

<논 문> SAE NO. 97370005

## 직접미분법을 이용한 현가장치의 기구학적 민감도해석

### Kinematic Design Sensitivity Analysis of Suspension Systems Using Direct Differentiation

민 현 기\*, 탁 태 오\*\*, 이 장 무\*\*\*  
H. K. Min, T. O. Tak, J. M. Lee

#### ABSTRACT

A method for performing kinematic design sensitivity analysis of vehicle suspension systems is presented. For modeling of vehicle suspensions, the multibody dynamic formulation is adopted, where suspensions are assumed as combination of rigid bodies and ideal frictionless joints. In a relative joint coordinate setting, kinematic constraint equations are obtained by imposing cut-joints that transform closed-loop shape suspension systems into open-loop systems. By directly differentiating the constraint equations with respect to kinematic design variables, such as length of bodies, motion axis, etc., sensitivity equations are derived. By solving the sensitivity equations, sensitivity of static design factors that can be used for design improvement, can be obtained. The validity and usefulness of the method are demonstrated through an example where kinematic sensitivity analysis of a MacPherson strut suspension is performed.

주요기술용어 : suspension(현가장치), sensitivity analysis(민감도해석), direct differentiation(직접미분), multibody systems(다물체계)

#### 1. 서 론

현가장치는 사시의 기본을 이루는 부분으로서 자동차의 주행 및 조향성능과 관련한 동특성을 결정하는 중요한 부분이다. 차량의 동특성은 대

부분 현가장치 기구학적 형상에 의해서 좌우되는데 동특성과 형상과의 관계는 주로 캠버, 캐스터, 토우각 등과 같은 현가장치의 정적설계인자(static design factor)에 의해서 규정된다. 설계자는 현가장치의 초기 형상을 결정하는 단계에서 원하는 정적설계인자를 구현하기 위해서 많은 노력을 기울이게 되며 이때 주어진 형상에 대해 정적설계인자를 구하는 해석 과정이 필요하다. 차량의 현가장치는 기구학적으로 볼 때 각 요소가

\* 대우자동차

\*\* 정회원, 강원대학교 기계공학과

\*\*\* 정회원, 서울대학교 기계설계학과

3차원적 구조로 연결되어 운동의 양상이 대단히 비선형적 이어서 도식적 방법(graphical method)이나, 해석적 방법(analytic method)으로는 실용적 수준의 해석을 수행하기 어려우므로 DADS나 ADAMS와 같은 범용 다물체 해석코드가 많이 사용된다. 이러한 해석 코드들은 기구학적 해석 뿐 아니라, 스프링이나 부싱 등의 컴플라이언스(compliance)요소까지 고려한 기구정역학적해석(kinematic-static analysis)도 수행할 수 있다. 그러나 다물체 해석코드는 주어진 설계에 대한 운동의 해석에 목적이 있으므로, 설계자가 원하는 운동을 발생시킬 수 있도록 설계변수를 결정하는 설계문제에는 직접적으로 적용되지 못하고 있다.

현가장치의 설계를 위한 실용적 수단의 결여는 현가장치의 설계를 설계자의 경험과 직관에 의지하게 하여 현가장치의 설계에 많은 시간과 노력이 소요되고 있다. 설계자의 입장에서는 설계변수가 다물체계의 성능에 미치는 영향에 대한 구체적인 정보를 얻을 수 있다면 기존의 경험과 직관에 의존하는 방법에 비하여 많은 시간과 노력을 절감할 수 있을 것이다. 이러한 관점에서 설계변수와 성능과의 관계를 계량적으로 규명하는 민감도해석(sensitivity analysis)은 현가장치의 설계에 유용한 도구가 될 수 있다. 본 연구에서는 현가장치의 여러 기구학적 설계변수들이 현가장치의 운동에 미치는 영향을 규명하기 위한 기구학적 민감도해석의 방법론을 제시하고, 민감도해석의 결과를 현가장치의 설계에 적용해 보고자 한다.

현가장치와 같은 다물체계(multibody system)에 대한 민감도 해석의 필요성은 일찍부터 인식되어 왔으나, 다물체계의 3차원적 거동과 관련한 고차의 비선형성과, 이로 야기되는 복잡하고 많은 양의 계산으로 인하여 민감도해석에 대해 폭넓은 연구가 이루어지지는 못하였다. Haug 등<sup>1,2)</sup>과 Sohoni<sup>3)</sup> 등은 평면 다물체시스템에 변수부가법을 적용하여 민감도해석을 시도하였고, 로보틱스 분야에서 Neumann과 Murray<sup>4)</sup>는 라그랑지 형태로 표시된 로봇의 운동방정식을 기호계산 기법을 이용하여 선형화(linearization) 및 민감

도해석을 수행하였으며, Balafoutis 등<sup>5)</sup>은 개방회로 구조의 로봇트 운동방정식의 순환적 성질을 이용한 민감도해석을 수행하였다. 참고문헌<sup>6)</sup>에서는 3차원 다물체시스템으로 모델링한 자동차 현가장치에 대한 동역학적 민감도해석 및 최적설계가 수행되었다.

민감도해석의 방법은 크게 보아서 수치적 방법과 해석적 방법이 있다. 수치적 방법은 설계변수를 미소량 변화시킬 때의 성능의 변화를 계산하여 이를 수치적으로 미분하여 민감도를 구하는 방법이다. 수치적 방법은 민감도를 구하기는 용이하나 미분과 관련한 수치적 불안정성으로 인하여 민감도 계산의 정확성을 보장하기 어렵고 수렴여부를 판별하기가 곤란하다. 해석적 방법으로는 변수부가법(adjoint variable method)과 직접미분법(direct differentiation method)이 있는데, 이들 방법은 모두 시스템방정식으로부터 민감도방정식을 유도하여 민감도해석을 수행한다.

