

기어의 공차에 따른 스퍼 기어열의 전달 오차 해석

한 형 석*, 김 태 영**, 박 태 원***

Transmission Error Analysis of Spur Gear Trains with Tolerances

Hyung Suk Han*, Tae Young Kim**, Tae Won Park***

ABSTRACT

Spur gear trains are used widely in high precision machines because gear trains have an advantage of exact transmission of angular velocity. Especially, gear trains are used in high quality photocopying and photography OA machines. In general, gears have errors in manufacturing and assembling process and the errors are limited by tolerances. As the result, the tolerances cause the performance error. Therefore, it is important to predict transmission error caused by the tolerances for the tolerance design. Earlier tolerance design methods use mainly experimental and geometrical techniques.

In this paper, a method for gear train analysis with tolerance is proposed. Because the method uses dynamic contacts, it is possible to consider irregularities and assemble errors of gears. In addition, the method can predict dynamic loads on the teeth of gears.

Key Words: Transmission Error Analysis(전달오차해석), Spur Gear Train(스퍼기어열), Tolerances(공차), Contacts(접촉)

1. 서 론

기어열은 정확한 회전 속도 전달의 장점을 가지기 때문에 널리 이용되는 기계요소이다. 특히 OA기기의 발달에 따라 고 정도를 요하는 프린터, 복사기 등에 기어열이 많이 이용되고 있다. 그러한 기기가 고속화, 고 정밀화 되면서 이용되는 기어열에 대한 설계가 중요하게 대두되고 있다. 게다가 OA기기는 상품개발 주기가 짧기 때문에 체계

적인 공차 설계가 중요한데 대부분 실험에 의존하고 있다. 기어의 특성상 기어의 제작에 오차가 없다면 기어열의 전달 오차는 무시할 수 있겠으나 실제로는 가공 및 조립상에 오차가 있어서 전달 오차를 가지게 된다. 기어의 가공 및 조립에 있어서 오차의 한계는 공차로써 제한하게 되는데 공차의 등급에 따라 성능과 비용 사이에는 이율배반(利率背反)적인 특성을 가진다. 그러므로 비용을 최소화 하면서 성능을 만족하는 공차의 설계가 중요하다고 할

* 아주대학교 대학원
 ** LG 생산기술원
 *** 아주대학교 기계산업공학부

수 있다.

기어에 대한 연구는 주로 기어의 치형, 기어 치의 응력, 기어의 가공 등에 대한 연구가 대부분이고 기어의 오차에 따른 기어열의 전달 오차의 연구는 부족하다.⁽¹⁾ 또한 기존의 기어 오차로 인한 전달 오차 해석 기법들은 주로 해석적이거나⁽²⁾ 기하학적 접촉을 이용하였다.^(3,4,5) 해석적 접근은 기어의 오차를 고려한 기어열의 공식화가 어렵기 때문에 한 쌍의 기어가 아닌 기어열에 적용하기에 어렵다고 할 수 있다. 또한 기하학적 접촉을 이용한 기어열의 해석은 기어의 형상 오차는 고려할 수 있지만 동적 특성을 고려하기에는 한계가 있다.

본 논문에서는 기하학적 기어 물림 대신에 힘 요소인 동적 접촉을 이용하여 기어의 물림을 제안하고 기어열에 적용하였다. 접촉은 동적 모델이기 때문에 기어가 가지는 오차들을 고려한 전달 오차 해석이 가능하다. 예를 들어 기어의 회전축에 있는 클리어런스, 기어의 형상 오차, 기어의 회전 축 거리 오차 등을 해석할 수 있다. 결과적으로 기어의 공차 할당에 이용이 가능하다. 예제로 4개의 스퍼기어를 가지는 기어열에 적용하여 각 공차에 의한 전달 오차 특성을 해석하였고 전달 오차를 줄이기 위한 설계 방향을 제시하였다.

2. 접촉 이론

접촉을 이용한 두 물체간의 운동 해석법은 불연속 해석법(piecewise analysis)^(6,7,8)과 연속 해석법(continuous analysis)^(9,10,11)으로 구분할 수 있다. 불연속 해석법에서는 접촉이 순간적으로 일어난다고 가정하고 접촉 전과 후를 구분하여 해석한다. 접촉 순간을 판별한 후 접촉 전과 후의 에너지 전달을 반발계수(coefficient of restitution)를 이용하여 해석하게 된다. 이 해석법은 상대적으로 효율적이나 접촉의 지속을 알 수 없기 때문에 저속 접촉의 응용에 한계가 있다.⁽¹⁰⁾ 반면에 연속 해석법은 접촉이 연속적이라고 가정한다. 때문에 접촉의 해석에 특별한 수치해석적 기술을 요하지 않고 단지 운동 방정식에 접촉 힘을 더해줌으로써 해석을 한다. 접촉 힘의 계산은 단순한 스프링-감쇠기 모델이나⁽⁹⁾ 좀더 발전된 Hertz force 모델⁽¹²⁾을 이용할 수 있다. 본 논문에서는 기어의 물림이 지속적으로 일어나기 때문에 연속 해석법을 선택하였다. 접촉 순간의 반력이나 에너지 손실은 물체의 물성치, 형상 및 반발계수를 이용하였다. 그리고 접촉 판별이 쉽고 안정한 점-선, 점-호 접촉을 이용하였다. 접촉을 이용한 동

적 해석 과정은 크게 두 부분으로 나눌 수 있다. 첫째로는 접촉을 판별하는 것이고 다음으로는 접촉 힘을 계산하는 것이다.

