

〈논 문〉

독립모달공간 제어기법에서 작동기 수의 절감에 대한 연구

Reduction of Number of Actuators for Independent Modal Space Control

황재혁* · 김준수** · 박명호***

Jai-Hyuk Hwang, Joon-Soo Kim and Myung-Ho Park

(1996년 11월 16일 접수 ; 1997년 2월 1일 심사완료)

Key Words :Vibration Control(진동제어), Asymptotic Stability Condition(점근안정조건), Switching Algorithm(스위칭기법), Number of Actuator(작동기 수), IMSC(독립모달공간 제어기법)

ABSTRACT

In this paper, a new modified independent modal space control(IMSC), which relaxes the fundamental hardware limitation of IMSC, is suggested to handle the vibration and attitude control problem for flexible large structures. This method has adapted a new switching algorithm between controlled modes and a novel design technique for modal control force. The main advantage of this method is to minimize the discontinuity of the modal control forces and to assure the asymptotic stability of the closed-loop systems. This process is shown to be simple and efficient in a realistic example of vibration control of a cantilever beam. It has been found that the modified IMSC suggested in this paper, which can reduce the number of actuators, is highly excellent compared to other previous methods in terms of the performance and stability of the vibration control systems.

1. 서 론

우주구조물과 같은 유연성을 갖는 구조물의 진동 제어기법으로 지금까지 많은 제어기법들이 제안되었다^(1~5). 그 중 가장 대표적인 것은 속도를 직접 피드백하는 병치제어(collocated control) 기법이다^(1,2). 이 기법은 작동기 동역학이 없다고 가정하면 무조건적으로 안정한 제어기법⁽³⁾이나 작동기 동역학이 존재하면 시스템이 불안정해 질 수 있으므로 주의해야 한다. 이러한 속도피드백 병치제어기법의 대안으로 Goh와 Caughey^(4,5)는 양 위치피드백(positive position feedback) 제어기법을 제안하였다. 이 기법

은 작동기 동역학에 의해 시스템이 불안정해 지지 않으며, 안정조건이 계의 파라메타에 의존하지 않으므로 매우 유용하다. 이 외에도 유연성을 갖는 구조물의 진동을 제어하는 여러 기법이 제안되었으나, 제안된 대부분의 제어기법들은 제어계의 차수가 증가할 수록 실제 제어기를 적용할 때 많은 어려움에 직면한다. 특히 제어기의 차수가 크고 제어계인을 실시간으로 구해야 할 경우 계산량은 매우 증가하게 된다. 이러한 문제를 효과적으로 다루기 위해, Meirovitch와 공동연구자^(6~12)들은 독립된 모달공간에서 제어기를 간단하고 쉽게 설계할 수 있는 독립모달공간 제어기법(independent modal space control)을 제안하였다. 이 기법은 모달행렬을 변환행렬로 하여 구조물의 운동방정식을 모달좌표계의 비결합된 방정식으로 분리시킨 후 모달공간에서 제어기를 설계한다. 이 경우, 제어기의 설계는 각 모드별로 모달 상태를 이용하여 독립적으로 수행되므로 모

*한국항공대학교 항공기계공학과

**한국항공대학교 항공공학과 대학원

***대전전문대학 기계자동차학부

델의 자유도 수에 관계없이 설계가 항상 간단하다. 즉 계산량이 매우 적게 된다. 이 제어기법에서는 모달 제어력을 먼저 설계하고, 좌표변환을 통해 실제 제어력을 계산하게 된다.

또한 독립모달공간 제어기법은 제어하고자 하는 모드의 수와 작동기의 수가 같으면 가제어성이 항상 만족하고 제어 스필로버를 최소화할 수 있다. 모달 제어력의 설계를 위한 모달 상태의 추정은 모달필터(충분한 수의 센서를 활용)을 이용하면 관측 스필로버를 배제할 수 있다. 그러나 이러한 많은 장점에도 불구하고, 이 제어기법의 단점은 제어모드의 수만큼 작동기의 수가 필요하다는 것이다. 이 단점때문에 독립모달공간 제어기법의 응용성에 제한을 받고 있다.

본 연구에서는 독립모달공간 제어기법의 하드웨어적 단점인 작동기의 수를 줄이는 방법에 대해 연구하였다. 제어모드의 수보다 적은 수의 작동기를 사용하려면 유사 역행렬(pseudo-inverse)을 이용한 제어력을 사용하든지 아니면 스위칭 알고리즘을 이용하여 제어모드중 일부를 선택하여 제어하면 된다. 본 논문에서는 작동기의 수가 제어모드 수보다 적을 때(원래 적게 설계하거나, 고장에 의해 수가 줄어질 때), 실제 진동제어계의 안정성과 성능의 저하를 유발하지 않는 효과적이고 안정한 스위칭 알고리즘과 모달제어력을 설계하였다. 적은 수의 작동기로 많은 수의 제어모드를 제어하고자 할 때, 스위칭이 적절하지 못하면 모드간 에너지의 전달로 인해 안정성을 잃어버릴 가능성이 항상 내재하고 있다. 따라서 스위칭 알고리즘을 포함하는 진동제어계의 안정성 해석이 반드시 필요하다. 본 연구에서는 구조물의 감쇠력을 언급하지 않았지만 감쇠력이 있는 경우에도 동일하게 적용될 수 있다.

