

〈논 문〉 SAE NO. 97370008

전달오차와 백래쉬에 의한 기어 구동계의 비선형 동특성 해석

Nonlinear Dynamic Analysis of Gear Driving System due to Transmission Error and Backlash

최 연 선*, 이 봉 현**, 신 용 호**
Y. S. Choi, B. H. Lee, Y. H. Shin

ABSTRACT

Main sources of the vibration in gear driving system are transmission error and backlash. Transmission error is the difference of the rotation between driving and driven gear due to tooth deformation and profile error. Vibro-impacts induced by backlash between meshing gears lead to excessive vibration and noise in many geared rotation systems.

Nonlinear dynamic characteristics of the gear driving system due to transmission error and backlash are investigated. Transmission error is calculated for spur gear. Nonlinear equation of motion for the gear driving system is developed with the calculated transmission error and backlash. Numerical analysis of the equation and the experimental results show the existence of meshing frequency, superharmonic components. Instability of the gear driving motion is found on the basis of Mathieu equation. Rattle vibration due to backlash is also discussed on the basis of nonlinear jump phenomenon.

주요기술용어 : Gear driving system(기어구동계), Nonlinear dynamics(비선형동역학), Transmission Error(전달오차), Backlash(백래쉬), Rattle(치타음), Meshing Frequency(맞물림주파수), Mathieu equation(매티슈식)

1. 서 론

기계계의 구성요소중 기어구동계는 동력전달을 담당하고 있는 기본요소로서 큰 회전력과 확

실한 속도비를 높은 효율로 전달하므로 자동차의 수동변속기와 차동장치, 각종 감속기 등에 널리 사용된다. 최근 기어구동계는 고속화, 정밀화와 더불어 부하가 증대되고 있어 진동과 소음 문제가 크게 대두되고 있다. 기어의 진동과 소음은 기어의 물림강성변화, 혹은 기어 백래쉬에 의한 맞물림 충격에 기인한다.

* 정회원, 성균관대학교 기계설계학과

** 성균관대학교 대학원

강성변화에 기인한 전달오차(transmission error)는 운동과 힘을 불완전하게 전달하여 기어구동계에 불연속적인 운동을 일으키고, 기어 백래쉬(backlash)는 맞물림 기어 사이에서 충격을 야기시켜 소음과 진동을 발생시킨다.

이와 같은 기어구동계의 진동과 소음에 관하여 이미 많은 연구자들이 연구를 수행하여 왔다. 전달오차 및 기어물림과 관련하여 Tavakoli¹⁾는 전달오차를 줄이기 위한 치형수정에 대하여 연구하였고, Cai²⁾는 기어의 형상오차(profile error)가 기어구동계에 미치는 영향을 연구하였으며, Tobe³⁾와 Benton⁴⁾은 치의 강성이 기어구동계에 미치는 영향을 연구하였다. Ozguven⁵⁾는 고속 기어구동시 전달되는 동적하중을 계산하였고, Liou⁶⁾등은 기어 물림률(contact ratio)이 기어구동계의 진동과 소음에 미치는 영향을 연구하였다. 래틀(rattle)과 관련하여 Kahraman⁷⁾등은 기어구동계에 백래쉬가 존재할 때의 비선형 응답을 연구하였고, Singh⁸⁾은 증립래틀에 대한 설계 기준을 제시하였으며, Sakai⁹⁾는 증립래틀의 이론적 해석과 실험적 결과를 비교하였다. 박찬일¹⁰⁾은 기어의 하중전달과 진동특성을 연구하였고, 홍동표¹¹⁾는 자동차 공회전시 기어래틀과 클러치 비물림특성에 대하여 연구하였다.

본 연구에서는 실제 기어구동계를 설계, 제작하여 실제응답을 측정, 분석하고 기어구동계의 전달오차와 백래쉬를 고려한 운동방정식을 유도하여 수치해석을 함으로서 기어구동계의 비선형 응답에 대한 물리적 설명을 시도하였다. 기어구동계의 동적응답에서 물림주파수(meshing frequency)와 그 배수 성분, 그리고 동적 거동의 불안정성을 이론과 실험적으로 해석함으로서 진동과 소음을 최소화하는 최적치형개발을 위한 기본 개념을 제시하고자 하였다. 또한 토크 변동성분과 백래쉬에 의한 래틀(rattle) 진동 현상을 수치적분을 통하여 분석하였고 래틀 발생 가능 영역을 도약현상(jump phenomenon)과 관련하여 설명하였다.