2.1 접촉 판별

Fig.1은 점-선 접촉에 있어서 접촉이 일어났을 경우를 보여주고 있다.

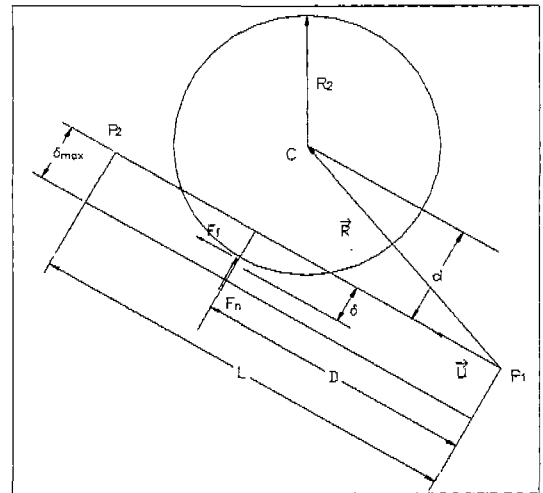


Fig.1 Point-line contact

Fig.1은 점이 선에 접촉한 경우로 식(1)을 만족하면 접촉했다고 판단하고 침투량(penetration) δ 를 계산한다.

$$\begin{aligned} 0 < D < L \\ 0 < \delta < \delta_{\max} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

$$\begin{aligned} D &= \vec{R} \cdot \vec{u} \\ d &= |\vec{R} \times \vec{u}| \\ \delta &= R_2 - d \\ \delta_{\max} &: \text{maximum penetration} \\ L &: \text{length of a line} \end{aligned}$$

점-선 접촉과 마찬가지로 점-호 접촉의 접촉 판별도 비슷한 방법으로 할 수 있는데 Fig.2는 호가 convex인 경우

를 보여주고 있으며 Fig.3은 호가 concave인 경우에 대한 접촉을 보여주고 있는데 접촉 판별은 식(2)를 만족하면 된다.

$$\begin{aligned} \theta_1 < \theta < \theta_2 \\ 0 < \delta < \delta_{\max} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서

$$\delta = (R_1 + R_2) - |\bar{R}| \quad (\text{convex arc})$$

$$\delta = (|\bar{R}| + R_2) - R_1 \quad (\text{concave arc})$$

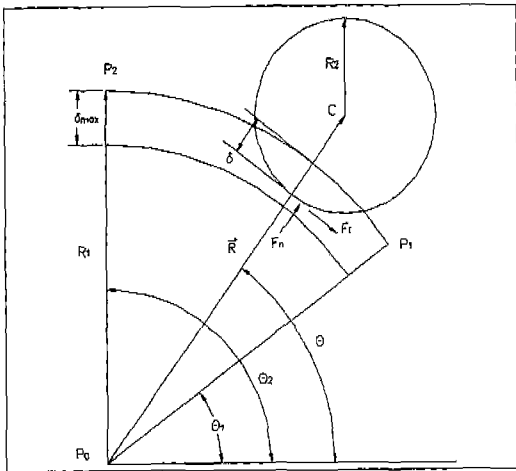


Fig.2 Point-convex arc contact

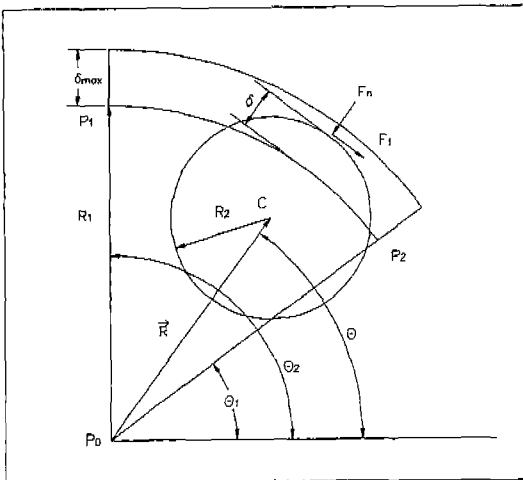


Fig.3 Point-concave arc contact

그런데 실제 기어 응용에 있어서는 한쌍의 이 물림을 모델하기 위하여는 다수의 점과 선이나 호로써 구성하게 된다. 그런 경우에 있어서는 접촉 판별을 모든 점을 선이나 호와 1:1 대응을 시켜서 판단한다. 예를 들어 점이 10개이고 호가 3개이라면 최대 10×3회의 계산을 수행해야 한다. 그러나 상황에 따라서 접촉이 일어날 수 없는 관계가 있을 경우에는 그보다 작은 횟수의 계산을 수행하도록 하는 알고리즘을 첨가할 수 있다. 접촉 위치의 판별이 어려운 문제도 이 방법을 이용하면 효과적일 수 있다.

2.2 접촉 힘 계산

2.1절에서와 같은 방법에 의하여 접촉이 판별되면 그에 따른 접촉 힘을 계산해야 한다. 접촉 힘은 접촉 점에서의 수직력(normal force)과 마찰력(frictional force)으로 나눌 수 있다.¹²⁾ 먼저 접촉이 일어났다고 판별되면 수직력을 계산하는데 수직력은 세가지 방법 중의 하나를 선택할 수 있다.

