

비례적분(PI) 관측기를 이용한 시스템의 고장진단

김환성*, 김상봉*, 川路茂保**

Fault Detection and Isolation of System Using Multiple PI Observers

Hwan Seong Kim*, Sang Bong Kim*, Shigeyasu Kawaji**

ABSTRACT

Fault diagnosis problem is currently a subject of extensive research in the control field. Although there are several works on the fault detection and isolation observers and the residual generators, those are concerned with only the detection of actuator failures or sensor failures. So, the perfect detection and isolation for the actuator and sensor failures is strongly required in the field of the practical applications.

In this paper, a strategy of fault diagnosis using multiple proportional integral (PI) observers including the magnitude of actuator failures is provided. It is shown that actuator failures are detected and isolated perfectly by monitoring the integrated error between actual output and estimated output by a PI observer. Also in presence of complex actuator and sensor failures, these failures are detected and isolated by multiple PI observers.

Key Words : Fault Detection(고장진단), Isolation(분리), FDI Observer(고장진단 관측기), Proportional Integral Observer(비례적분 관측기), Actuator Failures(구동기고장), Sensor Failures(센서고장)

1. 서론

시스템의 고장진단은 주로 인간의 지식 및 경험에 의한 것이었으나, 점차 시스템이 복잡화, 대규모화, 자동화 등이 진보됨에 따라 자동제어이론과 더불어 새로운 한 분야로서 정착되기에 이르렀다^(1,2). 시스템의 진단기술은 설비의 이상 및 고장을 자동적으로 검지하기 위한 기술로 정의되어 시스템의 상태를 파악하여 현재의 이상 또는 미래의 고장을 예측하는 소프트웨어 및 하드웨어기술이라 할

수 있으며, 1960년대 미군, NASA 등에서는 진동 및 음파를 이용한 방법으로 기계의 고장진단 및 검출법으로서 신호분석에 대한 연구, 영국에서는 기어축의 진단기술에 대한 연구등 유럽을 중심으로하여 많은 연구가 이루어졌다.

근년, 생산현장에서는 안전점검을 정기적으로 행하는 고장예방으로 부터 설비의 이상유무를 검지하여 필요시 점검·수리를 행하는 고장예지(豫知)로 발전하고 있으며, 고장예지를 실시하기 위해서는 생산설비를 항상 감시

* 부경대학교 공과대학 기계공학과
 ** 일본 구마모토대학 공학부 수리정보시스템공학과

하고 이상을 검지하는 온라인의 진단설비기술이 필요시 되고 있다. 또한, 원자력 발전소, 우주항공분야등 위험을 동반하는 장소 및 인간이 들어갈 수 없는 장소 등의 안전성을 확보하기 위하여 고장진단 시스템이 요구되고 있으며, 그 외에 높은 신뢰성이 요구되는 분야에 대해서는 중요한 과제로 되고 있다.

이러한 배경과 더불어 고장진단기법의 하나로서 관측기를 이용한 방법이 널리 연구되기에 이르렀다^[3,4]. 관측기를 이용한 방법은 설계가 비교적 용이하여 적용분야가 넓고, 계산기상에서 프로그래밍에 의해 실현이 가능하므로 온라인으로 시스템의 고장진단에 적용할 수 있는 등의 잇점을 가지고 있다.

그러나, 관측기를 이용하는 고장진단기법은 대상모델에 대한 정확한 수학 모델이 구해지는 것을 전제로 하고 있으므로, 파라미터의 부정확성, 모델의 선형화에 따른 모델링오차, 모델화 되지 않은 비선형성, 노이즈 및 외란에 의해 오진단이 일어나기 쉽다. 따라서, 관측기를 이용한 고장진단을 실현하기 위해서는 기본적으로 모델화오차에 대해서 강인성(Robustness)을 지니는 관측기의 구성이 요구된다.

