

# 실용 기계공학을 위한 비선형진동의 과제

## 최 연 선

(성균관대학교 기계공학부)

국내 산업현장의 엔지니어들에게 대학에서 받은 기계공학교육이 산업현장에서 얼마나 유용하게 쓰이고 있는냐고 물어보면 대개 부정적인 대답을 한다. 산업현장에서 기계공학에 관련된 기술적인 문제가 발생하였을 때 기계엔지니어들은 대학에서 배운 것을 바탕으로 공학적으로 문제를 해결하고 있는 경우는 흔하지 않다. 반도체, 자동차 생산공장을 비롯한 국내 산업현장의 주요 생산기계는 외국제품이다. 생산라인의 신뢰성 확보, 고장 발생시 수리 가능성 여부를 고려하면 외국산 기계가 경제적이기 때문이다. 대학, 혹은 연구소에서 수행하는 기계 관련 연구가 산업현장에서 실용화되기까지는 여타분야에 비해 많은 시간과 try and error를 요구하고 있는 것이 현실이다. 실용화 측면에서 기계공학은 결코 쉬운 과제가 아니다. 기계공학의 실용화와 관련 그 본질과 비선형진동에 관련지어 검토해 보고자 한다.

### 1. 기계공학과 역학

기계공학은 영어로 Mechanical Engineering이다. Mechanical은 형용사이며 명사형은 Machine(機械)이 아니고 Mechanics(力學)이다. 이는 개화 초기 일본인의 번역과정에서의 오류일 뿐, 미국을 비롯한 서구유럽의 기계공학은 기계가 아닌 역학을 의미하고 있다. 기계공학과는 기계를 배우는 학과가 아니고 역학을 공부하는 학과이다. 기계공학과에서는 인쇄기계, 섬유기계, 건설기계등 기계를 배우기 보다 동역학, 유체역학, 고체역학, 열역학 등의 역학을 주요 교과목으로 배우고 있다.

역학이란 무엇인가? 힘과 운동을 배우는 학문이다. 즉, 뉴턴의 운동법칙  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ 를 배우는 학문이다. 여기서  $\sum \vec{F} = 0$  이면 정역학(statics),  $\sum \vec{F} \neq 0$ 이면 동역학(dynamics)으로 구분되고, 가속도  $\vec{a}$ ,

속도  $\vec{v}$ , 변위  $\vec{r}$  등 운동에 대해서 배우는 학문은 기구학, 혹은 운동학(kinematics)이고, 운동과 힘의 관계 즉,  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ 를 배우는 학문은 운동역학(kinetics)이다. 물체의 운동형태에 따라 표 1 과 같이 물체는 질점(particle), 강체(rigid body), 변형체(deformable body)로 나눌 수 있다. 이에 따라 동역학은 질점역학(particle dynamics), 강체역학(rigid body dynamics), 진동학(vibration)으로 구분한다.

질점은 크기는 없고 질량만 있는 물체로서 실제 존재하지는 않는다고 생각한다. 그러나 물체의 질량 중심 운동은 직선이든 곡선이든 점의 운동이다. 이러한 점의 운동을 병진운동(translation)이라 하고 질량중심을 질점으로 보고 이를 해석하는 분야가 질점역학이다. 질점으로서 크기가 없어 회전운동을 고려할 수가 없다. 여기에서 크기는 있으나 변형이 없는 물체, 즉 강체를 가상하여 물체의 회전운동(rotation)을 고려한다. 강체는 변형이 없는 이상화된 가상의 모델로 오해할 수 있으나 물체의 운동 중 고유진동수가 영(zero)인 강체모드 운동을 고려할 때 필요한 개념이다. 나아가 물체를 변형체로 가정하면 변형체역학이 된다. 변형에는 병진변형과 회전변형이 있다. 변형체에 외력을 가하면 변형이 되면서 보존력과 비보존력 형태의 내력으로 변환되는 바, 보존력을 스프링력으로, 비보존력을 감쇠력으로 대표한다. 여기서 스프링력이란 스프링은 물론, 봉(rod), 축(shaft), 보(beam)등 구조물이 변형될 때 구조물 자체에 보존되는 힘을 말한다. 감쇠력은 점성감쇠는 물론, 마찰기인감쇠 이력감쇠(hysteretic damping) 등을 포함한다. 따라서  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ 로부터  $\sum F = F_{ext}(t) - F_{spring} - F_{damping}$  이 되어 아래와 같은 기계공학계의 지배방정식이 되는 것이다.