방법 1) 선형 스프링-감쇠기(Linear spring-damper)
가장 간단한 힘 계산법으로 선형 스프링-감쇠기의 힘 계산은 식(3)과 같이 계산한다.

$$F_n = k\delta + c\dot{\delta} \quad (3)$$

여기서

k : linear spring constant

c : linear damping coefficient

방법 2) 비선형 스프링-감쇠기(Nonlinear spring-damper)

선형 스프링-감쇠기 힘 계산식의 변형으로 식(4)와 같이 δ , $\dot{\delta}$ 에 따른 비선형 함수로써 수직력을 계산한다.

$$F_n = C_1(\delta) + C_2(\dot{\delta}) \quad (4)$$

여기서

$C_1(\delta)$: nonlinear spring force

$C_2(\dot{\delta})$: nonlinear damping force

방법 3) 탄성계수-반발계수(Elastic modulus-coefficient of restitution)

이 계산법에서는 재료에 대한 탄성계수와 접촉 시의 반발계수를 이용하여 힘을 계산한다.⁽¹¹⁾ 반발계수는 일반적으로 실험을 통해서 구할 수 있으며 여러 연구자들에 의하여 연구되었다.^(10,11,13,14) 먼저 접촉이 판별되면 조합곡률 (combined curvature) c 를 식(5)와 같이 계산한다.

$$c = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (5)$$

만일 점-선 접촉이면 $R_2 = \infty$ 이므로 $c = 1/R_1$ 가 된다. 다음으로 공칭 강성상수 (nominal stiffness constant) κ_{norm} 을 식(6)과 같이 계산한다.⁽¹¹⁾

$$\kappa_{norm} = 0.733E\sqrt{1/c} \quad (6)$$

식(6)에서 E 는 탄성계수이고 실제 강성상수 (actual stiffness constant)는 공칭 강성상수의 함수로써 식(7)과 같다.⁽¹¹⁾

$$\kappa_{act} = \kappa_{norm} \left[1 + \left(\frac{1 - C_r^2}{1 + C_r^2} \right) \tanh \left(2.5 \frac{V_p}{V_\epsilon} \right) \right] \quad (7)$$

여기서

C_r : coefficient of restitution

V_p : penetration velocity

V_ϵ : transition velocity

결과적으로 수직력 F_n 은 침투량 (penetration) δ 와 κ_{act} 의 함수로써 식(8)과 같이 계산한다.⁽¹¹⁾

$$F_n = \kappa_{act} \delta^{1.5} \quad (8)$$

다음으로 방법1), 방법2)의 경우에 있어서 마찰력 F_f 는 식(9)와 같이 단지 마찰계수와 수직력 F_n 으로 계산한다.

$$F_f = \mu F_n \quad (9)$$

여기서

μ : 마찰계수

그리고 방법3)의 경우에 있어서는 식(10)과 같이 계산한다.

$$F_f = \mu_{act} F_n \quad (10)$$

여기서

$$\mu_{act} = \mu_{nom} \tanh \left(2.5 \frac{V_t}{V_\epsilon} \right)$$

V_t : tangential velocity between a point and a line

μ_{nom} : nominal friction coefficient

이상과 같이 접촉을 판별하고 접촉 힘을 계산하여 접촉하는 상황에 따라 세가지 중 하나를 택하여 물체에 반력을 적용할 수 있다. 이 논문에서는 방법 3)을 이용하였다.

2.3 운동 방정식

연속 해석 법에 의한 구속 기계계의 운동 방정식은 식(11)과 같이 정의 된다.⁽¹⁵⁾

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^* + Q^c \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서

q : generalized coordinates

M : mass matrix

Φ_q : constraint Jacobian

λ : Lagrange multipliers

γ : right hand side of acceleration equation

Q^* : generalized forces without contact forces

Q^c : contact forces

식(11)에서 보듯이 연속 해석 법은 단지 접촉힘 Q^c 를 운동 방정식의 우변에 더해줌으로써 동역학 해석을 수행한다. 식(11)에 대한 수치 해석 법은 참고 문헌 (15)를 참조하기 바란다.

3.기어 모델링

3.1 이상기어(Ideal gear)

이상적인 스퍼기어의 운동 전달은 Fig.4와 같이 표시할 수 있고 기어는 두 평행축상에서 운동을 전달하며 미끄럼은 일어나지 않는다. 기어열에서 시간 t에 두 기어의 접촉 점 R_i 와 R_j 에서 동일 속도를 가져야 한다. 이를 식으로 표현하면 식(12)와 같이 된다.

$$(\phi_i - \phi_i^0)\rho_i + (\phi_j - \phi_j^0)\rho_j = 0 \quad (12)$$

여기서

ϕ_i^0 : initial rotation angle of body i

ϕ_j^0 : initial rotation angle of body j

ρ_i, ρ_j : radii of gears

η, ξ : body fixed coordinate

이 식을 이용하면 이상적인 기어열에서 속도 전달 해석이 가능하며 기존의 기어 해석 프로그램들은 식(12)에 기초를 두고 있다. 때문에 이 모델로써는 기어의 오차들에 의한 효과를 해석할 수 없다. 예를 들어 기어의 형상 오차, 기어 회전축의 클리어런스, 백래쉬(Backlash) 등은 고려할 수 없다.

