잎을 정의하게 되는  $\Omega$ )에 따라 접촉 초기부터 말기까지 정확한 접촉력과 강성계수를 찾을 수 있도록 계산 방법을 변경하였다.

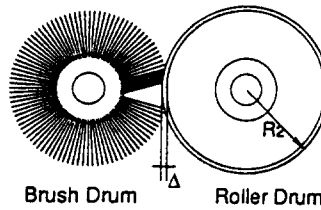
이 변형된 방법을 통하여 실제 작동 상태와 같이 브러시롤을 회전시킴에 따라 균일하게 분포되어 있는 솔잎들이 그 회전각에 맞추어 변하는 모습들을 보여줄 수 있게 됨으로써 이전 방법에서의 결점을 극복할 수 있다.

예시 기구로 Fig. 4와 같이 접촉된 압연롤과 브러시롤을 도입하여 전체 계를 이상화한다. 주요 치수로 브러시롤의 허브 반경  $R_0$ 는 3.81cm, 롤들의 외부 반경  $R_1$ 과  $R_2$ 는 공히 7.62cm, 접촉깊이  $\Delta$ 는 0.254cm이고, 접선 마찰력  $F_f$ 는 법선력  $F_n$ 에 직선적으로 변하며 마찰계수  $\mu$ 에 비례한다고 가정하면,  $F_f$ 는  $\mu F_n$ 으로 표시되며 식 (16)이 상당히 단순화된



\* Dimensional Configuration of Brush Drum:

- $R_0 = 3.81 \text{ cm (1.5")}$
- $R_1 = 7.62 \text{ cm (3.0")}$
- $L = 243.84 \text{ cm (8'96")}$
- $d = 0.0254 \text{ cm (0.01")}$
- $E = 206.8 \text{ GPa}$
- $EI = E\pi d^4/64 = 4.2253 \cdot 10^{-5} \text{ Nm}^2$
- $M_1 \text{ (assumed total mass of brush drum)} = 100 \text{ kg}$



\* Dimensional Configuration of Roller Drum:

- $R_2 = 7.62 \text{ cm (3.0")}$
- $L = 243.84 \text{ cm (8'96")}$
- $\Delta = 0.254 \text{ cm (0.1")}$
- $M_2 \text{ (assumed total mass of roller drum)} = 400 \text{ kg}$

Fig. 4 Brush drum and roller drum with their specification

다.

기선인 중심선과 평행·수직인 방향력을 고려하려면 각 솔잎의 법선력과 마찰력의 분해·재조합으로 가능하며 아래 식으로 표현된다.

$$F_x = \sum_{i=1}^{N_f} [-F_n \cos \gamma + F_f \sin \gamma]_i = \sum_{i=1}^{N_f} [F_n (-\cos \gamma + \mu \sin \gamma)]_i \quad (17)$$

$$F_y = \sum_{i=1}^{N_f} [F_n \sin \gamma + F_f \cos \gamma]_i = \sum_{i=1}^{N_f} [F_n (\sin \gamma + \mu \cos \gamma)]_i \quad (18)$$

여기서 첨자  $x, y$ 는 Fig. 3에 정의된 방향을 의미하며,  $i$ 는 롤과 접촉하는  $N_f$ 개의 솔잎 중 하나를 나타낸다. 마찰력이 없는 경우에 시계 방향으로 회전하는 브러시 롤에서 나온 솔잎들의 변형 상태를 접촉하고 있는 솔잎에 대해서만 순차적으로 표시한 것이 Fig. 5이다.

$F_x$ 와  $F_y$ 는 그 순간의 총 수평력과 수직력을 나타내며, 첨자  $c$ 는 초기 접촉(contact) 부를 나타내지만,  $f$ 는 최후 접촉부가 아닌 접촉 최후(final) 솔잎

에 해당되는 사항이다. 즉,  $\Omega_c$ 와  $\gamma_c$ 는 기구학적 수치에 따라 결정되지만  $\Omega_f$ 와  $\gamma_f$ 는 마찰력의 대소 등에 따라서도 달라짐은 Fig. 5와 6을 비교해서 알 수 있을 것이다.  $I_a$ 의 의미는 어느 솔잎이 그 고착부가 솔잎들 사이각의 1/10에 해당하는 각이  $I_a$  수치 만큼씩 순차적으로 시계 방향으로 회전할 때의 위치를 의미하는 것이다. 다시 말해, 만약 500개의 솔잎이

원주상에 균일하게 분포되어 있다면 솔잎들 사이각은  $2\pi/500$ 이며 순차회전각은 1/10인  $2\pi/5000$ 이 된다. 즉,  $I_a$ 가 2이면 회전 증분은  $-4\pi/5000$ 이 되며 -부호는 반시계 방향 회전일 때  $\Omega$ 가 양의 값을 가지는데 반하여  $\Omega$ 의 감소 요인으로 작용하기 때문이다. 또한  $I_a$ 가 10인 상태와  $I_a$ 가 0인 상태가 같다는 것도 알 수 있을 것이다 ( $I_a=0$ 과 10일 경우에 동일