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (1)$$

표 1 운동과 역학

	질점	강체	변형체
운동	병진운동	회전운동	변형운동
운동방정식	$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$	$\Sigma M = \dot{M} = I\alpha$	$F = kx$ $M = k\theta$
학문분야	질점역학	강체역학	변형체역학

기계공학에서 스프링, 질량, 감쇠 모델은 가상의 모델이 아니라 실제 기계계를 표현한 모델이다. 위 식은 1자유도 병진운동을 모델링 한 경우이며, 기계계에는 회전운동도 있을 수 있고 다자유도계, 나아가 무한자유도계, 즉 연속체로 모델링 될 수 있다. 학부과정에서는 질점역학과 강체역학을 동역학으로, 변형체역학을 진동학으로 배우고 있다.

기계공학에서는 세상의 물체를 고체, 액체, 기체로 나누어서도 공부한다. 각각의 상태 변화는 열역학에서 공부하며, 고체는 고체역학에서, 액체와 기체는 액체역학, 기체역학으로 분류하기 보다 유체역학으로 공부한다. 이는 무수히 많은 입자를 동시에 기술할 수 있는 Eulerian description 입장에서 보면 액체와 기체는 동일한 형태의 운동방정식이 되므로 이를 유체역학에서 공부하게 되며, 고체는 한 개 물체의 이동으로 보아 Lagrangian description이 된다. 당연히 고체역학이 유체역학보다 수식이 간단해 지므로 일반적으로 학부과정에서 유체역학을 배우기 이전에 고체역학을 배운다. 고체는 질점, 강체, 변형체로 볼 수 있고, 고체역학에는 고체정역학, 고체동역학이 있다. 유체역학에도 유체정역학, 유체동역학이 있다. 유체역학에서 incompressible fluid는 강체역학의 입장이고 compressible fluid는 변형체역학의 입장이다. 현 학부 2학년 과정의 고체역학은 엄밀히 고체정역학에 해당하는 내용이고, 기계진동학은 고체동역학이며, 음향학은 유체동역학의 한 부분이다.

이와 같이 기계공학, 즉 역학은 대상물체의 운동 형태에 따라 시스템을 모델링하여 지배방정식을 만들어 힘과 운동의 관계를 이해, 응용하는 학문인 것이다. 기계공학이 여타 공학과 다른 점은 문제해결 방식에서 주어진 문제를 모델링하는 데 있다. 역학의 문제를 힘과 운동의 관계로부터 시스템을 모델링하고 지배방정식을 유도하여 시스템의 특성을 이해함으로써 설계변수 혹은 운전조건을 변화시켜 원하는 output을 얻고자 하는 것이 기계공학의 주요 내용이다.

## 2. 전자공학과 기계공학

최근 전자공학에서 다루는 분야는 전자회로, 통신, 컴퓨터, 전자재료, 전력변환 등 대상 범위가 점차 넓어지고 있으나 제어 및 시스템 등 기계분야와 관련 지어 생각할 수 있는 분야만으로 국한하여 기계공학과 대비해 보자. 전자공학의 기본요소인 코일, 콘덴서, 저항은 기계공학의 질량, 스프링, 감쇠 요소와 같은 기능을 하므로 전자공학의 지배방정식이나 기계공학의 지배방정식은 근본적으로 같은 형태를 갖는다. 이와 같이 시스템의 지배방정식이 같은 형태이므로 전자공학에서 쓰이는 수학 및 전산테크닉 등 해석방법도 기계공학과 상당히 유사하다. 그러나 전자공학과 기계공학은 대상 시스템이 다를 뿐 아니라, 아래의 표 2와 같이 각기 다른 특성을 갖는다.

전자공학 대상제품으로서 PCB기판을 보면 PCB기판은 2차원적으로 부품이 배열되어 있고 개개의 기판은 입력과 출력의 관계가 대개 정적(static), 선형(linear)이다. 기본소자에서 전자공학과 전자공학 관련 부품은 소형, 저가가 가능하고, 다양한 부품의 조합에 의해 표준화된 기능을 완수할 수 있는 Module 제작도 가능하여 단순 특정기능의 조합에 의해 보다 복잡한 기능을 완수할 수 있는 전자제품이 만들어 질 수 있다.