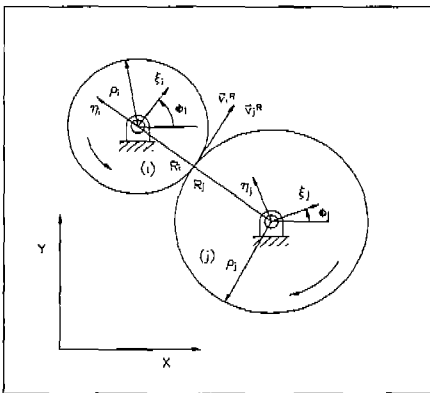


Fig.4 Geometric gear joint

3.2 인벌루트(Involute) 치형의 근사화

스퍼기어는 인벌루트 치형을 많이 이용하고 있는데 치형을 모델링하기 위하여 다루기 편하면서도 정확한 호로

대치하였다. 물론 인벌루트 치형을 그대로 모델링할 수 있기는 하나 계산 시간이 많이 걸리게 되는 단점이 있기 때문이다. 호 이외에도 Spline curve나 고차 다항식으로 대치가 가능하나 호에 비하여 접촉 모델에서 접촉 위치를 판별하기 어려운 단점을 가진다. Fig.5는 잇수 Z=35, 피치 직경 P.C.D.=φ14, 모듈 m=0.4인 기어에 대한 인벌루트 치형과 본 연구에서 이용한 호 치형의 비교이다. Fig.5에서 실선은 인벌루트 치형이고 점선은 호 치형인데 상부에서의 최대 오차는 약 0.006mm이고 피치원 하부에서의 최대 오차는 약 0.03mm인 것을 볼 수 있다. 만일 이 호치형으로의 대치에 의한 오차가 해석 목적에 부적합할 경우 인벌루트 치형을 그대로 이용하거나 다른 곡선의 이용이 가능하다. 인벌루트 치형을 그대로 이용할 경우에는 인벌루트 치형을 다수의 직선으로 나눈 후 점-선 접촉을 이용할 수 있다. 그러나 점과 선의 수에 따라 해석시간이 증가하게 된다. 본 논문에서는 호 치형을 이용해도 대상 기어열의 해석 목적에 적합하다고 판단되어 호 치형을 이용하였다.

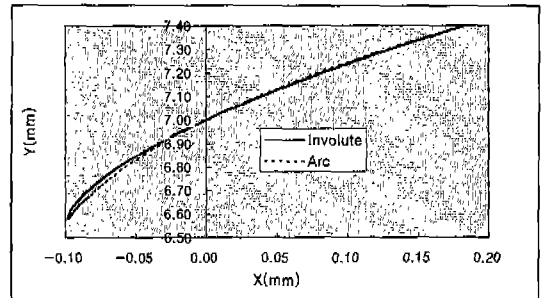


Fig. 5 Comparison between involute and arc tooth profile

3.3 접촉을 이용한 기어의 물림 해석

본 논문에서 제안한 점-호 접촉을 이용한 스퍼기어의 물림이 Fig.6에 주어져 있다. Fig.6에서와 같이 구동 기어는 접촉 모델에서 다수의 점들로, 종동 기어는 2개의 호로 가정할 수 있고 이것을 전 이에 대하여 확장할 수 있다. 구동 기어가 회전하면 구동 기어의 점과 종동 기어의 호가 접촉을 일으키게 된다. 결과적으로 기어의 운동 전달이 기하학적 관계가 아닌 동적 관계로써 이루어지게 된다. 구동 기어에서 점의 수는 많을 수록, 반지름은 작을 수록 정확하다. 하지만 점의 수가 증가함에 따라 계산 시간이 증가하기 때문에 적당한 점의 수 결정이 중요하다. 본 논문에서는 점의 수와 반지름의 크기를 변경하면서 대

상 기어열의 운동 전달 특성 및 계산 시간을 고려하여 점의 수와 반지름을 결정하였다. 한 이에 있어서 점의 수는 120으로 하였고 점의 반지름은 해석 결과 0.0035mm 이상이 되어야 하중을 견딜 수 있기 때문에 그보다 약간 큰 0.005mm를 채택하였다. 그의 접촉 힘을 계산하는데 필요한 상수들이 Table 1에 주어져 있다.

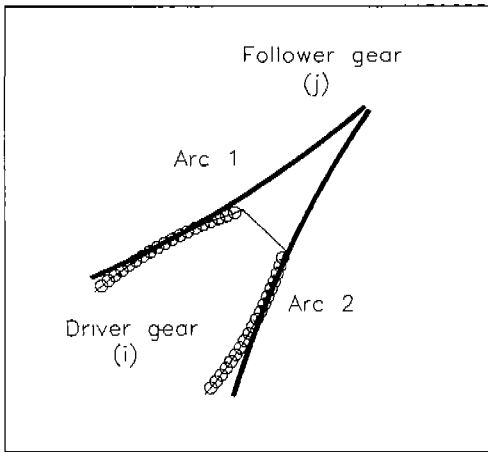


Fig.6 Contact gear joint

Table 1 Contacts parameters

Properties	Values	Values
Elastic modulus(Pa)		200G
Coefficient of restitution		0.9
Radius of points(mm)		0.005
Number of points		120

4. 적용

이상에서 제시한 방법을 이용하여 4개의 기어를 가지는 기어열에 적용하였다. Fig.7은 대상 기어를 보여주고 있으며 Table 2는 각 기어에 대한 사양이다. 이 기어열에서의 구동은 기어 1이 각속도 $\omega=140 \text{ rad/sec}$ 로 회전한다. 운동의 전달은 기어 1 → 기어 2 → 기어 3 → 기어 4 순이다.