R0	R1	R2	Dx	Myu	OMc	GMc
3.81	7.62	7.62	.254	0	.18283	.18283

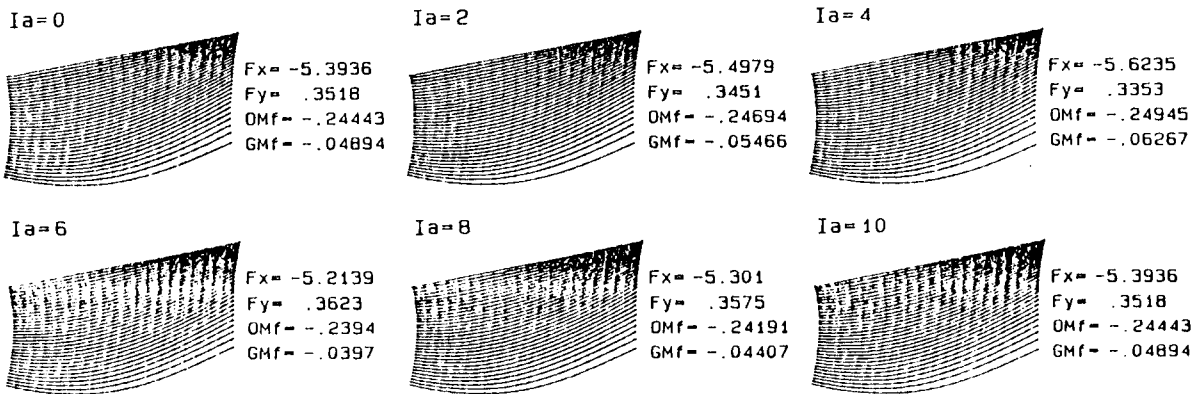
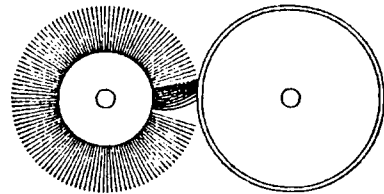


Fig. 5 Animated shape of contact filaments with incremental rotation (Frictionless contact :  $\mu=0.0$ )

R0	R1	R2	Dx	Myu	OMc	GMc
3.81	7.62	7.62	.254	.3	.18283	.18283

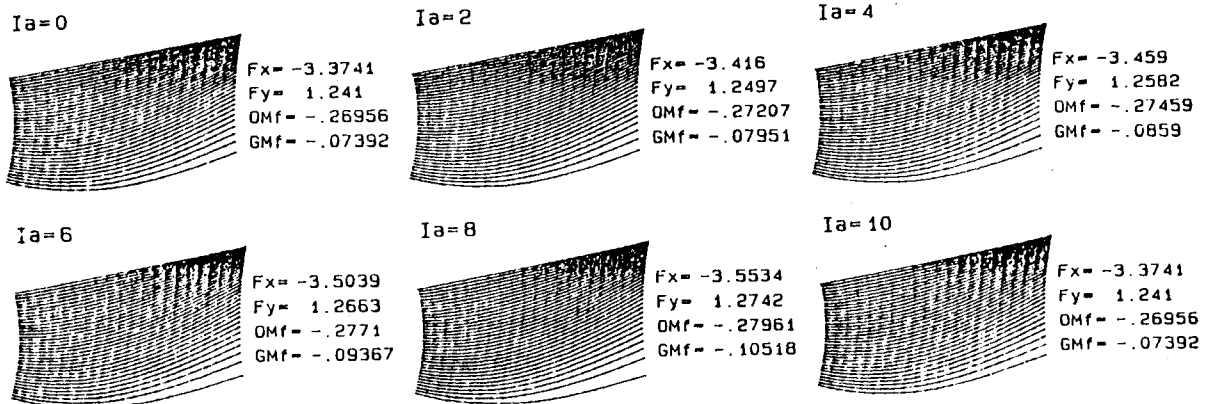
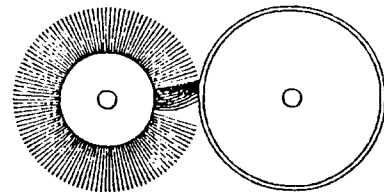


Fig. 6 Animated shape of contact filaments with incremental rotation (Friction contact :  $\mu=0.3$ )

한  $\Omega_r$ 와  $\gamma_r$ 가 됨). Fig. 5에서 보면 (마찰력을 무시할 경우) 하나의 솔잎이 접촉에서 막 떨어지려 할 때 ( $I_a=4$ 일 때), 최대의 수평력  $F_x$ 와 최소 수직력  $F_y$ 를 작용시킴을 알 수 있다. 또한 그 순간 떨어지려는 솔잎에 해당하는  $\Omega_r$ 와  $\gamma_r$ 의 절대치가 최대인 것은 너무나 당연하다.

접촉 마찰을 고려할 경우 ( $\mu=0.3$ )에는 Fig. 6에서 보듯이 접촉 솔잎수  $N_r$ 가 증가되는 “끝단 부가 진동해진 (Sticky-tip)” 현상이 나타나며 마찰이 없는 경우보다 총수직력  $F_y$ 가 상당히 증가하며 총 수평력  $F_x$ 는 감소하는 경향을 보인다. 그러나 총 수직력의 최대와 총 수평력의 최소가 한 솔잎이 떨어지려는 순간에 생기는 것은 같은 현상이다. (이 경우는  $I_a=8$  일 때이며  $\Omega_r$ 와  $\gamma_r$  또한 최대 절대치를 보인다)

2.4 브러시의 접촉 강성

압연롤 본체와 브러시 허브를 강체라고 상정할 경우 압연롤과 접촉하는 브러시의 접촉강성은 유한차분법으로 도출될 수 있다. 수평·수직력  $F_x, F_y$ 는 어떤 특정 접촉 깊이  $\Delta$ 에서의 개개 솔잎들에 대한 결과를 더함으로써 가능하고 미세하게 깊어진  $\Delta+\delta$ 에서의 수평·수직력도 같은 방법으로 구해진다. 이 좁은 깊이 구간에서는 비례적이라 상정할 경우, 구해진 힘들을 이용하면 접촉 강성  $K_c$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$K_c(\Delta+\delta/2) = \frac{F(\Delta+\delta) - F(\Delta)}{\delta} \quad (\delta \ll \Delta) \quad (19)$$

