

< 논 문 >

반무한보의 진동 인텐시티 측정에 대한 연구

A Study on Structural Intensity Measurement of Semi-infinite Beam

이 덕 영* · 박 성 태**

Dug-young Lee and Sung-tae Park

(1996년 8월 29일 접수; 1996년 12월 11일 심사완료)

Key Words : Structural Intensity(진동 인텐시티), Semi-infinite Beam(반무한보), Flexural Vibration(굽힘 진동), Near Field(근접장), Far Field(원거리장)

ABSTRACT

This paper investigated the practical use for measuring the structural intensity (power flow per width of cross section) in a uniform semi-infinite beam in flexural vibration. The structural intensity is obtained as a vector at a measurement point. One-dimensional structural intensity can be obtained from 4point cross spectral measurement, or 2-point measurement on the assumption of far field. The measurement errors due to finite difference approximation and phase mismatch of accelerometers are examined. For precise measurements, it would be better to make the value of $k\delta$ (wave number \times space between accelerometers) between 0.5 and 1.0. Formulation of the relation between bending waves in structures and structural intensity makes it possible to separate the wave components by which one can get a state of the vibration field. Experimental results are obtained from 2-and 4-point measurement performed at 200mm(near field) and 400mm(far field) apart from excitation point in random excitation. The results are compared with the theoretical values and measured values of input power spectrum in order to verify the accuracy of structural intensity method. 2-point method is suggested as the practical structural intensity method.

기 호 설 명

η : 수직 진동 변위 (normal displacement)
 i : 복소수 ($=\sqrt{-1}$)
 a : 반사 계수
 k : 파동수 (wavenumber)
 m : 선밀도 (mass per unit length)
 E : 영률 (Young's modulus)
 I : 단면 2차 모멘트

ω : 각진동수 (circular frequency)
 W : 진동 인텐시티
 x : 축방향 좌표
 t : 시간
 B : 굽힘 강성
 δ : 가속도계 설치 간격
 f : 진동수
 Re : 실수부
 Im : 허수부
 G_{ij} : 한쪽면 크로스 스펙트럼
 P_{in} : 입력 파워
 P_{th} : 이론 파워

*정회원, 울산전문대학 기계과

**울산대학교 자동차공학과

1. 서론

기계 구조물의 진동과 그로 인해 발생하는 구조물 전달음(structure borne sound)에 의한 소음을 저감시키기 위한 능동적인 대책으로 진동원의 규명과 진동의 전달 경로를 찾아 주위로 전달되는 진동 에너지를 흡수하여 제어하는 방법이 있다. 즉, 기계 구조물 내의 진동 에너지의 전달량과 주경로를 찾아 전달 경로를 차단하는 등 적극적으로 진동에 대처하는 기법이다. 이 방법은 다수의 운동 모드와 광역 주파수대에 걸쳐 유효한 방법이므로 보다 다양한 분야에 적용될 것으로 기대된다.

구조물의 동적 거동을 파악하는데 유용한 에너지 전달 특성을 파악하는 방법으로 현재 사용되고 있는 단순한 진동 레벨의 측정만으로는 어려운 점이 많다. 왜냐하면 진동 레벨이 에너지 레벨에 직접 관계되지 않기 때문이다. 따라서 단순한 진동 레벨의 측정보다는 구조물의 진동에 의해 발생하는 에너지 흐름의 분포를 파악할 수 있는 진동 인텐시티(structural intensity or vibrational intensity)를 측정하는 것이 유리하다. 여기서 진동 인텐시티란 단위 시간에 구조물 내의 단위 폭 단면을 흐르는 진동 에너지를 말하며 에너지의 크기와 방향성을 가진 벡터량이다. 따라서 진동 인텐시티 측정법은 구조체를 통한 파워 흐름의 경로를 정확히 파악할 수 있다는 큰 장점이 있으므로 구조물전달음의 방지 대책을 수립하는 경우와 최근 연구가 활발히 진행되고 있는 능동 진동 제어(active vibration control) 분야의 중요한 요소 기술로 활용이 기대된다^(1~8,12).

구조물의 에너지 흐름을 실험적으로 규명하는 진동 인텐시티에 관한 측정은 1970년 Noiseux에 의해 처음 소개되었다⁽¹⁾. 그는 한쌍의 양축(biaxial) 가속도계로 평판의 굽힘 진동 인텐시티를 측정하였는데, 그의 방법은 경계나 불연속 부위에서 충분히 떨어진 자유장(free field)에서만 활용할 수 있다. 한편 Pavić은 보 및 평판의 굽힘 진동 파워 흐름에 대하여 근접장(near field)을 포함한 일반적인 진동장에 적용할 수 있는 진동 인텐시티 측정법을 이론화하였다⁽²⁾. 비록 실험 결과들은 언급하지 않았으나 유한차분 근사법(finite difference approximations)을 활용한 측정식과 측정을 위한 신호 처리 과정들을 상세히 소개하였다. 그리고 Verheij는 그 이전까지 시간 영역에서 곱셈 및 시간 평균을 구하는 신호 처리

과정을 주파수 영역에서 크로스 스펙트럼 밀도(cross spectral density)로 구하는 방법을 소개하여⁽⁴⁾ FFT분석기를 사용한 진동 인텐시티 계측을 가능하게 하였다. 그 이후 보고된 대부분의 진동 인텐시티 측정은 Pavić이 제안한 식을 기본으로 하여 실험실에서 이상적인 단순한 구조물을 시편으로 하였으며^(5~8), 임의의 형상을 갖는 막대나 셸(shell)들에 대해서는 이론적인 검토와 전산 모의 실험 결과들이 보고되고 있다^(9~11). 그리고 Linjama는 주파수응답기법(frequency response technique)을 소개하였다⁽¹²⁾. 이 기법은 Pavić이 제안한 4점 측정법을 기본으로 하여 음향 인텐시티(sound intensity) 측정에서 활용하는 1점 변환기(1-transducer) 주파수응답법을 응용한 기법으로, 보편적인 2채널 FFT분석기를 사용하여 1개의 가속도계를 순차적으로 이동하여 진동 인텐시티를 측정할 수 있으나, 계가 정상(stationary) 상태인지를 확인해야 하는 불편한 점이 있다.

한편 센서의 부착으로 인한 질량 부하 효과와 국부적으로 강성이 증가하는 것을 방지하기 위하여 구조체 표면에 가속도계를 직접 부착하지 않고도 진동 인텐시티를 측정할 수 있는 레이저 간섭법(laser interferometer method)^(13~15)과 음향 입체 사진법⁽¹⁶⁾, 비접촉 변위계법(gap sensor)⁽¹⁷⁾ 등이 연구되고 있으나 현장에서 실용적으로 활용하기에는 기술적으로나 경제적으로 제약이 따른다.