본 논문에서는 로바스트 관측기의 일종인 적분기를 지닌 비례적분(PI) 관측기에 의한 고장진단을 행하도록 한다. PI 관측기는 Wojciechowski^[5]에 의해 파라미터 변동에 대해서 로바스트한 관측기로 처음 제안된 이래, 다변수 시스템에 대한 강인성이 집중되어 실제 시스템에 적용가능함을 보였다.^[6,7,8]

먼저, PI 관측기의 장점인 계단형외란의 추정 및 소거기능을 이용하여 계단형상의 구동기 고장이 완전 검출 및 분리가 가능함을 보인다. 또한, 센서 고장이 발생하는 경우 복수의 PI 관측기를 이용한 고장검출 및 분리법을 제안하며, 구동기 및 센서의 동시고장인 경우에도 본 제안법이 유효함을 보인다. 따라서 본 논문의 PI 관측기를 이용한 고장진단법은 종래법^[9,10,11,12]에 비해 구동기 및 센서의 고장이 완벽히 고장진단 및 분리가 이루어짐을 보인다.

2. 시스템과 관측기

다음의 n 차원 선형 시불변 시스템을 고려한다.

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1)$$

여기서, $x(t) \in R^n$ 은 상태벡터, $y(t) \in R^p$ 는 출력벡터, $u(t) \in R^m$ 은 입력벡터이다. 행렬 A, B, C 는 적당한 차수의 행렬이고, (C, A) 는 가관측이라 하자.

본 논문에서는 시스템 Σ 에 대한 고장으로서 다음의 두 가지의 고장, 즉, 구동기 및 센서의 고장에 대해서만 고려하도록 한다.

(i) 구동기의 고장 : 시스템의 고장이 존재하지 않는 경우의 구동기의 출력을 $u(t)$ 라 하고, 실제 고장이 존재하는 경우 구동기의 출력을 $\bar{u}(t)$ 라 하자. 그러면, 실제 구동기를 통한 시스템의 입력은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{u}(t) = u(t) + a(t) \quad (2)$$

여기서, $a(t) \in R^m$ 는 구동기 고장벡터이다.

(ii) 센서 고장 : $y(t)$ 와 $\bar{y}(t)$ 를 센서의 고장이 존재하지 않는 경우와 존재하는 경우에 대한 센서 출력으로 하면, 실제 센서 출력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{y}(t) = y(t) + s(t) \quad (3)$$

여기서, $s(t) \in R^p$ 는 센서 고장벡터이다.

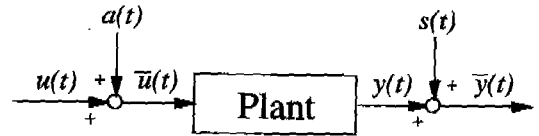


Fig. 1 System with sensor and actuator failures

위의 구동기 및 센서의 고장은 시스템 Σ 에 대해 입력과 출력에 가산신호를 가진 다음의 시스템으로 고려된다.

$$\Sigma_{AS} : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ba(t) \\ y(t) = Cx(t) \\ \bar{y}(t) = y(t) + s(t) \end{cases} \quad (4)$$

본 논문에서는 PI 관측기를 이용하여 구동기 및 센서 고장을 고려한 시스템 Σ_{AS} 에 대해서 고장진단 및 분리를 행하는 시스템을 구축하고자 한다.

3. PI 관측기의 구성

시스템 Σ 에 대해서 추가자유도를 지나는 PI 관측기를 다음과 같이 고려하자.

$$\Sigma_{PI} : \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = (A - KC)\hat{x}(t) + Ky(t) + Bu(t) + B\omega(t) \\ \dot{\omega}(t) = H(y(t) - C\hat{x}(t)) \end{cases} \quad (5)$$

여기서, $\hat{x}(t) \in R^n$ 는 추정된 상태벡터이며, K, H 는 각각 비례 및 적분 계인을 나타낸다.

이때,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \quad \forall \hat{x}(0), x(0) \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = 0, \quad \forall \omega(0)$$

이 성립한다면, 시스템 Σ_{PI} 는 시스템 Σ 에 대한 PI 관측기이다. 단, $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$.

