

< 논 문 >

보강재의 운동으로 인한 보강판의 연성진동

Coupled Vibration of Stiffened Plates due to Motion of Stiffeners

이 현 업*

Lee, Hyun Yup

(1996년 10월 30일 접수; 1996년 12월 2일 심사완료)

Key Words : Stiffened Plate(보강판), Coupled Vibration(연성진동), Periodic Structure(주기구조), Propagation Constant(전파상수), Characteristic Free Wave(특성자유파)

ABSTRACT

In a stiffened plate reinforced on one of its sides by beam type stiffeners, the asymmetry about the plate mid-plane induces coupling between flexural wave and longitudinal wave. In this research, interactions between flexural and longitudinal wave motion are analyzed in a stiffened plate which is reinforced only in one direction. The plate is modelled as a beam to which offset spring-mounted masses are attached at regular intervals. Propagation constants of the coupled waves and corresponding characteristic waves are derived by using periodic structure theory, and a computer code is developed. Also, sample calculations are carried out and the results are discussed.

기 호 설 명

- l : 주기요소의 길이(보강재 간격)
- x : 주기요소에서 종방향의 좌표, 원점은 주기요소의 중앙
- $u(x)$: 보의 중립면에서의 종방향 변위
- u_L : 주기요소 좌측단의 종방향 변위
- u_R : 주기요소 우측단의 종방향 변위
- $v(x)$: 보의 상하방향 변위
- u'_L : 주기요소 좌측단의 굽힘에 의한 경사
- v'_R : 주기요소 우측단의 굽힘에 의한 경사
- P_L : 주기요소 좌측단에 작용하는 전체 종방향 힘
- P_{LB} : 주기요소 좌측단의 보에 작용하는 종방향 힘
- P_{LS} : 주기요소 좌측단의 반-보강재(A)에 작용하는 종방향 힘
- M_L : 주기요소 좌측단에 작용하는 전체 모멘트
- M_{LB} : 주기요소 좌측단의 보에 작용하는 모멘트
- P_R : 주기요소 우측단에 작용하는 전체 종방향 힘
- P_{RB} : 주기요소 우측단의 보에 작용하는 종방향 힘
- P_{RS} : 주기요소 우측단의 반-보강재(A)에 작용하는

종방향 힘

- M_R : 주기요소 우측단에 작용하는 전체 모멘트
- M_{RB} : 주기요소 우측단의 보에 작용하는 모멘트
- u_{LA} : 주기요소 좌측단의 A점의 종방향 변위
- u_{Lm} : 주기요소 좌측단의 플랜지의 종방향 변위
- u_{RA} : 주기요소 우측단의 A점의 종방향 변위
- u_{Rm} : 주기요소 우측단의 플랜지의 종방향 변위

1. 서 론

선박이나 해양구조물과 같은 구조물에 있어서는, 힘을 많이 받는 강도부재로서 평판보다는 보강판(stiffened plate)을 많이 사용하고 있다. 일반적으로, 보강판은 등가의 평판으로 치환하여 굽힘진동을 해석하고 있다. 그러나 보강판의 굽힘은 보강재의 회전을 유발하게 되고 보강재의 회전에 의한 관성력은 판의 종진동(面内진동)을 유발하게 되므로 굽힘진동과 종진동의 연성이 일어나게 되는데, 등가평판으로 해석하는 방법에서는 이러한 영향을 고려할 수가 없다.

저주파수의 진동에 대해서는 등가평판으로의 해석

*정회원, 홍익대학교 조선해양공학과

이 타당하지만, 소음해석 영역의 고주파수에서는 보강재 진동으로 인한 연성의 영향은 커진다. 따라서, 본 연구에서는 보강재의 운동으로 인한 보강판의 굽힘진동과 종진동과의 연성진동을 해석하는 이론적 기법을 개발하고자 한다.

