

## 동조자이로스코프의 기계부 오차 해석 및 동적밸런싱

윤종욱\*, 안창기\*\*, 이장무\*\*

### Error Analysis of Mechanical Parts and Dynamic Balancing in a Dynamically Tuned Gyroscope

Jong Ouk Youn\*, Chang Gi Ahn\*\*, Jang Moo Lee\*\*

#### ABSTRACT

Strapdown inertial navigation system(SDINS) is a navigational instruments necessary to guide and control a free vehicle. In this study, an error analysis of mechanical parts is carried out for manufacturing a dynamically tuned gyroscope. The errors usually come from the tolerance in machining and assembly. In the error analysis, a criterion to be considered during designing and manufacturing is proposed by quantitatively analyzing the effect of DTG performance by tolerances. The theory of dynamic balancing is deduced and unbalance is reduced through experiment.

**Key Words:** Dynamically Tuned Gyroscope(동조자이로스코프), SDINS(관성 항법장치), Suspension(서스펜션), Flexure(굽힘자), Error Analysis(오차 해석), Gimbal(김블), Rotor(회전자), Tolerance(공차), Dynamic Balancing(동적밸런싱)

기 호 설 명		m	:회전자의 질량
$A, B, C$	:회전자의 관성 모멘트(X, Y, Z 축)	$\delta_z$	:회전자의 질량 중심 변화량
$I_x, I_y, I_z$	:김블의 질량 관성 모멘트(X, Y, Z 축)	$K_{ij}$	:회전자 컴플라이언스(Compliance) 행렬의 원소(i, j = x, y, x)
$K_x, K_y$	:굽힘자의 굽힘 강성(X, Y축)	$\delta\omega$	:동조 주파수 오차
$\omega_s$	:DTG의 회전 주파수	$H = C\omega_s$	:회전자의 각운동량
$\omega_T$	:DTG의 동조 주파수	$E$	:탄성계수
$\theta_x, \theta_y$	:회전자의 케이스에 대한 편각	$\omega$	:원 진동수(rad/sec)
$\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$	:케이스의 각속도	$N$	:동조 속도(rad/sec)
$f_x, f_y, f_z$	:선형 가속도	$R$	:김블의 외경

\* 서울대학교 정밀기계설계공동연구소  
\*\* 서울대학교 기계설계학과

- $r$  : 김블의 내경                     $\theta$  : 굽힘자 각도
- $a$  : 굽힘자 구멍의 폭             $F$  : 힘
- $d$  : 굽힘자 구멍의 반경         $\delta_1, \delta_2$  : 변위
- $t$  : 굽힘자 구멍의 편심         $\bar{m}$  : 김블 중공축의 질량
- $h/2$  : 굽힘자 구멍의 높이
- $\epsilon$  : 토크 오차
- $b$  : 굽힘자의 폭
- $e$  : 굽힘자의 두께
- $l$  : 굽힘자의 길이

### 1. 서론

동조자이로스코프(dynamically tuned gyroscope: DTG)는 1960년대에 미국에서 최초로 개념이 정립되어 1970년대에 본격적으로 개발되기 시작하여 1980년대에는 실용화 단계에 이른 정밀 센서로서 관성 항법 시스템 및 유도 제어용으로 널리 채택되고 있다. 부피가 작고 구조가 간단하여 제작이 용이하며 1개의 센서를 독립적으로 다룰 수 있으므로 보수 및 수리가 용이하며 증첩 시스템의 구현이 용이하다. 그리고 동작 범위가 넓어 스트랩다운 방식을 사용하는 시스템에 보다 유용하게 적용될 수 있다. 이러한 많은 장점들로 인하여 세계 각국의 기술 선진국에서는 기본 개념은 동일하나 다양한 형태의 DTG를 개발하여 사용하고 있으나 군사적 용도로 개발되었기 때문에 국가간 기술이전이 쉽게 이루어지지 않아 각 나라마다 고유의 설계 방식에 대한 자기만의 노하우를 축적하고 있다.

동조자이로스코프는 기계, 전기 부품들이 복잡한 메카트로닉스 계측기기로 각운동 변화량을 정확히 측정하는 정밀 센서이다. 기계적으로 보면 고속으로 회전하는 회전자가 굽힘자(flexure)를 사이에 두고 김블과 후크 결합(Hook's joint)을 이루고, 세차운동(precession)에 의한 2 자유도 운동을 하는 프리 자이로스코프이다. DTG의 기계 부품에 대한 가공 및 조립 오차들에 대한 영향이 DTG 성능에 미치는 정도를 제시하게 되는 본 연구는 DTG설계 및 조립시 필요로 하는 정밀도를 결정하는데 도움을 줄 수 있다. 즉 각 부품의 가공 오차가 DTG출력에 미치는 영향을 분석함으로써 DTG 설계상의 가공 공차를 결정할 수 있으며, 또한 각 부분의 조립 정밀도에 따른 전체 시스템의 성능을 분석함으로써 조립 치구 및 조립시 필요한 정밀도를 결정할 수 있게 되어 비용절감 효과를 가져올 수 있다. 또한 동적밸런싱 이론을 유도하였

으며, 실제 시제품에 대하여 동적밸런싱 시험을 하여 불평형 질량을 줄였다.