2. 독립모달공간 제어기법에서 작동기 수의 절감

연속체의 운동방정식은 다음과 같은 상미분방정식으로 근사화될 수 있다.

$$I\ddot{v}(t) + \Lambda v(t) = f(t) \quad (1)$$

여기서 I 는 크기가 n 인 단위행렬이고, Λ 는 대각성 분이 고유진동수의 제곱으로 구성된 대각행렬($\Lambda = \text{diag}[\omega_1^2 \cdots \omega_n^2]$)이다. $f(t)$ 는 크기가 n 인 모달제어력 벡터이다. 여기서 n 은 제어모드의 개수를 뜻하며 $v(t)$ 는 제어기의 설계시 사용되는 모달변위 벡터이다. 또한 식 (1)을 얻는 과정에서 구조물의 감쇠력

은 없는 것으로 간주하였다. 독립모달공간 제어기법은 제어력 $f(t)$ 를 각 모드별로 독립적으로 설계하므로, 절차가 매우 간단하다. 그러나 제어모드의 수만큼 작동기의 수가 필요하다는 단점을 안고 있다^(6~9). 이러한 독립모달공간 제어기법의 단점을 개선하려는 연구가 일부 수행되었으나^(8,13,14) 미진한 상태이다. 지금까지 발표된 연구내용을 간단히 요약하면 다음과 같다. Meirovitch와 공동연구자⁽⁸⁾는 유사역행렬 개념을 이용하여 작동기의 수를 줄일 수 있음을 보였다. 그러나 이 방법은 진동제어계의 성능 및 안정성 면에서 매우 효과적이지 못하다. Lindberg와 Longman⁽¹³⁾은 작동기의 수가 제어모드의 수보다 적을 때 부최적제어(suboptimal control) 기법을 이용하여 독립모달공간 제어기를 설계하는 절차를 제안하였다. 이 방법에서는 해가 유일하지 않으며, 폐루프 프리의 안정성을 보장하지 못하므로 반드시 점검하여야 하는 단점이 있다. Baz와 Poh⁽¹⁴⁾는 작동기의 수가 제어모드의 수보다 적을 때, 매 순간마다 모달에너지 크기의 순서를 따져 에너지가 큰 모드에 작동기를 작용시키는 수정된 독립모달공간 제어기법을 제안하였다. 본 논문에서 이 기법을 편의상 Baz의 기법이라 부르기로 한다. 이 제어기법은 작동기의 스위칭 방법에 문제가 있고, 폐루프 방정식의 계수 행렬이 대칭행렬이 되지 않으므로 안정성이 보장되지 않는다. 따라서 본 연구에서는 안정성이 보장되는 작동기의 스위칭기법을 개발하여 적은 수의 작동기로 많은 모드를 제어할 수 있는 새로운 수정된 독립모달공간 제어기법을 제안하였다.

독립모달공간 제어기법에서 작동기의 수를 줄이는 방법인 유사역행렬 방법과 Baz의 기법을 간략히 정리하고 평가하면 다음과 같다.

2.1 유사역행렬 방법

독립모달공간 제어기법은 그 이름이 뜻하는 바와 같이 모달제어력 $f(t)$ 를 모달공간에서 독립적으로 구한다. $f(t)$ 를 설계하는 방법은 최적제어기법을 비롯하여 여러 제어기법을 각각의 모달공간에 적용하여 설계할 수 있다. 확장의 원리를 이용하면 모달제어력 벡터와 실제 제어력 벡터는 다음과 같은 관계로 표현된다.

$$\begin{aligned} f(t) &= BF(t) \\ B &= [\phi_i(x_j)], \quad i=1, 2, \dots, n, \quad j=1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $F(t)$ 는 실제 제어력 벡터를, $\phi_i(x_j)$ 는 x_j 위치에서의 i 번째 고유함수의 값을, n 은 제어모드의

개수를, m 은 작동기의 개수를 나타낸다. 식 (2)에서 실제 제어력 벡터 $F(t)$ 는 $f(t)$ 의 함수로 표현하기 위해 B 의 역행렬을 구해야 한다. 이러한 사실이 독립모달공간 제어기법의 단점이다. 즉 작동기의 수와 제어모드의 수가 일치할 때만 ($m=n$) B 의 역행렬을 구할 수 있으므로, 이 제어기법은 작동기의 수를 제어모드의 수만큼 요구하고 있다. 독립모달공간 제어기법을 실제로 적용할 때, 이러한 단점이 이 제어기법의 장점을 의미 없게 만드는 경우가 종종 발생할 수 있다.

