

〈논 문〉 SAE NO. 97370015

전력밀도함수를 이용한 노면형상 생성에 관한 연구

Generation of Road Surface Profiles with a Power Spectral Density Function

김 광 석*, 유 완 석**
K. S. Kim, W. S. Yoo

ABSTRACT

To analyze ride quality and to predict durability in vehicle dynamics, it is essential to describe a road surface profile precisely. This paper presents a technique to generate road surface profiles in a spatial domain by using a power spectral density function. A single track power spectral density function is proposed to describe a road surface profile, which is also applicable for multi-track vehicle response analysis. The derived road surfaces are compared to ISO(International Organization for Standardization) standards and classifications proposed by the MIRA(Motor Industry Research Association). The methodology in this paper is also proposed to generate road roughness description with a limited external data. A small amount of external curve data is combined with an internal PSD function to generate road surface roughness in a spatial domain.

주요기술용어 : PSD(Power Spectral Density), Road Surface Roughness, Vehicle Dynamics

1. 서 론

노면을 따라서 주행하는 차량의 동적응답 특성은 노면의 거칠기 정도에 따라 상당한 차이를 가지며 승차감 해석 측면에서 중요하게 고려되어지는 성질이다. 계속적인 특정 주파수 대역에서의 노면 가진에 의해 차체 혹은 부품에 심각한 피로가 누적될 수 있고, 누적된 피로응력은 부품의

수명 및 차량의 내구성에 영향을 미친다. 때문에 차량이 운행되는 노면의 거칠기, 즉 노면형상의 진폭과 가진 주파수 대역의 설계에 따라 기본적으로 차량에 가해지는 가진 입력의 크기가 결정되기 때문에 차량동역학 분야의 해석에서 노면형상 데이터는 중요한 문제로 고려된다.

노면의 가진력은 타이어와 서스펜션을 통하여 차체에 전달된다. 이러한 노면 가진력은 각 차륜계도에서 노면굴곡의 평균치, 상관관계(Auto-correlation)와 궤도간의 상호상관관계(Cross-correlation)를 통해 정의될 수 있다. 모든 종류

* 정회원, 부산대학교 대학원

** 정회원, 부산대학교 기계공학부, 기계기술연구소

의 노면 거칠기를 모두 열거하기는 쉽지 않으므로, 대표적인 몇 종류의 노면굴곡 모델을 사용하여 노면을 분류하고 있다.

노면거칠기의 분류기준은 ISO(International Organization for Standardization) 기준을 많이 사용하고 있으며, MIRA(Motor Industry Research Association) 분류와 지수함수로 묘사된 전력밀도함수를 사용하여 표시되기도 한다.^{1), 2), 3)} 그러나, 이러한 노면의 분류들은 쉽게 찾아볼 수는 있지만, 시간 또는 거리에 대한 노면의 굴곡 형상이 주어지는 경우는 드물다. 따라서 본 연구에서는 이들 노면 분류 방법에서 제시된 기법을 사용하여 차량의 시뮬레이션에 직접 사용할 수 있는 공간영역에서의 노면 데이터를 생성하였다. 생성된 노면데이터를 기존의 방법들과 비교함으로써 제시한 방법의 타당성을 검증하였다.

2. 균일한 등방성 랜덤노면

2.1 전력밀도함수

랜덤함수의 주요특징은 불규칙성이므로, 이를 나타내는데는 수식화된 표현보다는 통계적 평균과 같은 확률함수로 표현하는 것이 편리하다. 확률함수로 이러한 불규칙 노면을 표현하는데는 랜덤 데이터의 기본 특성을 사용한 다음과 같은 4가지 방법이 주로 사용된다⁵⁾. (1) 평균제곱근(root mean square value), (2) 확률밀도함수(probability density function), (3) 자기상관관계(autocorrelation function), (4) 전력밀도함수(power spectral density function).

노면의 생성과정에서 등방성(isotropic) 노면, 균일한(homogeneous) 노면이란 가정이 많이 다루어졌다. 균일한 랜덤노면이란 좌표의 이동에 관계없이 통계적 내용이 일정한 것을 의미하며, 등방성 노면이란 좌표의 회전에 대해 통계치가 무관한 것을 의미한다. 등방성 노면 가정은 Dodds²⁾에 의해 처음 적용된 이래 많은 유용한 연구들이 행해져 왔다^{6), 7)}. 하지만 실제 노면의 특성은 측면방향을 따라서는 고전적인 등방성 노면굴곡 모델로는 적절하게 묘사될 수 없기 때문

에 균일한 노면이라는 가정과 함께 실험데이터와 비교될 수 있는 관계식들이 유도되었다⁸⁾.