### 2. 오차해석

Fig. 1에는 동조자이로스코프(DTG) 오차 해석 프로그램의 구조를 블록 선도로 나타낸 것으로, 가공 및 조립 그리고 작동 오차 등이 DTG 출력 오차에 미치는 영향을 나타내는 구조를 보여준다. 설계상에 제시된 DTG는 가공상의 오차, 조립시의 오차 그리고 동작시될 때 발생하는 작동 오차 등에 의하여 설계상의 변수들(질량 관성 모멘트, 질량 중심의 위치, 스프링 강성)이 변하게 된다. 이들의 관계를 찾는 것은 오차 해석 프로그램에서 가장 중요한 과정이므로 DTG를 구성하고 있는 회전자, 김블, 서스펜션 등으로 프로그램을 나누어 구성하였다. 이러한 설계 변수들의 변동은 DTG의 동적 오차 모델 및 출력 오차 모델에 영향을 주어 결국 DTG 토크 오차 및 출력 오차를 유발하게 된다. 토크 오차로는 각운동 토크 오차를 유발하는 비등관성(anisoinertia), 교차 결합(cross coupling), 비정렬(misalignment), 연성(compliance) 그리고 동조가 되지 않았을 때 발생하는 비동조 토크 오차(mistuning) 등을 들 수 있다.

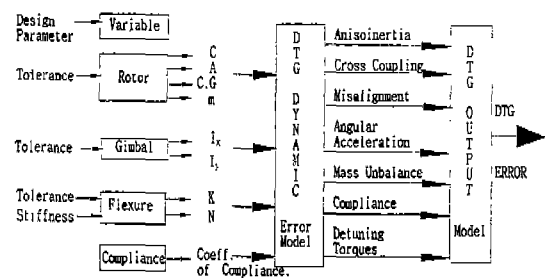


Fig. 1 Block diagram of the error analysis in the DTG

#### 2.1 DTG 오차 모델

설계 프로그램에서 중요한 부분은 각 부품에서 발생하는 오차 요인을 최종 DTG 출력으로 환산하는 부분이다. DTG의 동적 오차를 유발하는 부분은 다음과 같이 각운동(angular motion), 선형 가속도(specific force), 그리고 회전자의 속도 변화(rotor speed variation) 등이 있다<sup>(6)</sup>.

2.1.1 각운동량 토크 오차(angular motion torque errors)

회전에 의한 토크 오차는 다음과 같이 비등관성, 교차 결합, 비정렬, 각가속도 민감도 등에 의한 오차가 있다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{X_{ang}} &= \varepsilon_{X_{ani}} + \varepsilon_{X_{cc}} + \varepsilon_{X_{mis}} + \varepsilon_{X_{aac}} \\ \varepsilon_{Y_{ang}} &= \varepsilon_{Y_{ani}} + \varepsilon_{Y_{cc}} + \varepsilon_{Y_{mis}} + \varepsilon_{Y_{aac}} \end{aligned} \quad (1)$$

(1) 비등관성(anisoinertia) 오차

비등관성에 의한 오차는 DTG의 X-Y 축, Z 축의 관성 모멘트가 일치하지 않는 데서 기인하는 오차로, 질량 관성 모멘트의 차에 비례하는 상수로 주어지며 각속도의 바이어스로 작용하게 된다. 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{X_{ani}} &= (C - A)\Omega_y\Omega_z \\ \varepsilon_{Y_{ani}} &= (C - A)\Omega_x\Omega_z \end{aligned} \quad (2)$$

(2) 교차 결합(cross coupling) 오차

교차 결합 오차는  $\Omega_x, \Omega_y$  및  $\Omega_z$ 가 같은 위상을 가진 주기 함수이거나 또는 상수인 경우 중요한 요인으로 작용한다. 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{X_{cc}} &= \theta_x[(C - A)(\Omega_z^2 - \Omega_y^2) + H\Omega_z] \\ \varepsilon_{Y_{cc}} &= \theta_y[(C - A)(\Omega_z^2 - \Omega_x^2) - H\Omega_z] \end{aligned} \quad (3)$$

(3) 비정렬(rotor-to-case misalignment) 오차

회전자와 케이스의 동적 비정렬에 기인하는 오차로 2 자유도계 DTG의 경우에  $\theta_x, \theta_y$ 는 케이스가 회전할 때 생기는 정상적인 회전자 편각에 의해 일어난다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{X_{mis}} &= \theta_y[(C - A)\Omega_x\Omega_y + (C - A)\frac{d\Omega_z}{dt}] \\ \varepsilon_{Y_{mis}} &= \theta_x[(C - A)\Omega_x\Omega_y - (C - A)\frac{d\Omega_z}{dt}] \end{aligned} \quad (4)$$

(4) 각가속도 민감성(angular acceleration sensitivity) 오차

진동이 있는 환경하에서 발생하며 전체 시스템 레벨에서의 오차로 나타난다. 특히 주기적인 각속도 입력은 주기적인 각속도를 유발시키므로 각속도 오차가 주기적으로 출력된다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{X_{aac}} &= -\frac{A}{H} \frac{d\Omega_y}{dt} \\ \varepsilon_{Y_{aac}} &= \frac{A}{H} \frac{d\Omega_x}{dt} \end{aligned} \quad (5)$$

