

< 논 문 >

# 주파수응답함수를 이용한 유한요소모델의 개선 및 결합부 동정

## Updating of Finite Element Model and Joint Identification with Frequency Response Function

서 상 훈\* · 지 태 한\* · 박 영 필\*\*

Suh Sanghoon, Jee Taehan and Park Youngpil

(1996년 9월 6일 접수 ; 1996년 10월 14일 심사완료)

**Key Words :** Finite Element Method(유한요소법), Finite Element Model(유한요소모델), Updating(개선), Inverse Eigensensitivity Method(역고유감도법), Response Function Method(응답함수법), Joint Identification(결합부 동정)

### ABSTRACT

Despite of the development in the finite element method, it is difficult to get the finite element model describing the dynamic characteristics of the complex structure exactly. Therefore a number of different methods have been developed in order to update the finite element model of a structure using vibration test data. This paper outlines the basic formulation for the frequency response function based updating method. One important advantage of this method is that the intermediate step of performing an eigensolution extraction is unnecessary. Using simulated experimental data, studies are conducted in the case of 10 DOF discrete system. The solution of noisy and incomplete experimental data is discussed. True measured frequency response function data are used for updating the finite element model of a beam and a plate. Its applicability to the joint identification is also considered.

### 기 호 설 명

- [ ] : 행렬
  - { } : 벡터
  - [ ]<sup>T</sup> : 전치행렬
  - [ ]<sup>+</sup> : 의역행렬
  - 「 」 : 대각행렬
  - [[ ]] : 행렬의 노음
  - [G] : 컴플라이언스 행렬
  - [Z] : 동강성 행렬
  - [M] : 질량 행렬
  - [K] : 강성 행렬
  - $\omega$  : 각주파수
- 첨 자
- a : 해석 (Analytical)
  - x : 실험 (Experimental)

### 1. 서 론

모든 종류의 구조물과 기계에 있어서 구조물의 동적 특성의 정확한 예측은 그 구조물에 대한 알맞은 해석적 모델(analytical model) — 대개의 경우 유한요소모델(finite element model) — 을 분석함으로써 가능하다. 계측장비와 기술의 발달에 힘입어 진동실험에 의해 측정된 데이터는 실제 구조물을 잘 표현한다고 생각할 수 있다. 그러나 지난 20년간 컴퓨터의 발달과 더불어 유한요소법은 크게 발달하였으나 복잡한 실제 구조물의 동적 특성을 정확히 예측하는 유한요소모델을 얻는 것은 아직 어려운 실정이다. 그러므로 진동실험에서 얻어진 데이터를 사용하여 유한요소모델을 개선하는 방법에 대한 관심이 높아지고 있으며 근래 들어 많은 개선방안들이 제안되어 여러 가지 구조물에 적용되고 있다<sup>(1)</sup>.

유한요소모델의 개선방법으로 현재 많이 사용되는

\*정회원, 현대자동차 승용제품개발 2연구소

\*\*정회원, 연세대학교 공과대학 기계공학과

방법은 두 가지이다. 첫 번째 방법은 역고유감도법 (inverse eigensensitivity method: IESM)이다<sup>(2)</sup>. 이 방법은 먼저 설계변수를 선정하고 고유해 (eigensolution)의 설계변수에 대한 감도를 계산하여, 현재의 고유해와 목적하는 고유해와의 차이가 줄어들도록 설계변수를 변경하는 방법이다. 이 방법은 고유해의 설계변수에 대한 감도가 필요하므로 고유해의 추정 이 우선되어야 한다. 그러나 진동실험에서 얻어지는 데이터로부터 고유해를 추정하는 과정에는 여러 가지 문제점이 있다. 먼저 두개의 모드가 근접한 경우에는 정확하게 고유해를 추정하는 것이 어렵다. 또한 측정되는 고유해는 감쇠의 영향에 의해서 허수성분을 가지게 되나 대부분의 상관방법 (correlation method)을 사용하기 위해서는 복소수 고유해를 실수로 바꾸어야 한다. 이 과정에서 오차가 개입될 수 있으며, 또한 감쇠에 대한 정보가 없어질 수도 있다. 그리고 구조물에 비선형성이 존재하는 경우에도 고유해의 추정이 어려워진다.

두 번째 방법은 응답함수법 (response function method: RFM)이다. 이 방법은 고유해를 추정하는 과정을 거치지 않고 진동실험에서 얻어진 주파수 응답함수를 직접 이용하는 방법이다. 응답함수법은 실험에서 얻은 주파수 응답함수를 직접 이용하기 때문에 고유해의 추정에서 생기는 오차를 줄일 수 있다.

Lin과 Ewin<sup>(3)</sup>은 측정된 불완전한 주파수 응답함수를 직접 사용해서 유한요소모델을 개선하는 방법을 제시하였다. 이 방법은 Visser와 Imregun<sup>(4)</sup>에 의해 발전되어 여러 가지 실제 구조물에 적용되었다.

한편 기계구조물의 경우에 있어서 결합부의 동적 파라미터는 계 전체에 많은 영향을 미치나, 여러 부분구조들과 부품들로 이루어져 있는 계의 정확한 결합부 파라미터를 규명하는 것은 쉽지 않기 때문에 결합부의 동정에 대한 여러 연구가 행해져 왔다. 결합부의 동적 파라미터를 규명하기 위하여 강성구 등<sup>(5)</sup>은 구조물을 부분구조로 나누고 부분구조와 전체구조의 주파수 응답함수를 사용하여 기계적 결합부의 동적 파라미터값을 동정하였다. 또한 백성남 등<sup>(6)</sup>은 보구조물에서 볼트에 가해지는 체결토크의 변화에 따른 결합부의 강성값을 역고유감도법과 모우드에너지 해석법을 적용하여 동정하였다. Nobari 등<sup>(7)</sup>은 유한요소모델의 개선방법 중 역고유감도법을 유한요소모델의 결합부에 적용하여 모델개선을 통한 결합부의 동정을 시도하였다.