Fig. 5와 6에 나타난 대로 어떤 접촉 깊이에서 한 층의 솔잎은 아주 작은 회전을 할 경우에도 힘의 변동이 있기 때문에 그 브러시 롤의 길이 방향에 있는  $N_{Layer}$  만큼의 솔잎층을 고려하여 평균력의 개념을 도입해야 한다. 실제로 솔잎들이 원주 방향으로는 균일하게 놓여 있다라도 그 길이 방향으로는 불균일하게 배치되었다고 봄이 타당하므로 평균 접촉력과 평균 강성이 더 의미가 있다.  $\bar{K}_c$ 를 평균 접촉 강성,  $\bar{F}(\Delta)$ 를 한 층의 솔잎에 의한 평균 접촉력이라 하면 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{K}_c(\Delta+\delta/2) = [\bar{F}(\Delta+\delta) - \bar{F}(\Delta)] / \delta \quad (\delta \ll \Delta) \quad (20)$$

여기서 솔잎 사이각의 1/10 증분 각 위치에서 구해진 10개의  $F(\Delta)$  값을 평균하여  $\bar{F}(\Delta)$  값을 구했다.

$$\bar{F}(\Delta) = \sum_{I_a=1}^{10} F_{I_a}(\Delta) / 10 \quad (21)$$

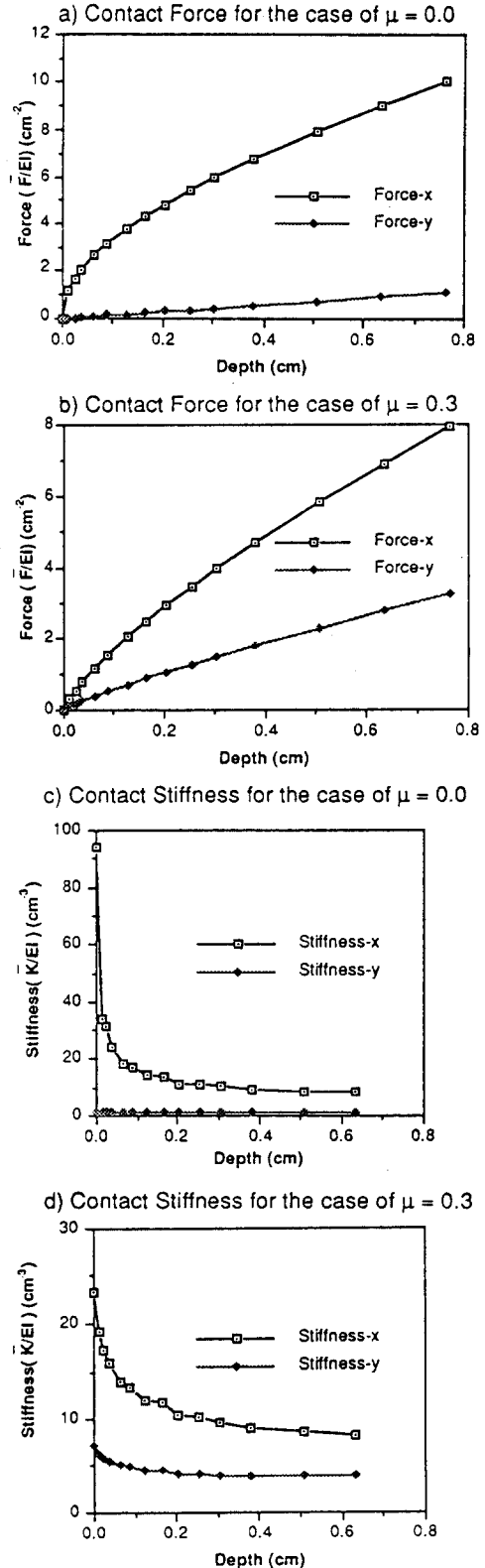


Fig. 7 Force and the corresponding stiffness of brush drum with contacting a roller with and without considering the friction

Fig. 7에는 이상의 방법에 의해 구해진 힘과 강성(실제로는  $\bar{F}/EI$ 나  $\bar{K}/EI$ 의 형태)을 접촉깊이의 함수로 나타내었다. 이 상관관계는 보간함수들의 형태로 표시될 수 있기 때문에 어떤 접촉 깊이에 대해서도 힘과 강성을 구할 수 있다.

예시 기구에서  $EI$ 와  $N_{Layer}$ 가 각각  $4.2253 \times 10^{-1} \text{ N} \cdot \text{cm}^2$ , 9600층일 경우, 예를들어 수평접촉 강성을  $\text{N/m}$  단위로 나타내려면 도표에서 구해진  $\bar{K}/EI$  값에  $EI(\text{cm계에서 구한값}) \times N_{Layer} \times 100$ 을 해주어야 한다. 예를 들어 무마찰의 경우  $0.2794\text{cm}$ 의 접촉 깊이에서  $10.932\text{cm}^{-3}$ 이라는 수평 강성도  $\bar{K}/EI$ 는  $4.05627 \times 10^5$ 을 곱함으로써  $4.4343 \times 10^6 \text{ N/m}$ 라는 총 접촉 강성  $\bar{K}$ 로 변환된다.

### 3. 진동 혹은 틈 현상의 규명

여러 가지 모형을 사용하여 브러시와 롤간의 불안정 동특성을 규명하는 시도가 가능한데, 간단한 것으로는 기진 주파수와 전체 계의 공진 여부 검토가 있고 좀더 복잡하게는 브러시와 롤의 지지구조의 강성과 감쇠기구까지 고려한 모형이 있을 수 있다.