2.1.2 선형 가속도 토크 오차(Specific Force Torque Errors)

(1) 질량 불균형(mass unbalance) 오차

중력 민감성(g-sensitivity) 오차라고도 하며, 주기적으로 진동하는 환경하에서는 평균적으로 "0"이 되나 주기적이지 않은 선형 가속도가 작용하는 구간에서는 오차로 남는 항으로 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{X_{mbal}} &= -m\delta_z f_Y \\ \varepsilon_{Y_{mbal}} &= m\delta_z f_X \end{aligned} \quad (6)$$

(2) 컴플라이언스(compliance) 오차

중력 계급 민감성 오차( $g^2$ -sensitivity)라고도 하며 질량 불균형이 "0"이 되는 진동 환경하에서도 오차 토크를 발생시킨다. 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{X_{comp}} &= m^2[K_{ZX}f_Yf_X - K_{YZ}f_Zf_X + K_{ZY}f_Y^2 \\ &\quad - K_{YZ}f_Z^2 + (K_{ZZ} - K_{YY})f_Yf_Z] \\ \varepsilon_{Y_{comp}} &= m^2[K_{XY}f_Zf_Y - K_{ZX}f_Xf_Y + K_{XZ}f_Z^2 \\ &\quad - K_{XZ}f_X^2 + (K_{XX} - K_{ZZ})f_Zf_X] \end{aligned} \quad (7)$$

2.1.3 동조 토크

일반적인 오차 모델에 존재하지만 동조 조건하에서 사라지는 항으로 다음과 같이 가정한다.

$$\omega_S = \omega_T + \delta\omega \quad (8)$$

이때 비동조 오차 토크는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta_{X_{detune}} &= -2\delta\omega \sqrt{K_x(I_x - \frac{1}{2}I_z)}\theta_x \\ \delta_{Y_{detune}} &= -2\delta\omega \sqrt{K_y(I_x - \frac{1}{2}I_z)}\theta_y \end{aligned} \quad (9)$$

### 2.2 등적 오차 방정식

앞의 결과를 종합하여 DTG의 등적 오차 방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_X &= \epsilon_{X_{ang}} + \epsilon_{X_{detune}} + \epsilon_{X_{unbal}} + \epsilon_{X_{comp}} \\ \epsilon_Y &= \epsilon_{Y_{ang}} + \epsilon_{Y_{detune}} + \epsilon_{Y_{unbal}} + \epsilon_{Y_{comp}} \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)의 결과는 토크의 단위로 표시된다.

### 2.3 기계부의 오차 해석

#### 2.3.1 회전자부

회전자부의 오차 해석을 위해 회전자를 14개의 부분으로 나누고, 각 부분에 공차를 가하여 질량, 질량 중심 및 질량 관성 모멘트의 변화량을 계산한다. 회전자부의 부품 번호는 Fig. 2와 같다. 여기에서 1-4는 회전자, 5-8, 14는 서스펜션 하단부, 9는 하부링, 11, 13은 스페이서, 10, 12는 자석을 나타낸다.

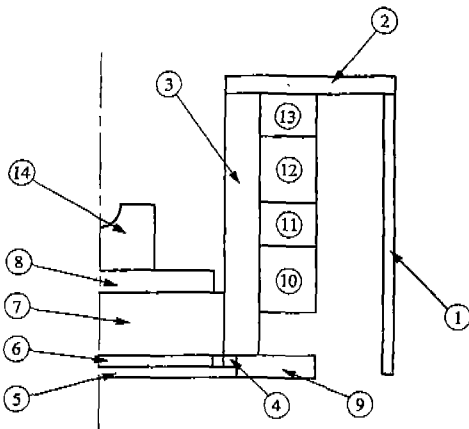


Fig. 2 Components of the rotor of a DTG

#### 2.3.2 김블부

김블은 동조된 상태에서 질량 관성 모멘트 값이 중요하게 작용하는 부품이다. 따라서 김블의 공차가 질량 관성 모멘트에 미치는 영향이 중요하다. 우선 설계된 김블의 질량 관성 모멘트를 적분에 의하여 구한 뒤 공차를 대입하여 오차를 계산한다.

##### (1) 김블의 질량 관성 모멘트 계산

Fig. 3 및 Fig. 4와 같이 각각 김블의 형상과 적분 파라미터에 대하여 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같

이 형상이 복잡하여 해석적으로 적분을 수행할 수 없으므로 수치 적분을 수행한다. 계산은 Fig. 5와 같이 중공축의 관성 모멘트에서 1번과 2번의 관성 모멘트를 빼주어 수행하면 된다.

