

기어류 부품의 단조에 관한 상계해석

민규식*, 최종웅**, 조해용***, 이현철****

Upper Bound Analysis on the Forging of Gear-Like Components

Gyu Sik Min*, Jongung Choi**, Hae Yong Cho***, Hyeon Chul Lee****

ABSTRACT

This paper describes the method that can construct kinematically admissible velocity fields for forging of gear-like components which have tooth shape around the cylinder. The kinematically admissible velocity fields for the various gear-like components, involute spur gear, trapezoidal spline, square spline, serration and trochoidal gear, were constructed by pilling up the velocity components according to the shape of tooth and billet. The billets, of hollow and solid, were Al 2218 and 2024. To verify the method, the analyses and experiments were carried out and compared with each other. For analyses, the half pitches of components were divided into several deformation regions based on their tooth profile. A neutral surface was used to represent the inner flow of material during forging. Its location varied with the energy optimization and its contour varied with the number of teeth. In experiment, the contour of material filling up the tooth zone is hyperbolic curve caused by the frictional drag on the interface of die-wall/workpiece but, in the analysis, it is an arc which retains the same contour during all forging operation.

Key Words : Gear-like Component(기어류 부품), Tooth Profile(치형 형상), Involute Spur Gear(인벌류우트 스퍼어 기어), Trapezoidal Spline(사다리꼴 스플라인), Square Spline(각형 스플라인), Serration(세레이션), Trochoidal Gear(트로코이드 기어), Neutral Surface(중립면)

기 호 설 명		ϕ	: 압력각 [rad]
r_r	: 치지원 반경 [mm]	r_p	: 피치원 반경 [mm]
t	: 순간의 빌렛높이 [mm]	r_f	: 필렛반경 [mm]
m	: 마찰상수	M	: 모듈
u	: 편치의 하강속도 [mm/s]	r, θ, z	: 원주좌표계
N	: 기어의 잇수	α	: 1/2 피치 각 [rad]
		U_r, U_θ, U_z	: 각 방향의 속도성분

* 마산전문대학 자동차과(정회원)
 ** 부산대학교 대학원 기계설계공학과(학생회원)
 *** 충북대학교 정밀기계공학과(정회원)
 **** 두원공업전문대학 컴퓨터응용설계과

- r_n : 중립면 반경 [mm]
- W : 각형 스플라인의 치폭 [mm]
- r_f : 치끝원 반경 [mm]

1. 서 론

원통 주위에 일정한 간격으로 돌출된 치형을 갖는 기어류 부품은 자동차, 선박, 항공기, 건설기계, 산업기계 등 산업의 전반에 거의 모두 사용될 정도로 그 사용범위가 매우 넓다. 기어류 부품의 종류는 기어, 스플라인, 세레이션 등 여러 가지가 있다. 기어는 원통의 축에 대한 치형의 배치형태에 따라 스피어 기어, 헬리컬 기어, 베벨기어 등으로 구분되며 치형 곡선에 따라 다시 인벌류우트, 사이클로이드 및 트로코이드 등으로 구분되며 가공방법에 따라 다시 수십가지 종류로 분류된다. 한 개의 키를 사용하는 것보다 더 큰 토오르크를 안전하게 전달할 수 있는 스플라인은 치형의 형상에 따라 각형 스플라인과 인벌류우트 스플라인 등으로 구분된다. 스플라인 중에서 압력각이 크고 치높이가 낮은 형태인 세레이션은 치의 모양에 따라 삼각형과 인벌류우트 세레이션으로 구분된다. 이러한 기어류 부품들은 과거와 같이 가공시간이 길고 재료의 손실이 많은 기계가공에서 벗어나 가공시간이 짧고 가공중 재료손실이 거의 없으며 재료의 유동에 의해 제품의 기계적 성질이 향상되는 단조, 압출과 같은 소성가공에 의한 생산이 발달하게 되었다. 소성가공 제품의 정밀도는 사용하는 금형의 정밀도에 직접적인 영향을 받으며 제품의 가격은 금형의 수명에 영향을 받으므로 정밀하고 수명이 긴 금형을 설계하기 위해 소성가공중 발생하는 하중 및 상대압력의 예측이 필요하게 되었다. 하중과 상대압력을 예측할 수 있는 해석법중 부품의 형상정의와 가공중 금형내에서 소재의 유동을 표현하는 속도장의 가정에 의해 비축대칭 형상의 제품가공을 해석할 수 있는 상계법을 적용하여 기어류 부품의 소성가공에 대한 상계해가 많은 연구자들에 의해 소개되었다⁽¹⁻⁶⁾. 이러한 연구자들중 Cho^(1, 2)는 중공소재를 사용할 경우 반경방향 속도성분이 존재하지 않는 구속조건을 포함하는 중립면을 도입하여 치형이 인벌류우트 곡선인 스피어 기어와 치형이 직선인 사다리꼴 스플라인의 단조시 소재의 내경변화와 하중 및 상대압력을 예측할 수 있는 속도장을 제시하였다. Choi⁽³⁾는 단조중 축대칭 변형영역으로 가정된 직선형 필렛부를 갖는 인벌류우트 스피어 기어 단조에 대한 속도장을 제시하였다.