만일 제어모드 수보다 적은 수의 작동기를 사용하고자 하면 ($m < n$), 다음과 같이 유사역행렬(pseudo-inverse)을 구하여 실제 제어력을 계산할 수 있다⁽⁸⁾.

$$F(t) = (B^T B)^{-1} B^T f(t) = B^+ f(t) \quad (3)$$

여기서 B^+ 는 B 의 유사역행렬이다. 그러나 유사역행렬은 실제 역행렬이 아니므로 오차가 존재하게 되어 설계한 대로 모달제어력 벡터 $f(t)$ 를 만들지 못하게 된다. 따라서 제어응답에 큰 오차를 발생시키게 되며, 심지어 폐루프계의 안정성을 잃어버리는 경우가 발생한다.

2.2 Baz의 수정된 독립모달공간 제어기법⁽¹⁴⁾

Baz와 Poh는 독립모달공간 제어기법에서 작동기의 수를 절감하기 위해, 작동기가 제어하고자 하는 모드를 매 시간마다 모달에너지 크기 순서에 따라 스위칭시키는 방법을 제안하였다⁽¹⁴⁾. 이 방법의 문제점을 지적하기 위해, Baz의 기법을 다음과 같이 새롭게 해석하고자 한다. 먼저 모달제어력 벡터를 다음 식과 같이 표현한다.

$$f(t) = \Gamma f^*(t) \quad (4)$$

여기서 좌표변환행렬 Γ 의 모든 행은 단위행렬의 행들로 이루어져 있어 모달제어력 벡터의 순서를 바꾸는 역할을 한다. $f^*(t)$ 는 순서가 바뀌어진 모달제어력 벡터로서 제어하려고 하는 모드와 제어하지 않는 모드가 순서대로 배열된 벡터이다.

$$f^*(t) = \begin{bmatrix} f_c(t) \\ f_u(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 $f_c(t)$ 및 $f_u(t)$ 는 각각 제어모드 및 제어하지 않는 모드의 모달 제어력 벡터이다. 일반적으로 $f_u(t)$ 는 제어 스필오버에 의해 발생되는 모달힘이다. 모달 제어력은 실제 제어력으로 표현할 수 있는데 이는 고유함수로 구성되는 모달 변환행렬을 통해

서 이루어진다.

$$\begin{aligned} f^*(t) &= \\ &\left[\begin{array}{ccc|ccc} \phi_1(x_1) & \cdots & \phi_1(x_m) & \phi_1(x_{m+1}) & \cdots & \phi_1(x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_m(x_1) & \cdots & \phi_m(x_{m+1}) & \phi_m(x_1) & \cdots & \phi_m(x_n) \end{array} \right] \\ &\left[\begin{array}{ccc|ccc} \phi_{m+1}(x_1) & \cdots & \phi_{m+1}(x_m) & \phi_{m+1}(x_{m+1}) & \cdots & \phi_{m+1}(x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_n(x_1) & \cdots & \phi_n(x_m) & \phi_n(x_{m+1}) & \cdots & \phi_n(x_n) \end{array} \right] \\ \begin{bmatrix} F_c(t) \\ F_u(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} B_{cc} & B_{cu} \\ B_{uc} & B_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_c(t) \\ F_u(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 첨자 C 는 제어모드를, 첨자 U 는 제어하지 않는 모드를 나타낸다. 만일 작동기의 개수인 m 개의 모드만을 제어하려고 한다면 $F_u(t) = 0$ 이 되고 $f^*(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$f^*(t) = \begin{bmatrix} B_{cc} \\ B_{uc} \end{bmatrix} F_c(t) \quad (7)$$

실제 제어력 벡터는 다음과 같다.

$$F_c(t) = B_{cc}^{-1} f_c(t) \quad (8)$$

또한 제어하지 않는 모드의 모달힘 벡터는 다음과 같다.

$$f_u(t) = B_{uc} B_{cc}^{-1} f_c(t) \quad (9)$$

이와 같이 독립모달공간 제어기법에서는 적은 수의 작동기만으로 많은 모드를 제어할 때, 제어하지 않는 모드에 제어 스필오버 $f_u(t)$ 가 발생한다.