변수부가법<sup>1)~3)</sup>은 부가변수(adjoint variable)를 도입하여 민감도방정식을 유도하는 방법인데, 설계변수의 개수가 증가하여도 이에 비례하여 민감도방정식의 수가 늘어나지 않으므로 많은 수의 설계변수가 있는 경우에 유리하다. 그러나 유도 과정이 복잡하여 일반적인 적용에 애로가 있다. 한편 직접미분법<sup>4)~6)</sup>은 각 설계변수에 대하여 시스템방정식을 직접 미분하여 민감도방정식을 구하는 방법이다. 직접미분법은 수학적으로 불 때 단순한 편미분 과정이므로 현가장치의 각 조인트 종류별로 기구학적 구속식을 설계변수에 대해 미리 미분해 두면 현가장치의 형태가 바뀌더라도 민감도방정식을 쉽게 구성할 수 있으므로 민감도해석을 일반화시킬 수 있는 장점이 있다. 그러나 직접미분법에서는 민감도방정식의 수가 설계변수의 수에 비례하여 증가하게 되어 계산량이 증가하게 된다. 본 연구에서는 민감도해석의 일반화가 용이한 직접미분법을 적용하기로 한다.

## 2. 현가장치의 기구학적 모델링

본 연구에서 다물 현가장치의 모델은 각 부품들이 탄성 변형이 없는 강체로 구성되어 있고,

이들은 마찰이나 백래쉬(back lash)등이 없는 이상적인 기구학적 조인트로 연결되어 있다고 가정한다. 그림 1에는 맥퍼슨(MacPherson)현가장치와 이의 기구학적 모델이 나타나 있다. 현가장치의 구조는 각 부품들이 기구학적 조인트들로 연결되어 폐쇄회로(closed-loop)를 이루고 있음을 알 수 있다. 효율적인 민감도해석을 위해서 기구학적 해석 과정은 가능한 한 단순해야 하는데, 이를 위해서 일반좌표(generalized coordinate)와 구속식의 수가 많은 직교좌표계(Cartesian coordinate system) 보다는 최소한의 일반좌표와 구속식이 필요한 상대조인트좌표계(relative joint coordinate system)를 적용하는 것이 유리하므로 상대조인트좌표계를 적용하기로 한다.

현가장치에서 물체를 마디로 조인트를 직선으

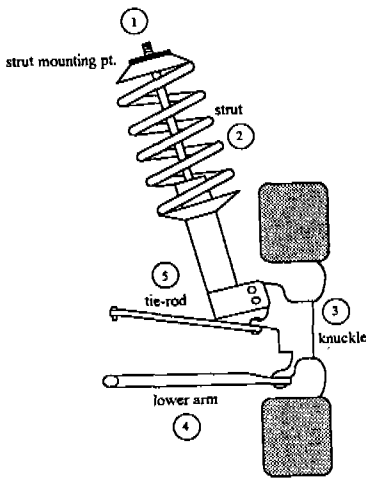


그림 1 맥퍼슨 현가장치

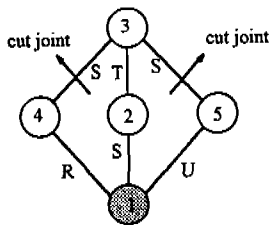


그림 2 맥퍼슨 현가장치의 기구학적 구조

- 1: chassis
  - 2: strut
  - 3: wheel assembly
  - 4: lower control arm
  - 5: tie rod
- R: revolute  
 C: cylindrical  
 U: universal  
 S: spherical  
 T: translational

로 표시하면 다물체계의 연결구조를 쉽게 파악할 수 있다. 그림 2에는 맥퍼슨 현가장치에서 각 링크를 마디로 각 조인트를 직선으로 표시한 기구학적 연결구조를 보여주고 있다. 상대조인트좌표계를 적용하기 위해서 각 물체의 연결구조에서 임의의 두 물체간의 기구학적 관계가 정의되어야 한다.

그림 3은 임의의 다물체계에서 인접하는 두 물체 i와 j를 관성좌표계(inertial reference frame) X-Y-Z와 각 물체에 부착된 국부좌표계에 의해서 표시하고 있다. 각 물체에는 각각 내측국부좌표계(inboard local coordinate)와 외측국부좌표계(outboard local coordinate)의 2개의 국부좌표계가 정의되어 있다.  $O_{i(i-1)}$ ,  $O_j$ 는 각각 물체 i의 내측국부좌표계  $x'_{i(i-1)}-y'_{i(i-1)}-z'_{i(i-1)}$  및 외측국부좌표계  $x'_{ij}-y'_{ij}-z'_{ij}$ 의 원점을 나타낸다. 또한  $O_{j(i-1)}$ ,  $O_j$ 는 각각 물체 j의 내측국부좌표계  $x'_j-y'_j-z'_j$ 와 외측국부좌표계  $x'_{j(i-1)}-y'_{j(i-1)}-z'_{j(i-1)}$ 의 원점을 나타낸다. 물체 i와 j는 각각  $O_{ij}$ 와  $O_j$ 에서 조인트로 연결된다. 그러므로 두 물체간의 상대운동은 물체 i의 외측국부좌표계  $x'_{ij}-y'_{ij}-z'_{ij}$  물체 j의 내측국부좌표계  $x'_j-y'_j-z'_j$  사이의 상대변위와 상대회전에 의해서 정의된다.