본 논문에서는 응답함수법을 사용하여 이산계, 보 및 판에 대한 유한요소모델의 개선을 행하였고 이

방법을 응용하여 결합부의 동적파라미터에 대한 동정을 수행하였다.

## 2. 이론

### 2.1 응답함수법(Response Function Method: RFM)

일반적인 행렬  $[A]$ ,  $[B]$ 에 대해서  $[A]$ 와  $([A]+[B])$ 가 특이행렬 (singular matrix)이 아닌 경우 식 (1)이 성립한다.

$$([A]+[B])^{-1}=[A]^{-1}-([A]+[B])^{-1}[B][A]^{-1} \quad (1)$$

행렬  $[A]$ 가 유한요소모델의 동강성 행렬  $[Z_a(\omega)]$ , 행렬  $([A]+[B])$ 가 실험모델의 동강성 행렬  $[Z_x(\omega)]$ 인 경우를 생각하면 식 (1)은 다음과 같이 된다.

$$[Z_x(\omega)]^{-1}=[Z_a(\omega)]^{-1}-[Z_x(\omega)]^{-1}([Z_x(\omega)]-[Z_a(\omega)])[Z_a(\omega)]^{-1} \quad (2)$$

식 (2)을 컴플라이언스 행렬  $[G]$ 와 동강성 행렬  $[Z]$ 의 관계인  $[G]=[Z]^{-1}$ 를 이용하여 표현하면 다음과 같이 표현된다.

$$[\Delta G(\omega)]=[G_x(\omega)]-[G_a(\omega)] \\ =-[G_x(\omega)][\Delta Z(\omega)][G_a(\omega)] \quad (3)$$

여기서  $[\Delta Z(\omega)]=[Z_x(\omega)]-[Z_a(\omega)]$ 이다. 만약 컴플라이언스 행렬  $[G_x]$ 의  $i$ 번째 열을 모두 측정하였다고 가정하면, 컴플라이언스 행렬은 대칭행렬이므로 식 (3)의  $i$ 번째 행에 대해서 다음과 같이 된다.

$$\{G_a(\omega)\}_i^T - \{G_x(\omega)\}_i^T = \{G_x(\omega)\}_i^T [\Delta Z(\omega)]_{ii} \quad (4)$$

식 (4)를 전치하고, 감쇠를 무시하면  $[\Delta Z(\omega)]$ 는  $[\Delta M]$ 와  $[\Delta K]$ 의 항으로 표시되어 다음 식을 얻는다.

$$\{G_a(\omega)\}_i - \{G_x(\omega)\}_i = [G_a(\omega)](-\omega^2[\Delta M] + [\Delta K])\{G_x(\omega)\}_i \quad (5)$$

식 (5)의 우변을 구조변수  $\{P\}$ 에 대해 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\{B(\omega)\}=[C(\omega)]\{P\} \quad (6)$$

이때

$$\{B(\omega)\} = \begin{Bmatrix} G_{1ia} - G_{1ix} \\ G_{2ia} - G_{2ix} \\ \cdot \\ \cdot \\ G_{nia} - G_{nix} \end{Bmatrix}, \{P\} = \begin{Bmatrix} \Delta M_{11} \\ \Delta M_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta M_{nn} \\ \Delta K_{11} \\ \Delta K_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta K_{nn} \end{Bmatrix}$$

이며 아래첨자  $n$ 은 계의 자유도의 개수이다.

식 (6)에서  $[C]$ 의 의역행렬(pseudo-inverse matrix)을 양변에 곱해주면  $\Delta M_{ij}$ ,  $\Delta K_{ij}$ 로 이루어진  $\{P\}$ 를 구할 수 있다. 이때 여러 개의 주파수에서 취한 컴플라이언스값을 사용한다면 위의 문제는 초과결정문제(overdetermined problem)가 된다. 이 경우에는 특이값 분해(singular value decomposition)를 사용하여 계산할 수 있다<sup>(8)</sup>.

(1) 미측정자유도의 처리

만약 실험에서 모든 절점에 대해 모든 방향의 주파수응답함수를 측정하였다면 식 (6)에서  $\{P\}$ 를 직접적으로 구할 수 있다. 그러나 내부에 절점이 있는 경우나 회전자유도의 측정 등의 문제 때문에 실제로 전체 절점에서 모든 자유도에 대해 주파수응답함수를 측정하는 것이 불가능하다. 측정하지 못한 주파수응답함수를 구하는 방법은 실험에서 얻지 못한 자유도의 주파수응답함수 대신 유한요소모델의 해당 주파수응답함수를 사용하는 방법<sup>(9)</sup>, 실험에서 얻은 주파수응답함수를 확장해서 실험에서 얻지 못한 자유도의 주파수응답함수를 구하는 방법<sup>(10)</sup>, 그리고 유한요소모델의 주파수응답함수를 실험모델에 맞게 축소시키는 방법<sup>(11)</sup> 등이 있다. 본 논문에서는 측정하지 못한 절점의 자유도에 해당하는 주파수응답함수 대신에 유한요소모델에서 구한 주파수응답함수를 사용하는 방법을 사용하였다.