2. 전달오차

기어가 전달하는 하중은 기어 치에 탄성변형을 일으킴으로서 피니언에서 요구된 회전량과 실제 회전량 사이에 약간의 오차가 발생하게 된다. 이를 전달오차라 하며, 기어구동에 따른 진동과 소음 발생의 주요 원인이 되고 있다. 전달오차를 계산하기 위해서는 맞물리는 기어의 이가 접촉하는 각각의 점에 대하여 치의 컴플라이언스가 계산되어야 한다. 기어의 컴플라이언스는 굽힘과 전단에 의한 외팔보 변형, 지지되는 부분의 유연성에 의한 치의 강제 회전, 접촉으로 인한 변형의 3가지 요소에 의해 영향을 받는다.¹⁾

물림률이 1과 2사이의 기어쌍에서는 물림율에 따라 한쌍의 기어가 접촉하거나, 두쌍의 기어가 접촉한다. 물림과정에서 하중분포와 전달오차를 결정하기 위해서는 물림율에 따른 한쌍, 혹은 두쌍의 기어가 접촉하는 점을 정확히 계산하고, 치형 수정량과 제작오차를 대입하여 한쌍, 혹은 두쌍의 기어가 접촉하는지를 확인하여야 한다. 본 연구에서는 평치차의 전달오차를 계산하는 과정을 전산화하고, 실제 실험에 사용된 기어에 대해 물림과정에서의 하중분포와 전달오차를 계산하였다. Table 1은 본 연구에서 사용된 기어쌍의

Table 1 Design parameters of gear and pinion

	Gear	Pinion
Number of teeth	48	32
Radius of pitch circle(mm)	60	40
Radius of outside circle(mm)	63.7	43.8
Radius of root circle(mm)	57.7	37.8
Radius of fillet(mm)	1.4224	1.4224
Tooth thickness at pitch circle (mm)	4	4
Tooth width(mm)	10	10
Pressure angle(deg)	20	20
Backlash(mm)	0.5	0.5
Input torque(Nmm)	50000	
Module	2.5	

설계제원이며, Fig.1과 2는 각각의 전달오차와 하중변화를 나타내었다.

기어의 강성, k 는 컴플라이언스의 역수로서 물림에 따른 각각의 접촉점에서 계산되어 진다. 물림주기에 따라 강성은 반복적으로 나타나므로 Fourier급수로서 아래와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 N 은 이빨갯수, t 는 시간, ω 는 기어의 회전속도, k_0 는 Fourier 급수의 상수항, k_n 는 Fourier급수의 n 차항, α_n 는 n 차 위상각을 각각 나타낸다.

$$k(t) = k(t + 2\pi/N\omega)$$

$$= k_0 + \sum_{n=1}^{\infty} k_n \cos(N\omega t + \alpha_n) \quad (1)$$

3. 백래쉬

백래쉬는 설계에서 주어지거나, 제작오차, 마모로 인하여 모든 기어에 존재한다. 백래쉬에 의한 맞물림 기어 사이의 충격은 기어 회전계에 심한 진동과 소음을 일으키는 직접적인 원인이 되며, 이때 발생하는 소음을 래틀(rattle)이라 한다. 수동변속기를 장착한 자동차, 특히 디젤엔진

차와 같이 입력토크의 요동성분이 큰 경우, 아이들(idle), 혹은 저속주행시 변속기에서 래틀이 발생할 수 있다. 래틀은 엔진의 불균형 회전이 클러치에서 충분히 감쇠되지 않고 수동변속기로 전파되는 과정에서 발생한다. 현장에서는 클러치의 히스강성을 조절하여 줄이고 있으나, 경우에 따라서는 클러치의 히스강성 조절만으로 래틀을 줄일 수는 없고 구동계 전체의 동적 해석을 통하여 각 부문에 적절한 설계 변수를 책정하여야 한다. 즉, 엔진 플라이휠의 관성, 클러치강성, 기어 백래쉬, 오일점도등 각각의 설계변수를 적절히 선택하여야 한다.

백래쉬가 너무 작으면 맞물림과정에서 간섭을 일으켜 높은 주파수의 소음을 발생시킬 수도 있으므로 기어의 정밀도와 부하 및 속도에 따라 백래쉬량을 적절히 결정하여야 한다. 백래쉬에 의한 기어강성 변화는 Fig.3과 같이 편적선형(piecewise-linear) 형태를 갖게 된다. 여기서 b 는 백래쉬 크기의 반에 해당된다. 물림과정에서 발생하는 전달오차와 하중변화에 의한 강성변화도 고려될 수 있으나, 접촉, 분리가 반복되는 래틀과정에서는 접촉에 따른 강성의 급격한 변화가 보다 중요하므로 접촉한 상태에서 선형강성으로 가정하여도 큰 무리는 없다.