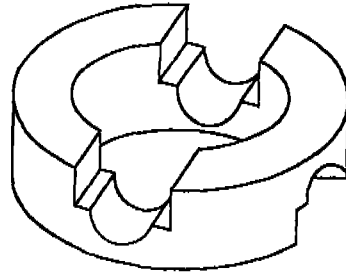


Fig. 3 Geometry of the gimbal

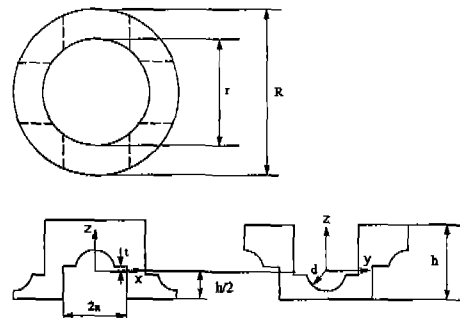


Fig. 4 Parameters in integration

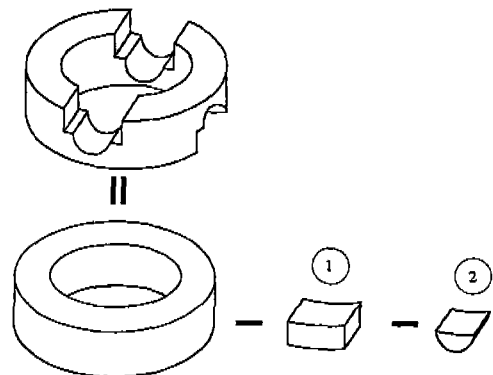


Fig. 5 Components of the gimbal for calculation

##### (2) 관성 모멘트 계산식

김블의 관성 모멘트를 계산하는 식은 아래와 같다. 여기서  $\bar{m}$  은 중공축의 질량이며, 축은 회전축이고 축은 회

전축에 수직인 평면에 있는 서로 수직인 두 축을 나타낸 다.

중공축:

$$I_{ZZ} = \frac{1}{2} \bar{m}(R^2 + r^2) \quad (11)$$

$$I_{XX} = \frac{1}{12} \bar{m}(3R^2 + 3r^2 + h^2)$$

1번 부분:

$$I_{Z1} = 4\rho \int_{-t}^{h/2} \int_{-a}^a \int_{\sqrt{r^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} (x^2 + y^2) dy dx dz$$

$$I_{X1} = I_{Y1}$$

$$= 2\rho \int_{-t}^{h/2} \int_{-a}^a \int_{\sqrt{r^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} (z^2 + y^2) dy dx dz$$

$$+ 2\rho \int_{-h/2}^t \int_{-a}^a \int_{\sqrt{r^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} (z^2 + y^2) dx dy dz \quad (12)$$

2번 부분:

$$I_{Z2} = 4\rho \int_{-d}^{-t} \int_{-\sqrt{d^2-x^2}}^{\sqrt{d^2-x^2}} \int_{\sqrt{r^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} (x^2 + y^2) dy dx dz$$

$$I_{X2} = I_{Y2} \quad (13)$$

$$= 2\rho \int_{-d}^{-t} \int_{-\sqrt{d^2-x^2}}^{\sqrt{d^2-x^2}} \int_{\sqrt{r^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} (z^2 + y^2) dy dx dz$$

$$+ 2\rho \int_{-t}^d \int_{-\sqrt{d^2-x^2}}^{\sqrt{d^2-x^2}} \int_{\sqrt{r^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} (z^2 + y^2) dx dy dz$$

### 2.3.3 굽힘자부

굽힘자는 DTG의 부품 중 가장 중요한 부품 중의 하나이며 가공이 매우 어려운 부분이다. 따라서 공차에 매우 민감하게 작용하며 굽힘자의 가공 공차에 의한 스프링의 강성 오차는 DTG의 성능에 큰 영향을 미칠 것으로 예상된다.

본 연구에서 제작한 굽힘자는 2개의 판상 스프링이 X 자 형태로 교차된 형상을 지니고 있으며 Fig. 6에 그 형상과 힘이 작용하는 방향을 나타내고 있다.

이때, 스프링의 강성은 다음과 같이 계산된다.

$$K = \frac{CEbe^3}{l} \quad (14)$$

여기서 C는 형상에 따른 상수, E는 탄성계수, b, e, l은 각 스프링의 폭, 두께 그리고 길이를 나타낸다.

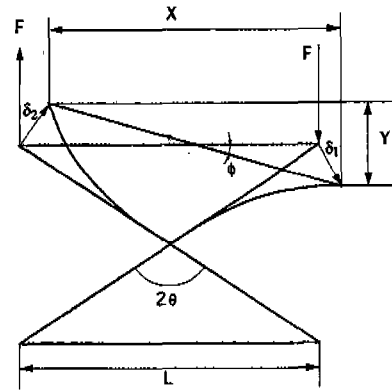


Fig. 6 Geometry of the flexure

### 2.4 해석 결과

Fig. 7에는 오차 해석 프로그램의 구성도를 보여주고 있다. 여기에서는 DTG의 가공 및 조립 오차에 의하여 회전자, 김벌, 굽힘자의 파라미터를 변동하는 부분과 변동된 파라미터에 의한 DTG의 토크 오차를 해석적으로 계산하는 부분이 나타나 있다.