이상과 같이 진동 인텐시티 계측은 음향 인텐시티와 유사한 물리적 개념으로 Pavić에 의해 전개된 이론을 근거로 여러 가지 실험적 방법들이 시도되고 있지만, 기계 진동장의 복잡성과 구조물 내부로의 접근이 제한되기 때문에 실제 측정에는 큰 어려움이 따른다⁽¹²⁾. 또한 Pavić의 이론에 포함되어 있는 유한차분법은 일반적으로 저주파 대역에서의 가속도계 상호 위상 오차(phase mismatching error)와 고주파 대역에서의 유한 차분 오차(finite difference spacing error)에 의해 신뢰도가 떨어진다⁽³⁾. 이러한 제약으로 인해 진동 인텐시티의 응용은 비교적 간단한 구조물에 적용되고 있으며, 근접장의 효과, 대상물의 굽힘 강성 값과 측정과의 관계, 실제 계측에 있어서의 오차에 대한 평가 등이 명확하게 처리되지 못하고 있기 때문에 계측 방법으로서 실용화는 되지 않고 있다⁽⁶⁾. 그러나 최근 다채널(Multi-channel) FFT분석기, 고정도 계측기, 컴퓨터 등을 이용한 데이터 처리의 발전에 동승하여 급속한 진전을 보이고 있다.

본 연구에서는 진동 인텐시티 계측의 실용화를 위

한 기초 연구로 일차원 반무한보(semi-infinite beam)를 대상으로 구조물의 굽힘 진동(flexural vibration)에 관련된 진동에너지를 계측에 대한 이론과 예상되는 오차에 대한 분석 및 근접장과 원거리장에서 입력 파워와 진동 인텐시티의 계측을 통한 전달 파워를 계산하여 이들 결과를 비교 검토하여 인텐시티 계측의 실용화를 위한 적절한 방향을 제시하고자 한다.

2. 진동 인텐시티 이론 해석

2.1 파동해와 진동 인텐시티

무한탄성 일차원 보에서의 굽힘파의 파동 방정식의 해는 다음과 같이 식 (1)로 표현된다⁽¹⁸⁾.

$$\eta(x, t) = \{ A e^{-ikx} + a A e^{ikx} + A_{-j} e^{-kx} + A_{+j} e^{kx} \} e^{i\omega t} \quad (1)$$

여기서 $k = (m/EI)^{1/4} \omega^{1/2}$ 로서 파동수(wavenumber), m 은 선밀도(mass per unit length of the beam)이다. 식 (1)에서, 우변의 첫 번째 항은 가진 원으로부터 양의 x 축 방향으로 진행되는 진행파, 두 번째 항은 경계나 불연속 부위로부터 반사되어 음의 x 축 방향으로 진행되는 후퇴파, 세 번째 항은 입력 위치에서, 네 번째 항은 진행파가 반사되는 경계에서 멀어짐에 따라 지수 함수로 소멸되어 가는 근접장과(near field waves)를 나타내며, 이들 근접장의 영향은 가진점 근처뿐만 아니라 경계점과 구조물 내의 임피던스 변화가 있는 구역에서도 일어난다. Pavić의 제안⁽²⁾과 같이 유한 차분 근사를 사용하면 진동 인텐시티는 다음 식 (2)와 같이 근사화 할 수 있다.

$$W(x, t) = \frac{B}{\delta^3} \{ \dot{\eta}_3(\eta_1 - 2\eta_2 + \eta_3) - \dot{\eta}_2(\eta_2 - 2\eta_3 + \eta_4) \} \quad (2)$$

여기서 B 는 굽힘 강성(bending stiffness), δ 는 x 축상의 측정센서 사이 간격, η_i 는 측정센서의 변위이며(x 축 양의 방향으로 $i=4 \sim 1$), $\dot{\eta}$ 는 η 의 시간에 대한 미분을 의미한다. 이 식 (2)는 진동하는 보의 순간 굽힘 파워 흐름 즉, 순간 굽힘 진동 인텐시티를 나타낸다. 그런데 실지 계측은 유한 시간 구간 동안 수행되므로 시간에 대한 평균값으로 취급하는 것이 편리하다.

식 (2)에 시간 함수들의 특성을 적용하면 진동 인텐시티의 시간에 대한 평균값은 다음의 식 (3)으로

표현된다.

$$\langle W(x, t) \rangle = \frac{B}{\delta^3} \langle \dot{\eta}_2(4\eta_3 - \eta_4) - \dot{\eta}_1 \eta_3 \rangle \quad (3)$$

그러므로 진동 인텐시티를 측정하기 위해서는 4곳의 다른 지점에서 동시에 보의 응답을 측정하는 것이 필요하다. 그런데 식 (3)에 의한 진동 인텐시티를 계산하기 위해서는 변위와 속도가 필요하다. 이들을 가속도로 통일하여, 보다 간단하게 주파수 영역에서 측정이 이루어질 수 있도록 식 (3)을 푸리에 변환(Fourier transform)하고, Verheij의 결과를 이용하면⁽⁴⁾

$$\langle W(x, f) \rangle = \frac{B}{\delta^3 \omega^3} \int_0^\infty \{ 4 \text{Im}G_{23} - \text{Im}G_{24} - \text{Im}G_{13} \} df \quad (4)$$

이 된다. 여기서 $\text{Im}G_{ij}$ 는 가속도 $\ddot{\eta}_i, \ddot{\eta}_j$ 의 한쪽면 크로스 스펙트럼 밀도(one-sided cross spectral density)의 허수부를 의미한다. 식 (4)에 의한 진동 인텐시티 측정법을 4점법(4 pts)이라 한다. 따라서 식 (4)는 근접장을 포함한 일반적인 진동 인텐시티의 평균값을 구하는 식이며, 4곳의 지점에서 동시에 가속도를 측정하여 크로스 스펙트럼 밀도를 계산하면 임의의 주파수들에 대한 진동 인텐시티를 구할 수 있다. 한편 보에 전달되는 파워를 식 (1)의 파동해로부터 속도와 가속도를 계산하여 각각 전단력과 굽힘 모멘트를 곱하여 $\langle W(x, f) \rangle$ 를 직접 구하면 다음 식 (5)를 얻을 수 있다.

$$\langle W(x, f) \rangle = \omega B k^3 [A^2 (1 - |a|^2) - 2 |A_{-j}| |A_{+j}| \sin(\phi_{-j} - \phi_{+j})] \quad (5)$$

여기서 $A_{-j} = |A_{-j}| e^{i\phi_{-j}}$, $A_{+j} = |A_{+j}| e^{i\phi_{+j}}$ 이다. 그러므로 진동 인텐시티는 식 (4)와 같이 가속도 신호 사이의 크로스 스펙트럼 값으로 구하는 방법 외에 위 식 (5)와 같이 파동해의 각 계수로부터 직접 구할 수도 있다. 이를 위해 식 (1)의 각 파동 성분을 개별적으로 분리해 보는 것을 고찰해 보면 다음과 같다.