(2) 선택주파수

일반적으로 진동실험에서는 관심 주파수 대역내의 많은 주파수에서 주파수응답함수를 측정하게 된다. 보통 하나의 주파수응답함수에 대해서 수천 개의 주파수에서 데이터를 취하게 된다. 그러므로 수천개의 주파수 중에서 몇 개의 주파수만을 선택해서 그 주파수들에서의 데이터만을 사용하게 된다. 이때 선택

하는 주파수의 집합은 가능한 적은 크기로서 원래의 주파수응답함수가 갖는 정보를 가능한 많이 갖도록 해야 한다.

진동실험에서 얻는 주파수응답함수의 정확도는 모든 주파수에 대해서 같지 않다. 반공진 주파수 부근에서의 주파수응답함수의 데이터는 실험에서 혼입되는 잡음의 영향으로 부정확하게 된다. 또한 공진 주파수에서의 주파수응답함수의 데이터는 누설(leakage) 등의 측정오차에 의해 오차가 커지게 된다<sup>(12)</sup>. 그러므로 진동실험에서 얻은 주파수응답함수의 데이터를 취할 때는 공진주파수와 반공진주파수는 피하는 것이 바람직하다.

(3) 감쇠

실험에서 얻어지는 주파수응답함수 데이터는 감쇠의 영향에 의해 복소수의 값을 가지므로 이에 대해 많은 연구가 행하여졌으나 감쇠를 정확히 표현하는 방법은 아직 확립되지 않았다. 그러나 감쇠가 작은 구조물의 경우에는 복소수인 데이터에 대해서 다음의 식을 사용하여 실수로 바꿀 수 있다<sup>(13)</sup>.

$$\begin{aligned} -\frac{\pi}{2} \leq \angle G(\omega) \leq \frac{\pi}{2} \text{ 이면, } G(\omega) &= |G(\omega)_{real}| \\ -\pi \leq \angle G(\omega) < -\frac{\pi}{2} \text{ 또는 } \frac{\pi}{2} \leq \angle G(\omega) < \pi \text{ 이면,} \\ G(\omega) &= -|G(\omega)_{real}| \end{aligned} \quad (7)$$

복소수는 위상과 크기의 두가지 정보를 가지고 있다. 식 (7)은 복소수에서 크기는 실수부만을 고려하고 위상은 부호로서 고려하는 것이다. 그러므로 허수부의 크기가 고려되지 않는다. 그러나 허수부의 크기는 감쇠력이 커지는 공진주파수 근방을 제외하면 무시할 수 있으므로, 데이터를 취하는 주파수의 선택시 공진주파수 근방을 피하게 되면 허수부를 무시해서 생기는 오차를 감소시킬 수 있다.

### 3. 모의실험

#### 3.1 이산계의 모의실험

질량과 스프링으로 이루어진 10자유도의 이산계에 대해서 모의실험을 통해서 미측정자유도의 영향, 혼입되는 잡음의 영향 등을 살펴보았다.

(1) 미측정자유도

유한요소모델과 모의실험모델은 Fig. 1과 같다. m1, m2에 각각 100%, 200%의 모델링 오차가 존재한다고 가정하였으며 7점 가진 7점 응답의 주파수응답함수를 Fig. 2에 나타내었다.

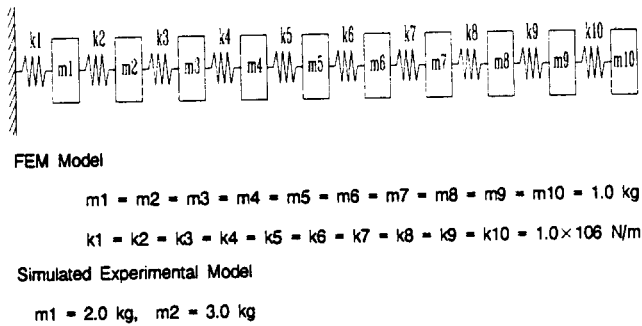


Fig. 1 DOF discrete system

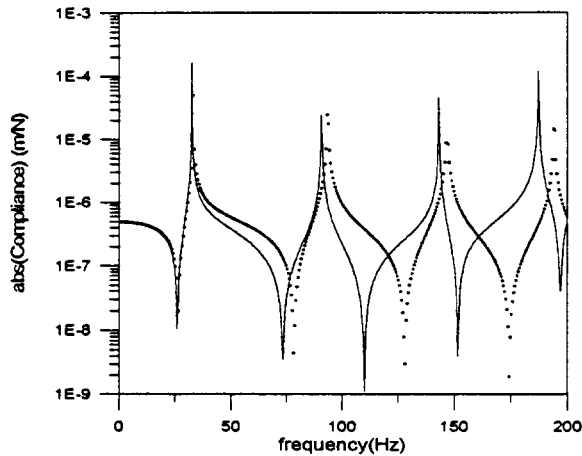


Fig. 2 Driving compliance of simulated experimental and FEM model for 10 DOF system (— simulated experimental data, ..... FEM data)

첫 번째는 10Hz에서 모든 자유도에 대해서 측정을 했다고 가정하고 10자유도의 데이터를 모두 사용하여 모델개선을 행하였다. 그러나 실제의 경우에는 모든 자유도에 대해 주파수응답함수를 측정하는 것이 불가능하다. 이러한 사실을 고려하여 두 번째는 10개의 자유도 중에서 1, 3, 5, 7, 9의 5개의 자유도만이 측정되었다고 가정했다. 세 번째는 10개의 자유도 중 1, 6의 2개의 자유도만을 측정하였다고 가정하였다.