노면의 형상을 결정하는 주요인자는 주파수와 진폭인데, 변형이 되지 않는 노면형상의 기하학적 특징을 이러한 두 개의 인자에 의해 묘사할 수 있다. 노면의 형상을 스펙트럼으로 표시할때, 노면의 거칠기는 시간에 대한 가진이기 보다는 거리에 대한 공간적인 가진이기 때문에 일반적인 시간 주파수 f [cycle/s] 보다는 공간주파수(spatial frequency) Ω [cycle/m]로 정의되는 것이 요구된다. 공간주파수 Ω 는 공간 차원에서 주파수의 또다른 표현이며, 파형길이 l_w 의 역수이다. 이렇게 노면 형상의 진폭을 전력밀도(Power Spectral Density)를 사용하여 표시하면 차량의 속도에 관계없이 효과적으로 표현할 수 있다. 차량에 대한 가진 입력주파수는 식 (1)과 같이 차량의 진행속도와 파형길이(wavelength)의 함수로 정의할 수 있다.

$$f(\text{Hz}) = \Omega[\text{cycle/m}] \cdot V[\text{m/s}]$$

$$= \frac{1}{l_w} \cdot V \quad (1)$$

노면형상을 랜덤함수로 가정할 수 있다면 전력밀도함수에 의해 그 특징을 파악할 수 있다. 즉 랜덤가진에서 각 주파수가 가지는 평균에너지를 사용하여 노면형상을 표현할 수 있다. 진폭 Z_n , 파형길이(wavelength) l_w 을 가지는 조화운동 $z_n(x)$ 는 다음과 같다.

$$z_n(x) = Z_n \sin\left(\frac{2\pi x}{l_w}\right) = Z_n \sin \Omega_n x \quad (2)$$

여기서 $\Omega_n = \frac{2\pi}{l_w}$: 조화운동의 각 공간 주파수(circular spatial frequency)

함수의 평균제곱값 $\overline{z_n^2}$ 은

$$\overline{z_n^2} = \frac{1}{l_w} \int_0^{l_w} \left[Z_n \sin\left(\frac{2\pi x}{l_w}\right) \right]^2 dx \quad (3)$$

$$= \frac{Z_n^2}{2}$$

많은 이산화된 주파수를 가지는 함수에 대해 각 주파수에 대한 전력밀도함수는 함수의 평균제곱값으로 표시할 수 있다. 주파수 $n\Omega_0$ 에서의 간격 $\Delta\Omega$ 에서 평균제곱값의 전력밀도함수를 $S(n\Omega_0)$ 라 두면 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$S(n\Omega_0)\Delta\Omega = \frac{Z_n^2}{2} = \bar{z}_n^2 \quad (4)$$

따라서, 이산화된 전력밀도함수는 다음과 같이 표시된다.

$$S(n\Omega_0) = \frac{Z_n^2}{2\Delta\Omega} = \frac{\bar{z}_n^2}{\Delta\Omega} \quad (5)$$

만약 함수가 넓은 대역의 주파수를 가지고 있다면 이산적인 전력밀도함수 $S(n\Omega_0)$ 는 연속적인 전력밀도함수 $S(\Omega)$ 가 될 수 있다. 모든 주파수 대역을 통해 전력밀도함수의 총면적은 함수 $z(x)$ 의 평균제곱값과 같으므로, 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\bar{z}^2 = \int_0^{\infty} S(\Omega) d\Omega \quad (6)$$

공간 주파수 $\Omega_1 - \Omega_2$ 영역과 같이 관심있는 어떤 주파수 대역에서 전력밀도함수의 부분면적은 그 주파수 범위에서의 함수의 평균에너지로 표시되며, 이는 함수의 평균제곱값과 같다.

$$\bar{z}_{\Omega_1 - \Omega_2}^2 = \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} S(\Omega) d\Omega \quad (7)$$

따라서 주어진 주파수 대역에서 노면의 평균값은 다음 식에 의해 표현될 수 있다.

$$\bar{z}_{\Omega_1 - \Omega_2} = \sqrt{S(\Omega) \Delta\Omega} \quad (8)$$

여기서 $\Omega_c = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2}$ 이고, $\Delta\Omega = \Omega_1 - \Omega_2$ 를 의미한다.