보조정리 1⁽⁶⁾ : 시스템 Σ 에 대해서 시스템 Σ_{PI} 가 PI 관측기로 될 필요충분 조건은

$$\text{Re } \lambda_i \begin{bmatrix} A - KC & B \\ -HC & 0 \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, \dots, n+m$$

이다. 여기서, $\lambda_i(\#)$ 은 $\#$ 의 고유치를 나타내고 있다.

보조정리 2⁽⁶⁾ : 보조정리 1을 만족하는 계인 K, H 가 존재할 존재조건은

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = n+m \quad (6)$$

이다.

(Remark) 보조정리 2에서 알 수 있듯이 $p \geq m$ 의 조건을 만족해야 한다. 즉, PI 관측기가 구성가능하기 위해서는 센서의 갯수는 구동기의 갯수보다 많거나 같아야 한다.

4. PI 관측기를 이용한 고장진단

4.1 구동기 고장만에 대한 고장진단 및 분리

시스템 Σ_{AS} 에서 $s(t) = 0$, 즉 센서의 고장이 없다는 조건하에 구동기의 고장을 계단형으로 가정하자.

$$\Sigma_A : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ba(t) \\ y(t) = Cx(t) \\ \bar{y}(t) = y(t) \end{cases} \quad (7)$$

먼저, 오차벡터를 다음과 같이 정의하면

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (8)$$

(8) 식으로부터

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \\ = (A - KC)e(t) + B(a(t) - \omega(t)) \quad (9)$$

이며,

$$\dot{\omega}(t) = HCe(t)$$

을 만족하게 된다. 여기서, $\zeta(t)$ 를 다음과 같이 정의하면

$$\zeta(t) = a(t) - \omega(t) \quad (10)$$

계단형 구동기 고장의 가정하에 $\dot{\zeta}(t)$ 는

$$\dot{\zeta}(t) = -\dot{\omega}(t) = -HCe(t) \quad (11)$$

으로 된다.

(9)식과 (11)식으로부터 확대계를 구성하면,

$$\begin{bmatrix} \dot{e}(t) \\ \dot{\zeta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - KC & B \\ -HC & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \zeta(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

으로 되며, PI 관측기의 필요충분조건 보조정리 1에 의해 $e(t), \zeta(t) \rightarrow 0$ ($t \rightarrow \infty$) 임을 알 수 있다. 따라서, (10)식에 의해

$$\hat{a}(t) = \omega(t) \quad (13)$$

로 되어 PI 관측기를 이용하여 구동기의 고장을 추정할 수 있다. 그러나, 단일의 PI 관측기에 의해서는 복잡한 구동기나 센서의 고장은 검출할 수 없다.

4.2 복잡한 구동기 및 센서고장에 대한 고장진단 및 분리

구동기만의 고장의 경우, 단일의 PI 관측기에 의해 고장

진단 및 분리가 이루어지는 것은 전절에서 충분히 검토되었다. 그러나, 센서고장이 존재하는 경우는 단일의 PI 관측기에 의해 고장진단 및 분리는 원활하게 기대할 수 없으므로, 본 절에서는 PI 관측기의 장점으로서 복수 PI 관측기로 구성된 고장진단 시스템을 제안한다.

센서만의 고장일지라도 이러한 고장요소는 PI 관측기의 추정상태에 영향을 미치므로, 이 결과 구동기 고장 추정치 $\hat{a}(t)$ 도 부정확하게 된다. 이러한 경우, 지정한 센서 고장에 대해서 영향을 받지 않는 관측기 구성이 필요하다. 즉, 지정한 센서의 출력요소를 제외한 부분적인 정보를 이용한 PI 관측기의 구성에 대해서 고려하자. 따라서, 지정한 센서의 고장이 있는 경우는 위의 PI 관측기를 이용한 구동기의 고장진단 및 분리가 가능하다. 먼저 센서의 고장진단 및 분리를 행하기 위해 다음의 변수를 정의하자.