제어모드의 모달제어력 벡터는 독립모달공간 제어기법에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_c(t) = -K_p v_c(t) - K_v \dot{v}_c(t) \quad (10)$$

여기서 K_p 와 K_v 는 제어계인 행렬로서 양한정한(positive definite) 대각행렬이다. 식 (8), (9), (10)을 식 (7)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} f^*(t) &= \begin{bmatrix} -K_p & -K_v \\ -B_{uc} B_{cc}^{-1} K_p & -B_{uc} B_{cc}^{-1} K_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ \dot{v}_c(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} K_p & 0 \\ B_{uc} B_{cc}^{-1} K_p & 0 \end{bmatrix} v^*(t) - \begin{bmatrix} K_v & 0 \\ B_{uc} B_{cc}^{-1} K_v & 0 \end{bmatrix} \dot{v}^*(t) \end{aligned}$$

위 식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f^*(t) = -G_p v^*(t) - G_v \dot{v}^*(t) \quad (11)$$

여기서

$$G_p = \begin{bmatrix} K_p & 0 \\ B_{uc} B_{cc}^{-1} K_p & 0 \end{bmatrix}, \quad G_v = \begin{bmatrix} K_v & 0 \\ B_{uc} B_{cc}^{-1} K_v & 0 \end{bmatrix}$$

또한 식 (11)의 $v^*(t)$ 는 순서가 바뀌어진 모달변위 벡터로서 제어하려고 하는 모드와 제어하지 않는 모드가 순서대로 배열된 벡터이다.

$$v^*(t) = \begin{bmatrix} v_c(t) \\ v_u(t) \end{bmatrix} = \Gamma^T v(t) \quad (12)$$

Baz의 기법의 문제점을 요약하면 크게 2가지로 나눌 수 있다. 첫번째로, 페루프 방정식의 계수 행렬이 비대칭 행렬이 된다. 즉 $\Gamma G_P \Gamma^T$ 및 $\Gamma G_V \Gamma^T$ 가 비대칭 행렬이다. 이와 같이 페루프계의 지배방정식의 계수행렬이 비대칭일 때 계의 안정성이 항상 보장되지는 않는다. 두번째로 Baz의 기법에서는 매 시간마다 모달에너지 크기 순서에 따라 무조건적으로 제어 모드를 스위칭 시키고 있다. 이는 제어력(제어계인)의 갑작스런 변화로 인하여 진동제어계의 성능을 저하시키며, 심한 경우에는 계의 불안정성을 초래하는 수도 있다. 따라서 다음 절에서 이러한 단점을 보완하는 새로운 제어기법을 제안하고자 한다.

3. 새로운 수정된 독립모달공간 제어기법의 제안

본 절에서는 적은 수의 작동기로 많은 수의 제어 모드를 제어하는 새로운 수정된 독립모달공간 제어기법을 제안하였다. 적은 수의 작동기로 많은 모드를 제어하기 위해, 안정한 스위칭 기법과 페루프계의 안정성이 보장되어야 한다.

본 연구에서 제안하는 제어기법은 다음과 같다. 먼저 제어하고자 하는 모드에 대해 각 모드별로 모달 에너지 ($\omega_i^2 v_i^2 + \dot{v}_i^2$, $i=1, 2, \dots, n$)의 순위를 매기고 이 중 모달 에너지가 가장 큰 m 개의 모드를 선정하여 제어한다. 그러나 모드의 스위칭이 일어날 때, 제어계인 값의 갑작스러운 변화로 인해 제어력에 불연속이 존재하게 되어 시스템의 응답에 좋지 않은 영향을 주게 되므로 모드의 스위칭에 주의하여야 한다. 이를 위해 본 연구에서는 제어하고자 하는 모드로 작동기를 스위칭한 후 각 모드의 시정수(고유치의 실수부의 역수)에 해당되는 시간만큼 제어한 후 다시 스위칭할 모드를 모달에너지의 순서를 계산하여 결정한다. 이제 작동기를 다른 모드로 스위칭 할 때 제어하고자 하는 모드의 모달변위가 영이 될 때 위치 피드백을 스위칭시키고 모달속도가 영이 될 때 속도피드백을 스위칭시킨다. 이렇게 함으로서 제어계의 안정성을 확보할 수 있다.

또한 페루프계의 안정성을 확보하기 위해 독립모달공간 제어기법을 다음과 같이 수정하여 제어계인

G_P 및 G_V 가 대칭이 되도록 한다.

$$\begin{aligned} f_c(t) &= -K_P v_c(t) - K_V \dot{v}_c(t) - K_P B_{CC}^{-1} B_{UC}^T v_U(t) \\ &\quad - K_V B_{CC}^{-1} B_{UC}^T \dot{v}_U(t) \end{aligned} \quad (13)$$

이 식은 모드제어기법에서 독립모달공간 제어기법과 결합제어(coupled control)⁽⁹⁾의 장점을 모두 활용한 것으로 간주할 수 있다. 식 (13)을 다시 식 (9)에 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_U(t) &= -B_{UC} B_{CC}^{-1} K_P v_C(t) - B_{UC} B_{CC}^{-1} K_V \dot{v}_C(t) \\ &\quad - B_{UC} B_{CC}^{-1} K_P B_{CC}^{-1} B_{UC}^T v_U(t) \\ &\quad - B_{UC} B_{CC}^{-1} K_V B_{CC}^{-1} B_{UC}^T \dot{v}_U(t) \end{aligned} \quad (14)$$