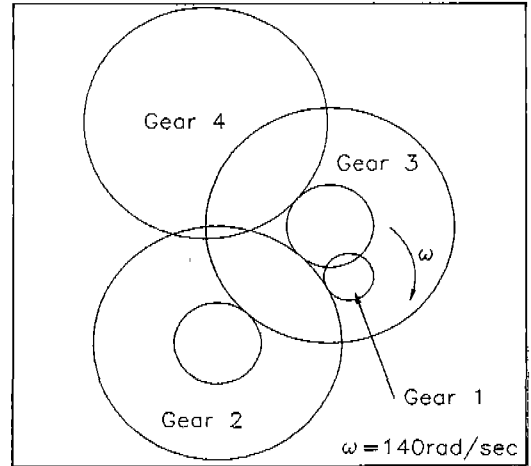


Fig.7 A gear train

Table 2 Specification of the gear train

Gears	Gear 1	Gear 2	Gear 3	Gear 4		
Teeth	20	35	100	35	100	98
P.C.D.	8	14	40	14	40	39.2
Module	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4

이 기어열에 있어서 성능의 척도는 기어 4의 회전오차이다. 즉 기어 1의 회전에 대한 기어 4의 회전오차이다. 오차가 없는 이상적인 기어열이라면 기어 1의 회전에 대한 기어 4의 회전은 각속도비(angular velocity ratio)에 비례해야 한다. 그러나 기어가 공차를 가진다면 국소적으로 이상적인 회전에 대한 오차를 가지게 될 것이다. 이 오차를 적당한 값으로 줄이기 위해서는 공차를 설계해야 하는데 이를 위하여 세가지 공차에 따른 회전 오차를 해석하였다.

먼저 4개의 기어가 이상적이라고 가정하고 해석하였다. 그 때의 결과가 Fig.8에 주어져 있다. 이론적으로는 오차가 0 이어야 하는데 오차가 약 $\pm 0.0025^\circ$ 임을 볼 수 있는데 이는 접촉을 이용하였기 때문으로 생각된다. 즉 인벌루트 치형의 호 치형으로의 근사화, 접촉에 있어서 점의 반지름, 점의 수에 따른 오차로 보이며 이 오차가 해석 목적에 부적합할 경우 접촉에 이용되는 상수들의 재 조정

이 필요하다. 본 연구에서는 실제 제품의 실험에서 측정된 오차에 비하여 상대적으로 작기 때문에 위의 해석 모델을 초기 모델로 정하고 다음의 해석들을 수행하였다.

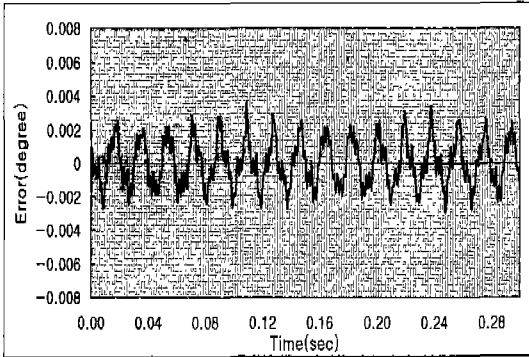


Fig. 8 Rotational error of the gear train without tolerances

4.1 클리어런스 해석

위의 해석 모델을 이용하여 기어의 회전 축에 존재하는 클리어런스(clearance)에 따른 회전 오차를 해석하였다. 클리어런스는 회전 조인트가 가지는 오차로서 Fig.9와 같이 정의할 수 있다. Fig.9에서와 같이 클리어런스는 홈 물체와 핀 물체사이의 간극 c 로써 정의한다. 이 클리어런스를 모델링하기 위하여 이상적인 회전 조인트를 이용하지 않고 점-호 접촉을 이용하여 모델링하였다. 즉 홈 물체의 홈은 2개의 호로, 핀 물체의 핀은 점으로 모델링하고 점의 반지름을 작게 함으로써 클리어런스를 고려하였다. 클리어런스 c 의 크기는 모두 0.05mm로 하였다.

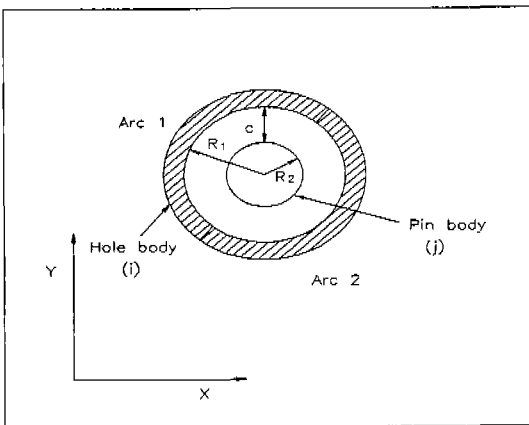


Fig. 9 Revolute joint with clearance

클리어런스 해석은 3경우에 대하여 수행하였다. 기어 2, 기어 3, 기어 4의 회전 조인트에 클리어런스를 각각 고려하였다. 예를 들어 기어 2의 회전 조인트에 클리어런스를 고려할 경우 단지 기어 2의 회전 조인트만을 Fig.9와 같은 조인트로 대체하였다. 세 경우에 대한 해석 결과가 Table 3에 주어져 있다. Table 3의 결과는 회전 오차의 최대 값을 측정한 것이다. Table 3에서 보듯이 기어 2의 클리어런스 보다는 기어 3의 클리어런스가 더 큰 오차를 가지는 것을 볼 수 있다. Fig.10, Fig.11, Fig.12는 세 경우에 있어서의 시간에 따른 오차이다. Fig.13, Fig.14, Fig.15는 세 경우에 있어서 기어 회전축 위치를 보여주고 있다.