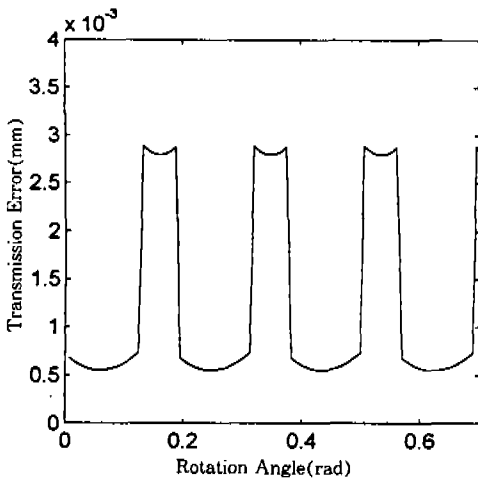


Fig.1 Calculated transmission error

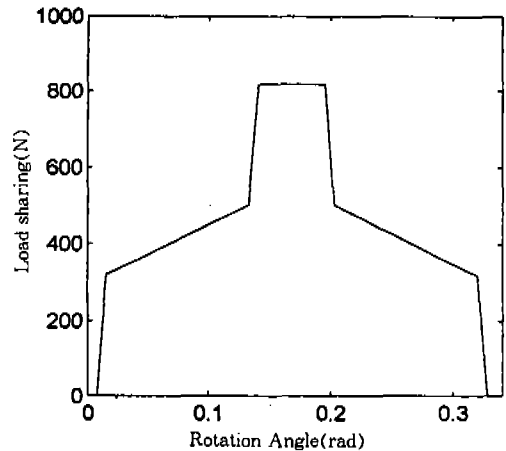


Fig.2 Load sharing through a mesh cycle of gears

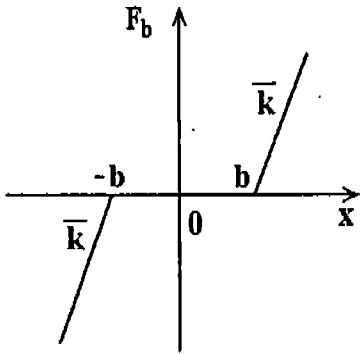


Fig.3 Piecewise-linear stiffness variation of gear meshing due to backlash

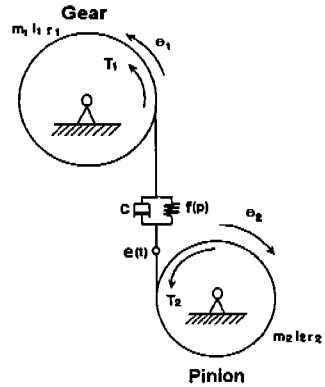


Fig.4 Nonlinear model of meshing gear

4. 기어구동계의 운동방정식

Fig.4는 축과 베어링이 강체로 지지되어 있고 전달오차에 의한 내부가진과 구동토크에 의한 외부가진이 있는 기어구동계 모델이다. 기어물림은 전달오차와 전달하중변화에 의한 시변강성(time varying stiffness), $k(t)$ 와 백래쉬에 의한 편직선형 강성변화를 고려하면 비선형 기어구동계 모델이 성립한다. 구동력에 토크변동성분이 존재하고 출력단의 토크변동성분은 없다고 가정하면 기어와 피니언에 작용하는 토크는 각각 평균토크성분, T_{1m} 과 T_{2m} , 변동토크성분 $T_{1v}(t)$ 로 표현된다. 또한, 기어와 피니언의 관성력은 I_1, I_2 , 질량은 m_1, m_2 , 기초원의 반지름은 r_1, r_2 로 각각 표기한다.

$$T_1(t) = T_{1m} + T_{1v} \tag{2}$$

$$T_2(t) = T_{2m}$$

Fig.4에 대한 비선형 기어구동계의 운동방정식은 다음과 같이 유도된다. 기어와 피니언에 대해서는 아래와 같은 운동방정식이 각각 성립한다.

$$\frac{I_1 \ddot{\theta}_1}{r_1} = \frac{T_1}{r_1} - k(t)\{r_1\theta_1 - r_2\theta_2 - e(t)\} - c\{r_1\dot{\theta}_1 - r_2\dot{\theta}_2 - \dot{e}(t)\} \tag{3}$$

$$\frac{I_2 \ddot{\theta}_2}{r_2} = -\frac{T_2}{r_2} + k(t)\{r_1\theta_1 - r_2\theta_2 - e(t)\} + c\{r_1\dot{\theta}_1 - r_2\dot{\theta}_2 - \dot{e}(t)\} \tag{4}$$

여기서 $k(t)$ 는 기어의 물림강성변화를 의미하며, c 는 기어물림과정에서 감쇠값이 작다는 가정하에 점성감쇠로 가정한 감쇠계수이다. θ_1 는 기어의 회전량, θ_2 는 피니언의 회전량을 의미하며 동적전달오차 $r_1\theta_1 - r_2\theta_2$ 와 정적 전달오차 $e(t)$ 의 차이, 즉 실제 비틀림오차, $p(t)$ 를 아래의 식(5)와 같이 정의하고, $p(t)$ 를 두번 미분한 식에 식(3)과 식(4)의 θ_1 과 θ_2 를 대입하면 식(6)과 같이 기어구동계의 비틀림진동을 기술하는 하나의 1자유도 운동방정식이 유도된다.