반면 기계공학의 대상 제품은 링크, 캠, 축, 기어, 베어링 등 기계부품의 조합으로 이루어지며 일부 표준화 부품도 있으나 전자공학에서와 같이 Module화는 거의 불가능하다. 기계구성은 대개 3차원공간에서 구성되며 개개의 부품은 동적 현상을 수반하는 것이 대부분이다. 또한 전자공학에서는 부품

표 2 전자공학과 기계공학의 특성

	전자공학	기계공학
기본부품	코일, 저항, 콘덴서 Transistor, IC	Link, Cam, Bearing, Gear, Shaft
부품가격	저가	고가
Module 화	가능	불가능
차원	2 차원	3 차원
시간항	Statics	Dynamics
선형성	Linear	Nonlinear
대상	제어	End effect

의 조합 및 보조회로를 이용하여 선형영역만을 대상으로 할 수 있으나 기계공학에서는 다수의 부품조합이 불가능하여 비선형성이 제거되기 어려운 경우가 많다. 조합된 기계에서도 간극, 마찰 등의 비선형 요소는 여전히 남아 있어 비선형 요소를 제거하기는 쉽지 않다. 다만 기계와 관련한 전자공학 제품은 주로 제어를 담당하나 기계관련제품은 end effector로써 실제 일(work)을 한다. 여기에 무시할 수 없는 기계의 고유영역이 있다.

### 3. 기계개발과 기구학

새로운 기계를 개발하기 위해서는 먼저 기계가 해야 할 운동을 정의하여 각 부품의 기구학적(kinematics)운동을 계산하여야 한다. 다음 그러한 기구학적 운동을 하기 위한 힘, 부하를 운동역학적(kinetics)으로 계산하고, 고체역학과 공업재료학 등을 바탕으로 힘과 부하에 견딜 수 있는 부재의 형상 및 재료를 선정하고 설계도면을 그려서 생산현장으로 넘기게 된다. 생산현장에서는 설계도면을 구현하기 위한 각종의 생산방식, 즉, 용접, 프레스, 기계 가공 등의 방법을 동원하여 부품을 만들고 부품을 조립, 검사하여 출고하는 것이 일반적인 기계생산 과정이다. 기계공학은 이상의 기계 생산단계에서 설계단계를 제품공학(product engineering)으로, 생산 단계를 생산공학(production engineering)으로 구분하기도 한다.

이상에서 본 바와 같이 기계개발의 첫 단계는 기구학이다. 기구학적 아이디어는 기계개발의 제일 중요한 요건이다. 내연기관은 왕복운동을 회전운동으로 바꾸는 기계이고, 자동차는 엔진의 회전운동을 양쪽 바퀴의 회전운동으로 변환하는 기계이고, 재봉틀은 축의 회전운동을 바늘의 상하운동과 옷감의 이송운동으로 변환시키는 기계이다. 생산현장에서의 자동화기계는 작업내용에 따라 다양한 기구학적 운동의 조합으로 구성된다. 기구학적 아이디어는 캠, 링크, 기어, 축 등을 어떻게 조합하여 요구하는 운동을 만드느냐의 문제이다. 기구학적 운동의 기본 mechanism은 이미 많이 발표되었으므로 어떻게 조합하여 새로운 기계를 만드느냐 하는 것이 문제이다. 예를 들면 회전운동을 병진운동으로 혹은 간헐운동으로 변환하는 mechanism에 관한 자료는 얼마든지 있다. 다만 보다 경제적이며 정밀하고 안전한 기계개발을 위한 기구학적 아이디어의 구현이 문제이다.

표 3 기구 구성 방법 비교

	공압	유압	전기	기계
구성의 난이도	易	易	易	難
가격	高	高	高	低
내구성	低	低	中	高
힘	小	大	中	大 ↔ 小
정밀도	低	低	高	高, 低
속도	低	低	低 ↔ 高	高

기구학적 아이디어의 구현 방법으로 순수 기계적 방법 이외에 공압, 유압, 혹은 전자기적 방법을 이용하여 복잡한 운동을 보다 간편하고 정확하게 구현하는 방법이 있다. 최신 기계는 순수 기계공학적인 내용으로만 이루어지기 보다 유공압 혹은 전자기적 내용을 많이 포함하고 있는 경우가 점차 많아지고 있다. 여기서 기구학적 기계 구현 방법으로서 공압 혹은 유압을 이용한 경우, 모터, 전자석 등을 이용한 경우, 캠, 링크, 기어 등으로 순수 기계적 기구를 사용한 경우 등 방법을 비교해 보자. 표 3은 각각의 경우를 비교한 내용이다.