그러므로 진폭이 평균제곱근 \bar{z}_c 를 가지고 주파

수 Ω 인 정현파의 형태로 노면의 방정식을 표현하면 다음 식과 같다.

$$z_i(x) = \sqrt{2} \bar{z}_i \sin 2\pi\Omega_i(x - \phi_i) \quad (9)$$

$\sqrt{2} \bar{z}_i$ 는 진폭, Ω_i 와 ϕ_i 는 각각 공간주파수와 위상지연을 의미한다.

따라서 거리 x 에서의 노면의 높이는 각 주파수에 대하여 각각의 높이를 모두 계산한 다음 이를 산술적으로 더하여 구할 수 있다.

$$z(x) = \sum_{i=1}^n \sqrt{2} \bar{z}_i \sin 2\pi\Omega_i(x - \phi_i) \quad (10)$$

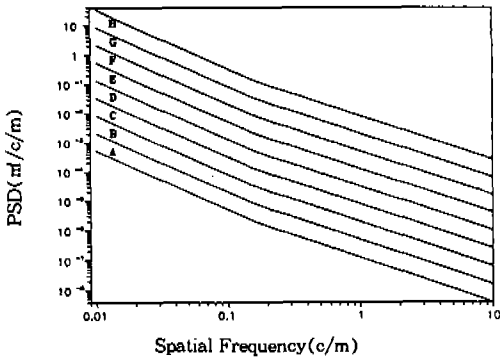
2.2 노면의 분류

등방성 노면굴곡 모델을 노면의 전력밀도함수로 나타내는데 있어서 여러 형태의 전력밀도함수를 사용할 수 있다. 차량 해석시 노면에 의한 가진 주파수 대역이 주로 0.5Hz~25Hz 범위라고 가정하고, 차량의 주행속도 범위를 2.5m/s(9km/h)~50m/s(180km/h)로 생각하면, 노면의 공간 주파수는 0.01 cycle/m~10 cycle/m를 가진다. 따라서 노면굴곡의 전력밀도는 이 공간주파수 범위내에서 유용하게 사용할 수 있다⁹⁾.

노면을 분류하는 방법은 기존의 연구^{1), 2), 3)}에서 몇가지 방법이 제시되었다. 본 연구에서는 전력밀도 값을 사용하여 노면거칠기를 A등급에서 H등급까지 8단계로 분류하는 ISO의 분류 기준을 주로 사용하였다. 또한 ISO 기준의 근거였으며 노면의 종류에 대해 보다 세밀하게 분류한 MIRA 분류와 지수함수, 그리고 분수함수의 형태로 묘사된 전력밀도함수를 사용하여도 노면이 구성될 수 있도록 하였다. 단일케도의 전력밀도를 나타내는 함수형태는 지수함수 및 다항식의 분수함수의 형태로 표시할 수 있다. 이러한 전력밀도함수의 형태는 단조감소 함수가 되는데, 이는 공간주파수가 커질수록 전체적인 에너지의 크기 즉 진폭의 크기가 작아지는 것을 의미한다.

2.2.1 ISO 기준

Fig.1은 ISO에 의해 제안된 노면의 분류를 나타낸다. ISO 분류에서 보면 전력밀도함수 $S(\Omega)$



와 공간주파수 Ω 사이의 관계가 Fig.1에서 보는 것과 같이 대수그래프(log-log scale)에서 노면의 거칠기 정도에 대하여 서로 다른 직선으로 표현되어 점을 알 수 있다. 이것을 식으로 표시하면 다음과 같다.

$$S(\Omega) = S(\Omega_0) \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-N_1} \text{ for}$$

$$\Omega \leq \Omega_0 = \frac{1}{2\pi} \text{ cycles/m}$$

Fig.1 Classification of road surface roughness by ISO

Table 1 Classification of Road Roughness Proposed by ISO^{1), 3)}

노면 분류	노면 거칠기 정도 $S(\Omega_0), 10^{-6} [m^2/cycles/m]$		N_1	N_2
	범 위	기하학적 평균		
A (Very Good)	< 8	4	2.0	1.5
B (Good)	8 - 32	16	2.0	1.5
C (Average)	32 - 128	64	2.0	1.5
D (Poor)	128 - 512	256	2.0	1.5
E (Very Poor)	512 - 2048	1024	2.0	1.5
F	2048 - 8192	4096	2.0	1.5
G	8192 - 32768	16384	2.0	1.5
H	> 32768		2.0	1.5