${}^k\bar{y}(t)$: $\bar{y}(t)$ 의 k 번째 요소

$\bar{y}^k(t)$: $\bar{y}(t)$ 에서 ${}^k\bar{y}(t)$ 요소를 제외한 벡터($p-1$)

$$\hat{\alpha}_k(t) = \omega_k(t) = \begin{bmatrix} \omega_{k1}(t) \\ \vdots \\ \omega_{km}(t) \end{bmatrix}$$

: k 번째 PI 관측기에 의해서 추정한 액추에이터 고장

$$e_k(t) = \bar{y}^k(t) - \hat{y}^k(t) = \bar{y}^k(t) - C^k \hat{x}_k(t) \\ = \begin{bmatrix} e_{k1}(t) \\ \vdots \\ e_{km}(t) \end{bmatrix}, \quad (\text{여기서 } e_{kk}(t) \text{ 는 미포함})$$

= k 번째 PI 관측기의 추정오차

여기서 C^k 는 C 행렬에서 k 번째 행을 소거한 $(p-1) \times n$ 의 행렬이고, $\hat{x}_k(t)$ 는 k 번째 PI 관측기에 의해 추정된 상태벡터이다.

복잡한 구동기 및 센서 고장에 대해 고장진단을 행하기 위해, 먼저 i 번째의 센서고장에 대해서 고려하자.

여기서, i 번째 센서고장을 무시한 실제 시스템의 출력 $\bar{y}^i(t)$ 은 다음과 같이 고려된다.

$$\bar{y}^i(t) = C^i x(t) + s^i(t) = \begin{bmatrix} \bar{y}_1(t) \\ \vdots \\ \bar{y}_{i-1}(t) \\ \bar{y}_{i+1}(t) \\ \vdots \\ \bar{y}_p(t) \end{bmatrix}$$

따라서, 부분적인 출력 $\bar{y}^i(t)$ 와 입력 $u(t)$ 로서, 다음의 i 번째 PI 관측기를 구성한다.

$$\Sigma_{PI} : \begin{cases} \dot{\hat{x}}_i(t) = (A - K_i C^i) \hat{x}_i(t) + K_i \bar{y}^i(t) + B u(t) + B \omega_i(t) \\ \dot{\omega}(t) = H_i (\bar{y}^i(t) - C^i \hat{x}_i(t)) \end{cases} \quad (14)$$

여기서, K_i, H_i 는 i 번째 PI 관측기 계인이다.

위의 PI 관측기는 i 번째 센서고장에 영향을 받지않음을 주목하자. 즉 다시 말하면 i 번째 센서고장에도 불구하고도 (14)식으로 구성된 PI 관측기는 시스템의 상태를 정확히 추정할 수 있으며 구동기고장이 추정가능하다. 그러나 한 개의 PI 관측기는 한개의 센서 고장에 대해서만 유효하므로 모든 센서고장에 대해서 고장진단을 행하기 위해서는 p 개의 PI 관측기 구성이 되어야 한다. 이러한 p 개의 PI 관측기로 구성된 시스템(복수의 PI 관측기)을 이용한 고장진단 시스템을 구축하기 위해서는 다음의 정리가 성립되어야 한다.

定理 1 : 모든 구동기 및 센서 고장에 대해서 복수 PI 관측기를 이용한 고장진단 시스템이 구성 가능하기 위해서는

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A & B \\ C^i & 0 \end{bmatrix} = n + m, \quad i = 1, \dots, p$$

이 만족되어야 한다.

위의 복수 PI 관측기를 이용한 고장진단 시스템은 Fig. 2 와 같이 보여진다.