공압은 공기를 압축기를 이용하여 대기압보다 높은 압력을 얻어 공기의 흐름을 각종의 밸브로 제어하여 병진운동은 실린더로, 회전운동은 공기모터로 구현하며 각각의 운동을 필요한 운동량만큼 시간별로 쉽게 제어하여 생산현장의 자동화 구현에 많은 역할을 담당하고 있다. 유압은 기중기, 불도저 등 건설기계와 사출기 등과 같이 대용량의 부하가 필요한 기계에 많이 이용되고 있다. 전기를 이용한 기계 기구의 구현은 서보모터는 물론 유공압 제어 밸브의 전자석 등 다양하게 쓰이고 있다. 기계에 전기적 내용의 응용은 직접 일을 하기 보다 PLC, 컴퓨터에 의한 기계제어에 더 많은 응용성이 있다.

유공압 및 전기적 방법은 표 3에 보인 바와 같이 용량, 가격, 내구성, 정밀도 등에서 순수 기계적 기구 구성에 비해 경제성을 갖기가 어렵다. 다만 기계 구성 및 제어의 용이성으로 인하여 현재 산업현장에서는 간이 자동화 시설 개발에 유공압 및 전기적 방법이 많이 쓰이고 있다. 캠, 링크 기어 등 순수 기계 부품만을 조합하여 만든 기계, 예를 들면 인쇄기계, 섬유기계, 농기계 등은 각각의 부품의 공간적 배치, 부품의 조달 및 기구학(kinematics)과 운동역학(kinetics) 계산은 쉽지 않으나 기계의 내구성, 고속성, 정밀도 유지, 대부하에 견디는 견고성 등을 고려하면 공압, 유압을 이용한 기계에 대하여 상대

적 우위가 있다. 물론 사용되는 기계의 종류와 작업 조건에 따라 제어의 방법은 달리 결정될 수 있으나 캠, 링크, 기어 등의 조합에 의한 기계구성은 나름대로의 가치가 있다.

기계구성이 캠, 기어, 링크 등 기계요소로 구성되는 경우 각각의 부품이 3차원 공간에서 동역학적으로 움직임에 따라 역학적인 해석이 쉽지 않다. 특히 정밀, 고속, 고부하의 기계에서는 운동방정식에 비선형 요소를 포함하게 되며 동적 현상도 비선형 특성을 보이는 경우가 많아지게 된다. 개별 부품의 조합시 부품간의 상대운동 부위에서 간극, 마찰 등의 비선형 요소가 개재된다. 실제 기계의 운전 중 발생하는 고장의 주요 원인은 tolerance, backlash, 윤활, 볼트 조임 등 비선형 요인이 많이 관여된다. 즉, 기계개발에서 순수 기계적 방법은 유공압 혹은 전기적 방법에 비해 상대적 우위가 있으며, 문제는 3차원, 동역학, 비선형 문제로 귀결된다.

#### 4. 기계계의 비선형 진동

Rosenberg 교수는 세상을 바나나와 바나나가 아닌 것으로 구분할 때 바나나에 해당하는 것이 선형 현상이고 바나나가 아닌 것이 비선형 현상이라고 하였다<sup>(1)</sup>.  $x^2$ ,  $\sin x$ ,  $e^x$ 는 물론  $y=3x+1$ 도 선형의 정의, 동질성의 원리(principle of homogeneity)와 중첩의 원리(principle of superposition)로 부터 비선형 함수가 된다.

$$L\{ax(t) + \beta y(t)\} = aL\{x(t) + \beta L\{y(t)\}\} \quad (2)$$

일상 자연계의 현상은 대부분 비선형적이다. 기계 및 전자시스템에 비선형 요인은 얼마든지 있다. 기계계의 지배방정식은 식 (1)과 같이 관성항, 감쇠항, 강성항, 외력항으로 구성된다. 각각의 경우에 비선형이 나타나는 경우는 다음과 같다<sup>(2,3)</sup>.

관성항에서의 비선형은 연성(coupling)과, Coriolis 가속항, 자이로 효과 (gyroscopic effect) 등에 의해 발생한다. 특히 좌표계가 직교좌표가 아닌 극좌표(polar coordinate), 구좌표(spherical coordinate) 등 다른 좌표계로 나타낼 때 관성항은 비선형이 된다. 감쇠항에서 이력감쇠(hysteretic damping), 마찰, 양력(lift force)과 항력(drag force)을 일으키는 공력감쇠(aerodynamic damping)는 비선형 형태이다. 점성감쇠는 극히 특수한 경우의 감쇠 형태이고 실제로는 보다 복잡하며 아직 감쇠 mechanism이 명확히 이해되지 못하는 비선형 형태가 대부