#### 3.1 단순 공진 검증

가장 단순하게는 Fig. 8에 보인 것처럼 강체 압연 롤에 1 자유도를 가지고 진동하는 브러시를 생각할 수 있다. 질량  $M_1$ 은 브러시의 질량을 나타내고,  $K_1$ 과  $K_c$ 는 지지강성과 대표적 접촉 강성을 각각 나타낸다. 이때의 고유진동수는 1자유도 계이므로, 쉽게 식 (22)와 같이 표현된다.

$$\omega_n = \left[ \frac{K_1 + K_c}{M_1} \right]^{1/2} \quad (22)$$

공진현상은 브러시의 회전속도  $\Omega_1$ 과 롤의 회전속

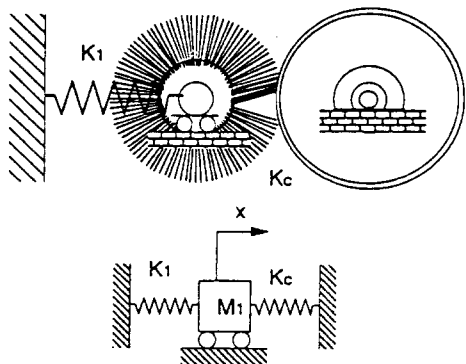


Fig. 8 Simple 1 DOF system model

도  $\Omega_2$  또는 그들의 조합인  $|\Omega_1 - \Omega_2|$  혹은  $|\Omega_1 + \Omega_2|$ 와 고유진동수  $\omega_n$ 를 비교함으로써 가능하다. 물론 상기  $\Omega_1, \Omega_2$ 항들의 고조파 (Harmonic) 또한 검토되어야 할 것이다. 그러나, 이 모형은 일정한 접촉강성을 가정함에 따라 전체 계의 불안정성을 개략적으로만 말해 줄 뿐 실제의 틈현상을 설명해 주지는 못하며 기진력도 회전속도의 함수일 경우에만 검증이 가능하므로 실제에의 적용은 비합리적이다.

#### 3.2 랜덤 기진에 의한 틈 현상 고찰

전항에 기술한 것보다는, 롤의 표면에 무작위하게 분포되어 있는 산화부착물 때문에 생기는 (무작위로 붙어 있는 것을 비로 쓸어 낸다고 생각해 보자) 무작위 기진력 (Random Excitation)과 롤 및 브러시의 지지기구의 특성을 같이 고려해 주는 것이 좀더 타당하다. 접촉강성은 브러시와 롤의 상대 변위에 따라 접촉 깊이가 바뀔때 따라 변하게 되는데 여기서는 Fig. 9에 나타난 대로 전체 구조의 수직진동을 무시하고 수평 진동만 고려하되 브러시와 롤이 각각 질량으로 표시되고 그것들이 각 지지 강성과 감쇠기구를 갖고 있다고 생각한다. 여기서는 브러시에 유압 실린더가 장착되어 있기 때문에 롤에 부착된 것보다는 더 높은 감쇠를 가지는 감쇠기구를 고려하고 그때의 2자유도 계는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 + K_c & -K_c \\ -K_c & K_2 + K_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

여기서 접촉강성  $K_c$ 가  $x_1, x_2$ 의 함수임은 전술한 바

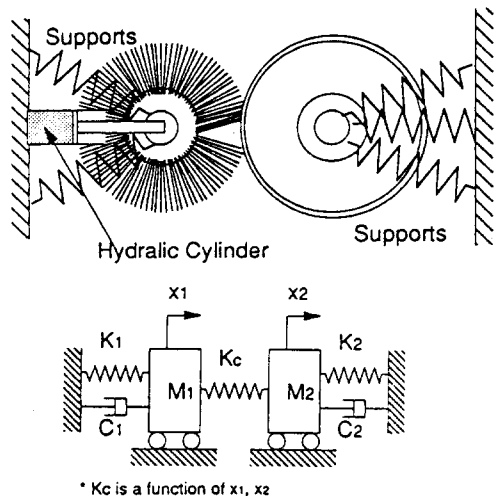


Fig. 9 2 DOF model with varying contact stiffness

와 같다.

식 (23)의 해는 쉽게 구해지지는 않는데  $K_c$ 가 명시적으로 표현되지 않기 때문에 전체 강성 매트릭스가 시간에 따라 변하는 형태로 되어 있기 때문이다. 이럴 경우의 진동 응답치는 수치적분법을 이용하여 얻게 되는데 잘 알려진 Wilson- $\theta$  방법<sup>(4,5)</sup>이 이용되었다.

직전의 진동응답치 때문에 현재의 강성 매트릭스가 변화되고 그 때문에 또 응답치가 바뀌는 반복 계산을 통해 원하는 시간 동안의 진동치를 구하게 된다. 기본적인 계산 알고리즘은 다음과 같다.

- (1) 접촉 깊이  $\Delta^i$ (초기에는  $\Delta^0$ )가 주어짐에 따라 2.4절에 설명한대로  $K_c^i$ 가 구해진다.
- (2) 작은 시간 증분  $\Delta t$ 에 대해 Wilson- $\theta$  방법을 통해 식 (23)의 해  $x_1^i, x_2^i$ 가 계산된다.
- (3)  $x_1^i, x_2^i$ 와 직전 접촉깊이  $\Delta^i$ 로 접촉깊이  $\Delta^{i+1}$ 이 간단히 구해진다. ( $\Delta^{i+1} = \Delta^i + x_1^i - x_2^i$ )

- (4)  $\Delta^{i+1}$ 에 의해 i)에서와 같이  $K_c^{i+1}$ 이 구해진다.
- (5) 상기 2)~4)의 과정이 주어진 시간까지 계속 반복된다.