모의실험결과 세 경우 모두 2번의 반복계산만에 실험모델의 파라미터값을 동정하는 것을 알 수 있었다. 데이터를 취하는 주파수를 옮겨서 50Hz 및 100 Hz에서 데이터를 취한 경우에도 세 경우 모두 3회와 5회의 반복계산만에 수렴하였다. Fig. 3은 각 주파수에서 데이터를 취한 경우에 반복계산에 따른  $m_1, m_2$ 의 상대오차의 절대값의 합을 나타낸다. 50 Hz, 100Hz에서 데이터를 취했을 때 반복계산회수가 증가하는 것은 Fig. 2에서 볼 수 있는 것처럼 실험모

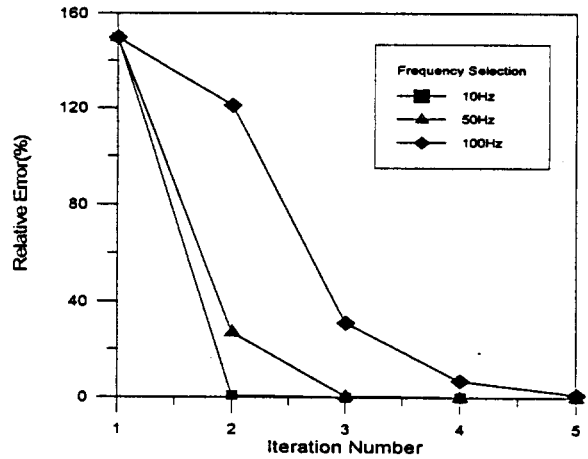


Fig. 3 Relative error of  $m_1, m_2$  for 10 DOF system

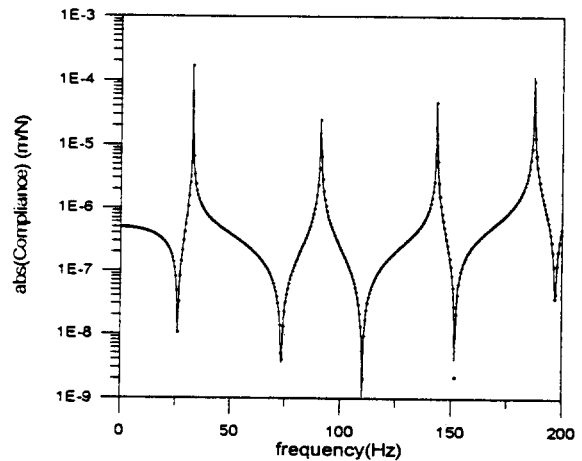


Fig. 4 Driving compliance of simulated experimental and updated FEM model for 10 DOF system (— Simulated experimental data, ..... Updated FEM data)

델과 유한요소모델의 주파수응답함수의 차이가 주파수가 증가함에 따라 커지기 때문이다. 그러나 계산 과정은 안정적인 것을 Fig. 3에서 알 수 있다.

반복계산후의 유한요소모델과 실험모델의 주파수응답함수는 Fig. 4와 같다. 위의 결과에서 미측정자유도에 대해 실험모델의 데이터 대신 그에 해당하는 유한요소모델의 데이터를 사용하는 방법이 유용하며, 데이터를 취하는 주파수에 따라 반복계산의 회수가 달라지나 전체적인 계산과정은 안정적인 것을 알 수 있다.

(2) 잡음의 영향

잡음의 영향을 보기 위하여 Fig. 1의 실험모델에서 얻은 주파수응답함수에 대해 정규분포(Normal

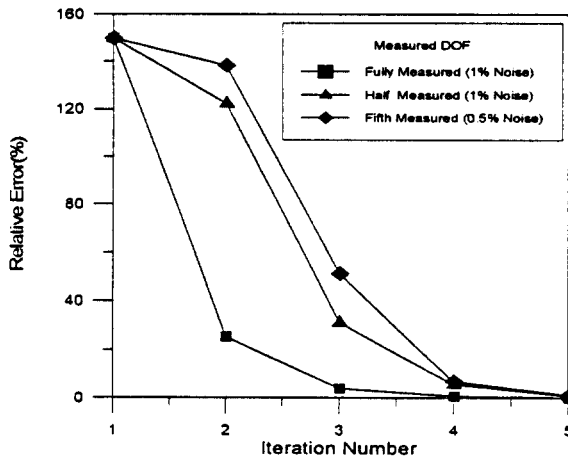


Fig. 5 Relative error of  $m_1$ ,  $m_2$  for 10 DOF system with noise

Distribution)를 가지는 잡음을 더하여 계산을 행하였다. 이때 잡음레벨 (Noise Level)  $E$ 는 식 (8)로 주어진다.

$$E^2 = \frac{\sigma_n^2}{|G(\omega)|_{\max}^2} \quad (8)$$

여기서  $\sigma_n^2$ 은 분산(Variance),  $|G(\omega)|_{\max}$ 는 관심 주파수 대역에서 주파수응답함수의 절대값의 최대값을 나타낸다.

모든 자유도를 측정된 경우에 대해 잡음의 영향을 보기 위해 1%의 잡음을 실험모델에 혼입시켰다. 3.1절 (1)에서와 같이 10Hz에서 데이터를 취하여 계산을 행한 결과 계산과정이 발산함을 알 수 있었다. 이는 혼입된 잡음이 계산과정을 불안정하게한다는 것을 나타낸다. 혼입잡음을 고려하여 10~100Hz 사이에서 20개의 데이터를 취한 결과 4번의 반복계산 후 상대오차 5% 이내로 수렴하는 것을 알 수 있었다. 이로써 혼입잡음은 계산의 안정성에 영향을 끼친다는 것을 알 수 있다.