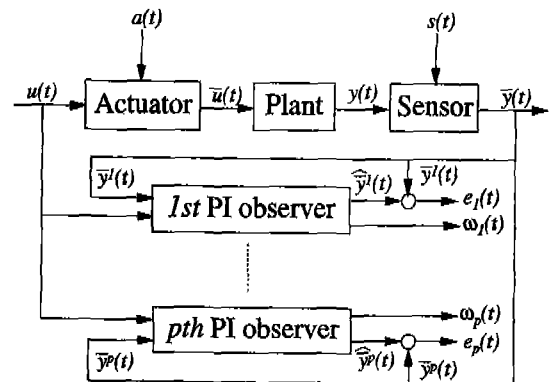


Fig. 2 Configuration of fault diagnosis system based on multiple PI observers

다음은 구동기 및 센서의 고장에 대해 고장진단 및 분리를 위한 알고리즘에 대해 알아보자. 먼저, 주어진 시스템에 대해 정리 1이 만족한다고 가정하자, 즉, p 개의 PI 관측기가 구성 가능하다고 하자. 여기서 i 번째 센서가 고장이라면, 실제 시스템의 상태는 유일하게 i 번째 PI 관측기만에 의해서 추정이 가능하다. 다시 말하면, i 번째 센서고장이 실제 시스템의 i 번째 출력에 영향을 미치며, 이 요소를 시스템의 출력정보로서 이용하는 i 번째 이외의 PI 관측기에서는 동시에 i 번째 출력오차가 발생한다. 따라서 동시에 발생하는 i 번째 출력오차에 의해서 i 번째 센서의 고장을 검출할 수 있다. 따라서, 센서의 고장진단에 대한 알고리즘은 다음과 같이 나타낸다.

$$r_{si} = \prod_{k=1}^{k=p} s_{ki} \quad (15)$$

여기서

$$s_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{if } |e_{ki}(t)| \geq Th_{si} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

이고, Th_{si} 은 i 번째 센서고장을 검출하기 위한 문턱값(Threshold)을 나타낸다. (15)식으로 부터 $r_{si} = 1$ 이면 i 번째 센서가 고장이며, 그렇지 않으면 고장이 아닌 것으로 한다.

유사한 방법으로 구동기의 고장진단에 대해서는 다음과 같이 행할 수 있다. 만일 i 번째의 센서가 고장이며 구동기에는 고장이 없다고 할 경우, i 번째 PI 관측기에서는 구동기의 고장이 검출되지 않으며, 나머지 PI 관측기에서는 i 번째 출력오차로 인하여 구동기의 고장이 있는 것으로 부정확하게 추정된다. 그러나 구동기고장이 존재한다면 모든 관측기에서는 구동기의 고장이 검지 되므로 이들을 곱(Product)하므로써 구동기의 고장을 검출할 수 있다.

$$r_{ai} = \prod_{k=1}^{k=p} a_{ki} \quad (16)$$

여기서

$$a_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{if } |\omega_{ki}(t)| \geq Th_{ai} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

이고, Th_{ai} 은 i 번째 구동기 고장을 검출하기 위한 문턱값(Threshold)을 나타낸다. (16)식으로 부터 $r_{ai} = 1$ 이면 i 번째 구동기가 고장이며, 그렇지 않으면 고장이 아닌 것으로 한다.

또한 구동기의 고장의 크기를 판단하기 위해서는, 먼저 센서의 고장요소를 검출하고, 만일 i 번째 센서고장이 검출됐다면 i 번째 PI 관측기에 의한 구동기 고장의 추정치, $\hat{a}(t)$ 로서 고장의 크기를 알 수 있다.

5. 예 제

다음의 선형시불변 시스템을 고려하자.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1.0 & 0.3096 & 0.0 \\ 0 & -1.0541 & 1.1396 & -14.2955 \\ 0 & -1.0238 & -0.2931 & -0.7717 \\ 0.1338 & 0.2957 & -0.9559 & -0.0981 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -7.8013 & -1.1160 \\ 1.8013 & -0.6584 \\ 0.1454 & 0.0169 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

위의 시스템 Σ 는 정리 1을 만족하므로 3개의 각각의 PI 관측기의 설계가 가능하다. 이때 PI 관측기의 고유치를 $\{-1.1, -1.2, -1.3, -1.4, -5, -10\}$ 으로 하여 고장검출 및 진단용 PI 관측기를 각각 설계하여, 0.1초의 샘플링으로 시뮬레이션을 행하였다. 이때, 입력은

$$u(t) = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

으로 하였으며, 구동기 고장은 0.05 크기로 2초에, 센서 고장은 0.5크기로 4초에 발생하도록 하였다. 또한, 고장진단을 행하기 위해 구동기 및 센서의 문턱값을

$$Th_a = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}, \quad Th_s = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

으로 하였다.