식 (1)의 위치 의존 항을 다음 식 (6)으로 간단하게 표현할 수 있으며, 이를 활용하면 식 (7)과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\eta(x) = Z_+ + Z_- + Z_{-j} + Z_{+j} \quad (6)$$

여기서 $Z_+ = A e^{-ikx}$, $Z_- = a A e^{ikx}$, $Z_{-j} = A_{-j} e^{-kx}$, $Z_{+j} = A_{+j} e^{kx}$ 이다.

$$\begin{bmatrix} \eta \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -ik & ik & -k & k \\ -k^2 & -k^2 & k^2 & k^2 \\ ik^3 & -ik^3 & -k^3 & k^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_+ \\ Z_- \\ Z_{-j} \\ Z_{+j} \end{bmatrix} \quad (7)$$

식 (7)에서 k 는 파동수로서 주파수, 보의 제원으로 부터 결정되어지므로 4×4 행렬이 결정되고, 또 좌변의 공간 미분항은 계측 신호 데이터로부터 유한 차분 근사로 구할 수 있으므로 식 (6)의 각 Z 가 구해진다. 이와 같이 각 파동 성분을 분리할 수 있으면, 진행파, 후퇴파의 비율(반사계수: α)과 그 점에 걸리는 근접장 파의 크기 등을 알 수 있으므로 진동장을 파악할 수 있다.

2.2 원거리장에서의 진동 인텐시티

파동 방정식의 해 (1)에서 전체 보 길이의 굽힘 파장에 대한 비가 1이상이 되면 식 (1)의 우변의 세 번째 및 네 번째 항이 전체 파워에 미치는 영향은 1%이하가 되므로 무시할 수 있다⁽²⁾. 다시 말해 측정이 가진점이나 경계에서 파장 길이 보다 멀리 떨어진 구조물의 자유장 즉, 원거리장(free field or far field)에서 이루어지면 식 (1)의 파동 방정식의 해는 다음 식 (8)로 고쳐 쓸 수 있다.

$$\eta(x, t) = (Ae^{-ikx} + \alpha Ae^{ikx}) e^{i\omega t} \quad (8)$$

이 경우에는 전단력에 의한 인텐시티와 굽힘 모멘트에 의한 진동 인텐시티가 같아지므로 둘을 따로 구할 필요 없이 한쪽 성분을 구해 2배를 하면 전체 진동 인텐시티가 구해진다⁽¹²⁾. 길이가 파장의 2배인 유한보에서 진동 인텐시티의 전단력 성분, 굽힘 모멘트 성분을 이론 식으로부터 구해 본 결과에 의하면 1/2파장 이후부터 원거리장의 가정이 성립한다⁽¹⁹⁾. 따라서 진동 인텐시티 $\langle W(x, f) \rangle$ 는 식 (5)로부터 다음과 같이 식 (9)로 표현된다.

$$\langle W(x, f) \rangle = \omega B k^3 [A^2(1 - |\alpha|^2)] \quad (9)$$

또한 원거리장에서 유한 차분 근사를 활용하면 진동 인텐시티는 다음 식 (10)과 같이 근사화 될 수 있다⁽²⁾.

$$\langle W(x, t) \rangle = \frac{2Bk^2}{\delta \omega^2} \langle \dot{\eta}_1 \dot{\eta}_2 \rangle \quad (10)$$

위 식 (10)을 푸리에 변환하고, Verheij의 결과를 이용하면⁽⁴⁾ 원거리장에서의 진동 인텐시티 스펙트럼

은 다음 식 (11)이 된다.

$$\langle W(x, f) \rangle = \frac{2\sqrt{Bm}}{\delta \omega^2} \int_0^\infty \text{Im} G_{12} df \quad (11)$$

여기서 G_{12} 는 가속도 $\dot{\eta}_1, \dot{\eta}_2$ 의 한쪽면 크로스 스펙트럼 밀도이다. 식 (11)에 의한 진동 인텐시티 측정을 2점법(2pts)이라 칭한다.

2.3 반무한보의 진동 인텐시티

반무한보에는 진행파만 있고 후퇴파는 없다고 할 수 있다. 따라서 식 (1)에서 우변의 첫 번째 및 세 번째 항만 고려하면 되므로 반무한보의 파동방정식은 다음의 식 (12)로 표현된다.

$$\eta(x, t) = \{ A e^{-ikx} + A_{-j} e^{-kx} \} e^{i\omega t} \quad (12)$$

만일 보의 자유단의 끝단에 F_0 의 크기로 가진을 하는 경우, 경계조건으로부터 식 (12)의 우변의 계수를 구하면,

$$A = A_{-j} = \frac{F_0}{Bk^3(i-1)} \quad (13)$$

이 된다. 따라서 반무한보의 진동 인텐시티는 다음의 식 (14)와 같이 얻어진다.

$$\langle W(x, f) \rangle = \frac{F_0^2 \omega}{Bk^3} \quad (14)$$

3. 측정 오차에 대한 검토

원거리장에서의 진동 인텐시티는 식 (9)로 구할 수 있으며, 식 (4)와 식 (11)에 의한 진동 인텐시티 측정식에는 기본적으로 유한 차분 근사에 의한 오차를 포함하고 있다. Shibata에 의하면⁽¹⁷⁾ 유한 차분 오차는 다음 식 (15), (16)과 같이 파동수와 측정점 간격의 곱인 $k\delta$ 의 함수로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\langle W_4 \rangle}{\langle W \rangle} = \frac{2\sin k\delta (1 - \cos k\delta)}{(k\delta)^3} = \frac{1}{C_4} \quad (15)$$

$$\frac{\langle W_2 \rangle}{\langle W \rangle} = \frac{\sin k\delta}{k\delta} = \frac{1}{C_2} \quad (16)$$

Fig. 1은 측정센서 사이의 간격 즉 가속도계의 설치 간격에 따른 오차를 검토하기 위하여 $k\delta$ 의 값에 따른 식 (15), (16)의 오차를 비교한 그림이다.

Fig. 1에서 $k\delta$ 의 값이 증가할수록 오차가 커지는 것을 볼 수 있다. 따라서 고주파 영역으로 갈수록 k 의 값이 증가하므로 가속도계 간격 δ 를 증가하면 오차가 더욱 더 커지는 것을 알 수 있다. 따라서 측정