Table 3 Clearance analysis results

Items	Gears	clearances	Maximal rotational error
Case 1	gear 2	0.05mm	0.01°
Case 2	gear 3	0.05mm	0.06°
Case 3	gear 4	0.05mm	0.017°

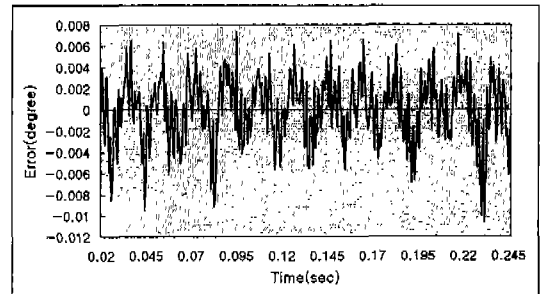


Fig.10 Rotational error when only gear 2 has clearance

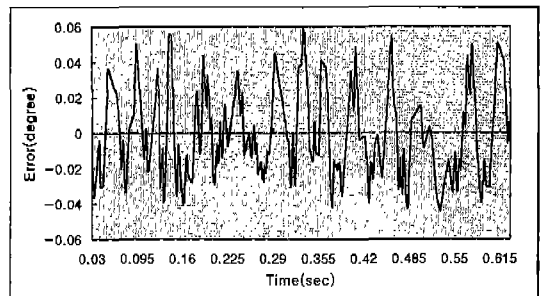


Fig.11 Rotational error when only gear 3 has clearance

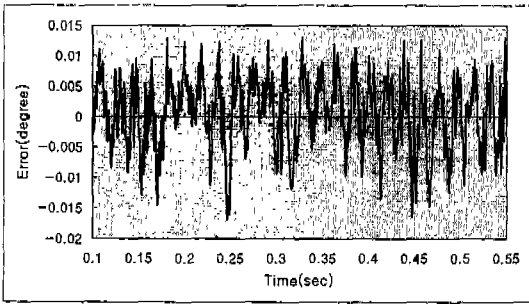


Fig. 12 Rotational error when only gear 4 has clearance

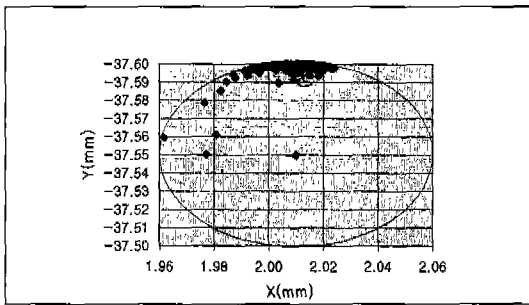


Fig.13 Center positions of gear 2

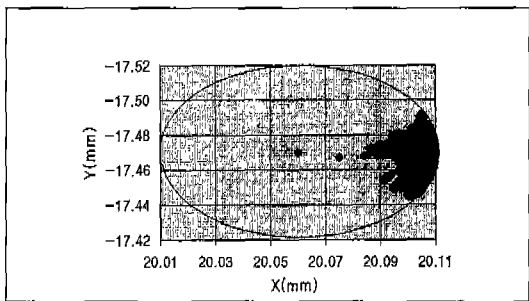


Fig.14 Center positions of gear 3

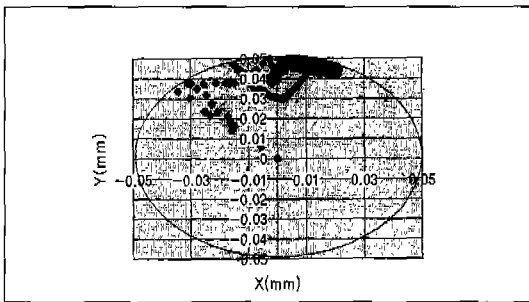


Fig.15 Center positions of gear 4

4.2 회전 축간거리 공차 해석

이상적인 기어들의 축간거리는 양 기어의 (P.C.D/2)의 합과 같다. 그러나 실제로는 축간거리 공차가 존재하므로 축간거리의 공차를 고려했을 경우의 오차를 해석하였다. 축간거리 공차는 0.016mm를 선택하였다. 축간거리 공차 해석도 3 경우에 대하여 수행하였다. 기어 1 - 기어 2, 기어 2 - 기어 3, 기어 3 - 기어 4 사이의 거리 공차에 따라서 각각 해석하였다. 해석 결과는 Table 4에 주어져 있다. Table 4에서 보면 축간거리 공차에 따른 전달 오차는 상대적으로 클리어런스에 의한 오차보다 작은 것을 볼 수 있다. 그리고 기어 4 축 최종 기어에 가까운 공차일수록 오차에 영향이 큰 것을 볼 수 있다. Fig.16, Fig.17, Fig.18은 세 경우에 있어서 시간에 대한 오차를

Table 4 Axial distance tolerance analysis results

Items Cases	Gears	Tolerance	Maximal rotational error
Case 1	gear 1 - gear 2	0.016mm	0.003°
Case 2	gear 2 - gear 3	0.016mm	0.004°
Case 3	gear 3 - gear 4	0.016mm	0.006°