식 (13)과 식 (14)를 이용하여 구한 새로운 모달제어력 벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} f^*(t) &= -\begin{bmatrix} K_P & K_P B_{CC}^{-1} B_{UC}^T \\ B_{UC} B_{CC}^{-1} K_P & B_{UC} B_{CC}^{-1} K_P B_{CC}^{-1} B_{UC}^T \end{bmatrix} v^*(t) \\ &\quad - \begin{bmatrix} K_V & K_V B_{CC}^{-1} B_{UC}^T \\ B_{UC} B_{CC}^{-1} K_V & B_{UC} B_{CC}^{-1} K_V B_{CC}^{-1} B_{UC}^T \end{bmatrix} \dot{v}^*(t) \\ &= -G_P^* v^*(t) - G_V^* \dot{v}^*(t) \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 새로운 제어계인 G_P^* 와 G_V^* 는 양한정한 대칭 행렬임은 간단하게 확인할 수 있다.

이제 설계된 제어력을 계에 적용하기 위해 식 (15)와 식 (4)를 식 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I\ddot{v}(t) + \Lambda v(t) &= f(t) = -\Gamma G_P^* v^*(t) - \Gamma G_V^* \dot{v}^*(t) \\ &= -\Gamma G_P^* \Gamma^T v(t) - \Gamma G_V^* \Gamma^T \dot{v}(t) \end{aligned} \quad (16)$$

그러므로 진동계의 페루프 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$I\ddot{v}(t) + \Gamma G_V^* \Gamma^T \dot{v}(t) + (\Lambda + \Gamma G_P^* \Gamma^T) v(t) = 0 \quad (17)$$

여기서 $\Gamma G_V^* \Gamma^T$ 와 $\Lambda + \Gamma G_P^* \Gamma^T$ 는 양한정한 대칭행렬이다.

4. 페루프의 안정성 해석

본 절에서는 페루프 시스템의 안정성에 대해 고려해 보기로 하자. 시스템의 점근적 안정조건을 구하기 위해 다음과 같은 Lyapunov 후보함수를 정의한다.

$$\begin{aligned} V(t) &= \frac{1}{2} \dot{v}^T(t) I \dot{v}(t) + \frac{1}{2} v^T(t) [\Lambda \\ &\quad + \Gamma G_P^* \Gamma^T] v(t) \end{aligned} \quad (18)$$

위 식에서 첫번째 항은 운동에너지를 나타내고, 두 번째 항은 위치에너지를 나타낸다. 또한 I 와 Λ

$+\Gamma G_P^* \Gamma^T$ 가 양한정한 대칭 행렬이므로 $V(t)$ 가 양한정하게 됨을 알 수 있다. Lyapunov 후보함수의 시간에 대한 미분은 다음과 같다.

$$\dot{V}(t) = \dot{v}^T(t) I i v(t) + v^T(t) [\Lambda + \Gamma G_P^* \Gamma^T] \dot{v}(t) \quad (19)$$

식 (17)을 식 (19)에 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{V}(t) = -\dot{v}^T(t) \Gamma G_P^* \Gamma^T \dot{v}(t) \quad (20)$$

$V(t)$ 의 미분은 스위칭 타임(switching time; t_s)를 제외한 모든 시간에서 행해진다. 스위칭 타임일 때는 G_P 와 G_V 의 미분을 요하는데 무한대로 발산하게 될 수도 있다. 그러므로 $v(t_s) = 0$ 이 될 때 위치 피드백을 스위칭 시키고, $\dot{v}(t_s) = 0$ 이 될 때 속도 피드백을 스위칭 시킨다. 이러한 방법에 의하여 전 영역에 걸쳐 불연속이 존재하지 않게 된다. 식 (20)에서 $\Gamma G_P^* \Gamma^T$ 가 양한정하므로 항상 $\dot{V}(t) \leq 0$, 즉 식 (20)의 우변은 음의 반한정(negative semi-definite)하게 된다. $V(t)$ 가 상태 전 영역에 걸쳐서 양한정하고 $\dot{V}(t)$ 가 음의 반한정하므로 위의 Lyapunov 후보함수는 Lyapunov 함수가 되고, 시스템은 Lyapunov 안정성을 갖는다. 또한 $v(t) = \dot{v}(t) = 0$ 일 때만 $\dot{V}(t) = 0$ 이 되므로 La Salle의 Invariant Set Theorem⁽¹⁵⁾에 의해 시스템은 점근적 안정성을 갖음을 알 수 있다. 위의 결과에서 보는 바와 같이 본 연구에서 제안한 제어기법을 사용한 진동제어계는 스위칭에 관계없이 항상 점근적 안정성이 보장되는 것을 알 수 있다.