분이다. 다만 감쇠항이 관성항과 강성항보다 작아 점성 감쇠로 가정해도 큰 무리가 없는 경우에 선형 형태의 점성감쇠로 가정하는 것이다. 식 (3)의 Van der Pol 식은 감쇠항에 비선형이 있는 대표적인 운동방정식으로서 진공관 작동과 관련하여 유도된 식이다.

$$\ddot{x} - a(1-x^2)\dot{x} + x = 0 \quad (3)$$

$$\ddot{x} + k_1x + k_2x^3 = 0 \quad (4)$$

강성항이 비선형이 되는 경우는 간단한 단진자의 운동에서 각변위가 커지면  $\sin\theta \approx \theta$ 로 볼 수 없어  $\theta^3$ ,  $\theta^5$  등 비선형항이 추가된다. 식 (4)와 같이 강성항에 3승항이 있는 경우는 Duffing식으로서 비선형 관련 이미 많은 연구가 되었으나 아직도 혼돈운동(chaotic motion), 정규모드(normal mode)등과 관련하여 많은 연구가 진행되고 있는 비선형 진동의 대표적인 연구과제이다. 일반적으로 변형이 큰 경우에는 기하학적 비선형(geometrical nonlinear)이, 그리고 재료의 변형이 탄성의 범위를 초과하는 경우에는 재료비선형(material nonlinear)이 강성항에 나타나게 된다. 또한 간극 혹은 백래쉬(backlash)에 의한 편적선형(piecewise-linear)현상도 비선형 강성문제가 된다<sup>(4)</sup>. 외력항에 변위, 속도항을 포함하고 있으면 자력진동(self-excited vibration), 혹은 매개변수 가진진동(parameter excited vibration)이 되며 외력항에 비선형항이 있는 경우, 역시 비선형 진동 특성을 보이게 된다<sup>(5)</sup>. 이상과 같이 기계계에서 발생하는 비선형은 간극, 마찰, 대변형, 연성(coupling), 비선형 외력항 등 운동방정식상에 나타나는 결과로서 분류할 수도 있으나 실제 기계계별로 구분해 보면 비선형 문제가 보다 광범위하게 있음을 알 수 있다.

자동차를 예로 보면 자동차엔진의 crank-piston 기구는 crank shaft와 connecting rod사이, connecting rod와 piston pin, piston과 cylinder의 벽면사이에는 간극이 존재한다. Piston slap은 piston과 cylinder의 벽면사이의 간극에 기인한 비선형 현상이다. 또한 crank mechanism의 해석에서 crank shaft와 connecting rod의 굽힘 변형을 고려하면 연성에 의한 복잡한 비선형 운동방정식이 유도된다<sup>(6)</sup>. 엔진의 캠구동장치는 밸브의 개폐시기를 결정하는 엔진의 주요 부품이다. 캠의 종동부의 운동은 캠형상에 따른 매개변수 가진을 받아 캠과 접촉, 분리의 비선형 운동을 유발한다<sup>(7)</sup>. 자동차 구동계에서 clutch는 편적선형강성(piecewise-linear stiffness)과, Hysteresis를 가지는 전형적인 비선형 문제이고, 수동변속기의 기

어는 기어 backlash에 의한 rattle현상과 기어물림과 정에서 물림틀에 따른 강성의 변화에 기인하는 whine 소음을 유발할 수 있다<sup>(8)</sup>. 기어의 물림강성은 전달하중에 따라 기어의 변형을 가져오게 되어 보다 원활한 물림을 위해서는 기어의 치형 수정이 필요하며 치형 수정은 기어 구동계의 비선형운동에 대한 이해를 필요로 한다. 차동장치의 기어는 보다 큰 대하중을 받으므로 하이포이드 기어를 쓰고 있으며 역시 기어소음을 줄이기 위해서는 치형 수정에 따른 기어의 변형을 고려한 비선형 운동방정식의 이해가 필요하다. 자동차의 조향장치는 링크기구의 조합으로서 병진운동과 회전운동의 조합에 의한 비선형운동방정식을 유도하고 조정안정성 문제인 shimmy 현상을 일으킨다<sup>(5,9)</sup>. 자동차 브레이크에서 발생하는 squeal 소음은 마찰 기인 비선형진동으로서 속도변화에 따른 마찰계수의 변화에 따라 소음의 발생 여부가 결정되게 된다<sup>(10)</sup>. 자동차의 현가장치는 진동 절연 효과를 얻기 위한 장치로서 다양한 도로 및 주행여건에 적합하도록 설계되어야 한다. 이는 능동 제어 현가장치 개발이 필요한 이유이기도 하다. 외국에서 설계한 현가장치 중에는 현가 스프링의 가운데가 볼록한 형태이거나 장고형 등 특이한 경우가 있다. 비선형성을 이용한 경우로서 보다 넓은 주파수 영역에서 진동 절연효과를 얻기 위함이다. 엔진 및 변속기의 마운트고무는 고무의 기계적 특성상 비선형을 갖게 되므로 최적의 진동 절연을 위하여는 마운트고무의 형상 및 재질에 기인하는 비선형성을 연구하여야 한다. 최근 국내 자동차의 마운트고무 또한 단순 원통형이 아니게 설계하고 있는 것은 고무의 비선형을 고려한 결과이다.