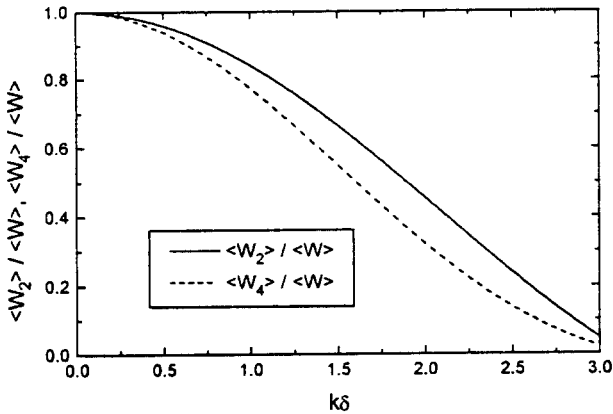


Fig. 1 Error due to finite difference approximation

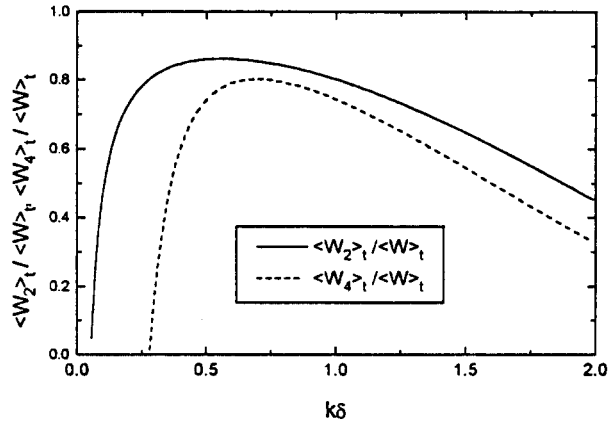


Fig. 2 Error due to phase mismatch

시 원하는 주파수 영역을 감안하여 가속도계 간격을 결정할 필요가 있다. 그리고 이론적으로는 4점법이 정확하나 Fig. 1에서 동일한 $k\delta$ 의 값에 대하여 식 (16)의 값이 식 (15)보다 더 큰 값을 가지는 것으로 보아 유한 차분 근사에 의한 오차는 오히려 2점법이 더 작은 것을 볼 수 있다. 그러므로 다음 식 (17)과 같이 진동 인텐시티의 계측 값에 식 (15), (16)의 C_4 및 C_2 를 곱하여 유한 차분 근사에 의한 오차를 보정하여 실제 진동 인텐시티를 구한다.

$$W_{actual} = W_{measured} \cdot C_4 \text{ (or } C_2) \quad (17)$$

그리고 진동 인텐시티는 두 측정점의 크로스 스펙트럼의 허수부를 계산하므로 각 측정점의 가속도계가 가지는 위상차에 의한 오차가 측정값에 영향을 준다. 만일 각 측정점에서 ϕ_i 의 위상차가 발생한다면 진동 인텐시티 측정값과 이론 값과의 비는 다음 식으로 표현된다.

$$\frac{\langle W_4 \rangle}{\langle W \rangle} = \frac{1}{2(k\delta)^3(1-\alpha^2)} [4\sin\{k\delta - (\phi_2 - \phi_3)\} - 4\alpha^2\sin\{k\delta + (\phi_2 - \phi_3)\} - \sin\{2k\delta - (\phi_1 - \phi_3)\} + \alpha^2\sin\{2k\delta + (\phi_1 - \phi_3)\} - \sin\{2k\delta - (\phi_2 - \phi_4)\} + \alpha^2\sin\{2k\delta + (\phi_2 - \phi_4)\} - 2\alpha[4\cos\{2kx - (\phi_+ - \phi_-)\}\sin(\phi_2 - \phi_3) - \cos\{(2kx + k\delta) - (\phi_+ - \phi_-)\}\sin(\phi_1 - \phi_3) - \cos\{(2kx - k\delta) - (\phi_+ - \phi_-)\}\sin(\phi_2 - \phi_4)]] \quad (18)$$

$$\frac{\langle W_2 \rangle}{\langle W \rangle} = \frac{1}{k\delta(1-\alpha^2)} [\sin\{k\delta - (\phi_1 - \phi_2)\} - \alpha^2\sin\{k\delta + (\phi_1 - \phi_2)\} - 2\alpha\cos\{2kx - \theta_+ - \theta_-\}\sin(\phi_1 - \phi_2)] \quad (19)$$

여기서 θ_+ , θ_- 는 계수 A 와 αA 의 위상이다. 그러므로 위상차에 의한 오차는 반사율 α , 측정점의 위

치 x , 그리고 $k\delta$ 에 의존하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 2는 위상차가 1° 발생할 경우, 반사율 0.5에 대하여 $k\delta$ 에 대한 오차를 그린 그림이다. Fig. 2에서 볼 수 있는 바와 같이 $k\delta$ 의 값이 증가할수록 2점법, 4점법 모두 오차가 감소하지만, $k\delta$ 의 값이 0.75보다 크게 되면 오히려 오차가 증가함을 알 수 있다. 즉 저주파 구간에서는 $k\delta$ 의 값이 커질수록 오차가 적으며, 동일한 k 의 값에 대해서는 측정점 간격 δ 를 크게 할수록 유리하다고 말할 수 있다. 그리고 전 주파수 구간에서 위상차에 의한 오차도 유한 차분 오차와 마찬가지로 2점법이 유리함을 알 수 있다. 따라서 위상차에 의한 오차를 감안하여 측정센서 간격을 2점법의 경우는 $k\delta$ 의 값을 0.25~1.0, 4점법의 경우는 $k\delta$ 의 값을 0.5~1.0의 범위에 들도록 설정하는 것이 바람직함을 알 수 있다.

이상의 오차에 대한 해석 결과에 의하면 이론적으로는 4점법이 정밀하나 근접장이 무시될 수 있는 자유장 즉 원거리장에서의 진동 인텐시티는 유한 차분 근사에 의한 오차와 위상차에 의한 오차에 대하여 4점법이 2점법에 비해 큰 오차가 발생할 수 있음을 알 수 있다.

4. 실험 및 고찰

4.1 실험 대상

반무한보의 진동 인텐시티의 계측을 위한 실험 대상으로는 폭 30 mm, 두께 6 mm, 길이 1.5 m의 연강보를 사용한다. 보는 반무한보로 가정할 수 있도록 진행파가 다시 반사되지 않고 흡수되도록 하기 위하여 모래를 채운 상자에 보의 한쪽 끝단이 묻히

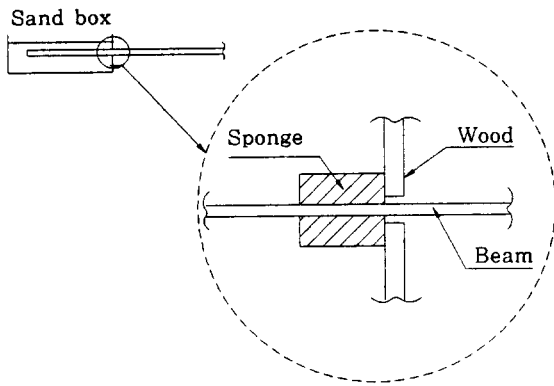


Fig. 3 Semi-infinite beam

도록 설치한다. 이때 묻히는 부분은 가능한 한 반사파를 줄이기 위하여 두께 60 mm의 두터운 스펀지를 통과하도록 하고, 자유단의 끝 부분에 가진기를 보의 하단에 설치하여 1,000Hz까지의 랜덤 신호로 가진을 한다.

4.2 실험 측정 장치의 배열

실험 장치는 Fig. 4 와 같이 구성하며, 설치 상태는 Fig. 5 와 같다.