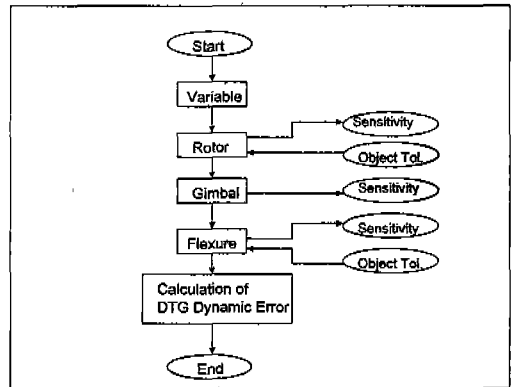


Fig. 7 Flow chart of the error analysis

Table 1 Data of rotating parts in the DTG

No. of Parts	Tol. of Outer Dia.(mm)	Tol. Of inner Dia.(mm)	Tol. of height(mm)
1,2	0.01	0.01	0.01
3	-0.018	0.018	0.01
4	0.011	0.018	0.01
5	-0.011	0.015	0.01
6,7,8	0.01	0.015	0.01
9	0.05	0.018	0.01
10,12	0.01	0.024	0.01
11,13	0.05	0.017	0.01
14	0.01	0.015	0.01

오차 해석에 의한 결과는 다음과 같다. DTG의 주어진 공차 및 조립 오차에 대하여 계산하기 위하여 이용한 데이터를 Table 1 ~ Table 3에 보였다.

Table 2 Tolerance of the gimbal in the DTG

Parameter	R	r	a	d	t	h/2
Tol. (mm)	0.05	0.00075	0.005	0.005	0.05	0.05

Table 3 Data of the flexure in the DTG

Item	Thickness of flexure	Width of flexure
Tol. (mm)	0.005	0.01

2.4.1 회전자부

가공 공차에 의한 질량 중심의 변화는 DTG성능에 있어서 핵심적인 부분인 회전자부에 대하여 해석하였다. Fig.2 와 같이 부품을 나누어서 각 부품의 공차에 의한 질량 중심의 변화를 계산하였다. 공차량은 Table 1과 같으며 각 부품의 공차량이 DTG의 질량 중심, 질량, 질량 관성 모멘트에 미치는 영향은 Fig. 8에 나타내었다.

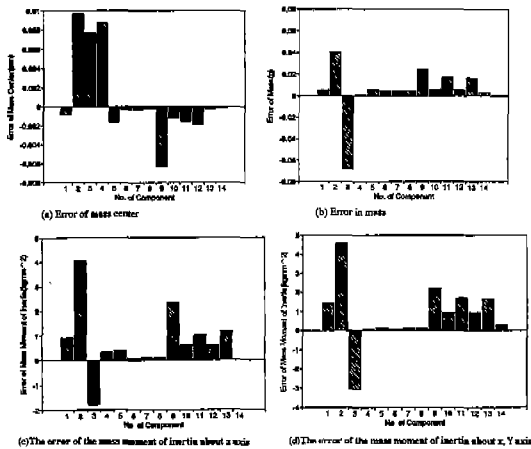


Fig. 8 Errors in rotor parts in the DTG

동일한 공차를 가한 경우 회전자부에서 중요한 요인 중의 하나인 질량 중심 오차를 크게 유발시키는 부분은 회전자의 내벽 및 바닥, 하부링 결합부인 것으로 나타났다. 상,하부 자석 및 스페이서의 영향도 다음으로 크게 나타났고, 서스펜션 하단부의 영향이 다른 부분에 비해 작은

것으로 나타났다. 또한 관성 모멘트 오차의 영향도 이와 유사한 것으로 나타났다.

2.4.2 김블부

김블은 동조된 상태에서 관성 모멘트 값이 중요하게 작용한다. DTG 이론[5]에 의하면 동조 주파수는 다음과 같다.

$$N = \sqrt{\frac{K_x + K_y}{I_y + I_x - I}} \tag{15}$$

위 식에서 보는 바와 같이 동조 주파수를 결정하는데 있어서 굽힘자의 강성과 김블의 관성 모멘트 값이 중요하다. 설계한 김블의 관성 모멘트 값을 적분에 의하여 구한 뒤 공차를 대입하여 오차를 계산한다.

수치 적분을 한 후 계산된 김블의 관성 모멘트는 아래와 같다.

$$I_x = 2.30 \times 10^{-2} \text{kgmm}^2$$

$$I_y = 1.43 \times 10^{-2} \text{kgmm}^2$$

Fig. 4에서 정의한 적분을 위한 변수들의 공차에 의한 김블부의 관성 모멘트 오차를 계산하여 Fig. 9에 나타내었다. 그림에서 김블의 외경과 높이가 축과 축 관성 모멘트 오차에 미치는 영향이 큰 것을 알 수 있는데, 이 부분

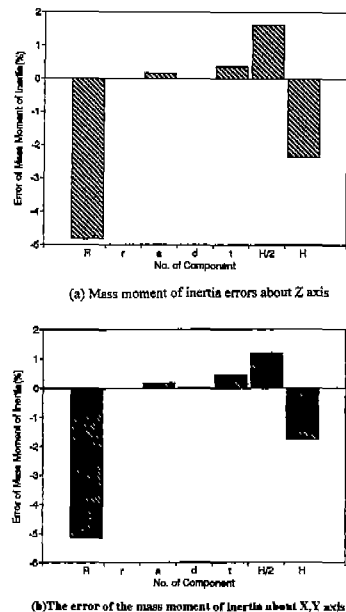


Fig. 9 Errors in the gimbal

의 오차는 동조 주파수에 직접적인 영향을 미치므로 설계 및 가공시에 중요하게 고려되어야 할 것이다. Fig. 10에 는 공차에 의한 동조 주파수 관계식으로부터 관성 모멘트 변화에 의한 동조 주파수 오차를 백분율로 나타낸 것이 다.