본 연구에서는 단순한 해석을 위하여 우선 한 쪽 방향으로만 보강된 판의 진동에 있어서 보강재의 운동에 의한 영향을 해석하였다. 이 보강판은 한 쪽 방향으로의 굽힘강성이 다른 쪽 방향보다 훨씬 강하게 되므로 판은 균일보로 모델링하고, 보강재의 웨브는 스프링으로 플랜지는 집중질량으로 모델링하였다. 보의 굽힘운동은 집중질량의 종방향운동을 유발하며 집중질량의 종방향 운동은 보의 종방향운동을 유발한다. 또한, 집중질량과 보의 중립축과의 거리로 인하여, 집중질량의 종방향 운동은 보에 굽힘모멘트를 유발한다.

해석방법으로는 주기구조이론(periodic structure theory)를 이용하였으며(1, 2), 전파상수(propagation constants)와 그에 해당하는 특성자유파(characteristic free waves)를 구하였다. 특성자유파의 변위모드, 힘모드 뿐 아니라, 상하운동의 에너지와 종방향에너지와의 비도 구하였다. 또한, 이 해석기법을 전산화하였으며, 실제의 보강판에 대한 해석을 수행하여 그 결과를 검토하였다.

2. 이론적 모델

Fig. 1은 한쪽방향으로만 균일간격으로 보강된 판의 단면을 나타낸다. 이러한 보강판은 종종 등간격

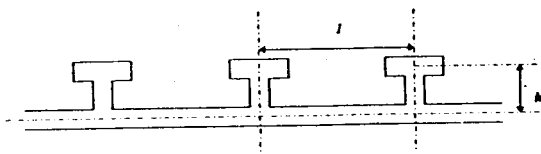


Fig. 1 Cross-section of a stiffened plate

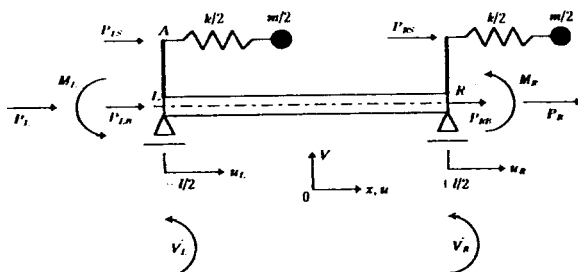


Fig. 2 The mechanical model of a periodic element

으로 탄성지지 혹은 단순지지된 보로 처리하여 해석한다(1). 본 연구에서는 해석을 단순하게 하기 위하여 보강재의 위치에서 상하방향에 대한 구속조건을 단순지지로 가정하였는데, 진동의 파장이 보강재 간격보다 짧은 고주파 영역에서는 타당하다. 따라서, 본 연구에서는 Fig. 1의 보강판을 보강재와 인접 보강재 사이를 하나의 요소로 하는 주기적 구조물로 모델링하여, 하나의 주기요소에 대한 해석을 통하여 그 전파특성을 해석하였다.

Fig. 2는 보강재와 인접한 보강재 사이의 주기요소에 대한 이론적 모델을 나타낸다. 보강재의 웨브가 외팔보 같이 굽혀지는 변형을 고려하면, 보강재는 판에서 h (웨브의 길이)의 높이에 스프링 상수 k 인 스프링에 의해 부착된 질량 m (플랜지의 질량)으로 모델링할 수 있다. Fig. 2의 주기요소는 보강재 사이의 보와 양쪽 단에 부착된 반-보강재($k/2$ 와 $m/2$)로 구성된다. 이 요소가 반복되어 연결됨으로써, 하나의 지지점에 보강재 하나가 이루어지게 된다.