5. 예제

본 절에서는 지금까지 얻어진 결과를 설명하기 위해 외팔보(cantilever beam)를 예제로 사용하였다. 외팔보를 베르누이-오일러 보 모델로 간주할 때, 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right] + M(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = f(x, t)$$

제어력 설계에 사용된 수학적 모델의 단위길이 당질량은 $M=1$ 로, 물성치는 $EI=10$ 으로, 길이 $l=10$ 으로 가정한다. 또한 작동기의 개수는 $m=2$ 으로 제어모드의 개수는 $n=6$ 으로 설정하였다. 작동기의 위치는 제어성을 고려하여 각각 $0.55l$, $1.0l$ 로 설정하였다. 또한 스위칭 타임 t_s 는 시정수(고유치의 실수부의 역수)가 지난 후 모달변위와 모달속도가 각각

영이 되는 순간으로 잡았다.

$x=9.8$ 지점에 단위 임펄스가 가해졌다고 가정하고 시뮬레이션을 수행한 결과를 Fig. 1~4에 나타내었다. Fig. 1에서는 유사역행렬 방법과 Baz의 기법과, 본 연구에서 제시한 기법과 정상적인 독립모달 공간 제어기법($m=n$ 인 경우)에 대해 각 모드의 제어효과를 비교하였다. Fig. 1에서 나타난 바와 같이 본 연구에서 제시한 제어기법은 정상적인 독립모달 공간 제어기법과 거의 유사한 진동제어 응답을 보이고 있으며, 다른 기법보다는 진동제어 효과가 매우