미측정자유도의 영향을 보기 위해 같은 조건에서 각각 5개와 2개의 자유도를 측정된 결과를 이용하여 계산을 행하였다. 5개의 자유도를 측정된 경우는 5번의 반복계산이후 수렴하였으나, 2개의 자유도를 측정된 경우는 발산하였다. 이 경우에는 잡음레벨을 반으로 줄였을 때 5번의 반복계산후 수렴하였다. 이 결과에서 잡음이 혼입된 경우에 측정자유도의 개수가 전체 계산과정에 크게 영향을 끼치는 것을 알 수 있다. Fig. 5는 각 경우에 반복계산에 따른  $m_1$ ,  $m_2$ 의 상대오차의 절대값의 함을 나타낸다.

잡음레벨 1%의 잡음이 혼입된 경우에 유한요소모

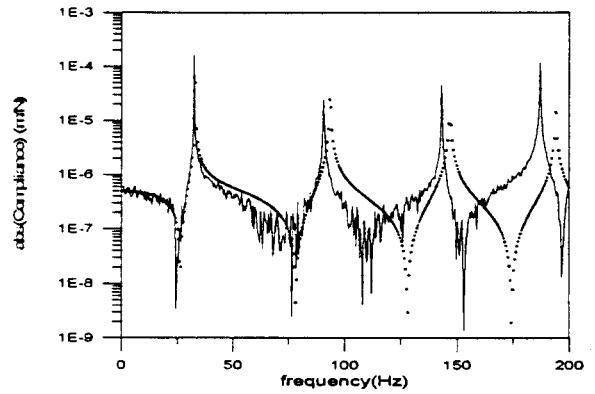


Fig. 6 Driving compliance of simulated experimental and FEM model for 10 DOF system (Noise level 1%, — Simulated experimental data, ..... FEM data)

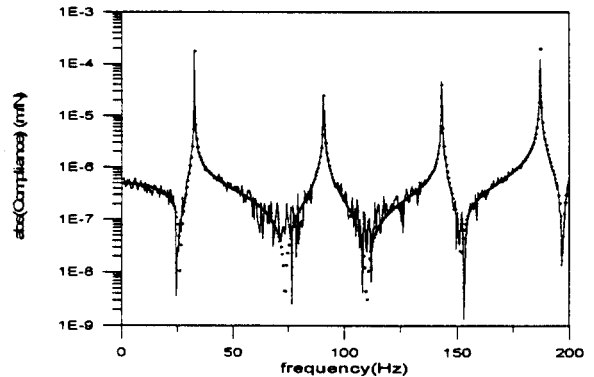


Fig. 7 Driving compliance of simulated experimental and updated FEM model for 10 DOF system (Noise level 1%, — Simulated experimental data, ..... Updated FEM data)

델과 실험모델의 주파수응답함수는 Fig. 6과 같고 유한요소모델의 개선 후의 유한요소모델과 실험모델의 주파수응답함수는 Fig. 7과 같다.

실험데이터에 혼입되는 잡음의 영향은 데이터를 취하는 주파수의 개수를 늘려줌으로써 줄일 수 있다. 그러나 잡음의 크기가 커지는 경우에는 측정 자유도의 수가 적어짐에 따라 계산과정이 불안정해지는 것을 알 수 있었다. 또 계산과정이 안정적인 경우에도 수렴하는데 걸리는 반복계산 회수가 늘어나는 것을 확인하였다.

## 4. 실험

### 4.1 보의 실험

길이가 1000mm, 단면이 10mm×10mm인 보에 대

하여 자유-자유인 조건에서 충격실험(impact testing)을 행하여 얻은 주파수응답함수를 사용하여 유한요소모델을 개선하였다. 측정된 각각의 주파수응답함수를 검토한 결과 저주파 대역에서 잡음이 많이 혼입되었으며 125Hz와 260Hz 부근에서 두 개씩의 근접한 공진봉이 나타나는 것을 알 수 있었다. 이는 실험에 사용된 보의 단면이 10mm×10mm로써 두 방향(x방향, z방향)의 모드가 함께 측정되기 때문이다. 그러나 유한요소모델의 경우에는 z방향만이 계산하여 하나의 공진봉만이 나타난다. 역고유감도법의 경우에는 이러한 근접한 공진봉의 경우에는 정확한 고유해의 추정이 어렵게 되나 주파수응답법의 경우에는 근접한 공진봉이 존재하는 경우에도 고유해의 추정과정을 거치지 않고 직접 주파수응답함수를

사용하므로 이러한 어려움을 피할 수 있다.

관심주파수 대역을 저주파역을 제외한 30~300Hz로 한정하였다. 먼저 각각의 주파수에서 데이터를 취하여 선택주파수에 따른 계산결과와 안정성을 확인하였다. 유한요소모델의 고유진동수는 48, 133, 260Hz로써 40~55Hz, 120~140Hz, 250~280Hz의 대역에서 데이터를 취해서 계산을 수행한 경우에는 계산결과가 발산하였다. 이는 2.1절 (2)에서 서술한 것과 같이 공진봉근처에서 데이터를 취했기 때문에 실험에서 얻은 데이터의 값이 부정확하며, 감쇠의 영향이 큰 주파수대역이므로 식 (7)을 이용하여 허수 데이터를 실수로 바꾸는 과정에서 오차가 생기기 때문이다.