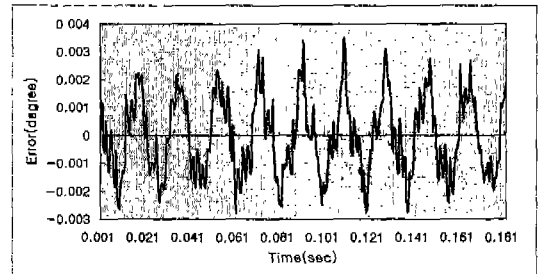


Fig. 16 Rotational error when there is a distance tolerance between gear 1 and 2

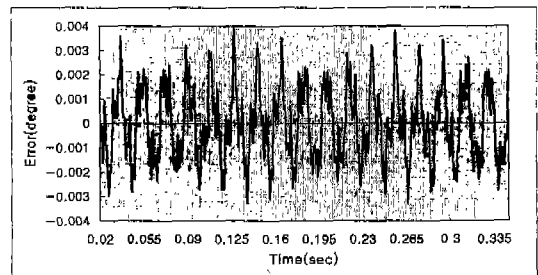


Fig.17 Rotational error when there is a distance tolerance between gear 2 and 3

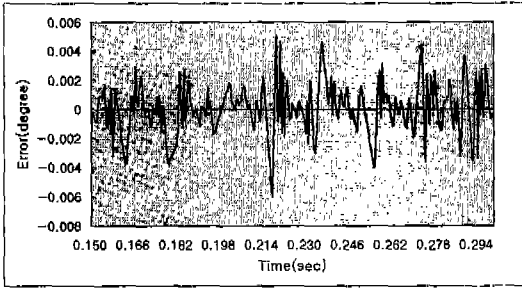


Fig. 18 Rotational error when there is a distance tolerance between gear 3 and 4

보여주고 있다.

4.3 형상 공차 해석

형상 오차 일명 Run-out 오차는 기어의 제작에서 생기는 오차로써 기어의 형상이 Fig.19와 같이 진원이 아니고 3방향으로 흔들림 오차를 가진 경우이다.

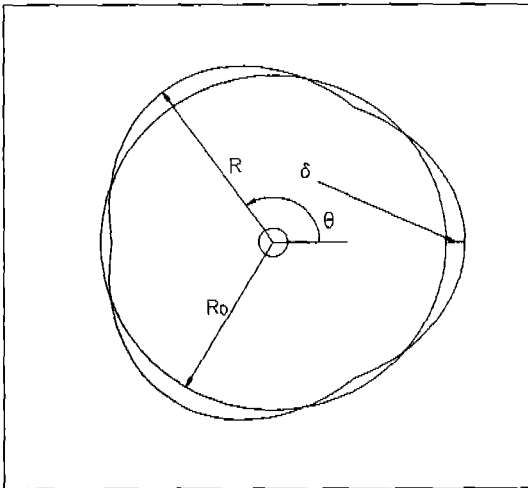


Fig. 19 Gear with shape error

형상 오차를 가지는 기어의 반지름 R 은 $R_0 + \delta \sin 3\theta$ 라고 가정하였다. 해석은 5경우에 대하여 수행하였다. 그리고 형상 오차를 가진 기어와 연결되는 기어와의 축간거리는 이상적인 거리에 흔들림의 허용치 δ 를 더한 즉 축간거리를 δ 만큼 증가시켰다. 이유는 그렇게 안하면 기어의 물림에 파고듬이 생기기 때문이다.

형상 공차에 대한 해석 결과가 Table 5에 주어져 있다.

Case 1 ~ Case 4는 하나의 기어가 형상 오차를 가진 경우이고 Case 5는 4개의 기어가 모두 형상 오차를 가진 경우이다. Table 5에서 보듯이 기어 4에 가까운 기어가 형상 공차를 가질수록 오차가 큰 것을 볼 수 있다. 또한 형상 공차에 의한 오차는 클리어런스나 축간간리 공차에 의한 것보다 상대적으로 큰 것을 볼 수 있다. 즉 스퍼 기어열의 회전 오차를 줄이기 위해서는 형상 공차를 합리적으로 선택하는 것이 중요함을 알 수 있다. Fig.20, Fig.21, Fig.22, Fig.24는 각 경우에 있어서의 시간에 대한 오차를 보여주고 있다.

Table 5 Shape tolerance analysis results

Cases	Items	Gears	Tolerance(mm)	Maximal rotational error
Case 1		gear 1	0.015 (Z20)	0.006°
Case 2		gear 2	0.017 (Z35) 0.018 (Z100)	0.011°
Case 3		gear 3	0.017 (Z35) 0.018 (Z100)	0.03°
Case 4		gear 4	0.018 (Z98)	0.06°
Case 5		All		0.06°