3. 주기요소에서의 연성파

3.1 주기요소 내부에 대한 운동방정식 및 해

Fig. 2의 주기요소에 대해, 조화운동을 가정하면 구간 $-l/2 < x < l/2$ 에서의 종방향 운동과 상하방향 운동에 대해 조화운동($e^{i\omega t}$)을 가정하면 지배방정식은 다음과 같이 된다.

$$ES \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \omega^2 \rho S u = 0 \quad (1)$$

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - \omega^2 \rho S v = 0 \quad (2)$$

여기서, ω 는 원진동수, E 와 ρ 는 보의 Young's Modulus와 밀도이며, S 와 I 는 보의 단면적과 단면 2차 모멘트이다. 양단에서 상하변위가 없음을 고려하면 위 식들의 해는 다음과 같다.

$$u(x) = A \cos kx + B \sin kx \quad (3)$$

$$v(x) = C (\cosh k_f x - \sigma \cos k_f x) + D (\sin k_f x - \psi \sin k_f x) \quad (4)$$

여기서,

$$k_i^2 = \omega^2 \rho / E \quad (5)$$

$$k_f^4 = \omega^2 \rho S / EI \quad (6)$$

$$\sigma = \cosh(k_f l / 2) / \cos(k_f l / 2) \quad (7)$$

$$\psi = \sinh(k_f l / 2) / \sin(k_f l / 2) \quad (8)$$

양단에서의 종방향변위와 회전량을 아래와 같이 정

$$\begin{Bmatrix} u_R \\ v_R' \end{Bmatrix} = \{q_R\} \quad (36)$$

$$\begin{Bmatrix} P_L \\ M_L \end{Bmatrix} = \{Q_L\} \quad (37)$$

$$\begin{Bmatrix} P_R \\ M_R \end{Bmatrix} = \{Q_R\} \quad (38)$$

q_L 은 주기요소 좌측단의 종방향 변위와 굽힘에 의한 경사를 나타내는 변위행렬이고, q_R 은 우측단의 변위행렬이다. Q_L 은 주기요소 좌측단의 힘과 모멘트를 나타내는 힘행렬이고, Q_R 은 우측단의 힘행렬이다. 식 (34)의 강성행렬의 각 요소는 다음과 같다.

$$D_{LL} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \alpha_1 - \omega^2 m' & \omega^2 m' h \\ \omega^2 m' h & \alpha_3 - \omega^2 m' h^2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$D_{LR} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\alpha_2 & 0 \\ 0 & -\alpha_4 \end{bmatrix} \quad (40)$$

여기서,

$$\alpha_1 = E S k_l f_5 \quad (41)$$

$$\alpha_2 = E S k_l f_6 \quad (42)$$

$$\alpha_3 = E I k_f (f_2 f_3 + f_1 f_4) \quad (43)$$

$$\alpha_4 = E I k_f (f_2 f_3 - f_1 f_4) / f_1 f_2 \quad (44)$$

하나의 특성자유파가 이 주기요소를 통과할 때, 양단의 변위벡터와 힘벡터는 전파상수, μ ,에 의해 다음과 같은 관계를 갖게 된다⁽²⁾.

$$\{q_R\} = e^{-\mu} \{q_L\} \quad (45)$$

$$\{Q_R\} = -e^{-\mu} \{Q_L\} \quad (46)$$

이 식들을 식 (34)에 대입하여 $\{Q_L\}$ 을 소거하면, 다음 식을 얻게 된다.

$$[D_{LL} + \cosh \mu D_{LR}] \{q_L\} = 0 \quad (47)$$

$\{q_L\}$ 이 non-trivial solution을 갖기 위해서는, 다음의 특성방정식을 만족해야 한다,

$$|D_{LL} + \cosh \mu D_{LR}| = \alpha_2 \alpha_4 \cosh^2 \mu - \cosh \mu [\alpha_1 (\alpha_1 - \omega^2 m') + \alpha_2 (\alpha_3 - \omega^2 m' h^2)] + \alpha_1 (\alpha_3 - \omega^2 m' h^2) - \alpha_3 \omega^2 m' = 0 \quad (48)$$

이 식의 해는 다음과 같다.

$$\cosh \mu = \frac{1}{2} [(d_1 - d_2 + d_3 - d_4) \pm ((d_1 - d_2 - d_3 + d_4)^2 + 4d_2 d_4)^{1/2}] \quad (49)$$

여기서,

$$d_1 = \alpha_1 / \alpha_2 \quad (50)$$

$$d_2 = \omega^2 m' / \alpha_2 \quad (51)$$

$$d_3 = \alpha_3 / \alpha_4 \quad (52)$$

$$d_4 = \omega^2 m' h^2 / \alpha_4 \quad (53)$$

식 (49)으로 부터 전파상수, μ ,를 구하게 되는데, 두 개의 복소수 값을 갖게 된다.