위의 대역을 피하여 10개의 주파수를 선택하여 계산을 수행하였다. Fig. 8은 개선되기 전의 주파수응답함수를 나타내고 Fig. 9는 개선된 후의 주파수응답함수를 나타낸다. Fig. 9에서 공진봉부근에서 약간의 불일치가 보인다. 이는 계산의 안정성을 위하여 공진봉 부근에서 데이터를 취하지 않았기 때문이다.

위의 결과에서 주파수응답법이 실제 보의 실험결과에 적용이 가능함을 알 수 있다.

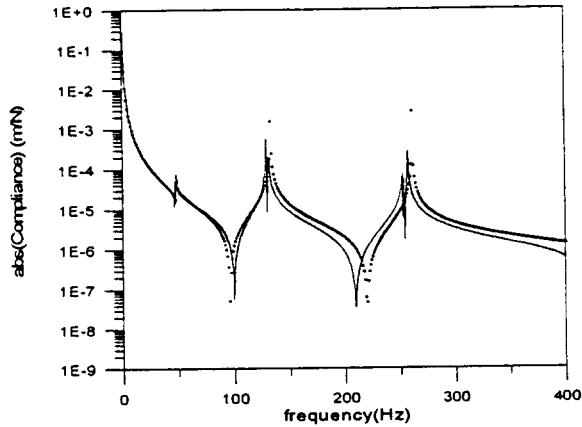


Fig. 8 Driving compliance of experimental and FEM model for beam(— Experimental data, ..... FEM data)

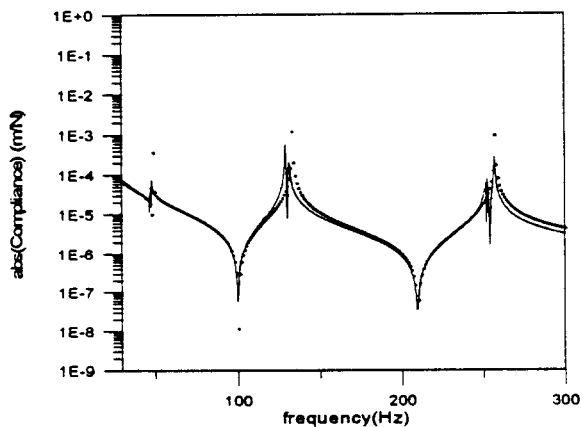


Fig. 9 Driving compliance of experimental and updated FEM model for beam(— Experimental data, ..... FEM data)

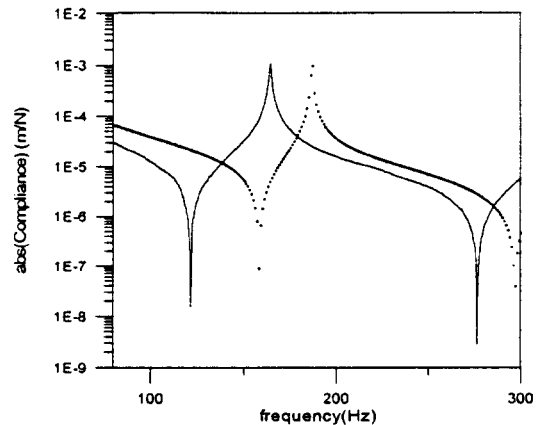


Fig. 10 Driving compliance of experimental and FEM model for plate(80~300Hz)(— Experimental data, ..... FEM data)

수 있었다. 그러므로 관심주파수 대역을 80~300Hz로 한정하였다. Fig. 10은 측정된 주파수응답함수와 개선전 유한요소모델의 주파수응답함수이다.

Fig. 11은 탄성계수를 설계변수로 정하여 두 번째 고유진동수에 대한 역고유감도법을 적용한 결과이다. 이 결과를 보면 단순히 공진봉의 주파수만이 일치되었을 뿐 전체적인 주파수응답함수의 개형은 차이가 많이 나는 것을 알 수 있다. 이는 역고유감도법의 목적함수가 단순히 고유해로 한정되기 때문이다. 또한 설계변수로 탄성계수만을 선정한 경우에 설계변수의 수가 하나가 되므로 목적함수의 개수(일치시킬 고유해의 개수)가 커지면 계산과정이 불안정해진다.

Fig. 12에서는 주파수응답법을 적용한 경우의 결과이다. 관심있는 주파수 대역에서는 유한요소모델의

주파수응답함수가 실험에서 얻은 주파수응답함수에 일치하는 것을 알 수 있다.

위의 결과는 역고유감도법보다 주파수응답법이 실험에서 얻은 주파수응답함수에 보다 일치하는 결과를 준다는 것을 나타낸다.

### 5. 결합부 동정

지금까지의 결과는 계 전체의 질량행렬이나 강성행렬을 변화시키는 것이었다. 그러나 실제의 경우에 있어서 계 전체의 질량, 강성 행렬을 바꾸는 것은 매우 어려운 일이다. 이는 전체 유한요소모델을 바꾸는 것을 의미하기 때문이다. 그러나 기계구조물의 경우에 있어서 유한요소모델을 구성할 때 가장 큰 오차를 발생시키는 부분이 결합부이므로 본 방법을 결합부에 적용하여 결합부의 동정을 행한다.

#### 5.1 보구조물의 실험

Fig. 13과 같이 실제로 두개의 보가 볼트로 결합된 모델에 대하여 결합부에 대한 유한요소모델의 개선을 행하였다. 각각의 보는 단면이 12mm×12mm이고 길이가 515mm이며 M6볼트를 사용하여 체결토오크는 15kgf·cm로 체결하였다.