Table 2 Classification of roads based on road spectra presented by MIRA²⁾

노면 분류		노면 거칠기 정도 $S(\Omega_0), 10^{-6} [m^2/cycles/m]$		N_1 평균 (표준편차)	N_2 평균 (표준편차)
		범 위	기하학적 평균		
고속도로	Very Good	2 - 8	4	1.945	1.360
	Good	8 - 32	16	(0.464)	(0.221)
일반도로	Very Good	2 - 8	4	2.050	1.440
	Good	8 - 32	16	(0.487)	(0.266)
	Average	32 - 128	64		
	Poor	128 - 512	256		
비포장로	Average	32 - 128	64	2.280	1.428
	Poor	128 - 512	256	(0.534)	(0.263)
	Very Poor	512 - 2048	1064		

Table 3 Values of C_{sp} and N for Power Spectral Density Functions for Various Surfaces³⁾

노면분류	N	C_{sp}	C'_{sp}
		$S(\Omega) : [m^2/cycles/m]$	$S(\Omega) : [ft^2/cycles/ft]$
Smooth runway	3.8	4.3×10^{-11}	1.6×10^{-11}
Rough runway	2.1	8.1×10^{-6}	2.3×10^{-5}
Smooth highway	2.1	4.8×10^{-7}	1.2×10^{-6}
Highway with gravel	2.1	4.4×10^{-6}	1.1×10^{-5}
Pasture	1.6	3.0×10^{-4}	1.6×10^{-3}
Plowed field	1.6	6.5×10^{-4}	3.4×10^{-3}

$$S(\Omega) = S(\Omega_0) \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-N_2} \quad \text{for } \Omega > \Omega_0 \quad (11)$$

ISO 기준에서는 노면의 거칠기 정도를 $S(\Omega_0)$ 에 따라 A등급에서 H등급까지 8단계로 분류하며, 이를 Table 1에 표시하였다. Table 2는 MIRA에 의해 제안된 노면분류 방법을 표시한 것으로, 기본적으로 ISO 분류와 동일하며 표현되는 식도 동일하다. 다만 구체적인 노면의 종류에 대하여 세부적으로 노면의 거칠기에 대한 분류기준을 제시하였다.

2.2.2 지수함수 형태의 PSD 함수

노면거칠기를 지수함수의 형태로 표시하면, 식 (12)와 같다.

$$S(\Omega) = C_{sp} \Omega^{-N} \quad (12)$$

여기서 C_{sp} 와 N 은 상수이며, 다양한 노면에 대한 C_{sp} 와 N 의 값들은 Table 3에 표시하였다.

Fig.2는 식 (12)와 같은 지수함수 형태의 전력밀도함수를 가지는 노면 분류에 대하여 ISO 분류와 비교하여 표시한 그림이다. MIRA 분류와 ISO 분류는 거의 비슷한 형태를 가지므로, 지수함수로 표현된 노면의 전력밀도함수를 ISO와 비교함으로써 어느 전력밀도함수를 사용하는 것이 더욱 적절한가를 평가하였다. Fig.2에서 보면 smooth runway는 ISO 분류에서 가장 좋은 등급인 A 등급 노면보다 평탄한 노면임을 알 수

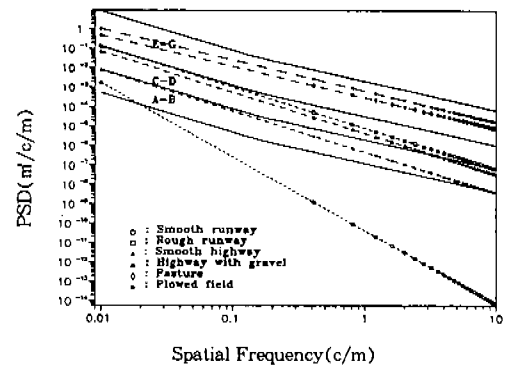


Fig.2 Relationships between ISO classification and road classification by exponential PSD function

있고, smooth highway는 ISO 분류의 A~B 등급에 걸쳐 있음을 알 수 있다. Rough runway와 Highway with gravel은 전체적으로 ISO 분류의 C~D 등급에 그리고 목초지와 개척지 같은 노면은 가장 좋지 않은 조건인 E~G 등급에 걸쳐 있음을 알 수 있다.