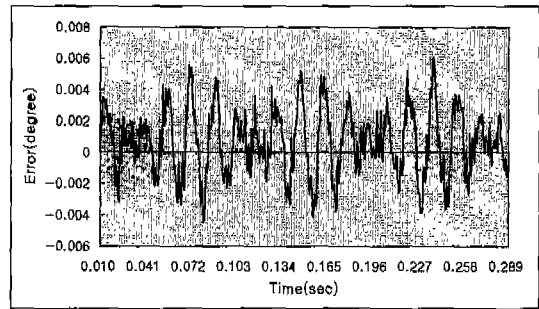


Fig. 20 Rotational error when only gear 1 has the shape error

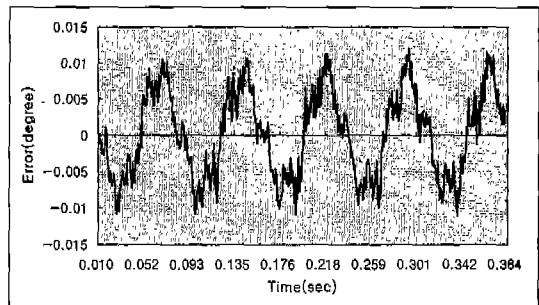


Fig. 21 Rotational error when only gear 2 has the shape error

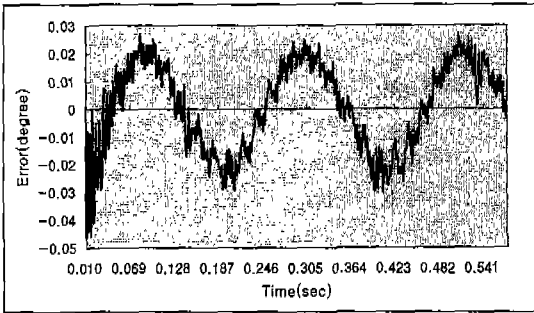


Fig. 22 Rotational error when only gear 3 has the shape error

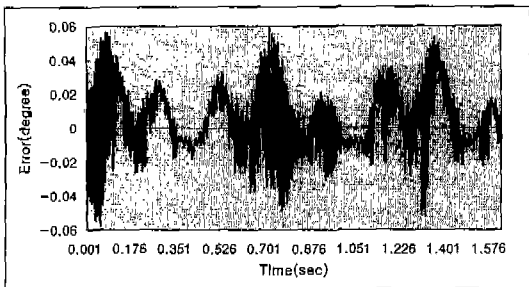


Fig. 23 Rotational error when only gear 4 has the shape error

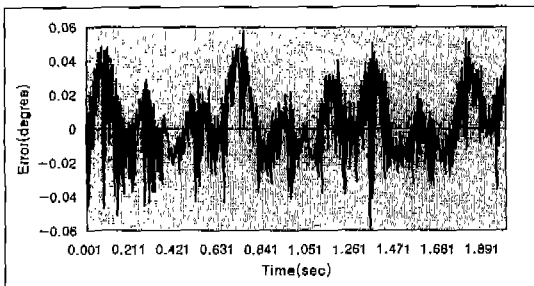


Fig. 24 Rotational error when all gear have the shape error

5. 결론

이상과 같이 접촉을 이용하여 스퍼 기어열의 전달 오차를 해석하였다. 3가지 공차들에 대하여 해석을 수행하였다. 그 결과 기어열의 회전 오차를 줄이기 위한 공차 설계의 제안을 다음과 같이 할 수 있었다.

1) 클리어런스

클리어런스는 최종 기어에 가까울 수록 영향이 크다.

2) 축간거리 공차

축간거리 공차는 다른 공차에 비하여 영향이 작으므로 크게 하여도 된다.

3) 형상 공차

형상 공차는 다른 공차에 비하여 상대적으로 영향이 크기 때문에 형상 공차 할당이 중요하다고 판단된다. 이와 같이 본 논문에서 제시한 방법을 이용하면 기어열의 공차에 따른 오차 특성을 해석할 수 있어서 기어의 공차 설계에 응용이 가능하다.

참고 문헌

1. F.L.Litvin, "Applied Theory of Gearing-State of the Art," Journal of Mechanical Design, Vol.117, June 1995.
2. Adel K.Al-Sabeeh, "Irregular Gears for Cyclic Speed Variation," Mechanism and Machine Theory, Vol.26, No.2, 1991.
3. H.L.Chang, Y.C.Tsai, "A Mathematical Model of Parametric Tooth Profiles for Spur Gears," Journal of Mechanical Design, Vol.114, 1992.
4. M.J.Wagner, W.F.Ng, S.G.Dhande, "Profile Synthesis and Kinematic Analysis of Pure Rolling Contact Gears," Journal of Mechanical Design, Vol.114, 1992.
5. M.Sugimoto, N.Maruyama, A.Nakayama, N.Hitomi, "Effect of Tooth Contact and Gear Dimensions on Transmission Errors of Loaded Hypoid Gears," Journal of Mechanical Design, Vol.113, 1991.
6. R.A. Wehage, E.J. Haug, "Dynamic Analysis of Mechanical Systems with Coulomb Friction, Stiction, Impact and Constraint Addition-Deletion-I,II,III," Mechanisms and Machine Theory, Vol.21, No.5, pp.401-425,1986.
7. R.A.Wehege, E.J.Haug, "Dynamic Analysis of Mechanical Systems with Intermittent Motion," Journal of Mechanical Design, Vol.104, pp.778-784, 1982.

8. K.Soong, B.S. Thompson, "A Theoretical and Experimental Investigation of the Dynamic Response of a Slider-Crank Mechanism with Radial Clearances in the Gudgeon-Pin Joint," *Journal of Mechanical Design*, Vol.112, pp.183-189, 1990.
9. Inhwon Han and B.J. Gilmore, "Multi-Body Motion with Friction-Analysis, Simulation, and Experimental Validation," *Journal of Mechanical Design*, Vol.115, pp.412-422, 1993.
10. Khulief, Y.A., and Shabana, A.A., "A Continues Force Model for the Impact Analysis of Flexible Multibody Systems," *Mechanisms and Machine Theory*, Vol.22, No.3, pp.213-224, 1987.
11. H.M. Lankaraw, P.E. Nikravesh, "A Contact Force Model with Hysteresis Damping for Impact Analysis of Multibody Systems," *Journal of Mechanical Design*, Vol.112, pp.369-376, 1990.
12. Goldsmith, W., "Impact, the Theory and Physical Behaviour of Colliding Solids," Edward Arnold Ltd., 1960.
13. Hunt, K.H. and Grossley, F.R.E., "Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibroimpact," *Journal of Applied Mechanics*, pp.440-445, 1975.
14. R.M.Brach, "Friction, Restitution, and Energy Loss in Planar Collisions," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 51, pp.164-170, 1984.
15. R.A.Weihage and E.J.Haug, "Generalized Coordinate Partitioning for Dimension Reduction in Analysis of Constrained Dynamic System," *Journal of Mechanical Design*, Vol.104, pp.247-253, 1982.