$$p(t) = r_1\theta_1(t) - r_2\theta_2(t) - e(t) \tag{5}$$

$$m_{eq}\ddot{p} + c\dot{p} + k(t)f(p) = F_m + F_v(t) - m_{eq}\dot{e}(t) \tag{6}$$

여기서 각각의 변수는 아래와 같이 정의된다.

$$m_{eq} = \frac{1}{\left(\frac{r_1^2}{I_1} + \frac{r_2^2}{I_2}\right)}$$

$$F_a(t) = m_{eq} \frac{T_{1a}(t)r_1}{I_1} \quad (7)$$

$$F_m = \frac{T_{1m}}{r_1} = \frac{T_{2m}}{r_2}$$

식(6)으로부터 정적전달오차는 내부가진의 원인이 되고 토크변동에 의한 주파수성분은 외부가진의 원인이 됨을 알 수 있다. m_{eq} 는 기어쌍의 동가질량을, F_m 은 기어맞물림시 전달되는 평균력을, $F_a(t)$ 는 외부가진에 의한 변동력을 각각 나타낸다. 식 (6)에서 $f(p)$ 는 백래쉬를 고려한 기어강성의 편적선형모델을 기술하기 위한 식으로 식 (8)과 같이 표시된다. 시변강성, $k(t)$ 는 식 (1)에서 유도된 바와 같이 전달오차에 기인한다. 감쇠력, 역시 물림율에 의한 시변성을 가질 수 있으나, 감쇠력이 작다고 가정하여 선형점성감쇠로 본다.

$$f(p) = \begin{cases} p(t) - b & : p(t) > b \\ 0 & : -b < p(t) < b \\ p(t) + b & : p(t) < -b \end{cases} \quad (8)$$

5. 화인(Whine) 진동

기어계의 전달오차에 의한 동적 응답, 즉 화인 진동만을 고려하려면 백래쉬를 영으로 가정하고 변위 함수를 $f(p) = p$ 로 놓으면 식 (9)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{p} + \frac{c}{m_{eq}} \dot{p} + \frac{1}{m_{eq}} \left\{ k_0 + \sum_{n=1}^{\infty} k_n \cos(nN\omega t + \alpha_n) \right\} p \\ = \frac{F_m}{m_{eq}} + \frac{F_a(t)}{m_{eq}} - \dot{e}(t) \end{aligned} \quad (9)$$

Table 1의 설계제원과 Fig.1과 2의 전달오차와 하중변화를 고려한 강성변화를 식 (9)에 대

입하고 5차 Runge-kutta법을 이용하여 수치적 분한 결과를 각각의 회전수에 따른 주파수분석을 수행하여 도시하면 Fig.5와 같은 waterfall diagram이 된다. Fig.5는 전달오차에 의한 물림주파수와 물림주파수의 배수성분이 나타남을 보여 주고 있다. 이러한 물림주파수의 배수성분은 하중조건으로서의 정적전달오차와 강성변화성분에 기인한다.

구동부의 평균토크성분에 의한 기어구동계의 응답을 Fig.6에 도시하였다. 평균토크값이 클수

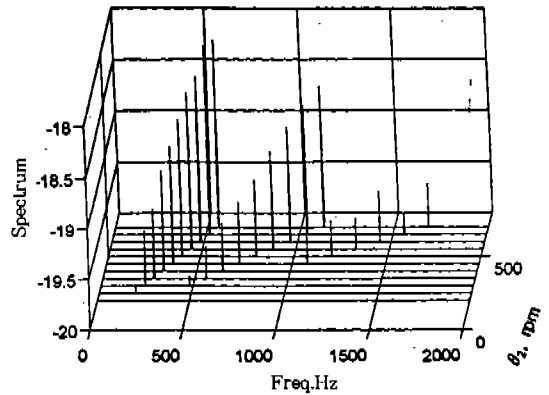


Fig.5 Waterfall diagram of the responses of gear driving system

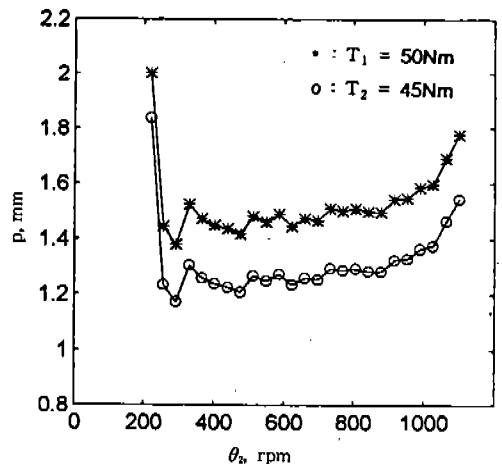


Fig.6 Effects of mean torque variation ($m_{eq}=0.1527\text{kg}$, $c=5.5\text{Ns/mm}$)

록 응답이 커짐을 알 수 있다.