가진은 신호발생기(Zonic+AND 4001)에서 발생한 신호를 증폭기(B & K 2712)로 증폭하여, 가진기(B & K 4808)로 반무한보의 자유단의 끝단에서 10 mm떨어진 점에서 랜덤신호로 가진을 한다. 입력 파워는 힘변환기(B & K 8200)와 가속도계(B & K 4371)로 가진점에서 측정하며, 진동 인텐시티는 소형 경량(1.8g)의 가속도계(PCB 353B14)4 개를 영구 자석으로 고정하여 측정한다. 측정된 가속도 신호는 증폭기(PCB 482A16)를 통하여 데이터 수집용 소프트웨어인 ZONIC사의 ZETA를 이용하여 처리한다. 가속도 신호의 FFT 연산 처리는 가진증폭기의 가진 하한 주파수가 40 Hz 이므로, 40Hz~1,000 Hz 범위의 1024 점 시계열 데이터를 해닝 윈도우(hanning window) 처리한 후 100 회 평균을 하였다.

4.3 실험 내용

구조체에 전달되는 진동 인텐시티 스펙트럼과 비교되는 기준값으로는 이론값인 식 (14)와 측정값으로 입력 파워 스펙트럼을 생각할 수 있다. 입력 파워 스펙트럼 즉, 가진기에 의하여 구조체에 입력된 기계적인 파워 P_{in} 은 이론값을 유도할 수 없는 일반적인 경우에도 활용할 수 있는 보다 실제적인 기준값으로서 임피던스 헤드에 걸리는 가진력과 가속도

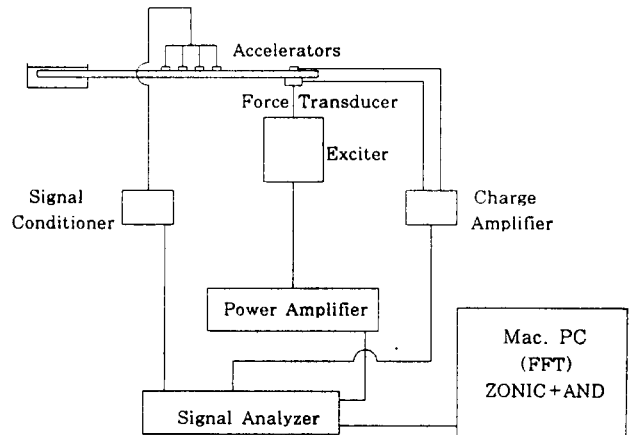


Fig. 4 Block diagram of the measurement system

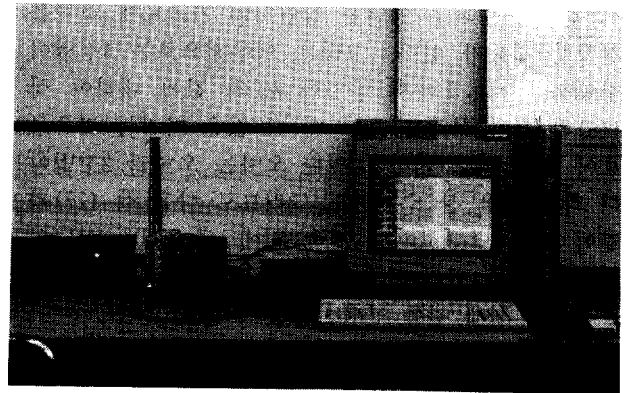


Fig. 5 Overview of the measurement set-up

를 동시에 검출하여 다음 식 (20)을 이용하여 측정할 수 있다^(3,12).

$$P_{in} = Re \left[\frac{1}{i\omega} G_{Fa} \right] \tag{20}$$

여기서 Re 는 실수부, G_{Fa} 는 임피던스 헤드의 가진력과 가속도의 크로스 스펙트럼 밀도이다.

먼저 입력 파워 스펙트럼의 타당성을 검증하고자 식 (20)의 값을 측정하여 이론 진동 인텐시티 값인 식 (14)와 비교한다. 그리고 진동 인텐시티는 2점법 및 4점법으로 식 (17)에 의해 측정한다. 이 때 측정 위치는 근접장의 영향을 확인하기 위하여 가진점에서 200 mm 떨어진 점으로 한다. 한편 원거리장의 위치를 파악하기 위한 측정 위치로는 본 시험에서 사용한 반무한보의 파장이 100Hz에서 680 mm이므로 약 1/2파장 정도 떨어진 위치인 400 mm로 결정한다. 또한 측정점 간격에 의한 유한 차분 근사 및 위상차에 의한 오차의 영향을 확인하기 위한 가속도계의 설치 간격은 $\delta=40$ mm 일 때 1,000 Hz에서 본

시험에서 사용한 반무한보의 $k\delta$ 의 값이 1.15 정도의 값을 가지므로 20 mm 및 40 mm로 결정하여 진동 인텐시티를 측정한다.

4.4 실험 결과 및 검토

측정 결과값에 외부 소음의 유입 여부를 확인하고자 코히어런스 함수(coherence function)를 구한다. 가진점으로부터 400 mm 떨어진 위치에서 40 mm 간격으로 진동 인텐시티를 측정한 경우, 입력 파워 스펙트럼을 구하기 위하여 측정한 가진점에서의 가진력과 가속도, 가진력과 2 번째 위치의 가속도 및 3 번째 위치의 가속도 신호 사이의 코히어런스 함수를 구한 결과가 Fig. 6, 7, 8과 같다.

그 외의 측정 경우도 코히어런스 함수가 비슷한

경향을 보인다. 근접장인 200 mm 위치에서 20 mm 간격으로 측정한 가진력과 3 번째 가속도 신호 사이의 코히어런스 함수 값이 200 Hz~300Hz구간에서 0.95 정도의 값을 보이는 것을 제외하고는 전체적으로 100 Hz이상의 주파수 구간에서 1에 근접하는 값을 얻었으므로 신뢰 있는 신호가 측정되었다고 판단할 수 있다.

Fig. 9, 10은 측정한 진동 인텐시티 스펙트럼과 비교하기 위한 기준값으로서 입력 파워 스펙트럼을 사용할 수 있음을 확인하고자 200 mm 및 400 mm의 각 측정 위치에서 이론값인 식 (14)의 값과 식 (20)의 측정값을 비교한 것이다. 200 Hz 이하의 저주파 구간에서 일부 정점의 값이 얻어지는 주파수가 약 20 Hz 정도 이동한 것을 제외하고는 거의 전주파수