벡터  $r_i$ 와  $r_j$ 는 관성좌표계의 원점에서 물체 i와 j의 내측좌표계의 원점까지의 위치 벡터를 나타낸다.  $s_{ij}$  및  $s_{j}$ 는 각각 물체 i와 j의 내측국부좌표계의 원점에서 외측국부좌표계 원점의 위치

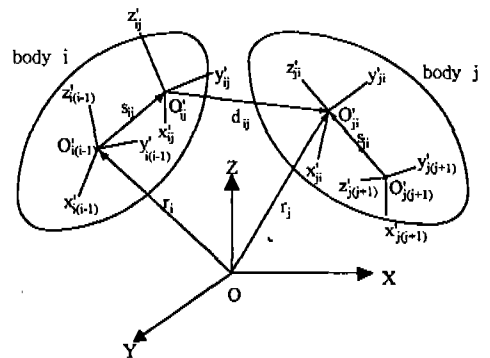


그림 3 연속하는 두 물체의 상대 조인트 좌표계에서의 기구학적 관계

를 나타낸다. 또한  $d_{ij}$ 는 좌표계의 원점  $O_i$ 와  $O_j$  상대병진변위를 나타내는데, 병진조인트(translational joint)와 같이 두 물체사이의 병진운동이 발생할 경우  $d_{ij}$ 는 병진량을 나타내는 상대조인트 좌표가 된다.

행렬  $A_i$ 는 물체  $i$ 의 내측좌표계  $x'_{i(i-1)}-y'_{i(i-1)}-z'_{i(i-1)}$ 에서 관성좌표계로의 변환행렬이고 행렬  $C_{ij}$ 는 물체  $i$ 의 외측국부좌표계  $x'_{ij}-y'_{ij}-z'_{ij}$ 에서 내측국부좌표계  $x'_{i(i-1)}-y'_{i(i-1)}-z'_{i(i-1)}$ 로의 변환행렬을 나타낸다. 또한  $A_j$ 는 물체  $j$ 의  $x'_j-y'_j-z'_j$  좌표계에서 물체  $i$ 의  $x'_{ij}-y'_{ij}-z'_{ij}$  좌표계로의 변환행렬이다.  $A'_{ij}$ 는 조인트의 종류에 따라 달라지는데, 예를 들어 물체  $i$ 와  $j$ 가 회전조인트(revolute joint)로 연결되어  $z'_{ij}$ 축에 관해서 회전운동을 한다면

$$A'_{ij} = \begin{bmatrix} \cos q_{ij} & -\sin q_{ij} & 0 \\ \sin q_{ij} & \cos q_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

로 주어진다. 여기서  $q_{ij}$ 는 물체  $i$ 와  $j$ 간의 상대조인트좌표로서 두 물체간의 회전 변위를 나타낸다. 물체  $i$ 와  $j$ 가 만능조인트(universal joint)로 연결되었다면 두 물체간의 상대운동은  $z'_{ij}$ 축에 관한  $q_{iA}$ 의 회전에 이은  $y'_{ij}$ 축에 관한  $q_{iB}$ 의 연속적인 두개의 회전으로 정의하여

$$A'_{ij} = \begin{bmatrix} \cos q_{iA} & -\sin q_{iA} & 0 \\ \sin q_{iA} & \cos q_{iA} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos q_{iB} & 0 & \sin q_{iB} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin q_{iB} & 0 & \cos q_{iB} \end{bmatrix} \quad (2)$$

가 된다. 만약 물체  $i$ 와  $j$ 가 병진조인트로 연결되어 있으며  $A_{ij}$ 는 등가행렬이고  $d_{ij}$ 는 병진량을 나타내는 상대조인트좌표의 함수가 된다.

$$d_{ij} = q_{ij} \hat{k} \quad (3)$$

여기서  $\hat{k}$ 는 운동방향을 표시하는 단위벡터이

다. 병진운동과 회전운동이 동시에 발생하는 원통조인트(cylindrical joint)는 식 (1)의 회전운동과 식 (3)의 병진운동의 조합으로 볼 수 있다.

물체  $j$ 의 내측국부좌표계  $x'_j-y'_j-z'_j$ 에서 관성좌표계로의 변환행렬을  $A_j$ 라 하면  $A_j$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A_j = A_i C_{ij} A'_{ij} \quad (4)$$

또한 관성좌표계의 원점에서 물체  $j$ 의 내측국부좌표계의 원점  $O_j$ 까지의 변위벡터  $r_j$ 는

$$r_j = r_i + s_{ij} + d_{ij} \quad (5)$$

와 같다.

현가장치의 기구학적 연결구조는 그림 2에서 보는 바와 같이 폐쇄회로 형상이므로 식 (4)나 (5)와 같이 연속하는 두 물체간의 기구학적 관계를 적용하면 무한히 순환적인 관계가 된다. 따라서 폐쇄회로에서 임의의 한 조인트를 제거하여 개방회로로 바꾸고 제거된 조인트에 해당하는 대수적 구속식을 부과하면, 폐쇄회로와의 동가성(equivalence)을 유지하면서 개방회로로 변환이 가능하다. 이 경우 개방회로의 끝단의 물체로부터 안 쪽으로 앞서 정의한 기구학적 관계식을 반복적으로 적용할 수 있다. 예를 들어 그림 2에서 물체 3과 4(로우어 콘트롤암과 휠어셈블리)사이의 구면조인트(spherical coordinate)와 물체 3 타이로드와 물체 5 휠어셈블리 사이의 구면조인트를 절단하면 그림 4와 같은 개방회로 구조로 바뀐다. 물체 3과 4사이의 구면조인트에 해당하는 대수적 구속식은 물체 3과 4의 외측 조인트

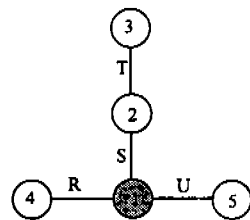


그림 4 맥퍼슨 현가장치의 개방회로 형상

정의점  $O_{34}$ 과  $O_{43}$ 이 항상 일치해야 한다는 조건으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi = r_4 + s_{43} - r_3 - s_{34} = 0 \quad (6)$$

위식에서  $r$ 과  $s$ 는 상대조인트좌표의 함수이므로 구속식은 상대조인트좌표  $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ 의 함수로 보아

$$\Phi(q) = 0 \quad (7)$$

와 같이 쓸 수 있다. 각종 조인트에 대한 구속식은 참고문헌[7]에 나타나 있다.