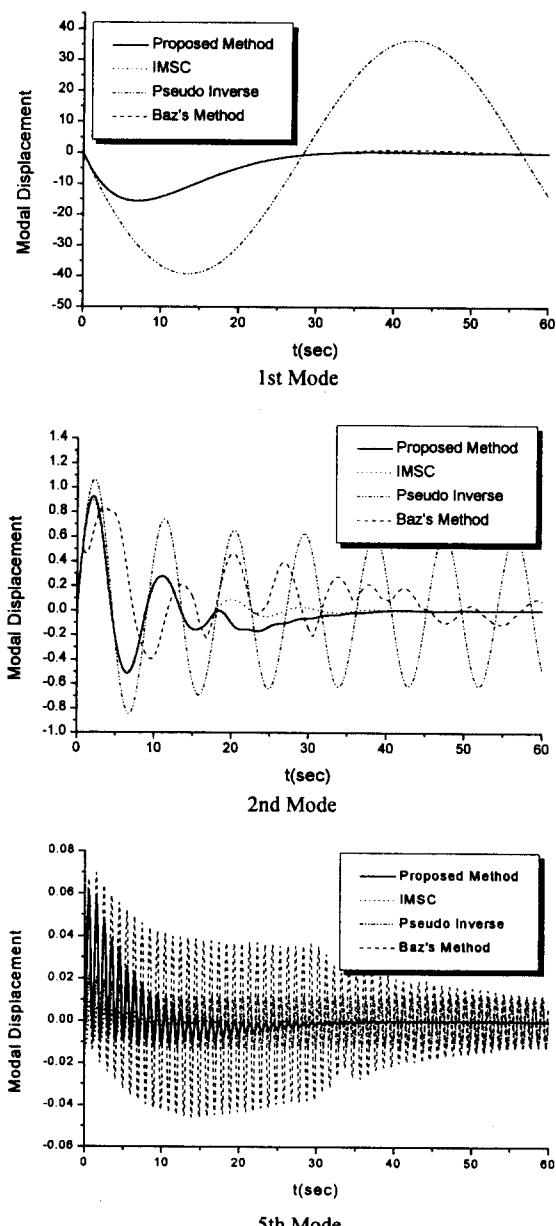


Fig. 1 Comparison of modal displacements

우수함을 알 수 있다. 이 그림에서는 비록 모드 3개에 대한 결과를 나타내었으나, 모든 모드가 동일한 효과를 갖고 있다. Fig. 2에서는 4가지 제어기법에 대해 실제제어력을, Fig. 3에서는 4가지 제어기법에 대해 모달에너지를 서로 비교하였다. 실제 제어력의 경우, Baz의 기법의 제어력은 불연속이 매우 심하여 응답의 성능이 매우 저하되는 것을 확인할 수 있으며, 유사역행렬 기법의 제어력은 매우 적어 진동제어 효과가 떨어짐을 볼 수 있다. 그러나 본 연구에서 제안한 제어기법의 제어력은 불연속이 거의 없어 우수한 진동제어 성능을 기대할 수 있다. Fig. 3에서 나타낸 바와 같이 Baz의 제어기법에서는 제어력의 불연속으로 인해 모달에너지가 진동제어 과정에서 심하게 증감되는 현상이 존재한다. 또한 Fig. 3에서 유사역행렬 기법의 진동제어 효과는 매우 나쁨을 확인할 수 있다. 그러나 본 연구에서 제안한 제어기법은 정상적인 독립모달공간 제어기법($m=n$) 보다는 성능이 다소 떨어지지만 다른 기법에 비해 우수한 진동제어 효과가 있음을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 4에서는 시간에 대한 보 전체의 변위를 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 적은 수의 작동기 만으로도 제어가 잘 이루어지고 있음을 알 수 있다.