이상의 전력밀도함수의 표시방법 외에, 다음 식과 같이 분수함수 형태로 전력밀도함수를 정의하는 경우도 있다.⁴⁾

$$S(\Omega) = \frac{S(\Omega_0)}{(\Omega^2 + a^2)^n} \quad (13)$$

3. 노면형상의 생성

3.1 노면의 생성방법

앞 장에서 언급한 전력밀도함수를 사용하면 일반적인 노면 형상을 거리에 대한 수직방향의 거칠기의 형태로 표시할 수 있다. 본 연구에서는, 전력밀도함수를 이용하여 공간상의 노면형상을 생성할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 따라서 프로그램 사용자가 각 기준에서 정량화시킨 노면의 거칠기 값인 $S(\Omega_0)$ 또는 노면의 분류번호만 입력하면 실제 공간상의 노면형상 데이터를 얻을 수 있도록 하였다. 노면의 생성과정은 다음과 같으며 실제 구성된 프로그램의 순서도를 Fig.3에 표시하였다.

- step 1) 사용자가 $S(\Omega_0)$ 또는 노면의 분류방법 및 번호 입력
 - step 2) 식 (8)에 의해 \bar{z} 계산
 - step 3) 식 (10)에 의해 $z(x)$ 계산
- 식 (10)의 계산에서 위상지연 ϕ_n 는 각 노면의 분류방법 및 번호와 맞도록 랜덤함수를 발생시켜 조절하였다. 공간주파수가 0.1[cycle/m] 미만인 대역에서

는 위상지연에 따라 노면의 형상이 심하게 변하므로, 위상지연의 영향이 비교적 작은 0.1[cycles/m] 이상의 주파수 대역에 대해서만 주로 구성하였다. 그러나, 사용자가 0.1[cycles/m] 미만의 주파수에 대한 노면형상을 원하는 경우에는 사용자 정의 노면으로 구성할 수 있도록 하였다.

또한, 식 (11), (12), (13)으로 표시할 수 있는 전력밀도함수 이외에 함수의 형태로 정의하기 어려운 실질적인 노면의 형상에 관한 전력밀도에 관한 곡선데이터만 입력하더라도 노면을 구성할 수 있도록 프로그램을 구성하였다. 즉 전력밀도에 관한 외부 데이터만 있더라도 주어진 주파수와 에너지에 맞는 노면형상을 구성할 수 있도록 하였다. 이런 경우 곡선의 형상을 결정하는데 중요한 변곡점의 데이터만 입력하면 데이터의 수가 작더라도 내부적으로 선형보간법을 사용하여 적절한 데이터 개수만큼 생성시킨 다음 노면형상을 구성하도록 하였다. 이러한 방법은 벨지언 로드 (Belgian Road)를 만드는 과정에 적용하였으며 예제 (Fig.10)에서 상세히 언급하였다. 0.1~10 [cycles/m] 주파수 대역의 노면에 대해서 ISO 기준에 따라서 A에서 H등급까지 거칠기 정도는

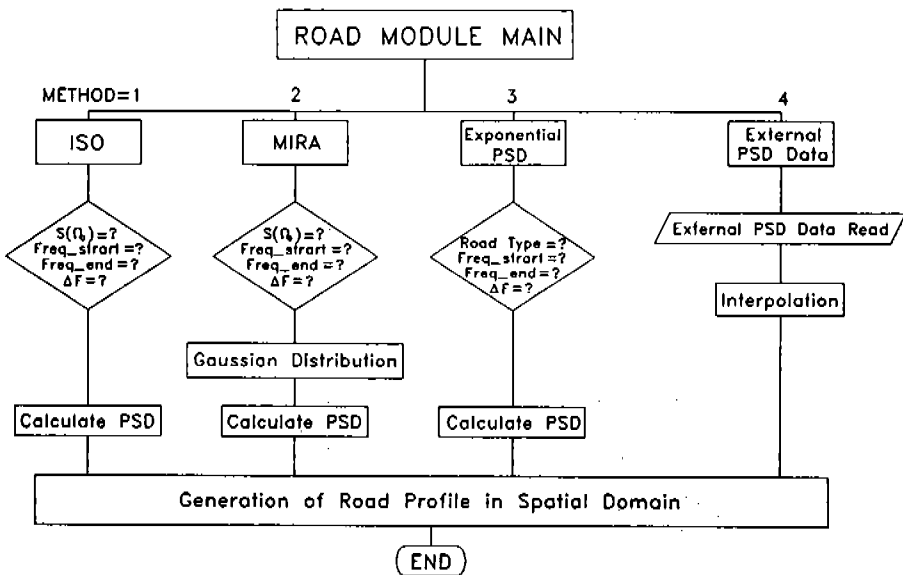


Fig.3 Flow chart of road generation program

$S(\Omega)$ 의 평균값을 사용하여 8개의 노면을 구성하였다. 또한 각각의 노면에 대하여 상호상관계수를 기준으로 상관관계의 정도에 따라서 다른쪽 궤도의 노면을 구성할 수 있도록 하였다.