이상과 같이 기어의 강성변화, 즉 전달오차는 기어 진동의 직접적인 원인이므로 진동이 작은 기어를 만들기 위해서는 전달오차를 적당히 유지하는 기어형상을 만들어야 한다. 기어형상은 시변강성항으로 특정지워지므로 식 (6)에서 시변강성만 고려하고 하중변화항을 무시한 제차(homogeneous)항만을 보면 Hill식⁽¹²⁾이 된다. Hill식은 다수의 Fourier계수항을 포함하므로 기어의 전달오차를 충분히 고려할 수 있으나 결국 안정성의 문제이고, 안정성은 상수항과 1차항에 따라 결정하여도 무방하므로 상수항과 1차항만을 고려하면 식 (10)과 같은 Mathieu식⁽¹²⁾이 된다. 적절한 기어형상이 되기 위해서는 Mathieu식의 안정, 불안정영역을 표시하는 strutt diagram의 안정영역에 설계변수들이 존재하여야 한다.

$$\ddot{p} + \left\{ \frac{c}{m_{eq}} \right\} \dot{p} + \frac{1}{m_{eq}} \{ k_0 + k_1 \cos(N\omega t) \} p = 0 \quad (10)$$

불안정, 안전영역을 표시하는 Mathieu식의 strutt diagram은 계산가능한 변수 범위로 한정되어 있으나, 본 연구에서 사용된 실험장치는 일반적인 strutt diagram의 범위를 크게 벗어나므로 직접적으로 수치적분에 의한 해의 안정성을 판별할 수 밖에 없다. 수치적분의 적분간격을 적절히 유지하기 위해 $\tau = N\omega t$ 로 시간축을 변환하면 아래의 식이 성립한다.

$$\frac{d^2 p}{d\tau^2} + \gamma \frac{dp}{d\tau} + (\alpha + \beta \cos \tau) p = 0 \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{m_{eq}} \left\{ \frac{1}{N\omega} \right\}^2 k_0 \\ \beta &= \frac{1}{m_{eq}} \left\{ \frac{1}{N\omega} \right\}^2 k_1 \\ \gamma &= \frac{c}{m_{eq}} \left\{ \frac{1}{N\omega} \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

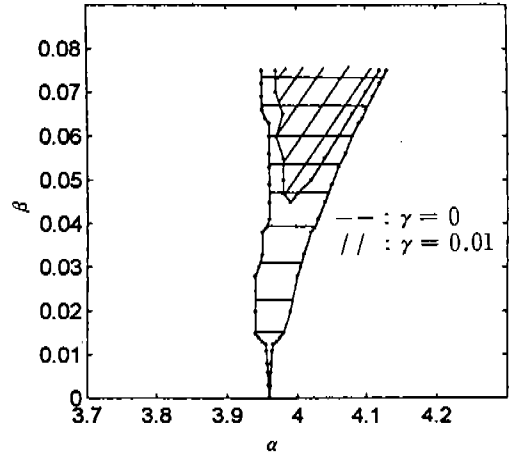


Fig.7.1 Unstable region of Mathieu equation

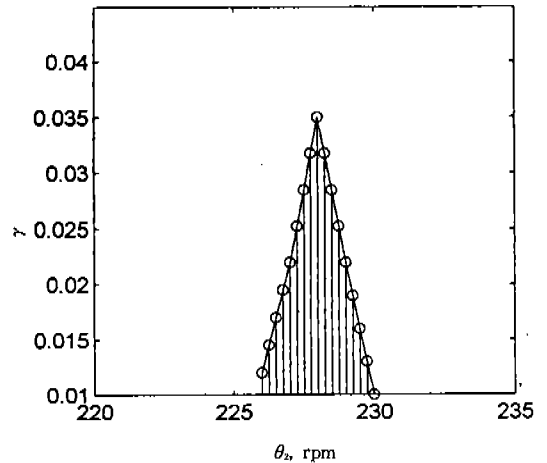


Fig.7.2 Unstable operation region of gear drive system with the increase of viscous damping term
($k_0 = 1073 \text{KN/mm}$, $k_1 = 179 \text{KN/mm}$)

Table 1의 설계제원을 이용하여 각각의 α , β 조합과 감쇠값 $\gamma = 0$ 와 $\gamma = 0.01$ 의 경우에 대해 수치적분하면 Fig.7.1과 같은 불안정영역이 존재함을 알 수 있다. 여기서 불안정영역이란 수치계산상의 응답이 무한대로 증가하는 경우이다. 기어의 진동을 줄이기 위해서는 설계변수, 특히 치형수정에 의해 α , β 값이 Fig.7.1의 안정영역에

서 기어가 운전될 수 있도록 설계하여야 한다. 식 (11)의 점성감쇠항을 고려하고 기어의 구동 속도변화에 따른 불안정영역을 계산하면 Fig.7.2와 같은 결과를 얻을 수 있으며, 점성감쇠항이 증가함에 따라 불안정영역이 줄어들음을 알 수 있다.