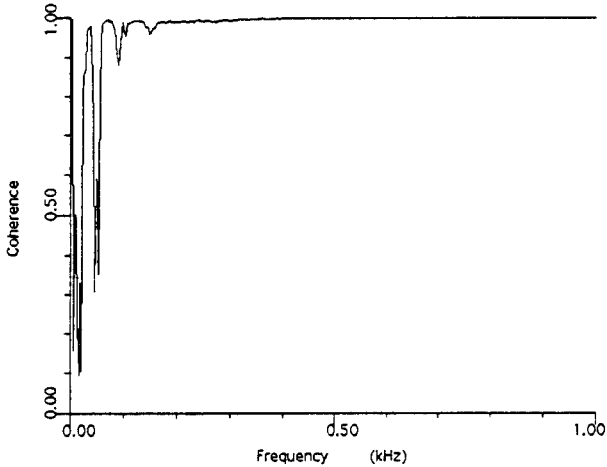


Fig. 6 Coherence function between input force and accelerometer

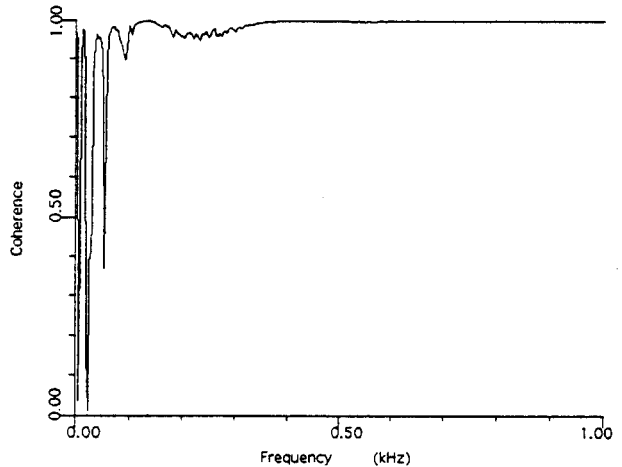


Fig. 8 Coherence function between input force and 3rd point accelerometer

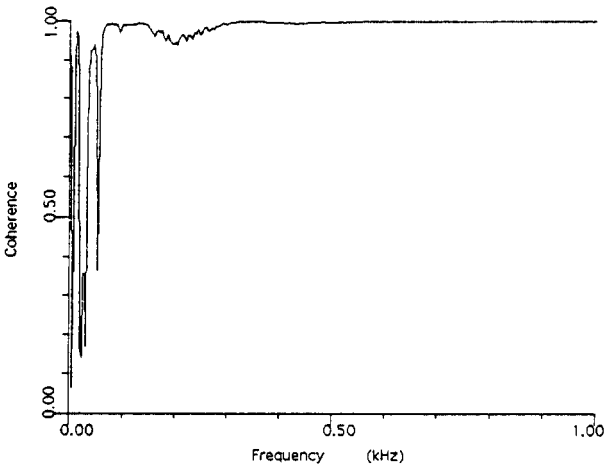


Fig. 7 Coherence function between input force and 2nd point accelerometer

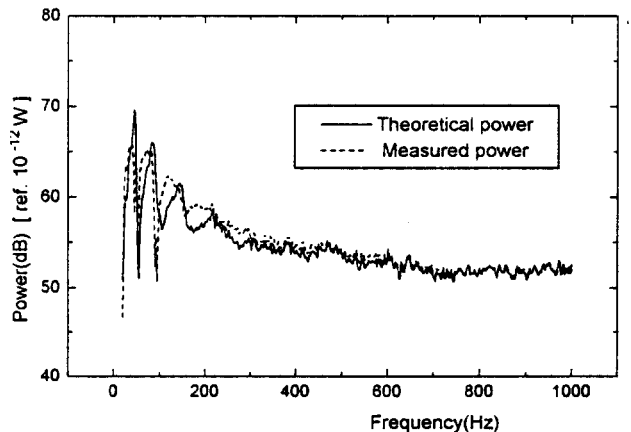


Fig. 9 Theoretical power and measured power at 200 mm

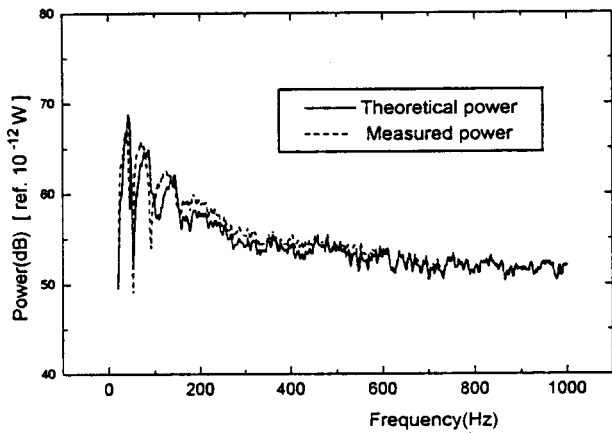


Fig. 10 Theoretical power and measured power at 400 mm

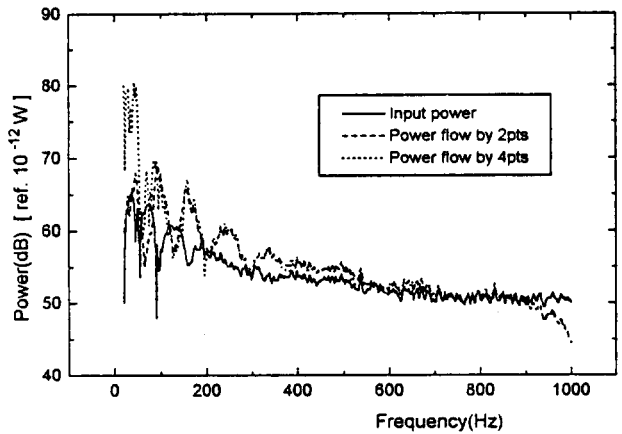


Fig. 12 Input power and power flow at 200mm by $\delta=40$ mm

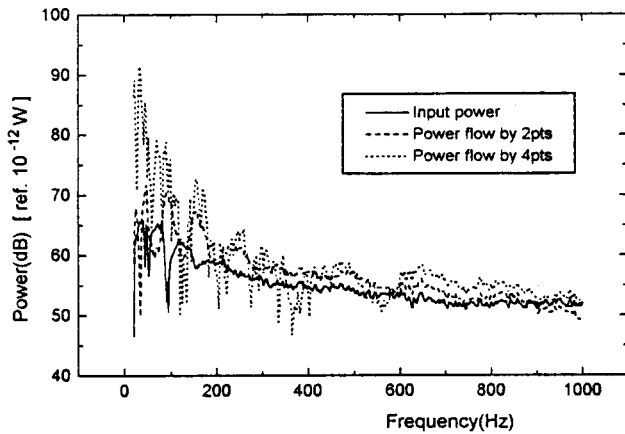


Fig. 11 Input power and power flow at 200mm by $\delta=20$ mm

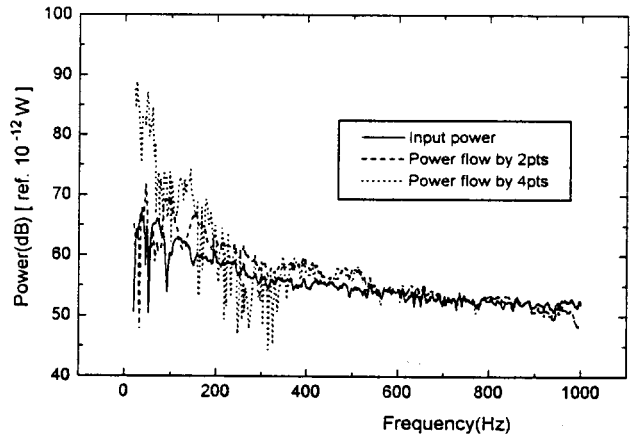


Fig. 13 Input power and power flow at 400mm by $\delta=20$ mm

구간에서 이론값과 1 dB 전후로 일치하므로, 입력 파워 스펙트럼을 진동 인텐시티 측정법의 측정 정밀도를 검증하기 위한 기준값으로 활용할 수 있다.