시뮬레이션의 결과는 Fig. 3 ~ 11 에 보이며, Fig. 3 과 4 는 구동기의 고장에 대해서, Fig. 5 ~ 7 은 센서의

고장에 대해서 고장진단 및 분리의 결과를 보이고 있다. 복잡한 구동기 및 센서의 고장이 존재하는 경우, 즉 2초에 구동기의 고장이 발생하고 4초에 센서의 고장이 발생하는 경우에 대해서는 Fig. 8 ~ 11 에 의해 고장진단 결과를 보인다.

(1) 구동기 고장에 대해서

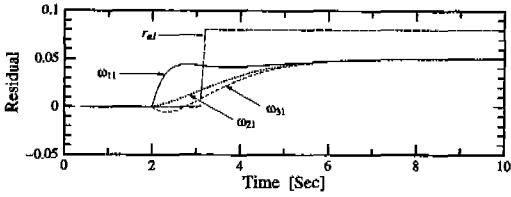


Fig.3 Failure of actuator 1 at $t = 2(\text{sec})$

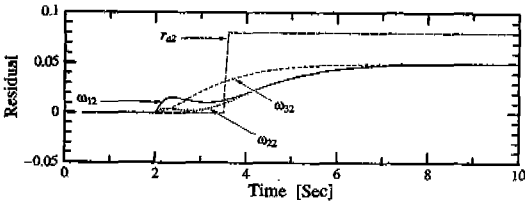


Fig.4 Failure of actuator 2 at $t = 2(\text{sec})$

(2) 센서만의 고장에 대해서

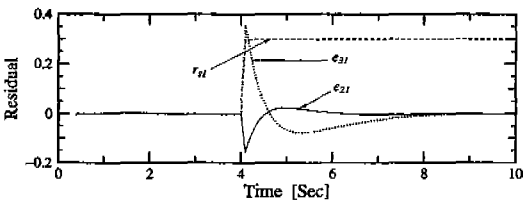


Fig.5 Failure of sensor 1 at $t = 4(\text{sec})$

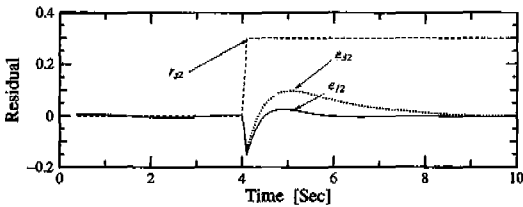


Fig.6 Failure of sensor 2 at $t = 4(\text{sec})$

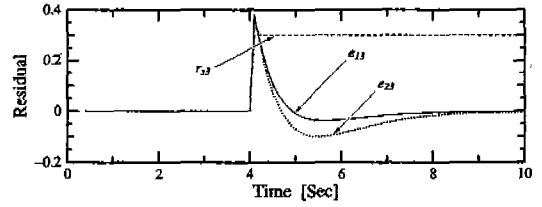


Fig.7 Failure of sensor 3 at $t = 4(\text{sec})$

(3) 구동기와 센서의 복합 고장에 대해서

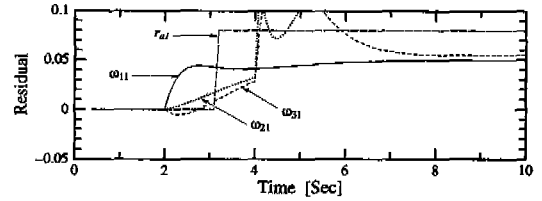


Fig.8 Failures of actuator 1 and sensor 1 at $t = 2, 4(\text{sec})$

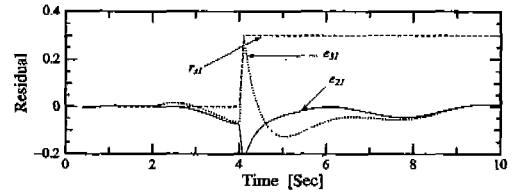


Fig.9 Failures of actuator 1 and sensor 1 at $t = 2, 4(\text{sec})$

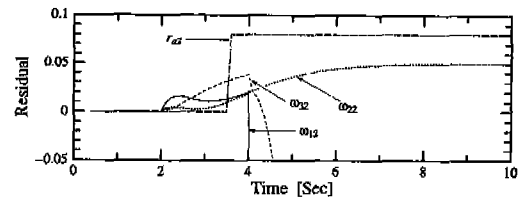


Fig.10 Failures of actuator 2 and sensor 2 at $t = 2, 4(\text{sec})$

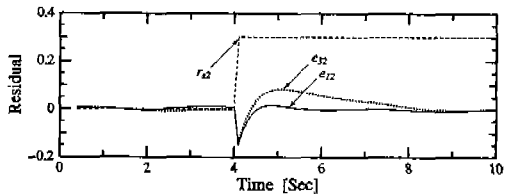


Fig.11 Failures of actuator 2 and sensor 2 at $t = 2, 4(\text{sec})$

위의 그림에서는 구동기 고장과 센서 고장의 검출치를 나타내는 r_a, r_s 는 편의상 0.08과 0.3으로 각각 크기를 조정하여 표시하였다. 따라서, r_a, r_s 를 판측함으로써 모

은 구동기 및 센서의 고장이 완벽히 검출되며 또한 분리가 가능함을 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 복수 PI 관측기를 이용하여 시스템의 구동기 및 센서의 고장진단을 행하였다. 구동기만의 고장의 경우, 단일 PI 관측기를 이용하여 구동기의 고장진단 및 분리가 가능하며 고장의 크기까지 추정가능하다. 구동기 및 센서의 복합고장인 경우, 복수 PI 관측기를 이용하여 고장진단 및 고장개소를 분리할 수 있는 방법을 제안하였다. 따라서 본 제안방법은 m 개의 미지입력 관측기를 이용하여 액추에이터 고장진단 및 분리와 센서 고장진단만이 가능한 종래의 결과 보다 월등하며, 실제 시스템으로의 응용성면에서도 실용화가 기대된다.

참 고 문 헌