최근 관심이 고조되고 있는 고속 전철에서도 비선형 현상은 다양하게 나타난다. 근본적으로 고속, 고부하인 고속전철은 기존의 저속 일반 전철에 비해 고속에 의한 비선형 영향을 무시할 수 없게 된다. 궤도에서의 대차 탈선 문제는 자동차의 shimmy현상과 같이 연성에 의한 비선형 현상으로서, 안정성과 관련되는 문제로서 최적의 선로조건, 최적 기차바퀴의 형상을 만들기 위해서는 비선형 해석이 요구된다<sup>(11)</sup>. 현가장치, 제동장치 및 구동기어 역시 자동차경우와 같이 비선형성을 내포한다. 특히 전력 인입장치인 집전계에서는 pantograph가 전차선(trolley wire)으로 부터 분리되는 이선 현상을 유발하여 고속전철의 속도의 한계를 결정하는 비선형 현상을 유발한다<sup>(12)</sup>.

펌프, 모터, 압축기, 제트엔진 등의 회전기계는

기계의 동력원으로서, 혹은 동력을 직접 응용하는 기계로서 중요도를 간과할 수 없는 분야이다. 저속 회전에서 문제되지 않는 것도 고속, 대부하의 회전 기계에서는 비선형성이 문제된다. 전체 베어링 간극 및 베어링 강성 변화는 고속 회전기계에서 무시할 수 없는 비선형 현상이다<sup>(13)</sup>. 회전자의 선회(whirling)에 의한 회전자와 고정자의 접촉에 의한 마멸현상(rubbing)은 접촉, 비접촉의 비선형 현상이며 접촉시 마찰효과는 문제를 더욱 복잡하게 하는 비선형 현상이다<sup>(14)</sup>. 축의 굽힘에 의한 회전자의 선회 운동과 사각형 축(square shaft)의 회전 운동은 비선형성을 유발하게 된다. 특히 유체유동과 관련 송풍기, 압축기, 펌프 등 유체기계에서는 유체에 의한 연성을 일으켜 문제를 어렵게 하는 비선형 요인을 유발한다. 배관계(piping system)의 진동, 역시 고체와 내부 유체의 유동에 의한 비선형 연성을 유발한다. 이상과 같이 기계계에서의 비선형 현상은 아주 광범위하게 발생하며 고속, 고부하, 고정밀을 요하는 경우에는 대개 비선형과 관련된 경우이다<sup>(15)</sup>.

## 5. 비선형 진동 현상과 해법

지배방정식이 비선형인 경우 컴퓨터에 의한 수치 해석이 가능하기 이전에는 해석이 불가능한 경우가 많았다. 수치해석이 보편화되기 이전에 비선형 해법으로 Poincare가 고안한 섭동법(perturbation method)은 이후 Lindstedt법, 평균법(method of averaging), 다중 시간법(multiple time scale method)등으로 발전하였으나 풀이 과정의 복잡성을 감안하면 결코 쉬운 방법이 아니다. 섭동법은 비선형성이 약한 경우에만 적용되는 경우로서 강비선형(strong nonlinear) 문제에는 적용할 수가 없다. 최근 위상기하학(topology) 등을 이용한 해법이 소개되고 있으나 난해할 뿐만 아니라 완전한 해석에는 여전히 한계가 있다<sup>(16)</sup>. 수치해법은 강비선형문제에도 적용할 수 있는 방법이나 올바른 알고리즘 적용과 더불어 전산기의 round-off error 등의 문제가 따르고 있어 수치해의 정확성에는 문제점이 제기되기도 한다. 또한 수치해법은 맞든 틀리든 해는 있으나 해의 정확도와 더불어 해의 물리적 의미를 이해하기에는 한계가 있다.

비선형 운동방정식의 완전한 이론적 해석절차는 아래의 3단계를 거친다.