충격실험을 행하여 얻은 주파수응답함수를 사용하여 유한요소모델을 개선하였다. 유한요소모델을 사용하여 z방향 병진자유도와 나머지 6자유도와 주파수응답함수를 구해보면 z병진 자유도, y회전 자유도 외의 4개의 자유도에 대해서는 0의 값을 갖는다는 것을 알 수 있었다. 이는 나머지 4개의 자유도는 z방향 병진자유도에 대해 영향을 끼치지 않는다는 것을 의미한다. 관심이 있는 구조물의 동적거동이 z방향이므로 나머지 자유도는 무시하고 결합부는 2개의 자유도(z병진 자유도, y회전 자유도)를 가진다고 가정하였다. 즉 볼트결합부를 1개의 2자유도 결합요소로 모델링하였다. 결합요소의 초기값은 강결합되어 있다고 생각해서 보요소의 강성값을 사용하였다. 10개의 절점을 차례로 충격망치로 가진하여 주파수응답함수를 얻었다. Fig. 14은 실험과 개선전의 유한

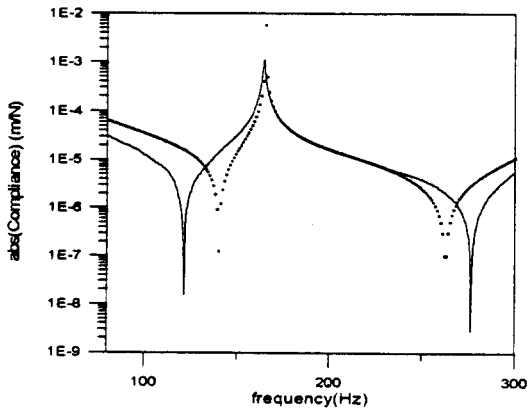


Fig. 11 Driving compliance of experimental and IESM updated FEM model for plate(— Experimental data, ..... Updated FEM data)

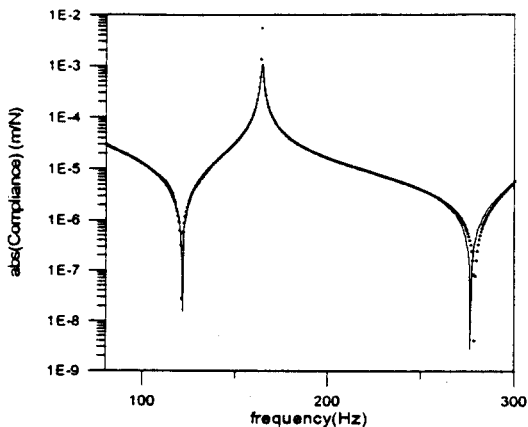


Fig. 12 Driving compliance of experimental and RFM updated FEM model for plate(— Experimental data, ..... Updated FEM data)

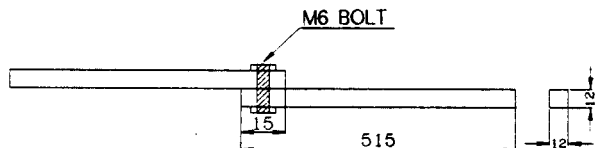


Fig. 13 Bolted beams

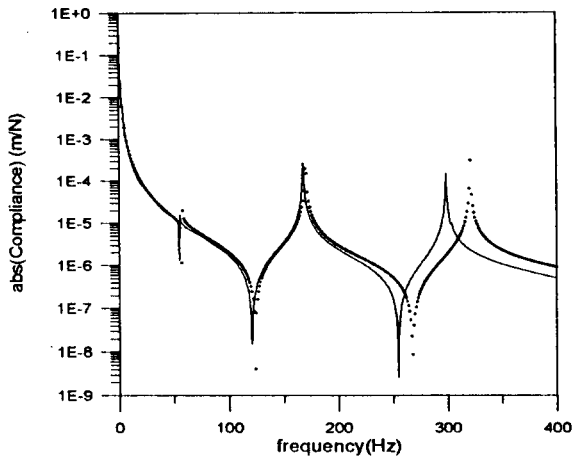


Fig. 14 Driving compliance of experimental and FEM model for bolted beams(— Experimental data, ..... FEM data)

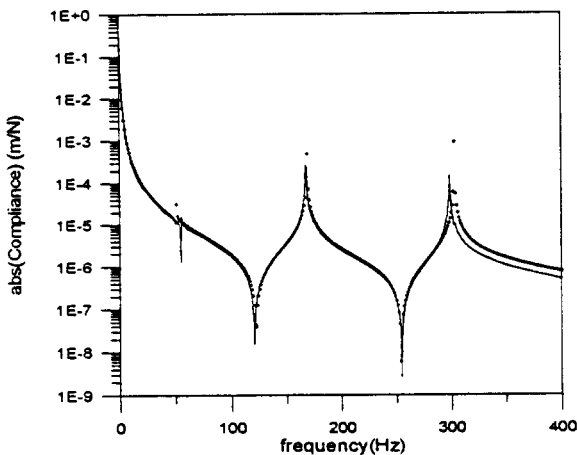


Fig. 15 Driving compliance of experimental and updated FEM model for bolted beams(— Experimental data, ..... Updated FEM data)

요소모델의 주파수응답함수이다. Fig. 15는 개선된 유한요소모델의 주파수응답함수와 실험에서 얻은 주파수응답함수이다.