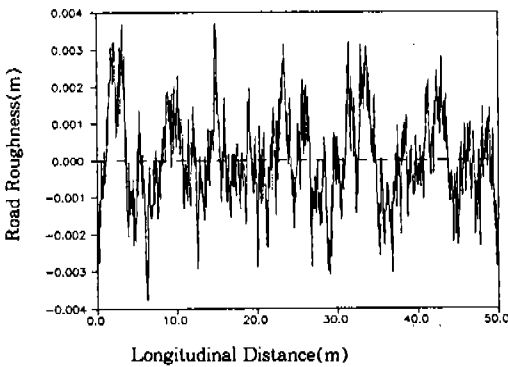
3.2 생성된 노면 및 검증

개발한 방법을 사용하여 몇가지 노면을 생성하였으며, 기존의 노면과 비교 검토하여 본 연구의 타당성을 검토하였다.

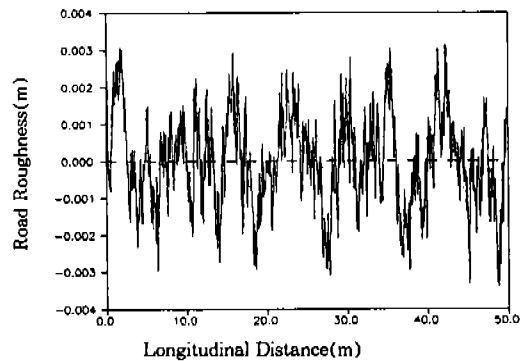
Fig.4 (a), (b)는 ISO 분류에 대하여 노면의 거칠기 상태가 아주 좋은 평탄한 도로조건인 A 등급의 평균값을 사용하였는데 거의 정확하게 A 등급 노면의 중간값 정도의 전력밀도를 가지고 있음을 확인할 수 있다. Fig.4 (c)는 상호상관계

수가 0.21이 되도록 위상지연을 조절하여 Fig.4 (a)와 동일한 주파수 대역과 에너지를 가지는 노면을 표시한 그림이다. Fig.4 (d)는 Fig.4 (a)와 Fig.4 (c) 사이의 상호상관관계를 표시한 그림이다. 상호상관계수의 값이 양으로 커질수록 두 데이터의 상관관계는 커지는데, 이 그림에서 보면 Fig.4 (c)를 10mm 정도 이동시켜 Fig.4 (a)의 초기값과 일치시켜주면 상관계수가 대략 0.2 정도가 됨을 알 수 있다.

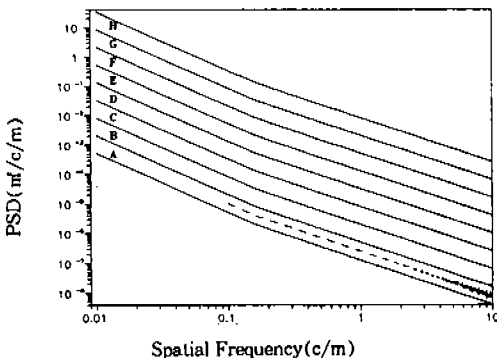
Fig.5와 Fig.6은 ISO 분류에서 C와 E 등급의 평균값을 입력으로 하여 본 프로그램에서 구성한 노면을 주파수 대역에서 본 그림이다. 입력과 동일하게 C와 E 등급의 중간값을 따라가고 있음을 확인할 수 있다. Fig.7~Fig.9는 MIRA 분류



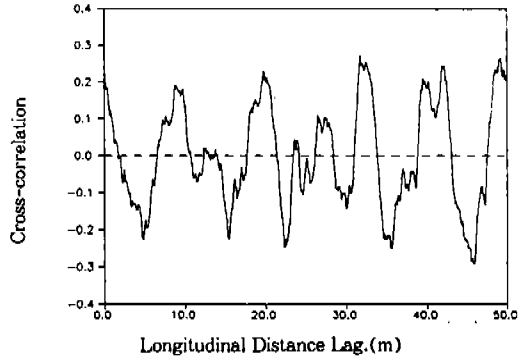
(a) Determined road surface roughness in a spatial domain(mean amp.: -4.15×10^{-7} , Standard deviation : 1.264×10^{-3})