Fig. 11, 12는 근접장의 영향을 확인하고자 가진점에서 200 mm 떨어진 위치에서 측정점 간격을 20 mm, 40 mm로 하여 가속도 신호를 측정하여 구한 진동 인텐시티 결과이다. Fig. 11은 300 Hz 이하의 주파수 영역에서 진동 인텐시티에 의한 전달 파워가 입력 파워보다 큰 경향을 보이는데 이는 근접장의 효과와 $k\delta$ 의 값이 0.25보다 낮음으로 인한 위상 오차의 영향을 받은 것으로 판단되며, 아울러 변화 폭도 커진 것으로 보인다. 이로 인해 코히어런스 함수도 낮은 값을 보인 것으로 판단된다. 측정센서 간격의 변화에 따른 결과는 $\delta=40$ mm인 경우 300 Hz 이상의 주파수 영역에서 2점법, 4점법 모두 입력 파워 스펙트럼과 진동 인텐시티 값이 1 dB 이내로 일치

함을 볼 수 있다. 그러나, 950 Hz 이상의 주파수에서 오차가 약간씩 발생하여 증가하는 것을 볼 수 있는데, 이는 900 Hz에서 $k\delta$ 의 값이 1.1이므로 측정센서 간격의 값이 증가함에 따라 발생하는 위상차에 의한 오차의 영향으로 판단된다. 반면 측정센서 간격이 20 mm인 경우는 거의 전 주파수 구간에서 입력 파워 스펙트럼보다 큰 측정 결과를 보인다. 특히 저주파수 영역에서는, Fig. 2에서 제시된 위상 오차의 결과로 미루어 볼 때, $k\delta$ 의 값이 적은 영역에 해당하므로 산포가 커진 것으로 판단된다.

Fig. 13, 14는 원거리장의 위치를 파악하기 위하여 가진점에서 400 mm 떨어진 위치에서 측정한 결과이다. Fig. 13의 $\delta=40$ mm의 결과를 보면 900 Hz 이상에서, 근접장의 실험 결과에서도 발생했던, 측정센서 간격 증가에 따른 위상차에 의한 오차의 영향을 받으나, 200 Hz 이상의 주파수 구간에서 2점

법, 4점법 모두 입력 파워와 2dB 이내로 입력 파워에 근접하는 측정 결과를 보인다. 측정센서 간격이 $\delta=20\text{mm}$ 인 경우에는 2점법의 경우 3dB 이내로 비교적 잘 일치함을 볼 수 있다. 그러므로 본 시험에서 사용한 반무한보의 파장은 100 Hz에서 680 mm이므로 1/2 파장 정도 떨어진 400 mm 측정 위치에서 원거리장의 가정이 성립할 수 있음을 확인할 수 있다.

이상의 결과로부터 본 시험에 사용한 반무한보의 경우 가장 양호한 진동 인텐시티가 얻어진 경우는 가속도계의 측정센서 간격이 40 mm인 경우이며, 200 Hz 이상의 주파수 영역에서 입력 파워와 2dB 이내로 일치하는 결과가 얻어졌다. 200 Hz 일 때 $k\delta=0.515$ 이므로 위상차에 대한 오차를 나타낸 Fig. 2에서 제시된 바와 같이 $k\delta$ 의 값을 0.5~1.0 사이의 값이 되도록 측정센서 간격을 설정하는 것이 바람직함을 알 수 있다.

진동 인텐시티 측정은 이론적으로 4점법이 정확하지만 가속도 센서의 수가 증가함으로 인해 위상 오차 등 측정 오차가 누적될 수도 있으며, 기본적으로 진동 인텐시티 식에 포함되어 있는 유한 차분 근사 및 계측시의 위상차에 의한 오차로 인해 2점법에 의한 진동 인텐시티가 양호하게 얻어질 수 있음을 이론 해석 및 실험을 통해 확인할 수 있다. 또한 진동 인텐시티는 가속도 신호의 크로스 스펙트럼의 허수부를 사용하므로 복소수 크로스 스펙트럼의 값이 실수축에 근접하게 되는 경우 비교적 적은 위상 오차가 허수부의 값에 큰 오차를 야기할 수 있다⁽²⁰⁾. 이런 현상은 진행파의 에너지가 반사파의 에너지에 흡수되어 정상파가 지배적인 성분이 되는 경우 발생한다⁽¹²⁾. 이러한 결과와 측정의 간편함을 고려할 때, 1차원 구조물의 경우 근접장의 영향을 무시할 수 있는 원거리장에서는 2점법에 의한 측정이 실용적인 진동 인텐시티 측정법으로 판단된다. 아울러 측정시 필요한 주파수 구간을 고려하여 가속도계 설치 간격을 파동수와의 곱이 0.5~1.0 범위에 들도록 설정하는 것이 바람직하다.

그러나 행렬식 (7)에 의한 파동 분리를 통하여 진동장을 파악하여 반사계수 α 를 구하고자 하는 경우는 4점법에 의한 측정을 수행하여야 한다. 다음 Fig. 15는 400 mm 위치에서 $\delta=40\text{mm}$ 인 경우의 진행파와 후퇴파의 비율인 반사계수 α 를 구한 결과이다. 주파수가 증가함에 따라 파장이 짧아짐으로 인해 반사계수가 0에 가까워진다. 따라서 450 Hz 이상의 고주파 영역에서는 반사파는 거의 없고 진행파만

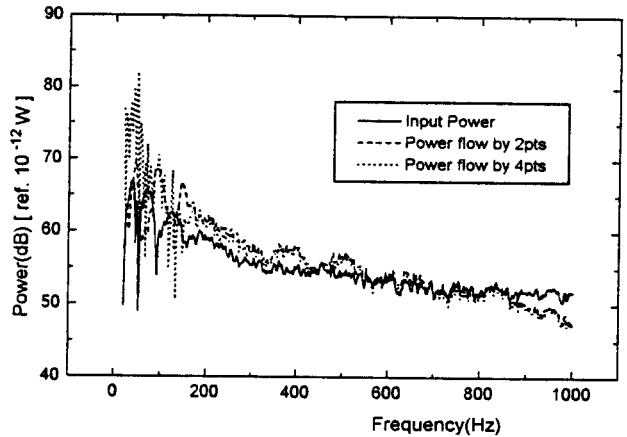


Fig. 14 Input power and power flow at 400mm by $\delta=40\text{mm}$

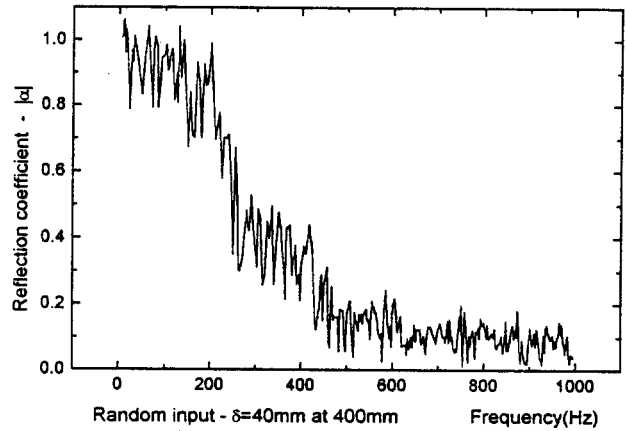


Fig. 15 Reflection coefficient

있는 반무한보의 가정이 성립하지만, 200 Hz 이하의 저주파 영역에서는 모래상자에 진동 에너지가 충분히 흡수되지 못해 반사파가 존재하므로 본 시험에 사용한 모래상자에 의한 경계 조건에는 반무한보의 파동해인 식 (12)가 엄밀히 적용될 수는 없다고 할 수 있다. 이와 같이 4점법에 의한 측정 결과를 이용하면 파동 분리를 통하여 경계의 상태를 추정할 수 있는 등 진동장의 특성을 파악할 수 있다.