Ohga^(4, 5)는 증실소재를 사용하여 치형의 형상이 반경방향에 평행한 각형 스플라인과 다각형 및 사다리꼴 기어 단조시 축대칭 변형영역이 존재하는 분할유동을 도입하여 각각의 속도장을 유도하고 소재의 충만 정도에 따른 하중을 실험과 비교하였다. 또한, Kiuchi⁽⁶⁾는 준독립 변수를 포함하는 상계요소법을 사용하여 스피어 기어의 단조를 해석하였다. 이상에서와 같이 여러 가지 기어류 부품의 단조에 대한 상계해석이 제시되었다. 기어류 부품의 단조 상계해석에 필요한 동적 가용속도장은 구속조건, 경계조건 및 체적일정조건을 모두 만족하여야 한다. 현재까지 제시된 기어류 부품의 상계해는 해석 대상인 부품의 치형과 사용된 소재의 형상차이로 인한 구속조건이 다르다. 이러한 구속조건이 기어류 부품의 단조에 대한 동적 가용속도장을 구성하는데 어려움으로 작용하였으며 기어류 부품의 단조에 대한 속도장의 유도시 각각의 부품에 대한 개별적인 속도장을 사용함으로써 이미 제시된 기어류 부품의 단조에 관한 상계해석은 하나의 부품에만 적용할 수 있도록 한정되어 있다.

따라서, 본 연구에서는 원통 주위에 일정한 간격의 치형을 갖는 기어류 부품이 치형형상 즉, 치형을 구성하는 함수와 소재의 기하학적인 형상에만 차이가 있음에 착안하여 증실 및 중공소재를 사용할 경우 기어류 부품의 단조에 적용할 수 있는 속도장 구성법을 제안하고 이것을 인벌류우트 스피어 기어, 사다리꼴 스플라인, 각형 스플라인, 세레이션 및 트로코이드 기어에 적용하여 각 부품의 단조시 사용할 수 있는 속도장을 구성하고자 한다. 구성된 속도장으로써 기어류 부품의 단조 상계해석을 수행하고 실험과 비교하여 제시된 속도장 구성법과 속도장의 타당성을 검토하고자 한다. 또한, 중공소재를 사용할 경우 잇수에 따른 중립면의 형상가정에 대한 타당성 검토와 단조중 치형영역을 채우는 소재의 자유면 윤곽에 대한 고찰을 하고자 한다.