### 3. 현가장치의 설계변수

현가장치의 기구학적 구조는 각 링크의 형상과 조인트 운동축의 방향에 의해서 결정된다. 그림 3에서 물체  $i$  내측국부좌표계와 외측국부좌표계의 상대적 위치를 결정하는 벡터  $s_i$ 는 물체  $i$ 의 기구학적 형상을 결정하고, 내측국부좌표계와 외측국부좌표계의 상대적인 방향을 나타내는 변환행렬  $C_i$ 는 조인트의 운동축 방향을 결정한다. 우선  $s_i$ 의 국부좌표계  $x'_{i(i-1)} - y'_{i(i-1)} - z'_{i(i-1)}$ 에서의 표현을  $s'_{ij}$ 라 하면  $s_i$ 와  $s'_{ij}$ 의 관계는 다음과 같다.

$$s_{ij} = A_i s'_{ij} \quad (8)$$

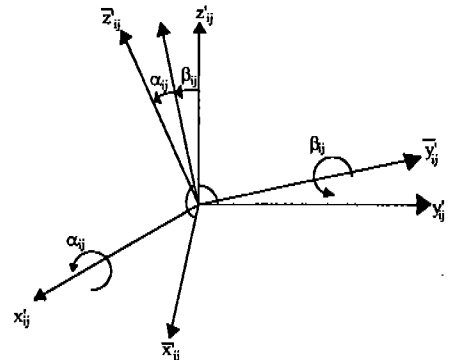
외측조인트정의점의 위치를 표시하는 벡터  $s'_{ij}$ 가 바뀌면 링크  $i$ 에서 조인트정의점간의 상대적 위치가 바뀌게되어 현가장치의 각 링크의 길이나 형상이 바뀌게된다. 그러므로 벡터  $s'_{ij} = [s'_{i1j}, s'_{i2j}, s'_{i3j}]^T$ 의 세 성분  $s'_{i1j}, s'_{i2j}, s'_{i3j}$ 가 설계변수가 된다.

현가장치의 임의의 두 링크사이에 발생하는 회전이나 병진운동의 축방향도 현가장치의 성능에 영향을 미친다. 그림 3에서 물체  $j$ 가 물체  $i$ 의  $z'_{ij}$ 축에 대하여 회전운동 혹은 병진운동을 한다고 가정하면  $z'_{ij}$ 축의 방향을 바꿈으로서 물체  $j$ 의 운동형태가 변하게 된다.  $z'_{ij}$ 축의 방향을 원

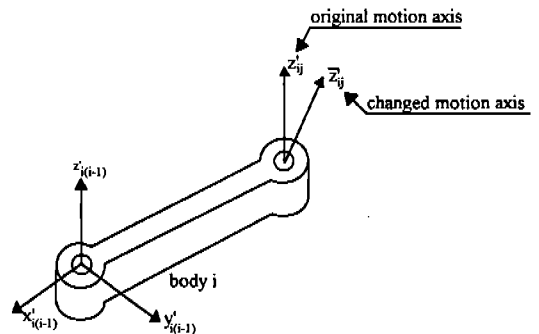
하는 대로 변화시키기 위해서는 그림 5(a)와 같이  $x'_{ij}$ 축과  $y'_{ij}$ 축에 대해서 연속적으로 각각  $\alpha_{ij}$ 와  $\beta_{ij}$ 만큼 회전시키도록 한다. 두 국부좌표계  $x'_{i(i-1)} - y'_{i(i-1)} - z'_{i(i-1)}$ 과  $x'_{ij} - y'_{ij} - z'_{ij}$ 의 방향은 변환행렬  $C_{ij}$ 로 정의되므로 변화된 운동축을 고려하기 위해서  $x'_{ij}$ 축과  $y'_{ij}$ 축에 관한 연속적인 회전을 나타내는 행렬을 곱하여 새로운 변환행렬  $C'_{ij}$ 를 정의한다.

$$C'_{ij} = C_{ij} R(x_{ij} : \alpha_{ij}) R(y_{ij} : \beta_{ij}) \quad (9)$$

여기서  $R(x_{ij} : \alpha_{ij})$ 와  $R(y_{ij} : \beta_{ij})$ 는 각각  $x'_{ij}$ 축에 대한  $\alpha_{ij}$ 만큼의 회전과  $y'_{ij}$ 축에 대한  $\beta_{ij}$ 만큼의 회전을 나타내는 변환행렬로서 다음과 같이 주어진다.



(a) x축과 y축에 대한 연속적 회전에 의한 z축 방향의 변화



(b) 변화된 운동축의 방향

그림 5 운동축 방향의 변경

$$R(x : \alpha_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{ij} & \sin \alpha_{ij} \\ 0 & -\sin \alpha_{ij} & \cos \alpha_{ij} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$R(y : \beta_j) = \begin{bmatrix} \cos \beta_j & 0 & \sin \beta_j \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta_j & 0 & \cos \beta_j \end{bmatrix} \quad (11)$$

만능조인트의 경우는 조인트의 회전운동이  $y'_{ij}$  축과  $z'_{ij}$  축에 관해서 발생하므로  $x'_{ij}$  축을  $\alpha_{ij}$  회전 함으로서 두 운동축의 방향이 변하게 된다. 식 (9)의 회전축의 방향 변경에 대한 설계변수를 고려한  $C_{ij}$  행렬을 사용하면 물체 j의 변환행렬에 관한 식 (4)는 다음과 같이 수정된다.

$$A_j = A_i C_{ij}(b_{ij}) A'_{ij}(q_{ij}) \quad (12)$$

위식에서  $b_{ij}$ 는 물체 i와 j의 회전축 변경과 관

련된 설계변수를 나타내는 벡터이며  $b_{ij} = [\alpha_{ij} \ \beta_{ij}]^T$ 가 된다.