### 3.3 틱 현상의 수치 예제

실제 구조에서 생기는 틱 현상을 재현하기 위해 다음과 같은 수치예제를 준비하였다.

$$\begin{aligned}
 M_1 &= 100 \text{ kg} & M_2 &= 400 \text{ kg} \\
 K_1 &= 1.0 \times 10^7 \text{ N/m} & K_2 &= 1.0 \times 10^8 \text{ N/m} \\
 C_1 &= 1.0 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s/m} & C_2 &= 5.0 \times 10 \text{ N} \cdot \text{s/m} \\
 f_1 &= 0.0 & f_2 &= A_{rand} \times Rand(-1, 1)
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

여기서  $Rand(-1, 1)$ 은 -1에서 1까지의 난수이다. 접촉강성은 표에 의해서 접촉깊이의 함수로 나타낼 수도 있지만, 여기서는 Fig. 4의 브러시에 대해 2

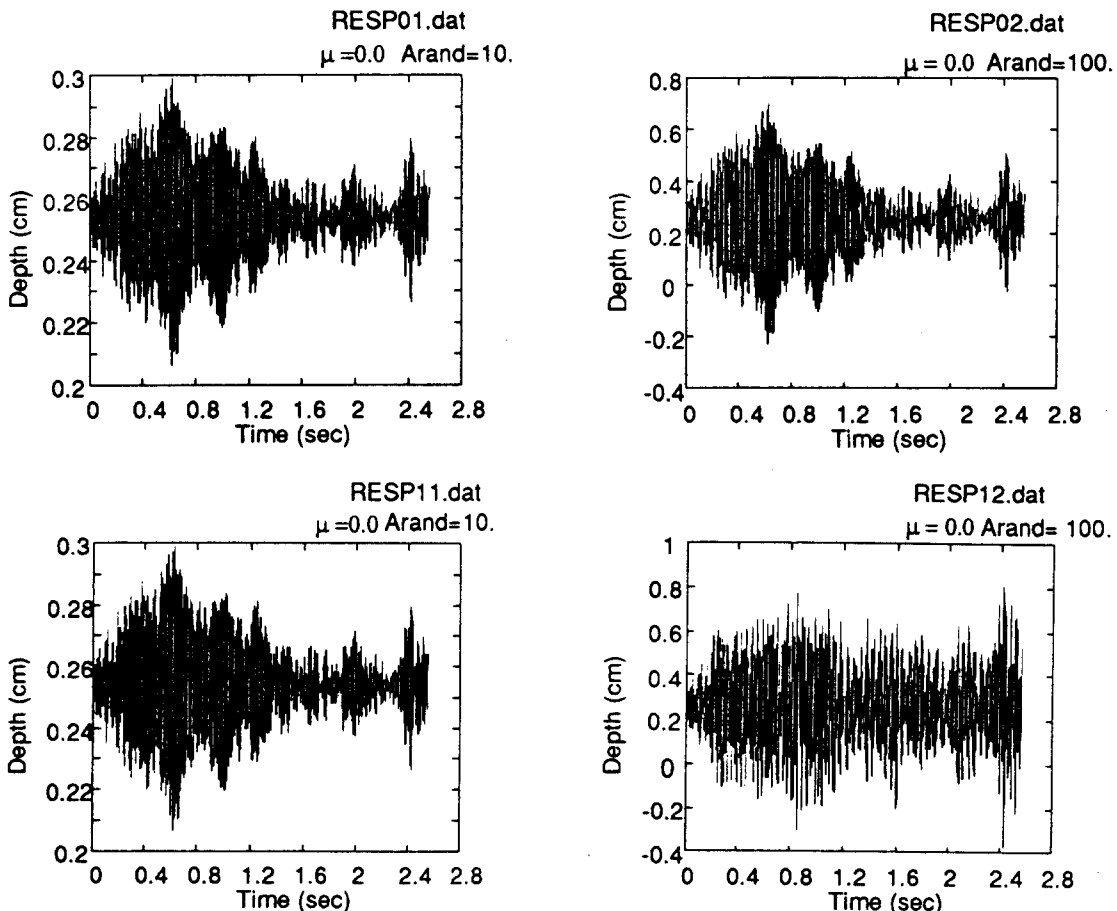


Fig. 10 Time history for the depth of contact with constant contact stiffness and depth-dependent contact stiffness for the frictionless contact case ( $\mu=0.0$ )

절에 기술된 방법으로 구해진 Fig. 7의 곡선을 보간 함수 형태로 다음과 같이 식(25)-(27)로 표현하였다.

$$\Delta > 0; K_c = F_{conv} * 6.0175 * \Delta^{-0.4843} \text{ N/m}; \mu = 0 \quad (25)$$

$$\Delta > 0; K_c = F_{conv} * 7.6092 * \Delta^{-0.2323} \text{ N/m}; \mu = 0.3 \quad (26)$$

$$\Delta \leq 0; K_c = 0 \text{ N/m} \quad (27)$$

여기서  $\Delta$ 는 cm로 주어졌으며,  $F_{conv}$ 는 2절에서 설명한 변환계수로 이 예제에서는  $F_{conv} = 4.05627 \times 10^5$ 이다. 시간이 지남에 따라 변하는 접촉깊이를 Fig. 10과 11에 각각 마찰이 없고 있는 경우를 나눠서 보여주고 있는데 접촉깊이가 음수로 나타나는 텀 현상을 볼 수 있다. 가해진 랜덤 기진력의 최대 크기는  $A_{rand}$  N이며, 시간에 불변인 접촉강성을 고려할 때는 접촉깊이  $\Delta$ 가 0.254 cm 일 때의 접촉강성 (무마찰의 경우:  $4.74 \times 10^6$  N/m, 마찰접촉의 경우: 4.24

$\times 10^6$  N/m)을 사용하였다. 접촉강성 불변의 경우는 Fig. 10, 11의 (a)와 (c)에서 보듯이 서로 비슷한 형상을 보이며 단지 진폭만이 차이가 있을 뿐이다.

그러나, 시간에 따라 (실제로는 접촉깊이에 따라) 변하는 접촉 강성의 경우에는 Fig. 10, 11의 (b)와 (d)에서 보듯이 다른 모양의 다른 진폭을 보여주고 있다. (b)의 경우처럼 기진력이 작을 경우는 ( $A_{rand} = 10$  N) 텀현상이 없지만, d)의 경우처럼 큰 기진력이 가해질 때는 ( $A_{rand} = 100$  N) 접촉강성이 없어지는, 다시말해 접촉이 일어나지 않고 튀게되는 현상을 볼 수 있다.