2. 속도장 구성법

2. 1 변형영역의 분할

중공 및 증실의 형상을 갖는 소재로부터 기어류 부품을 단조할 경우 그 기하학적 관계를 원주좌표계로 나타내었다. 해석대상으로 하는 인벌류우트 스피어 기어, 사다리꼴 스플라인, 각형 스플라인, 세레이션 및 트로코이드 기어 각각의 1/2피치를 변형영역으로 분할하면 Fig. 1(a), (b), (c), (d), (e)와 같다.

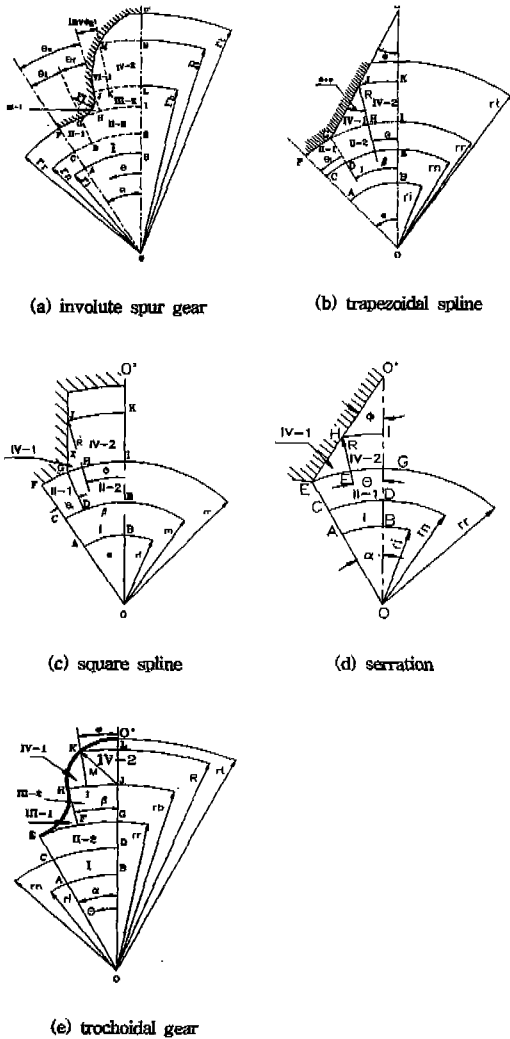


Fig.1 Schematic drawings of half pitch for each components

2. 1. 1 내부영역의 분할

내부영역은 필렛부 또는 치형부 아랫쪽 영역을 나타내며 소재의 형상과 치저부의 존재여부에 따라 분할되는 변형영역의 개수가 달라진다. 중공소재의 경우 중립면이 존재하므로 중실 소재보다 변형영역의 숫자가 많다. Fig. 1 (a),(b),(c) 의 FG부분과 같이 치저부가 존재할 때 중공소재의 경우 3개의 변형영역으로 분할하며 중실소재의 경우 2개의 변형영역으로 분할한다. Fig. 1 (d),(e)와 같이 원호영역이 존재하지 않을 때 중공 소재를 사용할 경우 2개, 중실 소재를 사용할 경우 내부 영역 전체를 측대

칭 변형영역으로 하는 1개의 변형영역으로 분할한다.

1) 필렛영역의 분할

Fig. 1 (a),(e)와 같이 치저부와 치형곡선 사이에 존재하는 영역이다. 인벌류트 기어의 필렛은 두 개의 기어가 맞물려 회전할 때 두 기어사이에 발생하는 언더컷 등과 같은 간섭을 방지한다. 실제 인벌류트 기어의 필렛 부위는 달리 본 연구에서는 해석의 편리를 위해 반경이 일정하고 치저원과 기초원에서 각각 접하는 원호로 가정한다. 트로코이드 기어의 경우는 치형을 구성하는 반경과 동일한 크기의 반경을 갖는 원호로 필렛부가 구성된다.