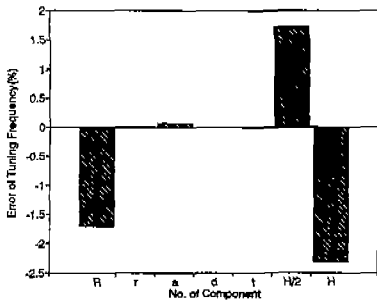


Fig. 10 Percentage of errors according to the gimbal tolerance

1. 회전자 각 부분 공차 5. 스프링 두께, 폭 가공 공차
2. 서스펜션 하단 공차 6. 김블 공차
3. 자석 가공 공차 7. 모든 공차를 포함한 오차
4. 스페이서 및 하부링 공차

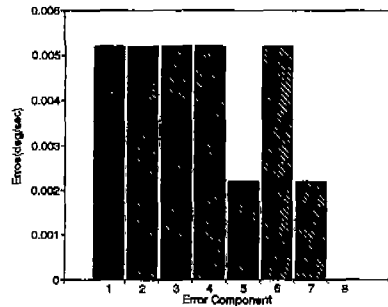


Fig. 12 Errors of the DTG in X axis

### 2.4.3 굽힘자부

Fig. 11은 굽힘자의 폭 및 두께 공차에 의한 동조 주파 수 변화를 나타낸 것이다. 그림 가운데 세로로 그려진 실 선은 설계시 제시된 공차 사양을 나타내며, 폭에 의한 영 향보다는 두께에 의한 영향이 큰 것으로 나타났다. 두께 의 공차가 최대로 발생하는 경우에 동조 주파수는 14,000 RPM이 됨을 알 수 있고, 이것은 오차가 없는 경 우에 비해 약 10% 정도 큰 값이다. 따라서 굽힘자의 공 차는 가능한 한 작게 해야 한다.

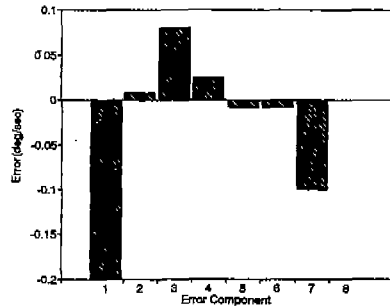


Fig. 13 Errors of the DTG in Y axis

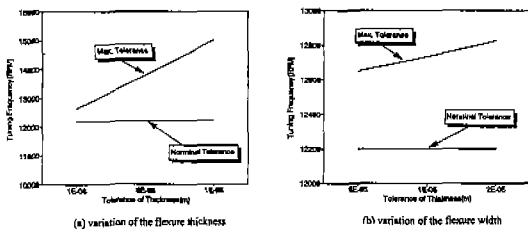


Fig. 11 Effects on the tuning frequency by the tolerances of the flexure

### 2.5 전체 오차

Fig. 12 및 Fig. 13에는 DTG의 전체 성능 오차를 회 전자, 서스펜션 하단, 김블, 스페이서 및 하부링, 자석부 의 6개 부분으로 나누어 계산하고 결과를 나타낸 것이다. 오차 요소의 분류는 다음과 같다.

Fig. 12 및 Fig 13에서와 같이 X축 방향의 오차는 거 의 발생하지 않는 것으로 나타났고, Y축 방향의 오차에서 는 회전자 각 부분의 오차가 전체 오차에 미치는 영향이 가장 큰 것으로 나타났다. 또한 자석 부분의 가공 공차도 다른 부분에 비해 영향이 큰 것으로 나타났다.

### 3. 동적 밸런싱(dynamic balancing)

앞서 제시한 오차들 이외에 실제 부품의 가공과 조립상 에서 발생하는 오차들로 인하여 질량 불균형이 야기된다. 이러한 질량 불균형은 고속으로 회전하는 DTG의 성능에 많은 문제점들을 발생시키므로 동적 밸런싱을 통하여 질

량 불균형을 보정해 주어야 한다.

질량이  $M$ , 회전축에 대한 관성 모멘트가  $J$  이고 회전축에 수직인 두 축의 관성 모멘트가 각각  $I_x = I_y = I$  인 회전자가  $x, y, z$ 축에 대하여 스프링 상수가  $K_2, K_1, K_0$  인 스프링에 의하여 지지되어 있는 시스템을 생각하자.