6. 래틀(Rattle) 진동

백래쉬를 갖는 기어구동계의 응답은 식 (6)에서 시변강성, $k(t)$ 를 상수함으로 본 Fig.3과 같은 편적선형강성변화로 부터 식 (13)을 얻을 수 있다.

$$m_{eq}\ddot{p} + c\dot{p} + kf(p) = F_m + F_e(t) - m_{eq}\ddot{e}(t) \quad (13)$$

식 (13)을 5차 Runge-kutta법을 이용하면 Fig.8의 수치해(*)를 얻을 수 있다. Fig.8은 회전수가 증가함에 따라 8000rpm 부근에서 비틀림오차, p 가 급격히 작아지며 감속시 7500rpm 부근에서 응답이 급격히 커지는 현상, 즉 도약현상(jump phenomenon)을 보여주고 있다. 이러한 도약현상은 백래쉬에 의한 편적선형, 즉 비선형성에 기인한다. Fig.8에서 비틀림오차, p 가 백

래쉬보다 큰 7500rpm까지는 기어와 피니언의 이가 서로 접촉, 분리가 반복되게 된다. 이러한 반복적인 기어 이의 접촉에 의한 소음을 래틀이라 한다.

속도 증가와 감속시 서로 다른 크기의 응답이 일어나는 현상은 다음과 같이 설명되어질 수 있다. 먼저 정적평균력과 선형점성감쇠를 무시하고 가진 성분을 $F_0 \cos \omega t$ 로 가정하면 아래의 식 (14)을 얻을 수 있다.

$$m_{eq}\ddot{p} + \bar{k}f(p) = F_0 \cos \omega t \quad (14)$$

여기서 응답 $p = p_0 \cos \omega t$ 로 가정하여 식 (14)에 대입하면 식 (15)를 얻을 수 있다.¹³⁾

$$\bar{k}f(p_0) = F_0 + \omega^2 m_{eq} p_0 \quad (15)$$

식 (15)를 해석적으로 풀기 위해 힘을 세로축에, 동적응답, p_0 를 가로축에 나타낸 것이 Fig.9이다. 식 (15)의 우변은 세로축과 F_0 에서 교차하고 경사 $\tan^{-1} m_{eq} \omega^2$ 을 가지는 직선으로 나타낼 수 있다. 스프링력, $\bar{k}f(p_0)$ 와 직선이 교차하는 점의 x축상 성분, p_0 가 응답이 된다. Fig.9에서 회전속도가 증가함에 따라 직선은 A, B, C로 바뀌며 교차점은 하나(직선 A)에서 둘(직선 B)로 증가하다가 다시 하나로 되는 것을 알 수 있다. Fig.8의 해석결과(o)는 Runge-kutta법을 이용하여 수치적분한 결과(*)와 서로 잘 일치