3.4 모드(특성자유파)

식 (48)으로 부터 두 개의 $\mu(\mu_1, \mu_2)$ 를 구하면, 각각에 대하여 식 (47)으로 부터 아래와 같이 u_L 과 v_L' 의 관계를 구할 수 있다. 이들의 비가 특성자유파의 변위모드이다.

$$v_{Li}' = -u_{Li} J_i / h, \quad i=1, 2 \quad (54)$$

$$J_i = (d_1 - d_2 - \cosh \mu_i) / d_2, \quad i=1, 2 \quad (55)$$

식 (45), (46)을 식 (34)에 대입하고, 첫 식에 $e^{-\mu}$ 를 곱하여 두째 식과 합하면, 판에서의 종방향 힘과 모멘트는 각각의 μ 에 대하여 다음과 같이 u_L 로 표현할 수 있으며, 이들의 비가 특성자유파의 힘모드이다.

$$P_{Li} = \frac{\alpha_2 \sinh \mu_i}{2} u_{Li}, \quad i=1, 2 \quad (56)$$

$$M_{Li} = -\frac{\alpha_4 J_i \sinh \mu_i}{2h} u_{Li}, \quad i=1, 2 \quad (57)$$

각 모드에서, 하나의 주기요소에 대한 보의 굽힘 에너지(상하운동에 의한 운동에너지), T_{Fi} ,와 보의 종방향운동에 의한 운동에너지, T_{Li} ,는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T_{Fi} = \frac{\omega^2}{2} \int_{-l/2}^{+l/2} \rho S |v_i(x)|^2 dx = \frac{\omega^2 \rho S}{2} \int_{-l/2}^{+l/2} v_i(x) v_i^*(x) dx, \quad i=1, 2 \quad (58)$$

$$T_{Li} = \frac{\omega^2}{2} \int_{-l/2}^{+l/2} \rho S |u_i(x)|^2 dx = \frac{\omega^2 \rho S}{2} \int_{-l/2}^{+l/2} u_i(x) u_i^*(x) dx, \quad i=1, 2 \quad (59)$$

각 모드에 대한 이들 굽힘에너지의 종방향 운동에너지에 대한 비는 식 (3), (4)을 이용하여 구할 수 있으며, 결과는 다음과 같다.

$$(T_F / T_L)_i = |J_i|^2 (l/h)^2 (N_{1i} / N_{2i}), \quad i=1, 2 \quad (60)$$

여기서,

$$N_{1i} = (G_1 - G_2) \frac{\sinh z_i}{z_i} + (G_1 + G_2) \frac{\sinh z_r}{z_r} + (g_1 |\sigma|^2 + g_2 |\phi|^2) \frac{\sinh z_i}{z_i} + (G_1 |\sigma|^2 - G_2 |\phi|^2) \frac{\sinh z_r}{z_r} + [2 / (z_r^2 - z_i^2)] \times \text{Re}[(z_r - z_i) \{ \phi(1-i) G_2 - \sigma(1+i) G_1 \} \sinh z_i]$$

$$\{(z_r + z_i)(1 - i)/2\} + (z_r + z_i)[\psi(1 + i) - \sigma(1 - i)G_1 \sinh\{(z_r - z_i)(1 + i)/2\}] \quad (61)$$