#### 4. 민감도해석

현가장치의 정적설계인자들에 대한 민감도해석을 수행하기 위해서는 정적설계인자와 관련된 성능지수(performance index)가 정의되어야 한다. 그림 6에는 여러 가지 성능지수가 나타나 있는데, 설계자는 설계목적에 따라 원하는 성능지수를 선정하고 이 성능지수를 최소화시킴으로 정적설계인자를 설계자의 의도대로 바꿀 수 있다. 성능지수는 상대조인트좌표  $q$ 와 설계변수  $b$ 의 함수라 볼 수 있다.

$$\psi = \psi[q(b), b] \quad (13)$$

성능지수의 설계변수에 대한 민감도는 식

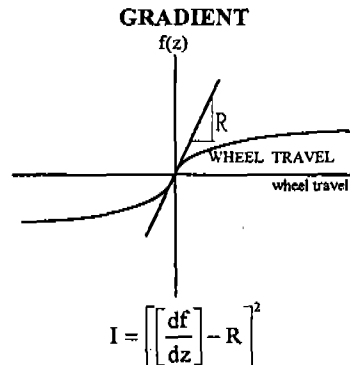
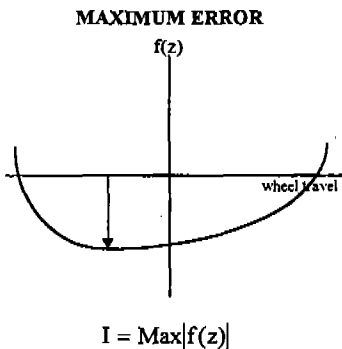
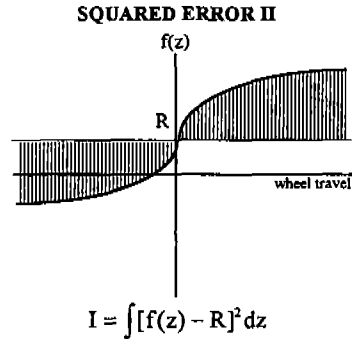
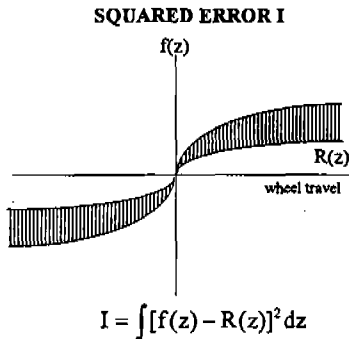


그림 6 여러가지 성능지수

(13)을  $b$ 에 대해 미분하여

$$\frac{d\psi}{db} = \psi_{q_b} + \psi_b \quad (14)$$

와 같이 주어지는데 여기서 아래첨자는 편미분을 의미한다. 성능지수에 대한 민감도를 구하기 위해서는 상대조인트좌표의 설계변수에 대한 민감도, 즉  $q_b$ 를 구해야 한다.

$q_b$ 는 식 (7)의 기구학적 구속식을  $b$ 에 대해 미분하여 구할 수 있다. 우선 기구학적 구속식은 설계변수  $b$ 를 포함하는  $b, q$ 의 함수라고 할 수 있다.

$$\Phi(q, b) = 0 \quad (15)$$

임의의 설계변수를  $b$ 라 할 때, 식 (15)를  $b$ 에 대해 미분한다.

$$\Phi_{q_b} + \Phi_b = 0 \quad (16)$$

$q_b$ 는 식 (16)에서 자코비안의 역행렬을 곱하면 다음과 같이 구해진다.

$$q_b = -\Phi_q^{-1} \Phi_b \quad (17)$$

$q_b$ 를 구하기 위해서는 구속식의 자코비안  $\Phi_q$ 와 구속식의 설계변수에 대한 미분  $\Phi_b$ 를 구해야 하는데  $\Phi_q$ 는 알려져 있으므로 민감도해석을 위해서는  $\Phi_b$ 를 구하는 것이 관건이라 하겠다. 식 (6)의 구속식을 살펴보면 구속식은  $r$ 과  $s$ 로 주어지는데  $r$ 도 두 물체간의 순환적인 관계를 적용하면 결국은  $s$ 로 표시되므로  $\Phi_b$ 를 구하기 위해서  $s_b$ 를 구해야 한다. 한편  $s$ 는 식 (8)에 의해서  $A$ 와 관련되어 있으므로 결국  $A$ 의 민감도부터 계산해야 한다.

$$\frac{\partial A_j}{\partial b} = \frac{\partial A_i}{\partial b} C'_{ij}(b) A'_{ij}(q) + A_i \frac{\partial C'_{ij}(b)}{\partial b} A'_{ij}(q) \quad (18)$$

식 (9)의  $C'_{ij}$ 를  $b$ 에 대해 편미분하면

$$\frac{\partial C'_{ij}}{\partial b} = C_{ij} \frac{\partial R(x_{ij}; \alpha_{ij})}{\partial b} R(y_{ij}; \beta_{ij}) + C_{ij} R(x_{ij}; \alpha_{ij}) \frac{\partial R(y_{ij}; \beta_{ij})}{\partial b} \quad (19)$$

이 된다. 여기서  $R$ 에 대한  $b$ 의 편미분은  $b$ 가 해당 설계변수일 때만 0이 아닌 값을 가지는데  $b$ 가  $\alpha_{ij}$ 이거나  $\beta_{ij}$ 인 경우의 값은 아래와 같다.