5. 결 론

구조물 내의 단위 폭 단면을 흐르는 파워를 진동 인텐시티라고 하는데 크기와 방향을 가진 벡터량이다. 일차원의 진동 인텐시티는 4점에서의 가속도를 측정하여 구할 수 있으며, 원거리장의 가정이 성립하면 2점에서의 가속도만으로도 구할 수 있다. 곱힘

진동을 받는 반무한보에 대한 진동 인텐시티의 이론 해석 및 계측에 대한 본 연구에서 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 진동 인텐시티의 식에 포함된 유한 차분 근사에 의한 오차 및 계측시의 위상차에 의한 오차에 대한 해석을 한 결과, 모두 2점법에 의한 측정이 4점법보다 양호한 결과를 얻을 수 있으며, 이를 입력 파워와 진동 인텐시티 계측에 의한 전달 파워를 계산하여 비교함으로써 확인하였다. 따라서 측정의 편리성을 고려할 때, 측정 위치가 근접장이 아니며 파동 분리를 하지 않는다면, 2점법이 실용적인 진동 인텐시티 측정법으로 판단된다.

(2) 이론 해석 및 실험 결과에 의하면, 위상차에 의한 오차의 영향을 줄이기 위해 파동수와 계측센서 간격의 곱인 $k\delta$ 의 값이 0.5~1.0의 범위에 있도록 필요한 주파수 영역을 고려하여 측정센서 간격(δ)을 설정하는 것이 바람직하다.

(3) 그리고 파동해와 진동 인텐시티와의 관계식을 정식화하여 파동해의 각 계수를 분리하여 구할 수 있는 방법을 제시하였으며, 이를 활용하여 진행파와 후퇴파의 반사 계수를 구할 수 있었다. 따라서 이를 활용하면 진행파와 후퇴파의 비율 및 그 점에 걸리는 근접장파의 크기 등을 알 수 있으므로 진동장의 특성을 파악할 수 있을 것으로 기대 된다.

참고 문헌

- (1) Noiseux, D. U., 1970, "Measurement of Power Flow in Uniform Beams and Plates," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 47, No. 1, pp. 238~247.
- (2) Pavić, G., 1976, "Measurement of Structure Borne Wave Intensity, Part I : Formulation of the Methods," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 49, No. 2, pp. 221~230.
- (3) 김홍식, 1994, "Structural intensity법을 이용한 구조체의 진동 전달량 측정," *한국소음진동공학회지*, 제4권, 제2호, pp. 231~238.
- (4) Verheij, J. W., 1980, "Cross Spectral Density Methods for Measuring Structure Borne Power Flow on Beams and Pipes," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 70, No. 1, pp. 133~139.
- (5) Redman-White, W., Nelson, P. A. and Curtis, A. R. D., 1987, "Experiments of the Active Control of Flexural Wave Power," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 112, No. 1, pp. 187~191.
- (6) 鎌田 實, 島谷 和憲, 1991, "振動インテンシテイ計測に関する基礎研究(第1報, 理論的検討)," *日本機械學會論文集(C編)*, 第57卷, 第535號, pp. 54~59.
- (7) 鎌田 實, 島谷 和憲, 1991, "振動インテンシテイ計測に関する基礎研究(第2報, 實驗および考察)," *日本機械學會論文集(C編)*, 第57卷 第536號, pp. 122~127.
- (8) Hong, Y., Wu, Q. and Lim, M. K., 1994, "Theoretical and Experimental analysis of power flow in beam structures," *Third International Congress of Air- and Structure-borne Sound and Vibration*, Montreal, Canada, pp. 201~208.
- (9) Heckl, M., 1990, "Waves, Intensities, and Powers in Structures," *CETIM 3rd International Congress on Intensity Techniques Senlis-France*, pp. 13~20.
- (10) Kurtz, P., 1990, "Structure Borne Intensity in Straight and Curved Bars," *CETIM 3rd International Congress on Intensity Techniques Senlis-France*, pp. 45~51.
- (11) Allan D. P., 1990, "Structural Intensity and Vibration Energy Flow on Inhomogeneous Shells of Arbitrary Shape," *CETIM 3rd International Congress on Intensity Techniques Senlis-France*, pp. 121~128.
- (12) Linjama, J., Lahti, T., 1992, "Estimation of Bending Wave Intensity in Beams using the Frequency Response Technique," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 153, No. 1, pp. 21~36.
- (13) Rothberg, S. J., Baker, J. R., and Halliwell, N. A., 1989, "Laser Vibrometer : Pseudo- Vibrations," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 135, No. 3, pp. 516~522.
- (14) McDevitt, J. E., 1991, "Development and Evaluation of Laser Doppler Techniques for Measurements of Flexural and Longitudinal Structural Intensity," *PhD Thesis*, The Pennsylvania State University
- (15) Montgomery, D. E., West, R. L., and Burdisso, R. A., 1994, "Application of Structural Imaging for Acoustic Radiation Prediction using a Scanning Laser Doppler Vibrometer," *Third International Congress of Air- and Structure-borne Sound and*

Vibration, Montreal, Canada, pp. 301~308.

- (16) Lee, D., Berthelot, Y. H., and Jarzynski, J., 1990, "A Laser Probe for Measurements of in-plane Structural Vibrations," CETIM 3rd International Congress on Intensity Techniques Senlis-France, pp. 181~188.
- (17) 柴田 勝久, 加藤 正名, 高津 宣夫, 加藤 正名, 1993, "一次元振動インテンシテイ計測における測定條件の設定," 日本機械學會論文集(C編), 第59卷

第558號, pp. 132~136.

- (18) Graff, K. F., 1975, "Wave Motion in Elastic Solids," Ohio State University Press, Chapter 3.
- (19) 이덕영, 박성태, 1995, "1차원 구조물 내에서 진동 인텐시티의 계측에 대한 연구," 울산대학교 공학연구논문집, Vol. 26, No. 2, pp. 143~155.
- (20) Seybert, A. F., 1981, "Statistical Errors in Acoustic Intensity Measurements," Journal of Sound and Vibration, Vol. 75, No. 4, pp. 519~526.