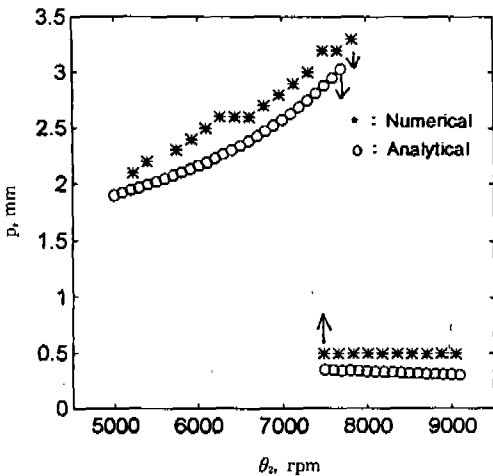


Fig.8 Dynamic responses of gear drive system with backlash

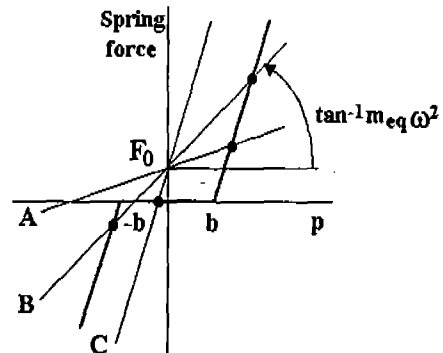


Fig.9 Graphical representation of rattle responses due to backlash

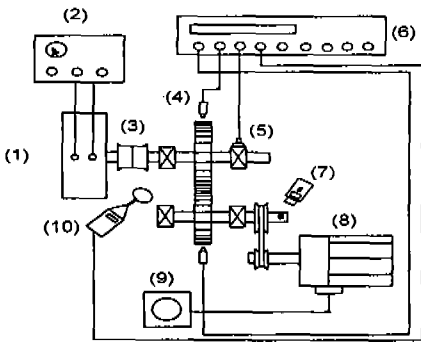
하고 있음을 보여 주고 있다. 이와같은 방법을 이용하면 백래쉬에 의한 래틀 발생영역을 쉽게 유추할 수 있게 된다. 물론 평균력 F_m 과 정적전달오차에 의한 $m_{eq}(t)$ 항에 따라 해가 달라질 수 있으나 래틀 발생영역은 크게 달라지지 않는다.

7. 실험

기어구동계의 비선형 응답특성을 알아보기 위하여 Fig.10과 같은 실험장치를 설계, 제작하여 회전수 변화에 따른 진동 특성을 측정하였다.

7.1 실험장치 및 실험방법

실험장치의 구동은 0.7kW, 최대 1500rpm으로 회전 가능한 DC모터로 하고, 1:2 풀리와 V벨트를 사용하여 기어에 동력을 전달했으며, 맞물린 피니언은 파우더 클리치(powder clutch)에 의해 부하를 주었다. 부하의 크기는 파우더 클리치의 종동축에 부착한 토션바(torsion bar)를 이용하여 측정하였다. 토션바에는 strain gauge



- (1) Powder Clutch, Torsion bar
- (2) Powder Clutch Controller
- (3) Flexible Coupling
- (4) Magnetic Pick-up
- (5) Accelerometer
- (6) Tape Recorder
- (7) Hand Tachometer
- (8) DC Motor
- (9) DC Motor Controller
- (10) Microphone

Fig.10 Schematic diagram of experimental apparatus

를 부착하여 종동축 부하를 측정하였다. 피니언의 기어치에 수직하게 설치된 마그네틱픽업(magnetic pick-up)과 피니언 기어축의 베어링에 부착된 가속도계(accelerometer), 마이크로폰을 이용하여 진동과 소음을 측정하였다.

실험은 파우더 클리치에 일정 부하를 주고 DC모터 제어기를 이용하여 회전수를 변화시키면서 각각의 신호를 측정하였다. 측정된 신호는 A/D 변환기를 거쳐 전산기에 입력하고 MATLAB⁽¹⁾을 이용하여 측정 신호를 분석하였다.

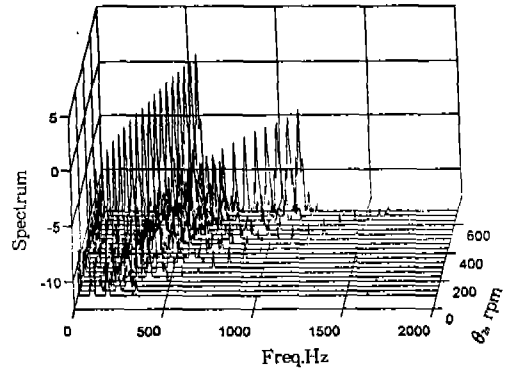


Fig.11 Waterfall diagram of Magnetic pick-up signal at pinion

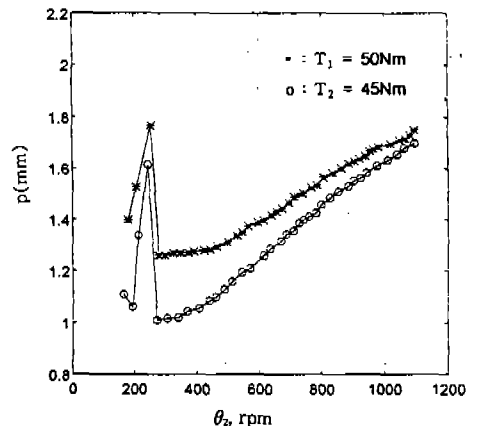


Fig.12 Dynamic response of gear drive system

7.2 실험결과 및 고찰

Fig.11은 종동부의 회전수를 200rpm에서 800rpm까지 변화시키면서 마그네틱픽업으로 피니언의 비틀림진동을 측정한 결과이다. 실험에서도 물림주파수의 1, 2, 3차 성분이 나타나며, 회전수가 증가할수록 크기가 커짐을 알 수 있다. 이는 Fig.5에서 수치적분으로 예측한 바와 같이 2차, 3차성분이 존재함을 알 수 있었다.

Fig.12는 각각의 부하에 대한 가속도계 신호를 두번 적분하여 얻은 변위의 rms값을 회전수 증가에 따라 나타낸 것이다. 200rpm 근처에서 회전각도의 변화가 커지는 것을 알 수 있다. 이는 200rpm 영역이 불안정영역이라는 이론예측과 잘 일치한다. 또한 부하 증가시 회전각도의 변화량이 미소하게 커지는 것을 알 수 있으며 이는 Fig.6의 이론해석결과와도 잘 일치한다.