$$\frac{\partial R(x; \alpha_{ij})}{\partial \alpha_{ij}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \alpha_{ij} & \cos \alpha_{ij} \\ 0 & -\cos \alpha_{ij} & -\sin \alpha_{ij} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\frac{\partial R(y_{ij}; \beta_{ij})}{\partial \beta_{ij}} = \begin{bmatrix} -\sin \beta_{ij} & 0 & \cos \beta_{ij} \\ 0 & 0 & 0 \\ -\cos \beta_{ij} & 0 & -\sin \beta_{ij} \end{bmatrix} \quad (21)$$

관성좌표계에서  $s_{ij}$ 와 국부좌표계의  $s'_{ij}$ 의 관계는 식 (8)과 같이 표시되는데  $s_{ij}$ 를  $b$ 에 대해 미분하면

$$\frac{\partial s_{ij}}{\partial b} = \frac{\partial A_i}{\partial b} s'_{ij} + A_i \frac{\partial s'_{ij}}{\partial b} \quad (22)$$

이 된다. 여기서  $\frac{\partial A_i}{\partial b}$ 는 식 (16)에서 계산되었으므로

$\frac{\partial s'_{ij}}{\partial b}$ 가 미지항이 된다. 조인트의 위치를 변경시키기 위해서  $s_{ij}$ 의 세 가지 성분을 설계변수로 정의했는데  $b$ 가  $s'_{ix}, s'_{iy}, s'_{iz}$ 에 대한  $b$ 의 미분은 다음과 같다.

$$\frac{\partial s'_{ij}}{\partial b} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \text{if } b = s'_{ix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} & \text{if } b = s'_{iy} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & \text{if } b = s'_{iz} \end{cases} \quad (23)$$

5. 현가장치의 민감도해석

본 절에서는 현가장치와 차량의 동적 성능과의 관련성을 나타내는 척도라 할 수 있는 정적설계 인자의 기구학적 설계변수에 대한 민감도를 이용하여 현가장치의 설계를 향상시키기 위한 방안을 제시하고자 한다. 그림 1에 나타난 맥퍼슨 현가 장치에 대해 제4절에서 설명한 과정을 따라 민감도해석을 수행하였다. 현가장치의 형상에 관한 자료가 표 1과 2에 주어져 있으며 표 3에는 각 설계변수에 대한 설명이 주어져 있다.

캠버와 캐스터, 그리고 킹핀경사각의 3가지 정적설계인자에 관한 성능지수를 그림 6의 squared error I의 성능지수로 정의하고 이들에 대하여 민감도를 계산하였으며 그 결과가 그림 7~9에 나타나 있다. 각 성능지수에 대한 민감도를 관찰하면 어떤 설계변수가 얼마만한 영향을 미치는가를 잘 알 수 있다. 민감도 계산을 설계에 적용하는 한가지 예로서 3 가지의 성능지수에 대해서 각각 독립적인 영향을 미치는 설계변수를 찾아보기로 한다. 그림 7의 캠버에 대해서는 설계변수  $s'_{34}$ 가 캐스터나 킹핀경사각에 영향을 미치지 않고 캠버에만 독자적인 영향을 미치는 설계변수임을 알 수 있다. 그림 8의 캐스터에 대해서는 설계변수  $s'_{12}$ 가 독립적인 설계변수가 되나 그림 9의 킹핀 경사각에 관해서는 독립적인 영향을 미치는 설계변수는 없으며 단지  $s'_{12}$ 가 킹핀 경사각에 큰 영향을 미치는 동시에 캠버각에도 영향을 미침을 알 수 있다. 그러나 이 설계변수는 캐스터각에는 거의 영향을 미치지 않는다.

그림 10~12에는  $s'_{34}$ 값을 2% 변화시켰을 때 각각 캠버와 캐스터 그리고 킹핀경사각의 변화가 나타나 있다. 예상한 대로  $s'_{34}$ 의 변화는 그림 10에서의 nominal상태에서 desired상태로 변화하고 있으나 그림 11과 12의 캐스트와 킹핀 경사각에서는  $s'_{34}$ 의 변화에도 불구하고 nominal 상태를 유지하고 있다. 캠버에만 영향을 미치고 있음을 알 수 있다. 그림 13~15에는  $s'_{12}$ 의 2% 변화에 대한 정적설계인자의 변화를 보여주고 있는데  $s'_{12}$ 는 캐스터에만 영향을 미치고 있다. 그림 16~18에는  $s'_{12}$ 의 2% 변화에 대한

Table 1 System definition data(transformation matrix)

$$C_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C_{14} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{15} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{23} = \begin{bmatrix} 0.4150 & 0.9098 & 0 \\ -0.9048 & 0.4127 & -0.1050 \\ -0.0955 & 0.0436 & 0.9945 \end{bmatrix}$$

Table 2 System definition data.(joint attachment vectors)

Index	x	y	z
$s'_{12}$	0.5189	1.7956	0.7800
$s'_{14}$	0.3322	1.9961	0.1684
$s'_{15}$	0.0250	1.9180	0.5194
$s'_{23}$	0.0445	-0.0203	-0.4634
$s'_{34}$	0.0619	0.0864	-0.1760
$s'_{35}$	-0.1610	0.0599	0.2184
$s'_{38}$	0.0595	0.1190	-0.0639
$s'_{39}$	0.0176	0.1135	-0.1895
$s'_{30}$	0.8636	-0.2478	0.0294
$s'_{43}$	0.3355	0.0290	-0.2227