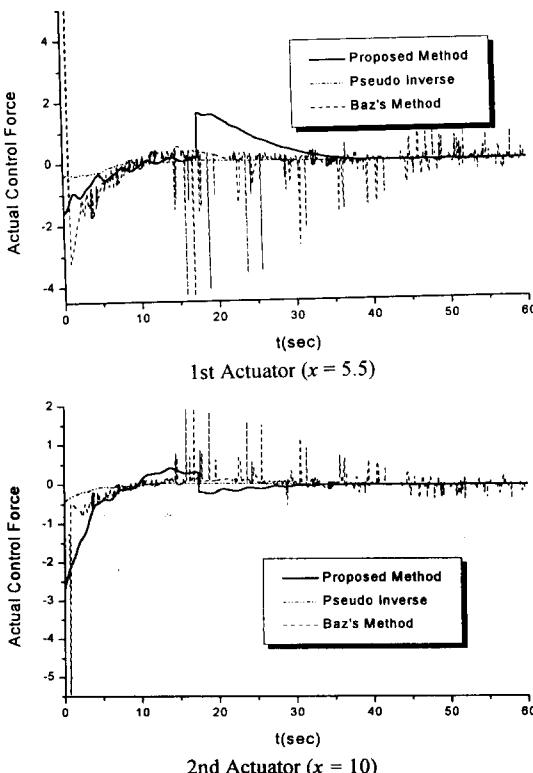


Fig. 2 Comparison of actual control forces

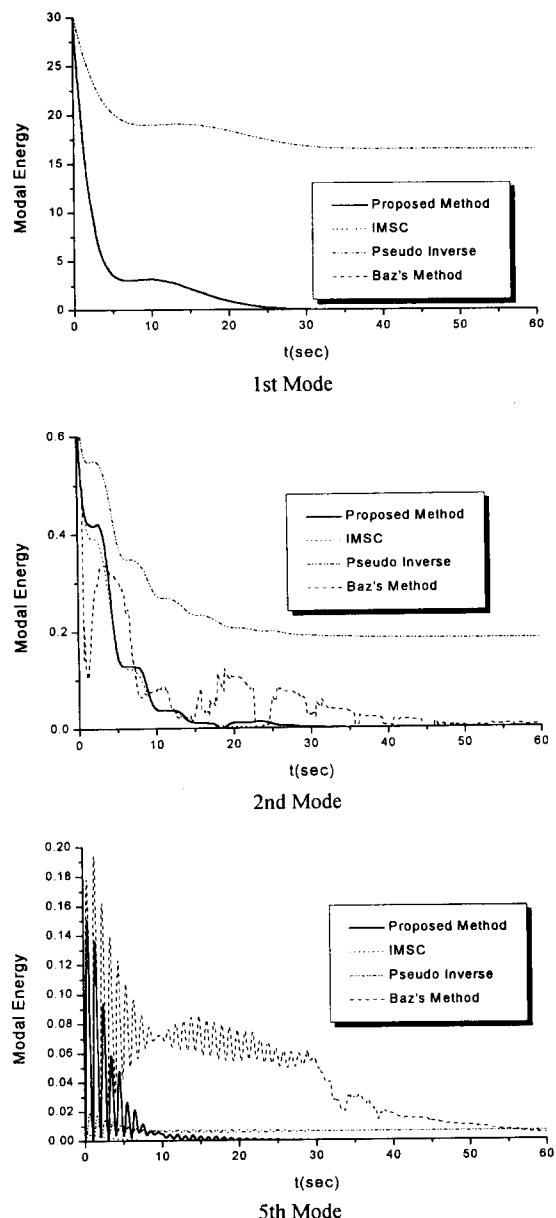


Fig. 3 Comparison of modal energy

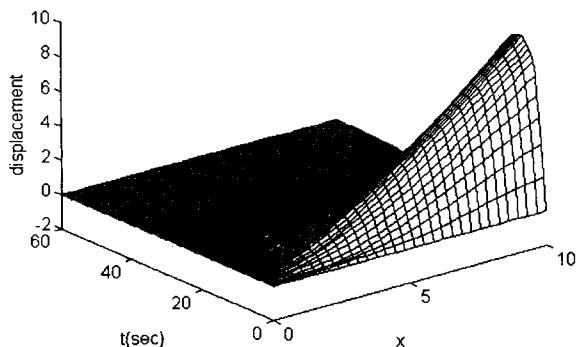


Fig. 4 Actual displacement response

6. 결 론

본 논문에서는 독립모달공간 제어기법의 단점인 작동기의 수를 줄일 수 있는 방법에 대해 연구하였다. 진동계의 제어모드 수보다 적은 수의 작동기를 사용하여 진동계를 안정하게 제어할 수 있는 기법을 제안하였으며, 스위칭 알고리즘을 포함하는 전체 폐루프계의 안정성을 해석하였다. 또한 지금까지 문헌에 발표된 작동기의 수를 줄일 수 있는 제어기법과 본 연구에서 제시한 제어기법의 진동제어 성능을 비교하였다. 본 연구에서 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 진동제어계의 안정성과 성능의 저하를 유발하지 않는 효과적이고 안정한 스위칭 알고리즘을 설계하였다.

(2) 진동제어계의 안정성을 보장하는 제어력을 설계하는 기법을 제안하였다. 이 기법은 독립모달공간 제어기법과 결합제어의 장점을 모두 활용한 기법으로 간주할 수 있다.

(3) 스위칭 알고리즘을 포함한 폐루프계의 안정성을 해석한 결과 본 연구에서 제시한 제어기법은 항상 점근적 안정성을 갖고 있다.

(4) 본 연구에서 제시한 제어기법은 정상적인 독립모달공간 제어기법($m=n$)에 비해 성능은 다소 떨어지나, 작동기의 수를 줄일 수 있는 큰 장점이 있다. 그러나 지금까지 발표된 유사한 제어기법에 비하면 성능과 안정성 면에서 매우 우수하다.

후 기

본 연구는 1996년도 교육부 학술연구조성비(과제 번호 ME96-D-23)의 지원을 받아 수행되었으며 이에 관계자께 감사드린다.

참 고 문 헌

- (1) Balas, M. J., 1979, "Direct Velocity Feedback Control of Large Space Structures," *J. Guidance and Control*, Vol. 2, pp. 252~253.
- (2) Balas, M. J., 1978, "Active Control of Flexible System," *J. Optimization Theory and Applications*, Vol. 25, pp. 415~436.
- (3) Chen, C. L., 1982, "Direct Output Feedback

Control of Large Structures," *Dynamics Laboratory Report DYNL-82-1*, Cal Tech., Pasadena, CA.

- (4) Goh, C. J., and Caughey, T. K., 1985, "On the Stability Problem Caused by Finite Actuator Dynamics in the Collocated Control of Large Space Structures," *Int. J. Control*, Vol. 41, pp. 787~802.
- (5) Fanson, J. L., and Caughey, T. K., 1990, "Positive Position Feedback Control for Large Space Structures," *AIAA J.*, Vol. 28, pp. 717~724.
- (6) Meirovitch, L., and Baruh, H., 1982, "Control of Self-Adjoint Distributed-Parameter Systems," *J. Guidance and Control*, Vol. 5, pp. 60~66.
- (7) Meirovitch, L., and Baruh, H., 1983, "Robustness of the Independent Modal-Space Control Method," *J. Guidance and Control*, Vol. 6, pp. 20~25.
- (8) Meirovitch, L., 1990, *Dynamics and Control of Structures*, John Wiley & Sons, New York.
- (9) Meirovitch, L., Baruh, H., and Oz, H., 1983, "A Comparison of Control Techniques for Large Flexible Systems," *J. Guidance and Control*, Vol. 6, pp. 302~310.
- (10) Hale, A. L., and Rahn, G. A., 1984, "Robust Control of Self-Adjoint Distributed Parameter Structures," *J. Guidance and Control*, Vol. 7, pp. 265~273.
- (11) Baruh, H., and Silverberg, L., 1985, "Robust Natural Control of Distributed Systems," *J. Guidance and Control*, Vol. 6, pp. 717~724.
- (12) Baz, A., Poh, S., and Fedor, J., 1992, "Independent Modal Space Control with Positive Position Feedback," *ASME J. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 114, pp. 96~103.
- (13) Lindberg, R. E., and Longman, R. W., 1984, "On the Number and Placement of Actuators for Independent Modal Space Control," *J. Guidance and Control*, Vol. 7, No. 2, pp. 215~221.
- (14) Baz, A., and Poh, S., 1988, "Performance of an Active Control System with Piezoelectric Actuators," *J. Sound and Vibration*, Vol. 126, pp. 327~343.
- (15) Slotine, J. E., and Li, W., 1991, *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.