(c)와 (d)처럼 큰 기진력의 경우와 (a)와 (b)처럼 작은 기진력의 경우를 비교하면 쉬운 결론을 이끌어 낼 수 있다. 즉, 만약 기진력이 작으면 상대변위는 작고 접촉강성이 시간에 따라 변화하든 불변이든 비슷한 진동이력을 보이지만, 기진력이 상당히 커지면 접촉강성의 성질에 의해 완전히 다른 진동형상을 보인다.

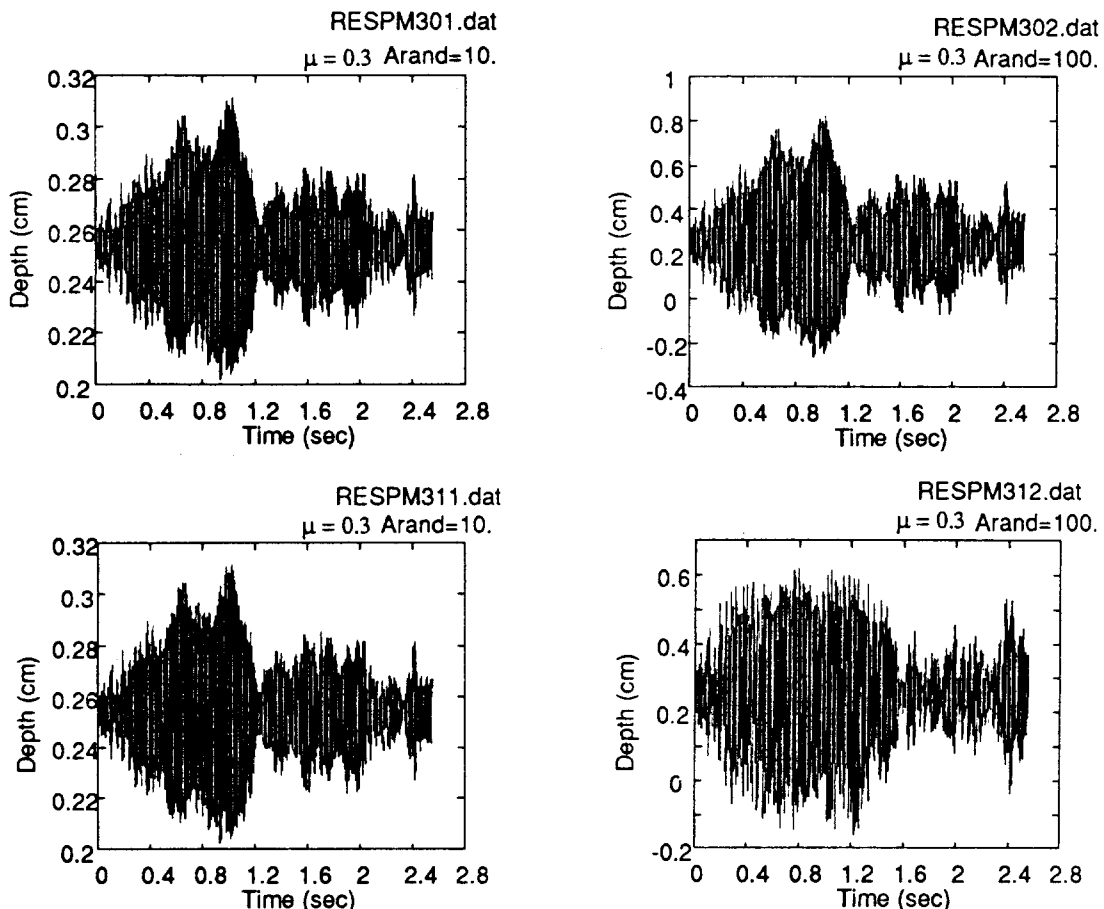


Fig. 11 Time history for the depth of contact with constant contact stiffness and depth-dependent contact stiffness for the friction contact case ( $\mu=0.3$ )



무마찰 접촉의 경우에는 접촉강성이 불변일 때보다 변할 때 틱현상이 더 많이 일어남을 알 수 있다. 이것은 접촉깊이가 알아짐에 따라 접촉강성이 커지면서 Fig. 10(d)처럼 무마찰 접촉일 경우에 더 불안정한 진동을 하게 되는 것을 뜻한다. 반면에, 마찰 접촉의 경우, Fig. 11(d)는 접촉강성이 불변일 때보다 변할 때 좀 덜 튀는 상반되는 결과를 보여주고 있다.

3.4 틱 현상의 확률적 고찰

또 하나의 흥미 있는 것으로는, Fig. 11(d)처럼 마찰이 있는 접촉의 경우가 마찰없는 접촉의 경우 (Fig. 10(d))보다 틱 현상을 덜 보여주고 있는 것이다. 이 현상을 보고 마찰접촉에 의한 “진득한 끝단 (Sticky tip)” 현상이 마찰없는 접촉보다 덜 튀게 했다고 오해할 소지도 있는데, 이런 오해의 소지를 없애고 정량적 설명을 하기 위해 기진력 크기를 달리 하면서 각 경우에 대해 접촉을 안고 튀게 될 확률을

계산하여 Table 1에 비교 정리하였다.

튀게 될 확률은 아래 식 (28)처럼 정의를 하였다.

$$Prob_{bouncing} = P(\Delta < 0) = \frac{\text{Number of responses with negative depth}}{\text{Total number of responses}} \quad (28)$$

전반적 경향을 보면 마찰이 없을 때보다 마찰이 있을 때 튀 가능성에 더 많다는 것을 알 수 있다. Fig. 12의 (a), (b)처럼 대표적으로 최대 200 N의 랜덤 기진력이 가해질 때, 마찰이 없을 때와 있을 때의 접촉깊이 변화 이력을 보면, 튀는 회수가 마찰이 있을 경우에 더 많음을 확연히 알 수 있다.