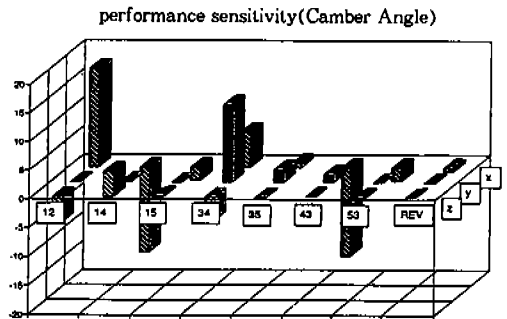


그림 7 캠버에 대한 민감도



Table 3 Design variables

Index	Design variables	Meaning
1	$s'_{12z}$ $s'_{12y}$ $s'_{12z}$	strut mount and chassis contact point
2	$s'_{14z}$ $s'_{14y}$ $s'_{14z}$	lower arm and chassis contact point
3	$s'_{15z}$ $s'_{15y}$ $s'_{15z}$	tie rod and chassis contact point
4	$s'_{23z}$ $s'_{23y}$ $s'_{23z}$	vector form strut and chassis contact point to strut mount and knuckle contact point
5	$s'_{34z}$ $s'_{34y}$ $s'_{34z}$	vector form strut and knuckle contact point to lower arm and knuckle contact point
6	$s''_{53z}$ $s''_{53y}$ $s''_{53z}$	vector form strut and knuckle contact point totie rod and knuckle contact point
7	$s''_{38z}$ $s''_{38y}$ $s''_{38z}$	vector form strut and knuckle contact point totie and knuckle contact point
8	$s''_{38z}$ $s''_{38y}$ $s''_{38z}$	vector form tie rod and chassis contact point to tie rod and knuckle contact point
9	$\alpha_4$	x-axis angle of lower arm
10	$\beta_4$	y-axis angle of lower arm

performance sensitivity(Caster Angle)

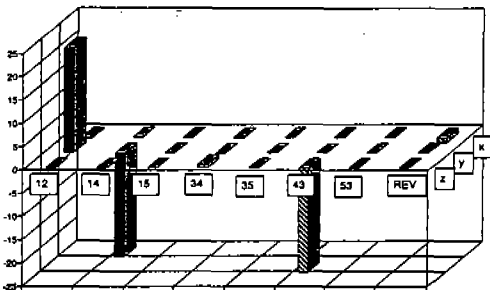


그림 8 캐스터에 대한 민감도

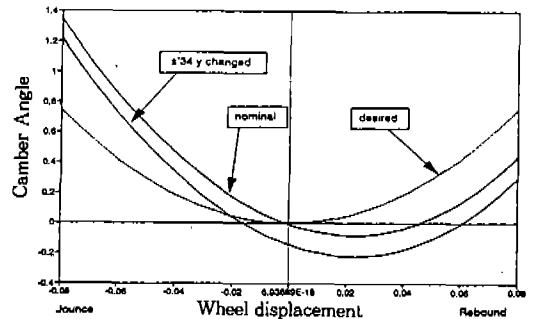


그림 10  $s_{34y}$ 값의 2% 변화에 대한 캠버변화

performance sensitivity(Kingpin Angle)