Fig. 14에서 질량 불균형  $m_1$ 에 의한  $F_1$ 만을 고려할 경우 운동 방정식은

$$\begin{aligned} M\ddot{x} + 2K_2x + K_2(l_2 - l_1)y &= F_1 \sin \omega t & (16) \\ I\ddot{\alpha} + J\omega\dot{\gamma} + K_1(l_2 - l_1)y + K_1(l_1^2 + l_2^2)\alpha &= F_1 z_1 \cos \omega t \\ M\ddot{y} + 2K_1y + K_1(l_2 - l_1)x &= F_1 \cos \omega t \\ I\ddot{\gamma} - J\omega\dot{\alpha} + K_2(l_2 - l_1)x + K_2(l_1^2 + l_2^2)\alpha &= F_1 z_1 \sin \omega t \\ M\ddot{z} + 2K_0z &= 0 \end{aligned}$$

가 된다. 여기서  $x, y, z$ 는 각각 해당 축방향으로의 질량 중심의 변위(최초의 질량 중심을 좌표계의 원점으로 잡았을 때)이고  $\alpha, \gamma, \omega$ 는 각각  $x$ 축에 대한 회전축의 각변위,  $y$ 축에 대한 각변위 및 회전자의 회전 각속도이다. 식 (17)은  $x$ 축 방향으로의 진동을 나타내며 이때  $K_2(l_2 - l_1)$ 는  $y$ 축에 대한 회전에로  $x$ 축방향의 스프링에 가해지는 힘이다. 또한 식(18)은  $X$ 축에 대한 회전 운동의 표현이다. 문제를 단순화하여  $l_1 = l_2 = l, K_1 = K_2 = K$  라 하고 앞서 표시한 운동 방정식의 해를 구하면  $y$  방향의 변위를 계산할 수 있다.

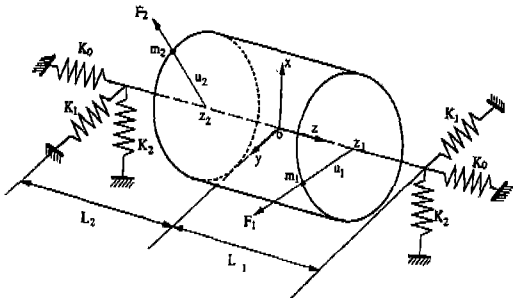


Fig. 14 Model of rigid rotor

이 변위에서  $y = 0$ 가 되는  $z$ 를 구할 수 있는데 질량 중심으로부터  $y = 0$ 가 되는  $z$ 까지의 거리를  $L(z=L)$ 이라 하면

$$\begin{aligned} L &= -\frac{2Kl^2 - \omega^2(I - J)}{z_1(2K - M\omega^2)} & (17) \\ &= -\frac{(I - J)(\omega_\alpha^2 - \omega^2)}{Mz_1(\omega_y^2 - \omega^2)} \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} l &= l_1 = l_2 \\ \omega_y &= \frac{2K}{M} \\ \omega_\alpha^2 &= \frac{2Kl^2}{I - J} \end{aligned}$$

이 되고, 만약 스프링 상수나  $l_1, l_2$ 를 적절히 선정하면  $L$ 이  $l_1$  (Fig. 15)이나  $l_2$  (Fig. 16)가 되도록 할 수 있고 이 경우 그림에서와 같이 어느 한 쪽의 지지점은 불균형 질량의 영향을 받지 않게 된다.

불균형 질량이 두 면 모두에 존재할 경우,  $y$ 방향의 변위가 영이 되도록 하는  $z$ 의 위치를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z' &= \frac{I - J\omega_\alpha^2 - \omega^2}{Mz_1\omega_y^2 - \omega^2} & (18) \\ z'' &= \frac{I - J\omega_\alpha^2 - \omega^2}{Mz_2\omega_y^2 - \omega^2} \end{aligned}$$

이 때의  $z', z''$ 은 각각 다른 한 면의 질량 불균형에 의한 진동이 영이 되는 점으로, 밸런스 기계에 특정한 형태의 회전자를 설치할 때  $z', z''$ 을 찾아 치구를 설치하게 되면 두 면의 간섭을 제거할 수 있게 된다. 그러나 실제적인 경우 회전체의 관성 모멘트 값을 정확히 구할 수 없기 때문에  $z', z''$ 을 정확하게 구하기는 불가능하다. 하지만

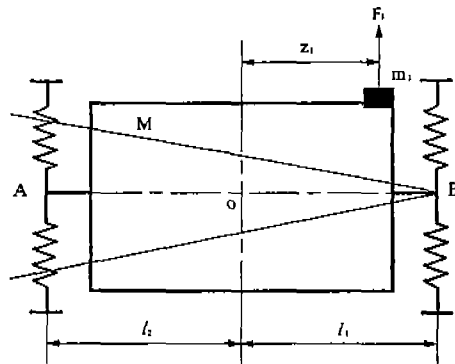


Fig. 15 Case of  $L$  equal to  $l_1$



밸런싱 기계에서 이 오차량을 전기적으로 보상해 주므로 임의의 위치에서 밸런싱을 하여도 무방하다.