(c) Determined road surface roughness with different phase delay (cross-correlation coefficient is 0.21)



(b) PSD of road surface roughness



(d) Cross-correlation between (a) and (c)

Fig.4 "A" grade road description in ISO classification

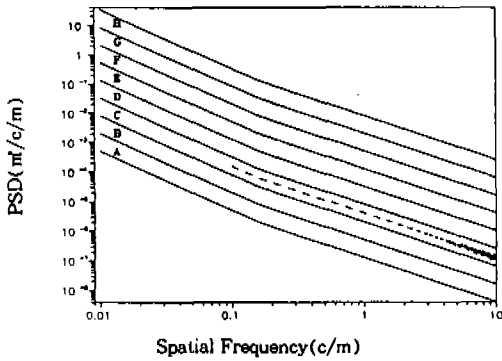


Fig.5 Road description of grade "C" in ISO classification

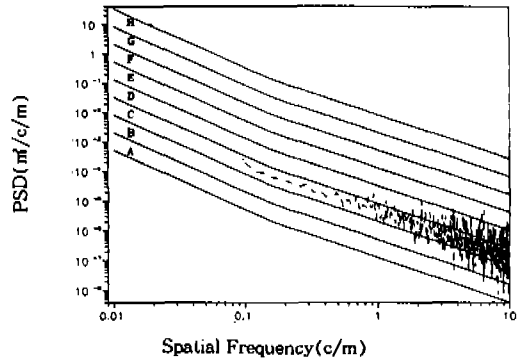


Fig.8 "Principal roads" road description in MIRA

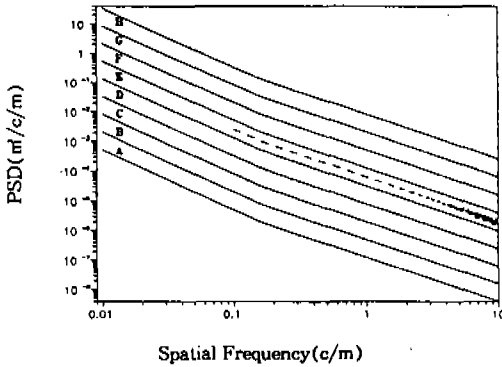


Fig.6 Road description of grade "E" in ISO classification

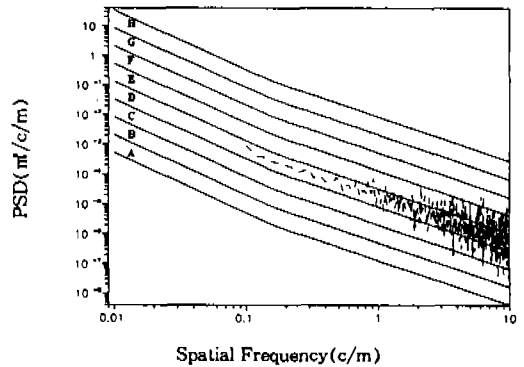


Fig.9 "Minor roads" road description in MIRA

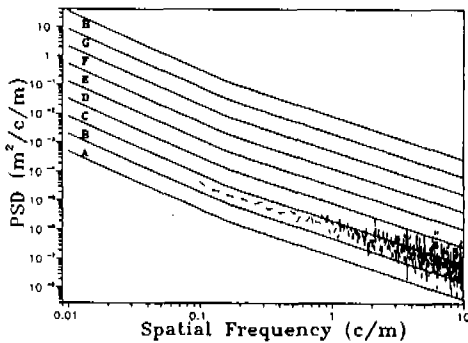
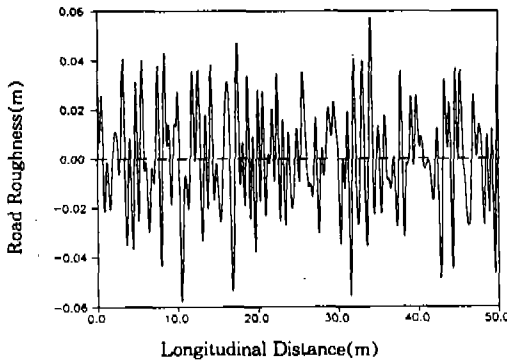