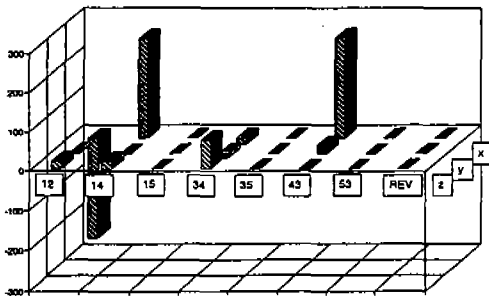


그림 9 킹핀 경사각에 대한 민감도

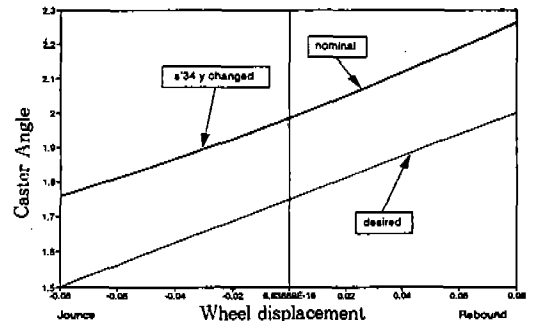


그림 11  $s_{34y}$ 값의 2% 변화에 대한 캐스터각의 변화

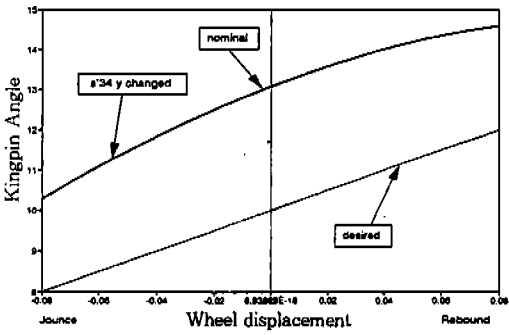


그림 12  $s_{34y}$  값의 2% 변화에 대한 킹핀경사각의 변화

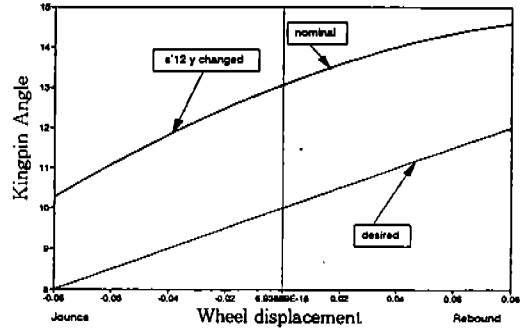


그림 15  $s_{12y}$  의 2% 변화에 대한 킹핀경사각의 변화

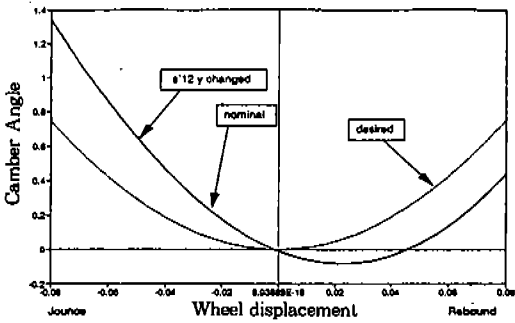


그림 13  $s_{12y}$  의 2% 변화에 대한 캠버각의 변화

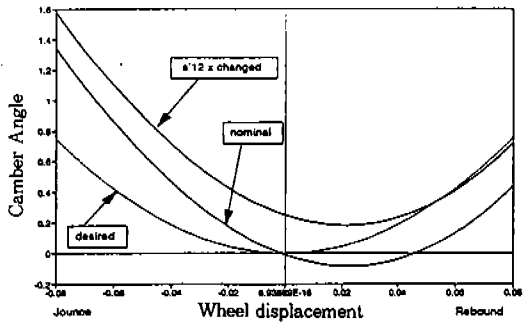


그림 16  $s_{12x}$  의 2% 변화에 대한 캠버각의 변화

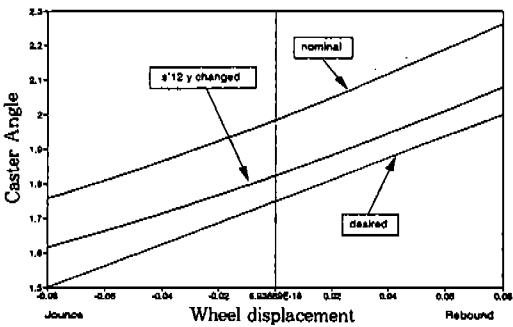


그림 14  $s_{12y}$  값의 2% 변화에 대한 캐스터각의 변화

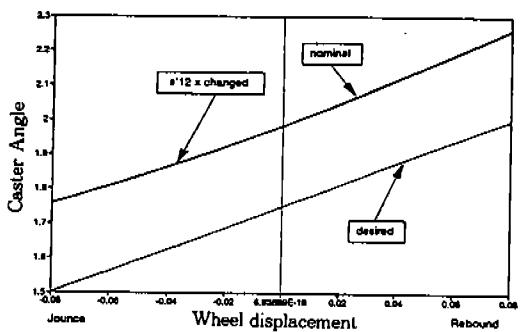


그림 17  $s_{12x}$  의 2% 변화에 대한 캐스터각의 변화

정적설계인자의 변화를 나타내고 있다. 예측한대로  $s'_{12z}$ 는 킹핀경사각과 캠버각 모두에 영향을 미치고 있으나 캐스터에는 거의 영향이 없음을 보여주고 있다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 상대조인트좌표계를 이용하여 현가장치의 기구학적 관계를 규정하는 구속식을

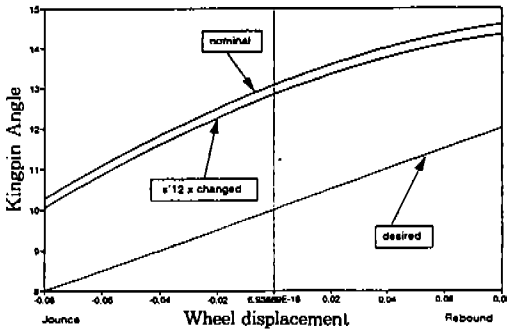


그림 18.  $s_{12x}$ 의 2% 변화에 대한 킹핀경사각의 변화

유도하였고, 구속식을 현가장치의 설계변수에 대해서 직접 미분하여 민감도 방정식을 구하였다. 설계변수는 상대조인트좌표에서 현가장치의 각 링크의 형상과 조인트의 운동축에 관한 인자를 선정하였다. 현가장치의 성능은 주로 정적설계인자라는 지표로서 표시되는데, 정적설계인자들은 상대조인트좌표의 함수로 표시되므로 민감도해석의 결과로 구해지는 각 상대조인트좌표에 대한 민감도를 이용하여 서로 상충되는 정적설계인자들을 설계자가 원하는 대로 구현할 수 있었다. 고차의 비선형성으로 인하여 현가장치의 운동은 그 예측이 어려워 아직도 현가장치의 기구학적 설계과정은 경험과 직관에 의한 시행착오적인 단계에 머물고 있는 점을 고려하면, 민감도해석에 의한 정량적인 접근 방법은 현가장치의 설계에 큰 기여를 할 수 있을 것이다. 향후의 연구 방향은 개발된 민감도해석 기법을 적용하여 서로 상충되는 성능인자를 동시에 최적화 시킬 수 있는 현가장치의 최적설계기법에 관한 연구가 될 것이다.

### 참 고 문 헌

- Haug, E J., Wehage, R. A., and Barman, N. C., "Design Sensitivity Analysis of Planar Mechanism and Machine Dynamics", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 103, No. 3, 1981, pp. 560~570.
- Haug, E J., and Wehage, R. A., and mani, N. K., "Design Sensitivity Analysis of large-Scale Constrained Dynamic mechanical Systems", *ASME J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 106, June 1984, pp. 156~162.
- Sohoni, V. and Haug, E. J., "A State Space method for Kinematic Optimization of Mechanisms and Machines", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 104, January 1982, pp. 101~107.
- Neumann, C. P., and Murray, J. J., "Linearization and Sensitivity Functions of Dynamic Robot Models", *IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics*, Vol. SMC-14, 1984, pp. 805~818.
- Balafoutis, C. A., Misra, P., and Patel, R. V., "Recursive Evaluation of Linearized Dynamic Robot Models", *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol. RA-2, No. 3, September 1986, pp. 146~155.
- 탁 태오, "민감도해석을 이용한 현가장치의 동역학적 최적설계", *한국자동차 공학회지*, 제2권 제3호, 1994.
- Bae, D. S., and Haug, E. J., "A Recursive Formulation for Constrained Mechanical System Part II-Closed Loop Systems", *Mechanics of Structures and Machines*, Vol. 15, No. 4, 1987.
- Orlandea, N., Chace, M. A., Calahan, D. A., "A Sparsity Oriented Approach to the Dynamic Analysis and Design of Mechanical Systems-Part2", *J. of Engineering, for Industry*, pp. 780~784, 1977.