300Hz 이상에서 두 주파수응답함수가 약간의 차이를 보이는 것 외에는 개선된 유한요소모델의 주파수응답함수가 실험에서 얻은 결과와 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 300Hz 이상에서 오차가 생기는 것은 유한요소모델의 개선과정에서 결합부의 강성값만을 개선하였기 때문이다. 볼트로 체결된 결합부는 유한요소모델과 강성 뿐만 아니라 질량도 차이가 난다. 그러나 강성값과 질량을 모두 개선하게 되면 해의 유일성(uniqueness)이 보장되지 않기 때문에 영

Table 1 Identified stiffness of joint element (N/m)

|                     | Initial value | Final value | Difference |
|---------------------|---------------|-------------|------------|
| Translational z DOF | 7.0544e5      | 4.4245e5    | -38%       |
| Rotational y DOF    | 3.6742e3      | 1.5719e3    | -58%       |

향이 더 큰 강성값만을 개선하였다.

Table 1에서 개선된 결합요소의 강성값을 보인다. 강결합인 초기값의 경우에 비해 40~60%의 강성값을 가지는 것을 알 수 있다. 이는 결합부의 일반적인 특성을 고려해 볼 때 타당한 결과로 생각된다.

위의 결과는 결합부가 존재하는 실제 구조물의 경우에 응답함수법을 이용한 유한요소모델의 개선과정을 통해서 결합요소의 강성값을 동정하는 것이 가능하다는 것을 의미한다. 즉 응답함수법을 사용하면 별도의 계산과정이 필요없이, 결합요소 강성값의 동정과 그 결과가 반영된 개선된 유한요소모델을 하나의 계산과정으로 얻을 수 있다.

## 6. 결 론

주파수응답함수를 직접 이용하는 유한요소모델 개선 알고리즘을 이용하여 이산계, 보 및 판에 대하여 모의실험과 실험을 행하였다. 또 이 알고리즘을 볼트로 체결된 보의 결합부에 적용하여 모의실험과 실험을 행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 정규분포의 잡음이 혼입된 경우와 전체자유도 중 일부만을 측정된 경우 등에 대한 모의실험을 통하여 주파수대역선정의 기준을 제시하였다.

(2) 감쇠가 적은 경우에 실험에서 얻어지는 복소수 데이터를 위상을 고려하여 실수로 바꾸고, 공진봉에서 벗어난 주파수에서 데이터를 취해 응답함수법을 적용하여 감쇠를 고려하지 않고도 안정된 결과를 얻을 수 있었다.

(3) 고유해의 추정이 어려운 근접한 공진봉을 가지는 보의 경우에 대해 응답함수법을 적용하여 관심 주파수 대역에서 실험과 잘 일치하는 결과를 얻을 수 있었다.

(4) 판에 대해 역고유방법과 응답함수법을 각각 사용하여 유한요소모델의 개선을 행한 결과, 역고유방법은 공진봉 근처에서만 주파수응답함수가 일치하나, 응답함수법의 경우에는 관심주파수대역내에서 고르게 주파수응답함수가 일치하였다.

(5) 다른 계산과정없이 응답함수법으로 결합부의 강성값을 동정하여 실험에서 얻은 동적특성을 잘 포



현하는 결합부의 동정결과를 얻을 수 있었다.

### 참 고 문 헌

- (1) Mottershead, J. E., Friswell, M. I., 1993, "Model Updating in Structural Dynamics: A Survey," *Journal of Sound and Vibration*, 167 (2), pp. 347~375.
- (2) Zhang, Q., Lallement, G., Fillod, R., and Piranda, J., 1987, "A Complete Procedure for the Adjustment of a Mathematical Model from Identified Complex Modes," *Proceedings of IMAC 5*, pp. 1183~1190.
- (3) Lin, R. M., and Ewins, D. J., 1990, "Model Updating Using FRF Data," *International Semainar on Modal Analysis 15*, pp. 141~163.
- (4) Visser, W. J., and Imregun, M., 1991, "A Technique to Update Finite Elements Models Using Frequency Response Function," *Proceedings of IMAC 9*, pp. 462~468.
- (5) 강성구, 지태한, 유원희, 박영필, 1994, "주파수응답함수의 변화를 이용한 기계적 결합부의 동적 특성 파라미터 해석," *한국소음진동공학회지* 제4권 제2호, pp. 155~161.
- (6) 백성남, 지태한, 박영필, 1994, "볼트 결합부의 동적 파라미터 해석," *한국소음진동공학회 추계학술대회논문집*, pp. 244~249.
- (7) Nobari, A. S., Robb, D. A. and Ewins, D. J., 1993, "Model Updating and Joint Identification Methods, Restrictions and Overlap," *International Journal of FEM and Experimental Modal Analysis*, pp. 93~105.
- (8) Strang, G., 1988, *Linear Algebra and Its Applications*, HBJ.
- (9) Visser, W. J., 1993, *Model Updating using Frequency Response Function*, Ph. D Thesis, Imperial College, London University.
- (10) Lieven, N. J., Ewins, D. J., 1990, "Expansion of Modal Data for Correlation," *Proceedings of IMAC 8*, pp. 605~609.
- (11) Freed, A. M., Flanigan, C. C., 1990, "A Comparison of Test-Analysis Model Reduction Methods," *Proceedings of IMAC 8*, pp. 1344~1351.
- (12) Heylen, W., Lammens, S., Sas, P., 1994, *Modal Analysis Theory and Testing*, Univ. of Katholieke Universiteit Leuven.
- (13) Lammens, S., Heylen, W., Sas, P., 1994, "The Selection of Updating Frequencies and the Choice of A Damping Approach for Model Updating Procedures using Experimental Frequency Response Functions," *Proceedings of IMAC 12*, pp. 1383~1389.