$$G_{1i} = |1 - e^{-\mu_i}|^2 / |k_f l f_i|^2, \quad i = 1, 2 \quad (62)$$

$$G_{2i} = |1 + e^{-\mu_i}|^2 / |k_f l f_i|^2, \quad i = 1, 2 \quad (63)$$

$$z_r = \text{Real}[k_f l] \quad (64)$$

$$z_i = \text{Imag}[k_f l] \quad (65)$$

$$N_{2i} = (H_{1i} + H_{2i})(\sinh y_i) / y_i + (H_{1i} - H_{2i})(\sin y_r) / y_r \quad (66)$$

$$H_{1i} = |1 + e^{-\mu_i}|^2 / |\cos k_i l / 2|^2, \quad i = 1, 2 \quad (67)$$

$$H_{2i} = |1 - e^{-\mu_i}|^2 / |\sin k_i l / 2|^2, \quad i = 1, 2 \quad (68)$$

$$y_r = \text{Real}[k_i l] \quad (69)$$

$$y_i = \text{Imag}[k_i l] \quad (70)$$

4. 계산에 및 검토

3장의 해석기법을 전산화하였으며, Fig. 4와 같은 보강판에 대해 Table 1과 같이 플랜지 질량과 오프

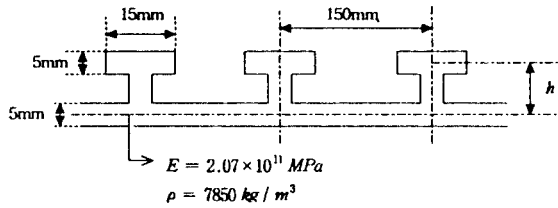


Fig. 4 The stiffened plate of the calculation example

Table 1 Characteristics of Calculation Plates

Model	Flange mass(m)	Offset(h)	Spring constant(k)	f _s
A	0	0	0	
B	0.58875kg/m	0.0275m	2.07 × 10 ⁸ N/m ²	2.984Hz
C	0.58875kg/m	0.0550m	2.07 × 10 ⁸ N/m ²	2.984Hz

셋거리 h 를 변화시키며 3가지 경우에 대해 계산을 수행하였다. A판은 보강재가 없으나 Fig. 4의 보강재 위치에서 단순지지된 평판이고, B판은 보강재가 두께가 4mm 길이가 25mm인 웨브와 두께 5mm 길이 15mm인 플랜지로 이루어져 있다. C판은 플랜지 질량과 스프링(웨브의 외팔보 변형)은 B판과 같고 오프셋 거리만 두배이다.

식 (49)의 전파상수는 두 개의 복소수 값을 갖게 되는데, 실수부분이 0이 아니면 진동은 전파되면서 감소된다. 실수부분을 x 라하면 식 (45)과 식 (46)에 의하여 하나의 보강재를 지나는 동안 진폭이 e^{-x} 배로 감소된다.

A판에 대한 전파상수를 계산한 결과를 Fig. 5에 실었다. A판의 경우, 보강재가 없으므로 횡파와 종파의 연성이 없다. Fig. 5의 (a)와 (b)는 종파에 대한 전파상수, μ_1 ,의 실수부와 허수부를 나타내고, (c)와 (d)는 횡파에 대한 전파상수, μ_2 ,의 실수부와 허수부를 나타낸다. 평판에 있어서 종파의 전파상수