단조중 소재가 공구벽면(Fig. 1(a)의 경우 GJ, Fig. 1(e)의 경우 EHI)과 접촉하므로 벽면과 접촉하는 필렛부 벽면영역과 접촉하지 않는 필렛부 안쪽영역 등 두개의 변형영역으로 분할한다. 단조가 시작되는 순간에는 나타나지 않으며 압하율의 증가에 따라 벽면영역은 넓어지고 안쪽영역은 점차 좁아진다. 단조가 진행되어 소재가 치형부를 채우기 시작하면 일정한 크기의 영역을 갖는다.

2) 치형영역의 분할

필렛부의 위쪽 영역으로서 전체치형을 하나의 함수로서 표현할 수 있다. 단조중 소재가 공구벽면에 접하는 치형부 벽면영역과 대칭면과 접한 치형부 안쪽영역 등 두개의 영역으로 분할하며 두 영역의 분할 경계는 원점이 O인 반경방향의 직선으로 한다. 압하율의 증가에 따라 벽면영역이 증가한다. 원호기어와 삼각형 세레이션의 경우 단조가 완료되는 최종상태에서는 안쪽영역이 소멸된다.

2. 2 구속조건 및 경계조건

1) 내부영역의 구속조건 및 경계조건

Fig. 1 (a),(b),(c)의 F G와 같이 단조중 공구벽면과 소재가 접촉하므로 공구벽면에 대한 법선방향 속도벡터가 0가 되어야 한다. 또한, 대칭면에서 원주방향속도성분이 존재하지 않아야 하며 중립면에서는 반경방향 속도성분이 없다. II - 1과 II - 2의 경계면에서 원주방향 속도성분의 크기가 같아야 한다. 치저부가 존재하지 않아서 2개의 변형영역으로 구분된 경우 이 경계조건은 필요치 않다. 중공소재의 경우 I 영역과 II 영역의 분할 경계면인 $r=r_n$ 에서 반경방향 속도성분의 크기가 같아야 한다.

2) 필렛영역의 구속조건 및 경계조건

내부영역의 경우와 같이 공구벽면과 소재의 접촉경계에서 법선방향의 속도 벡터가 존재하지 않는다. 내부영역과 경계면에서 반경방향 속도성분이 내부영역의 반경방향 속도성분과 크기가 같아야 하고 벽면영역과 안쪽영역

의 경계면에서 원주방향 속도성분의 크기가 같아야 하는 경계조건이 있다. 또한, 안쪽 영역에는 기어류 부품 1/2 피치의 대칭면에서 원주방향 속도성분은 없다는 구속조건이 있다.

3) 치형영역의 구속조건 및 경계조건

단조중 소재가 공구벽면과 접촉하는 변형영역에서 소재는 공구벽면과 같은 모양으로 유동한다고 가정한다. 즉, 영역내부의 임의의 위치에서 각 방향의 속도성분은 치형을 구성하는 함수로써 표현가능하다. 벽면과 접촉하지 않는 안쪽영역은 단조가 진행됨에 따라 소재가 중심이 0인 원호 형상의 외각 자유면을 구성하는 영역이다. 이 영역의 대칭면에서 원주방향 속도성분은 없다는 경계조건이 있다. 벽면영역과 안쪽영역의 경계면에서 원주방향 속도성분의 크기는 같아야 한다.

3. 변형영역에 대한 속도장

이상에서 제시한 변형영역 분할과 구속조건 및 경계조건과 같은 속도장 구성법을 여러 가지 기어류 부품에 적용하여 동적 가용속도장을 구성한다. 증공소재와 평편치를 사용하여 단조를 할 경우 Fig. 1에 있는 반경이 m 인 원호 형상의 중립면을 본 저자가 제시한 것^(1,2)과 같이 도입하여 단조가 진행되는 매단계에서 에너지가 최소로 되는 위치를 찾는다. 소재는 강소성체이고 변형중 Von Mises의 항복조건을 따른다고 가정한다. 편치의 속도는 프레스의 램 속도와 같고 아주 천천히 하강한다. 또한, 변형중 소재의 배불림 현상은 무시하며 치형영역을 채우는 소재의 자유면 형상은 원호로 가정한다. 모든 변형영역에서 축방향의 속도는 아래 식으로 가정한다.

$$U_z = \frac{u}{t} z \tag{1}$$

3. 1 내부영역의 속도장

내부영역은 기어류 부품의 치형형상에 관계없이 소재의 형상과 치저부의 유무에 따른 것이므로 모든 기어류 부품에 있어 동일한 형태의 속도장이 된다.