첫째, 평형해(equilibrium solution)해석으로서 평형해는 안정, 불안정해를 포함하여 상평면(phase

plane) 상의 한 점으로 표시되는 고정해 (fixed solution), Poincaré 평면상의 점으로 표시되는 주기해 (periodic solution) 혹은, 준주기해 (quasi periodic solution) 등  $t \rightarrow \infty$  일 때의 해를 말한다. 여기서 평형해는 하나 혹은 2개 이상의 복수의 해도 발생할 수 있다.

둘째, 안정성 해석 (stability analysis)은 평형해 중에서 물리적으로 가능한 안정해 (stable solution)를 찾는 과정이다. 즉 현실적으로 발생하는 해를 찾는 과정이다.

셋째 흡인영역 (domain of attraction) 해석은 안정해가 되기 위한 초기조건의 집합을 찾는 과정이다.

실제로 이상의 3단계를 전부 거치는 경우는 흔치 않다. 각각의 필요에 따라 단계별로 진행하면 된다. 이러한 비선형 해법은 선형응답이 단일 확실한 답을 주는데 비해 case by case 형태로 복잡한 양상을 갖는다. 하나가 아닌 다중해 (multiple solutions)가 될 수도 있고 가진 주기 (existing period)의 복수 배의 주기를 갖는 복수해 (superharmonics), 혹은 분수 배의 주기를 갖는 분수해 (subharmonics)가 될 수 있다. 도약현상 (jump phenomenon), 한계사이클 (limit cycle), 동기화 (synchronization), 혼돈운동 (chaotic motion) 등 다양하고도 복잡한 현상이 발생하게 된다. 혼돈운동은 뉴턴 이후 300년 역학 역사상 새로운 전기를 마련함으로써 기계공학, 전자공학, 수학, 물리학, 나아가 생물학, 화학공학 등에서 조차 많은 관심을 보이고 있는 자연현상이다.

선형이론으로는 설명될 수 없는 특이한 자연현상을 이론적으로 설명할 수 있는 비선형 이론은 학문적으로 매력을 느끼기에 충분하다. 그러나 비선형 해석은 간단하지 않을 뿐만 아니라 해의 정확성에도 한계는 있다. 그렇지만 실제 발생한 현상이 비선형이라면 모델링 과정에서 비선형을 포함하여 비선형 해석을 하여야 하고 그 현상을 이용하거나 회피하는 방법을 찾아야 한다. 이를 위해서는 비선형이론에 대한 이해가 있어야 한다.

기계의 운전 중 발생하는 진동, 소음은 전달과정에서 잡음이 섞일 가능성이 많을 뿐만 아니라 진동원이 다양하고 복잡하여 Random 신호인 것처럼 보이는 경우가 많다. 그러나 많은 경우 선형이론만으로 측정된 진동을 해석하기에는 불충분하다. 물론 비선형이론이 측정된 결과를 완전히 설명할 만큼 간단한 경우도 많지는 않으나 비선형 이론을 알고 측정된 데이터를 관찰한다면 보다 실제에 근접한 결과를 유추할 수 있다. 보다 확실하고도 빠른 해결 수

단을 강구해야 하는 기계공학 관련 제품 생산 업체에서는 많은 실험을 바탕으로 제품의 문제점을 찾고 있다. 이는 기계공학의 특성상 비선형 요인이 개재될 가능성이 많고 선형이론에 입각한 설계단계에서는 예측하기 어려운 문제는 try and error식의 실험 방법으로 해결을 시도하는 것이다. 일반적으로 기계계의 문제가 비선형 요인과 관련되는 경우가 많은 만큼 비선형 이론을 이해하고 있다면 실험의 비용과 시간을 절약하면서 보다 유용한 결과를 얻을 수 있을 것이다. 실험적으로 측정된 데이터로부터 비선형 현상을 확인하고 나아가 원인을 밝혀 대처 방안을 마련하려면 비선형에 대한 이해가 필요할 것이다. 이와 같이 비선형에 대한 이해를 바탕으로 기계계의 특이 현상에 대한 근본적인 원인을 추적, 대처할 수 있고, 이후 설계에 반영한다면 보다 안전하고 정밀한 고부가가치의 기계를 제작할 수 있을 것이다. 이것이 기술이고 이면에서 국내 기계공업은 해외에서 경쟁력을 확보하지 못하는 원인이기도 한 것이다.