Fig.7 "Motorways" road description in MIRA

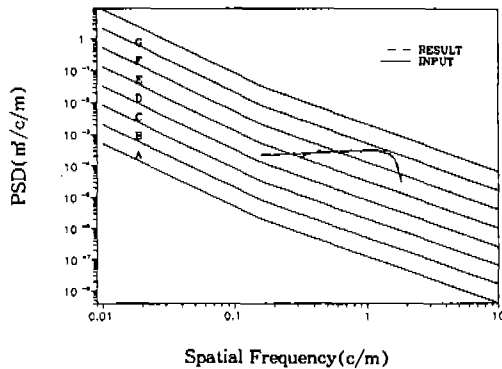
에서 고속도로(Good)와 일반도로(Average) 그리고 비포장로(Poor)에서의 $S(Q_0)$ 의 평균값을 각각 사용하여 본 프로그램에서 구성한 노면

을 주파수 영역에서 본 그림이다. ISO 분류와의 차이점은 사용된 지수계수 N_1 과 N_2 가 상수값이 아니라 각각 평균과 표준편차를 가지는 정규분포를 따르는 변수라는 점이다. 따라서 본 연구에서도 주파수 대역에서의 기본 데이터를 생성하는 과정에서 정규분포를 가지는 랜덤함수를 발생시켜 주어진 평균과 표준편차를 만족하는 변수값을 구하여 사용하였다.

Fig.10(a)는 외부 전력밀도 데이터를 사용하여 계산한 벨지엔로드를 표시한 그림이다. 이를 주파수 대역에서 보면 Fig.10(b)의 그림을 얻을 수 있다. Fig.10(b)에서 보면 Input이라 표시한 외부 입력데이터와 Result라고 표시한 계산된 노면의 주파수 대역에서의 그림이 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 따라서 함수로 표시하기 어



(a) "Belgian" road in a spatial domain (mean amp. : -4.790×10^{-5} , Standard deviation : 2.030×10^{-2})



(b) "Belgian" road frequency domain

Fig.10 "Belgian" road surface decription using external curve

러운 PSD 값의 개략적인 분포만 알 수 있더라도 이로부터 노면의 데이터를 생성시킬 수 있음을 확인하였다. 사용된 입력 데이터의 개수는 9 점의 데이터를 사용하였는데 보다 정확한 노면의 모델링을 위하여 프로그램 내부적으로 선형보간법을 사용하여 적당한 개수만큼 내부적으로 생성시킨 뒤 노면을 구성하였다.

4. 결 론

본 연구에서는 기존에 제시된 몇가지의 노면

거칠기 분류를 검토하고 공간상의 노면형상을 생성하는 방법에 대해 연구하였으며, 이로부터 얻어진 결론은 다음과 같다.

- 1) 동역학 시뮬레이션에서 필수적인 공간에서의 노면데이터를 생성하는 방법을 연구제시하였다.
- 2) 사용자가 각 주파수대역에서의 PSD 값을 입력시키면 이에 따른 노면데이터를 생성할 수 있도록 하였다.
- 3) 정량화된 노면분류 기준을 사용하여 사용자가 쉽게 노면을 구성할 수 있도록 하였으며, 다른쪽 계도의 노면 데이터는 상호상관계수를 기준으로 구성할 수 있도록 하였다.

참 고 문 헌

1. ISO/TC108/SC2/WG4 N57, Reporting Vehicle Road Surface Irregularities, 1982.
2. C. J. Dodds and J. D. Robson, "The Description of Road Surface Roughness", J. of Sound and Vibration, Vol. 31, No. 2, pp. 175~183, 1973.
3. J. Y. Wong, "Theory of Ground Vehicles", John Wiley & Sons, 2nd Edition, 1993.
4. Y. M. Pevzner and A. A. Tikhonov, "Spatial Description of the Micro-Profile of Automotive Roads", Automobil'naya Promyshlennost, Vol. 30, No. 1, pp. 9~14, 1964.
5. J. S. Bendat and A. G. Piersol, "Random Data : Analysis and Measurement Procedures", John Wiley & Sons, New York, 1986.
6. A. N. Heath, "Modelling and Simulation of Road Roughness", Proceedings of 11th IAVSD Symp. The Dynamics of Vehicles on Roads and on Tracks, pp. 275~284, August 21~25, 1989.
7. A. N. Heath, "Application of the Isotropic Road Roughness Assumption", J. of Sound and Vibration, Vol. 115, No. 1, pp. 131~

- 144, 1987.
8. Dieter Ammon, "Problems in Road Surface Modelling", Proceedings of 12th IAVSD Symp. The Dynamics of Vehicles on Roads and on Tracks, pp. 28~41, August 26~30, 1991.
9. Thomas D. Gillespie, "Fundamentals of Vehicle Dynamics", Society of Automotive Engineers, 1992.