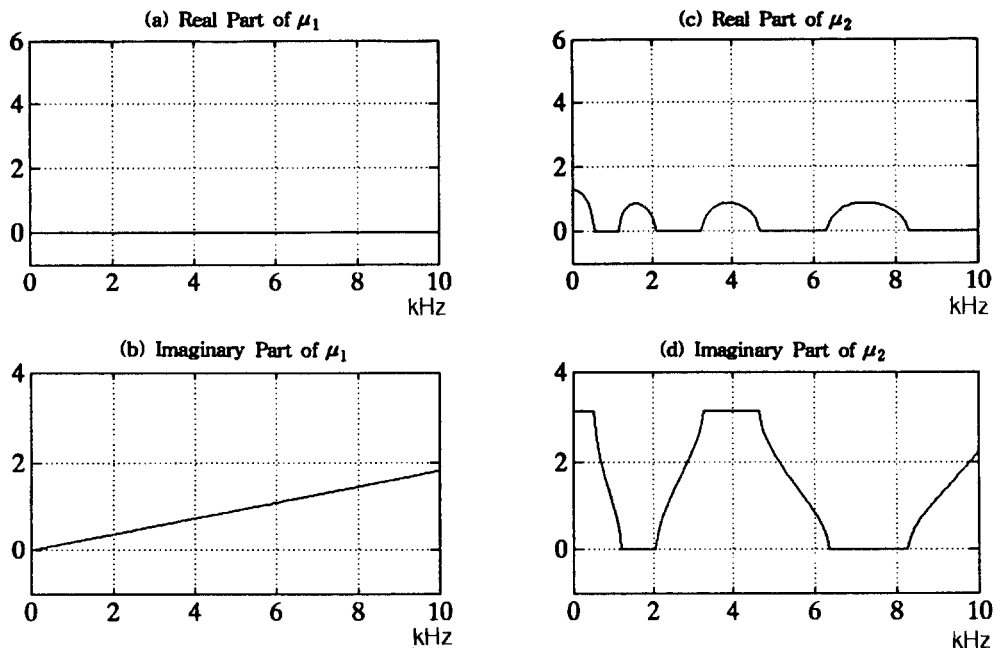


Fig. 5 The propagation constants for the plate without stiffeners

는 허수부만 갖게되는데 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mu_1 = ik_1 l = i \frac{\omega l}{\sqrt{E/\rho}} \quad (71)$$

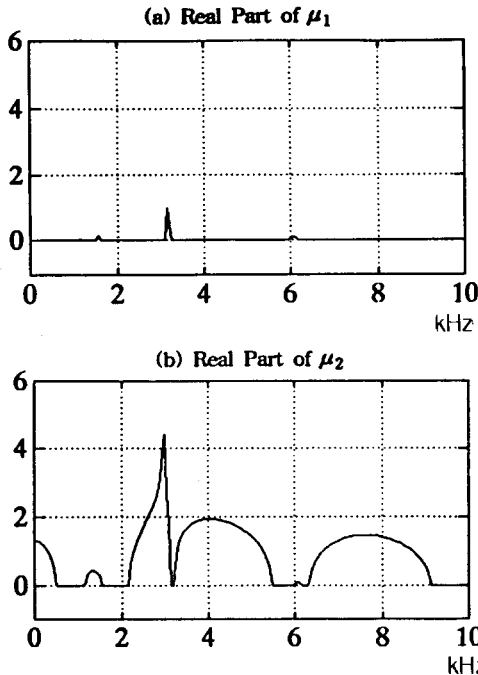


Fig. 6 The propagation constants for the stiffened plate B ($h=0.0275m$)

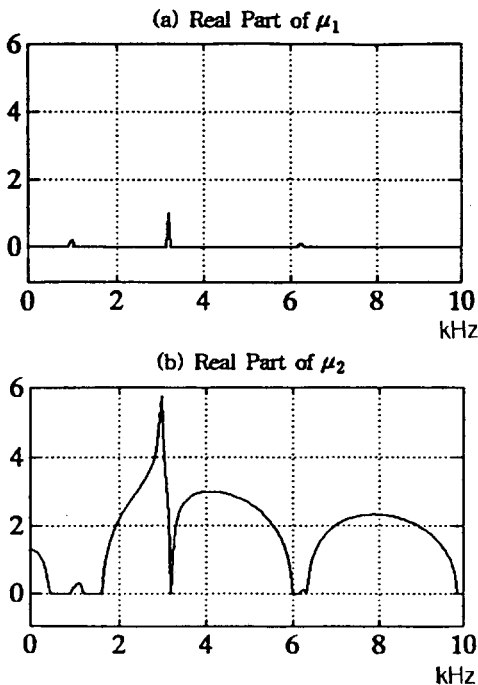


Fig. 7 The propagation constants for the stiffened plate C ($h=0.055m$)

횡파에서는 Stopband(실수부가 0이 아닌 주파수 영역)가 보이는데 이것은 주기적인 구속조건(본 계산에서는 보강재의 위치에서 단순지지로 처리)에 의해 나타나는 것으로 참고문헌(5)의 결과와 일치한다.