제품 공정 관점에서 볼 때, 틱현상으로 인해 산화 부착물이 균일하게 제거되지 못하므로, 판재의 두께 및 표면이 불균일해 지는 저품질 제품이 만들어지기 때문에 진동변위폭이 작으면서 틱 현상이 없든지 최소화 될 수 있도록 해야 한다. 이를 위해 압연 공정

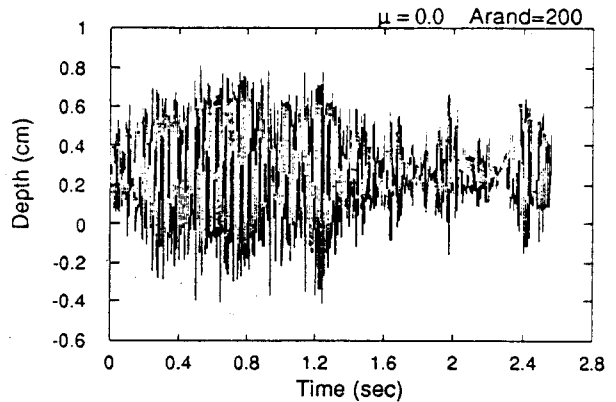
Table 1 Probability of bouncing in the percentage of the total time response

Maximum amplitude of random force	Probability of bouncing (%)			
	With constant stiffness <sup>③</sup>		With time-varying stiffness	
	$\mu=0.0$ $K_c=4.74*10^6$	$\mu=0.3$ $K_c=4.24*10^6$	$\mu=0.0$ ① $K_c=K_{c1}$	$\mu=0.3$ ② $K_c=K_{c2}$
10	0.0	0.0	0.0	0.0
30	0.0	0.0	0.0	0.0
50	0.0	0.10	0.0	0.49
75	1.27	6.15	3.13	5.47
100	4.49	10.5	7.81	7.32
150	11.5	20.3	12.6	12.6
200	17.0	25.8	14.6	18.8
250	21.5	30.3	19.3	23.3
300	24.6	34.8	24.6	28.7
500	33.2	41.3	32.4	37.2

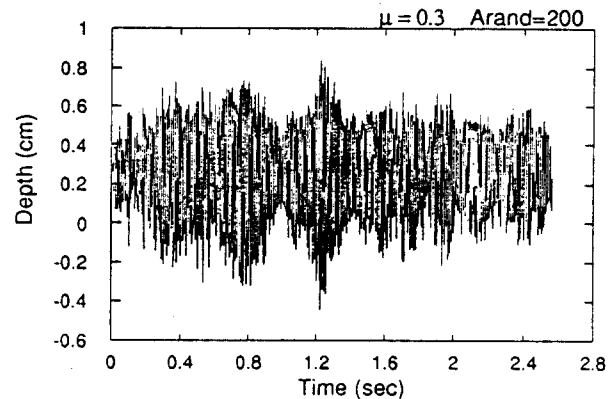
①  $K_{c1}$  is frictionless contact stiffness and defined as  $K_{c1}=6.0175*\Delta^{-0.4843}*F_{ac}$

②  $K_{c2}$  is friction contact stiffness and defined as  $K_{c2}=7.6092*\Delta^{-0.2323}*F_{ac}$

③ Because of the invalid assumption of constant stiffness for this model, use this probability only as a reference value.



a) History for the frictionless contact ( $\mu = 0.0$ )



b) History for the friction contact ( $\mu = 0.3$ )

Fig. 12 Time history for the depth of contact with depth-dependent contact stiffness with 200 N random force

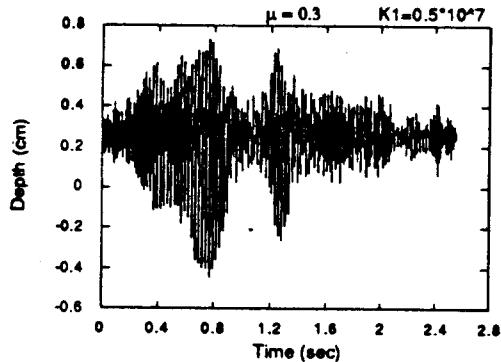
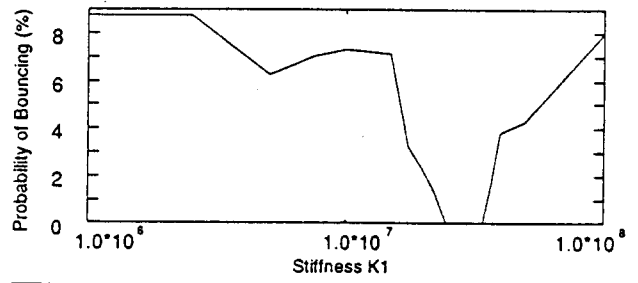
중의 가진력 크기를 압연기의 설계요소중 하나로 택할 수 있겠으나, 그것은 거의 불가능하다.