1. Willsky, A.S., "A survey of design methods for failure detection in dynamic systems," *Automatica*, Vol. 12, pp. 601-611, 1976.
2. Isermann, R., "Process fault detection based on modelling and estimation methods : A survey," *Automatica*, Vol. 20, pp. 387-404, 1984.
3. Clark, R.N., "Instrument fault detection," *IEEE Trans. Aero. and Electr. Syst. AES-14*, pp. 456-465, 1978.
4. Frank, P.M. and Keller, L., "Sensitivity discriminating observer design for instrument failure detection," *IEEE Trans. Aero. and Electr. Syst. AES-16*, (4), 1980.
5. Wojciechowski, B., "Analysis and synthesis

of proportional integral observers for single input single output time invariant continuous systems," Ph.D. dissertation, Gliwice, Poland, 1978.

6. Anderson, B.D.O. and Moore, J.B., "Optimal control : Linear quadratic methods," Prentice-Hall, 1989.
7. Beale, S. and Shafai, B., "Robust control system design with a proportional integral observer", *Int. J. Control*, Vol. 50, pp. 97-111, 1989.
8. Kawaji, S. and Kim, H.S., "Simultaneous recovery of loop transfer property and disturbance attenuation property by PI observer," *Proc. of the ASCC, Tokyo, Japan*, pp. 17-20, 1994.
9. Clark, R.N., "The Dedicated observer approach to instrument failure detection," *Proc. of the 15th CDC, Fort Lauderdale*, pp. 237-241, 1979.
10. Patton, R.J., Frank, P.M. and Clark, R.N., "Fault diagnosis in dynamic systems : Theory and Application," Prentice Hall, 1989.
11. Hou, M. and Muller, P.C., "Fault detection and isolation observers," *Int. J. Control*, Vol. 60, pp. 827-846, 1994.
12. Viswanadham, N. and Srichander, R., "Fault detection using unknown input observers," *Control Theory and Advanced Technology*, Vol. 3, No. 2, pp. 91-101, 1987.