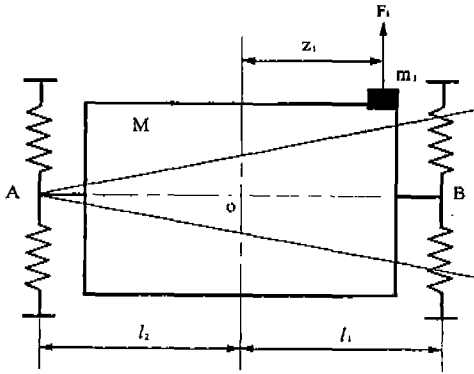


Fig. 16 Case of L equal to  $l_2$

밸런싱 작업에 있어서 완벽한 밸런싱은 수행할 수 없다. 그러므로 어느 정도의 잔류 불균형량이 남아야 회전체가 안전하게 동작할 수 있는가 하는 의문이 제기된다. 이에 대한 기준이 ISO(International Organization for Standardization) 규정에 나타나 있다. ISO에서는 회전체를 여러 가지 등급으로 분류하고 각각에 대한 허용 잔류 불균형 질량을 나타내었다. 밸런싱 속도는 공진을 피하도록 약 9,000 rpm으로 하였고, 보상 방법은 일반적으로 드릴링으로 회전체의 불균형량을 제거하는 방법이 많이 쓰이고 작업이 간단하지만 DTG의 형태를 고려하여 급속 조각을 접착제로 회전체에 부착하는 방법을 채택하였다. 실험 결과는 Table 4에 나타내었다.

Table 4에서 기지(known) 부분은 보상 질량을 나타내고 불균형량(unbalance) 부분은 밸런싱 기계에 출력

되는 불균형량을 나타낸다. 1, 5, 7번 실험은 보정을 수행하여 밸런싱 기계의 오차를 줄여 가는 과정을 나타낸다. 표에서 보는 바와 같이 보상 질량을 부족함에 따라 불균형량이 감소함을 알 수 있다.

#### 4. 결론

동조자이로스코프(DTG)는 스트랩다운 방식의 항법 시스템 및 제어용으로 가장 널리 사용되고 있다. 본 논문에서는 가공, 조립상의 오차 및 작동시의 오차가 DTG 설계상의 변수들에 어느 정도의 영향을 주는 가를 부품별로 나누어 프로그램을 작성하였고, 이러한 변인이 DTG 동적 오차 모델에 영향을 미쳐서 DTG 토크 오차를 유발하는 과정을 연구하였다. 본 오차해석 프로그램은 각 부품의 공차 및 조립시의 오차 요인이 부품별 오차에 미치는 영향과 모든 부품의 공차 및 조립 오차에 대한 전체적인 DTG 오차를 출력함으로써 부품 레벨에서 설계와 균형을 이루는가와 DTG 전체 성능이 원하는 사양을 만족하는가를 확인하고 이를 부품 설계 및 조립 정밀도에 반영할 수 있도록 하였다. 본 연구에서 제시된 결과들은 주어진 시험 환경에 따라 달라질 수 있기 때문에 사용자가 필요로 하는 환경을 설정하여 원하는 설계 변수를 결정할 수 있다.

#### 참고 문헌

1. 이장규외, "정밀계측장치 제작에 따른 해석기법 개발." 과학기술처, 1988.
2. S.Timoshenko and D.H. Young, Elements of Strength of Materials, Prentice-Hall Inc.,1968.
3. O.C. Zienkiewicz, The Finite Element Method, McGraw-Hill Book Company, 1987.
4. E.J.G. Craig, "Theory of Errors of a Multi-gimbal, Elastically Supported Tuned Gyroscope." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-8, No.3, May 1972.
5. Cyril M. Horris, Shock and Vibration Handbook, McGraw-Hill Book Company, 1961.
6. Bortz, Sutherland, Gelb, Dynamic Errors in a Tuned Flexure-Mounted Strapdown Gyro,

Table 4. Results of dynamic balancing

	KNOWN				UNBALANCE			
	LEFT		RIGHT		LEFT		RIGHT	
	MASS (mg)	ANGLE (deg)	MASS (mg)	ANGLE (deg)	MASS (mg)	ANGLE (deg)	MASS (mg)	ANGLE (deg)
1	14.7	180	21.1	90	122.1	53	107.0	168
2	120.0	53	107.0	168	92.0	281	64.5	28
3	91.2	281	63.1	28	57.5	138	47.2	256
4	56.8	138	46.3	256	8.4	285	16.7	317
5	9.7	180	8.8	0	7.2	33	12.1	40
6	7.1	33	11.5	40	1.7	29	0.7	260
7	0.7	180	0.8	0	1.28	51	1.42	67
8	1.2	51	1.4	67	0.14	10	0.60	5

- The Analytical Science Corporation, 1972.
7. P.H. Savet, Gyroscopes: Theory and Design, McGraw-Hill Inc., 1961.
  8. 안창기, "동조자이로스코프의 기계부 제작 및 해석에 관한 연구," 서울대학교 공학석사 학위논문, 1994.
  9. Robert J.G. Craig, "Theory of Operation of an Elastically Supported Tuned Gyroscope", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, Vol.AES-8, No. 3, pp.280-288, 1972.5
  10. 안창기, 윤종욱, 이장무, 1995, "동조자이로스코프 기계부 제작 및 해석에 관한 연구," 한국정밀공학회 추계학술대회 논문집 pp. 930~937, 1995.