8. 결 론

기어구동계에서 발생하는 진동과 소음을 규명하기 위해 전달오차와 백래쉬를 고려한 비선형 운동방정식을 만들고, 이론해석, 수치해석을 통하여 응답을 예측하고, 실제 기어구동계 실험을 통하여 예측된 응답을 확인하였다.

이를 위해 먼저 모터 구동 파우더 클러치에 의한 부하장치를 가진 평치차 구동계를 설계, 제작하였다. 사용된 기어와 피니언의 치형을 정확히 측정하여 전달오차와 기어강성을 이론적으로 계산하였다. 여기서 전달오차는 외팔보, 강제회전, 접촉을 고려한 계산식을 이용하였다. 전달오차를 고려한 확인진동은 정적전달오차에 포함된 물림주파수의 배수성분에 의한 가진과 전달오차에 의한 시변강성으로 인하여 물림주파수와 2배수 성분이 나타남을 알 수 있었고, 평균력 F_m 이 커짐에 따라 응답이 커짐을 알 수 있었다. 특히 200rpm 근처에서 응답이 커지는 것을 수치해석을 통하여 예측할 수 있었고 실험으로도 확인하였다. 또한 비선형 기어구동계 운동방정식이 시변강성에 의한 Mathieu식으로 간략화 될 수 있으며, 강성값의 Fourier계수, 즉 기어치형과 운

전속도에 따라 불안정응답이 발생함을 밝혔다.

또한 백래쉬에 의한 래틀진동은 편적선형강성 변화에 기인함을 비선형 동적계의 도약현상으로 설명하고 도식해법과 수치적분을 이용하여 래틀 가능영역을 예측하였다.

본 연구에서는 기어구동계의 비선형 응답에 대한 실험과 이론 해석을 통하여 물리적 설명을 시도함으로써 저소음, 저진동 기어설계를 위한 기초적인 연구를 수행하였다. 이상의 연구가 실용화되기 위해서는 보다 많은 실험과 치형 개발에 대한 노력이 필요하며, 특히 헬리컬기어의 치형 개발에 대한 연구와 기어를 지지하는 베어링 강성등에 대한 연구가 더 필요하다.

후 기

이 논문은 1994년도 한국학술진흥재단의 공모 과제 연구비에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

1. Tavakoli, M. S. and Houser, D. R., "Optimum Profile Modifications for the Minimization of Static Transmission Error of Spur Gears", *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 108, pp. 86~94, 1986.
2. Cai, Y. and Hayashi, T., "The Optimum Modification of Tooth Profile for a Pair of Spur Gears to make its Rotational Vibration Equal Zero", *ASME International Power Transmission and Gearing Conference*, Vol. 2, pp. 453~460, 1992.
3. Tobe, T. and Sato, K., "Statistical of Dynamic Loads on Spur Gear Teeth", *JSME*, Vol. 20, pp. 882~889, 1977.
4. Benton, M. and Seireg, A., "Factors Influencing Instability and Resonances in Geared Systems", *Trans. of ASME*, Vol. 102, pp. 372~378, 1981.
5. Ozguven, H. N. and Houser, D. R., "Math-

- emational Models used in Gear Dynamics—a Review”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 121, pp. 383~411, 1988.
6. Liou, C. H. and Lin, H. H., “Effect of Contact Ratio on Spur Gear Dynamic Load”, *ASME International Power Transmission and Gearing Conference*, Vol. 1, pp. 29~33, 1992.
 7. Kahraman, A. and Singh, R., “Non-Linear Dynamics of a Spur Gear Pair”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 142, No. 1, pp. 49~75, 1990.
 8. Singh, R., Xie, H. and Comparin, R. J., “Analysis of Automotive Neutral Gear Rattle”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 131, No. 2, pp. 177~196, 1989.
 9. Sakai, T. and Yamamoto, K., “Theoretical and Experimental Analysis of Rattling Noise of Automotive Gearbox”, *SAE 810773*, 1981.
 10. 박찬일, “기어계의 하중전달 및 진동특성에 관한 연구”, 서울대학교 박사학위논문, 1992.
 11. 홍동표, 정태진, 태신호, “자동차 공회전시 기어 래틀과 클러치 비틀림특성에 대한 연구”, 한국자동차공학회논문집, 제3권, 제2호, pp. 30~41, 1995.
 12. Hayashi, C., “Nonlinear Oscillations in Physical Systems”, Princeton, New Jersey, 1964.
 13. Den Hartog, J. P., “Mechanical Vibration”, 1972.
 14. “MATLAB, Reference Guide”, The Math Works Inc. 1993.