또 다른 방안으로는 유압 실린더의 설계변경을 통한 지지 강성의 변화가 있다. 어떤 특정 가진력을 가할 때 지지강성  $K_1$ 의 변화에 의한 틈현상의 변화 추세를 검토하였는데, 마찰이 있는 경우에 대해 뒤게 될 확률을 Table 2에 나타내 보였다. 초기 설계에서의 지지강성은  $1.0 \times 10^7$  N/m이었는데, 이를

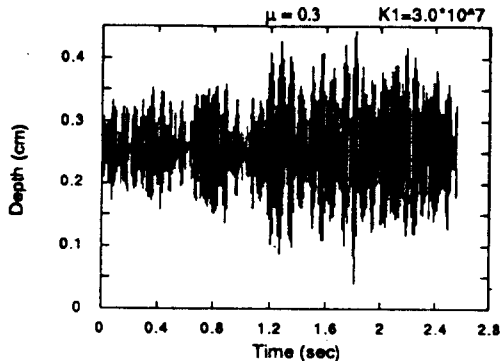
**Table 2** Probability of bouncing with the varying support stiffness  $K_1$

Maximum amplitude of random force (N)	Probability of bouncing (%) with varying $K_1$ For $\mu=0.3$				
	$0.5 \times 10^7$	$1.0 \times 10^7$	$2.0 \times 10^7$	$5.0 \times 10^7$	$10. \times 10^7$
75	3.42	5.47	2.83	1.56	3.22
100	6.25	7.32	2.34	4.30	8.01
150	13.2	12.6	7.03	10.8	12.8
200	18.8	18.8	14.6	14.9	17.6
300	28.3	28.7	28.5	24.4	25.8

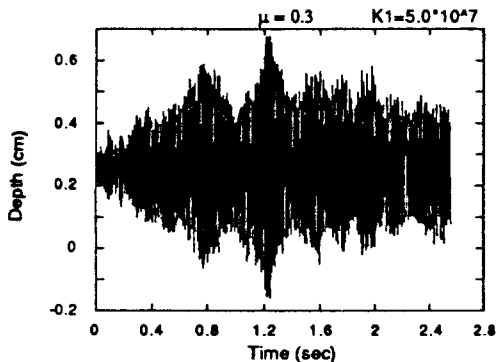
Typical Probability of bouncing for 100N random force



a) Depth of contact with  $K_1=0.5 \times 10^7$



b) Depth of contact with  $K_1=3.0 \times 10^7$



c) Depth of contact with  $K_1=5.0 \times 10^7$

**Fig. 13** Time history for the depth of contact with varying support stiffness for 100 N random force with friction ( $\mu=0.3$ )

$0.5 \times 10^7$  N/m부터  $10.0 \times 10^7$  N/m까지 변화시킨 결과 틈현상이 사라지는 영역이 있음을 알아냈고 그것은  $2.0 \times 10^7$  N/m에서  $5.0 \times 10^7$  N/m 정도였다.

최대 100N의 랜덤 가진력이 가해질 때 지지 강성 변화에 따른 틈현상 발현 확률이 Table 2의 안쪽에 도표로 표시되어 있다. 결국 마찰계수  $\mu$ 가 0.3이고, 최대 100N 랜덤 가진력이 가해질 경우 틈 현상을 방지하기 위한 지지강성  $K_1$ 은  $3.0 \times 10^7$  N/m로 선정될 수 있다. 여러 가지 지지강성값에 따른 접촉 깊이가 변화는 Fig. 13에 잘 나타나 있다.

#### 4. 결 론

본고에서는 현존하는 브러시의 변형 모형에 마찰력에 의한 영향까지를 포함한 식을 도출하였으며 해의 도출도 다른 기법을 택했다. 이러한 새로운 접근 방법을 통하여 모든 접촉 솔릿들을 고려한 접촉 깊이와 접촉강성의 상관관계를 표현할 수 있었다. 마찰이 있을 경우에는 무마찰의 경우보다 접촉하는 솔릿의 수가 증가하여 수직 접촉 강성은 상당히 커지며 수평 접촉 강성은 전체 모양이 완만해지는 경향을 보여주고 있다. 접촉강성을 이용한 모형에서 진동현상을 파악하는 방법으로 공진 가능성의 점검과 랜덤

기진력에 의한 진동변위 추적의 두 가지를 제시하였다. 일반적으로, 진동변위는 주로 기진력의 함수라 볼 수 있지만, 접촉 강성의 변화에도 지대한 영향을 받음을 알 수 있다. 마찰이 있는 경우가 없는 경우보다 더 많이 튀게 되는 현상이 발견되었으며, 접촉 깊이 변화에 따른 접촉강성 변화와 함께 접촉 마찰도 이러한 틱현상의 큰 변수임이 밝혀졌다. 틱현상의 제거 방법중 하나로, 적절한 지지강성을 갖는 지지기구를 선택하는 방안에 대해서도 언급하였다.

본 연구에서 다룬 압연기구가 실제와는 거리가 있을 수 있으나 틱현상에 따른 여러 폐해들을 고려할 때, 본고의 방법론을 적용할 경우 실제의 문제에 대한 적절한 해결책의 도출도 가능하리라 본다.

### 후 기

본 논문의 작성에는 Northwestern University의 K. F. Ehmann 교수로 부터 많은 도움이 있었음을 첨언한다.

### 참 고 문 헌

(1) Heinrich, S. M., Stango, R. J., and Shia, C.-Y.,

1989, "Effect of Workpart Curvature on the Stiffness Properties of Circular Filamentary Brushes," Mechanics of Deburring and Surface Finishing Processes, ASME, PED. Vol. 38, pp. 27~40.

(2) Stango, R. J., Cariapa, V., Prasad, A., and Liang, S. -K., 1989, "Measurement and Analysis of Brushing Tool Performance Characteristics-Part I: Stiffness Response," Mechanics of Deburring and Surface Finishing Processes, ASME, PED. Vol. 38, pp. 143~157.

(3) Stango, R. J., Heinrich, S. M., and Shia, C. -Y., 1989, "Analysis of Constrained Filament Deformation and Stiffness Properties of Brushes," ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 111, No. 3, pp. 238~243.

(4) Craig, Jr., R. R., 1981, "Structural Dynamics-An Introduction to Computer Method," John Wiley & Sons Inc., New York, Ch. 18, pp. 452~457.

(5) Wilson, E. L., Farhoomand, I., and Bathe, K. -J., 1973, "Nonlinear Dynamic Analysis of Complex Structure," Earthquake Engr. and Str. Dyn., Vol. 1, pp. 241~252.