B판에 대한 전파상수의 실수부를 Fig. 6에 나타내었다. Fig. 6(a)와 6(b)에서 보면 Fig. 5(a)와 5(c)에서는 없던 stopband가 3,000 Hz 근처에서 생겼는데, 이것은 Table 1에서 보다시피 보강재가 동적흡진기로 작용하게 되는 주파수영역이 이 부근이기 때문이다. Fig. 6(b)에서 보면 Fig. 5(c)에 비해 stopband 영역과 크기가 더 커지는데, 이는 보강재의 운동으로 인한 연성의 영향이다. 연성항이 더 커지는 C판의 경우에는, Fig. 7(b)에서 보다시피 stopband 영역과 크기가 더욱 넓어진다. 그러나 Fig. 7(a)에서 보다시피 종파에 대해서는 별 변화가 없다.

5. 결 론

본 연구에서는 한 쪽방향으로만 보강된 판의 진동에 있어서 보강재의 운동에 의한 영향을 해석하는 이론적 기법을 제시하였다. 이 보강판은 한 쪽 방향으로의 굽힘강성이 다른 쪽 방향보다 훨씬 강하게 되므로 판은 균일보로 모델링하고, 보강재의 웨브는 스프링으로 플랜지는 집중질량으로 모델링하여, Mead의 주기구조이론(periodic structure theory)를 이용하여 전파상수(propagation constants)와 그에 해당하는 특성자유파(characteristic free waves)를 구하였다. 특성자유파의 변위모드, 힘모드 뿐 아니라, 상하운동의 에너지와 종방향에너지와의 비도 구하였다. 또한, 이 해석기법을 전산화하였으며, 실제의 보강판에 대한 해석을 수행하여 그 결과를 검토하였다.

4장의 계산예에서 보다시피, 보강판에서는 횡파와 종파의 연성으로 인하여 횡파의 stopband 영역이 확대된다. 이 영역에서는 횡파가 주인 모드는 전파되면서 감소되고, 종파가 주인 모드는 감소없이 전파되어 나간다. 즉, 보강판에 충격이 주어지면 이 충격은 2개의 모드(특성자유파)로 분해되어 전파되어 나가게 되는데, 먼 곳까지 전달되는 진동은 종파가 주인 모드에 의한 것이다.

따라서, layered damping treatment와 같이, 횡방향 운동을 줄이는 데에는 효과적이지만 종방향 운동을 줄이는 데에는 효과적이지 못한 방법은 보강판

의 고주파 진동을 줄이는 데에 적절하지 못하다. 보강판의 소음을 줄이기 위하여는 종방향운동을 줄이는 데에 효과적인 방법이 적절하다.

후 기

이 논문은 1995년도 홍익대학교 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

- (1) Engels, R. C., 1980, "Response of Infinite Periodic Structures," Journal of Sound and Vibration, Vol69, pp181~197
- (2) Mead, D. J., 1973, "A General Theory of Harmonic Wave Propagation in Linear Periodic Systems with Multiple Coupling," Journal of Sound and Vibration, Vol27, pp235-260
- (3) Meirovitch, L., 1967, 1993, 'Analytical Methods in Vibrations,' Macmillan & Co.
- (4) 이장무 역, 1993, "기계진동-이론과 응용-", 회중당.
- (5) Bishopand, R. E. D. and Johnson, D. C., 1960, "The Mechanics of Vibration," Cambridge University Press