## 6. 결 론

최근 국내 경기가 안 좋다고 한다. 고임금, 고금리보다도 고비용, 저효율 구조에서 기인한다고 하고, 그간의 곁핍기식 국내 산업계의 기술력이 한계 상황을 드러낸 결과라고 한다. 결국은 기술력에서 해답을 찾아야 한다. 기계 분야의 기술력은 새로운 이론, 새로운 기계 개발이 아니라 기존의 역학 이론에 대한 확실한 이해를 바탕으로 보다 정밀하고 안전한 고부가가치 제품의 개발능력이다.

학문은 근본적으로 try and error의 횟수를 줄이는데, 즉 경험적 요소를 줄이는데 그 목표가 있다고 본다. 기계공학은 근본적으로 시스템을 모델링하여 시스템의 물리 (physics), 즉 힘과 운동을 이해하여 응용하는 역학 (mechanics)이고 기계의 기구학적 조립은 전자회로에서와 같이 비선형 요인이 쉽게 제거될 수 없는 한 기계공학에서 비선형 이론은 결코 간과해서는 안될 것이다. 기계개발 및 운전과정에서 try and error식의 경험에 의존하고 있는 국내 기계공업은 이미 많은 경험을 축적한 구미 선진 공업국과 세계시장에서 경쟁하기에는 시간이 없다. 다행히 최근 공학은 컴퓨터의 발전과 더불어 비선형 운동방정식에 대한 수치해석과 실험자료의 처리, 분석에서 많은 발전이 있으므로 여기에 비선형 이론을 바탕으로 한 기계공학 관련 연구 개발이 진척된다면 우리

의 기계공업 수준도 조만간 해외 선진 기계공업 수준에 접근할 수 있지 않을까 기대해 본다.

덧붙여 최근 대학에서 학부제 시행과 더불어 학문의 선택이 자유로와 진 만큼 학생들의 흥미유발을 위하여 기존의 난해한 역학교육을 줄일 필요가 있다고 거론하는 경우가 있다. 기계공학과와 본질이 역학에 있는 한 안된다고 생각한다. 오히려 당면 기계공학의 실용화 과제를 위하여는 보다 철저한 역학교육이 강조되어야 마땅하다.

### 참고 문헌

- (1) R. M. Rosenberg, 1961, "Nonlinear Oscillations", Applied Mechanics Reviews, Vol. 14, No. 11, pp. 837~841.
- (2) 한국소음진동학회, 1995, "소음진동편람", pp. 259~265.
- (3) 최연선, 1988, "동적 시스템의 강비선형에 대하여", 대한기계학회, 1987 동역학 및 제어부문 학술대회, pp. 13~19.
- (4) 인홍진, 최연선, 1991, "간극에 의한 기계계의 비선형 진동", 대한기계학회 논문집, Vol. 14, No. 3, pp. 381~395.
- (5) J. P. Den Hartog, 1956, "Mechanical Vibration", McGraw-Hill.
- (6) B. V. Viscomi, R. S. Ayre, 1971, "Nonlinear Dynamic Response of Elastic Slider-Crank Mechanism", J. of Engineering for Industry, pp. 251~262.
- (7) 김상욱, 최연선, 1988, "캠 구동기구의 Windup 및 Jump현상", 1988 대한기계학회 추계학술대회, pp. 327~330.
- (8) 신용호, 김기범, 최연선, 1994, "기어구동에 의한 화인진동해석" 대한기계학회논문집, Vol. 18, No. 1, pp. 3246~3252.
- (9) T. D. Gillespie, 1992, "Fundamentals of Vehicle Dynamics", SAE.
- (10) 정성균, 최연선, 1994, "브레이크 라이닝 패드의 마찰진동", 한국자동차공학회논문집, Vol. 2, No. 5, pp. 275~283.
- (11) V. K. Garg, R. V. Dukkipati, 1984, "Dynamics of Railway Vehicle Systems", Academic press.
- (12) 최연선, 최진민, 경진호, 1995, "고속전철용 집전시스템의 동적 해석", 1995 한국소음진동공학회 추계학술대회, pp. 142~147.
- (13) Y. S. Choi, S. T. Noah, 1987, "Nonlinear Steady-State Response of a Rotor Support System", ASME, J. of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability, Vol. 109, pp. 225~261.
- (14) Y. S. Choi, 1994, "Dynamics of Rotor Rub in Annular Clearance with Experimental Evaluation" KSME Journal, Vol. 8, No. 4, pp. 404~413.
- (15) W. Schiehlen, 1989, "Nonlinear Dynamics in Engineering Systems", IUTAM Symposium, Stuttgart, Germany, August 21~25.
- (16) A. H. Nayfeh, B. Balachandran, "Applied Nonlinear Dynamics", 1995, John Wiley & Sons, Inc.