1) I 변형영역 ($0 \leq \theta \leq \alpha, r_i \leq r \leq r_n$)

축대칭 변형영역으로서 단조가 진행되는 동안 소재가 기어의 1/2피치 중심인 0를 향해 유동한다. 축대칭 영역이므로 원주방향의 속도성분에 대하여 $U_\theta = 0$ 라 가정한다. 주어진 구속조건 및 경계조건을 사용하여 각 방향의 속도 성분을 구하면 다음과 같다.

$$U_r = \frac{u}{2t} \left(r - \frac{r_n^2}{r} \right), \quad U_\theta = 0$$

중실 소재를 사용하는 경우 이 영역은 존재하지 않는 것으로하여 속도장을 구성한다. 즉, 중실소재의 경우 중립면은 원점($r_i = r_n = 0$)이라고 생각한다.

2) II-1 영역 ($\theta_1 \leq \theta \leq \alpha, r_n \leq r \leq r_r$)

Fig. 1 (a), (b), (c)에서와 같이 치저부에 원호의 형상 FG가 있을 경우 그 아래에 존재하는 영역으로서 소재가 공구면과 접하고 있으므로 주어진 구속조건에 의해 반경방향 속도성분 $U_r = 0$ 라 가정한다. 체적일정 조건과 경계조건으로부터 원주방향 속도성분을 구하면 다음과 같다.

$$U_r = 0, \quad U_\theta = \frac{u}{t} r \theta$$

치저부에 원호형상에 없는 경우에는 이 영역이 존재하지 않는다.

3) II-2 영역 ($0 \leq \theta \leq \alpha - \theta_1, r_n \leq r \leq r_r$)

대칭면 $\overline{OO'}$ 에서 원주방향 속도성분이 존재하지 않는 구속조건이 있으므로 대칭면에서 0 이 되도록 원주방향의 속도성분을 θ 에 대한 선형함수라 가정하고 경계조건과 체적일정조건을 사용하여 다음과 같은 각 방향의 속도성분을 구한다.

$$U_r = \frac{u}{2t} \left(r - \frac{r_n^2}{r} \right) \left(\frac{\alpha}{\alpha - \theta_1} \right), \quad U_\theta = \frac{ur}{t} \frac{\alpha - \theta}{\alpha - \theta_1}$$

여기서, Fig. 1 (d), (e)와 같이 II - 1영역이 없는 경우 ($0 \leq \theta \leq \alpha, r_n \leq r \leq r_r$)는 I영역과 같이 축대칭 변형영역이라 가정하여 다음과 같은 속도장을 얻을 수 있다.

$$U_r = \frac{u}{2t} \left(r - \frac{r_n^2}{r} \right), \quad U_\theta = 0$$

3. 2 필렛영역의 속도장

필렛의 형상은 반경이 일정한 원호로 가정한다. 따라서, 해석하고자 하는 부품의 치형형상과 소재의 형상에 독립적인 속도장을 갖는다.

4) III-1 영역(필렛부 변형영역)

Fig. 1 (a) 의 G J, (e)의 E H에서와 같이 단조중 소

재가 공구벽면에 접하는 영역이므로 공구면에 대하여 법선방향의 속도벡터가 "0" 라는 구속조건을 포함한다. 이 구속조건에 의하여 반경방향 속도성분과 원주방향 속도성분의 관계를 구할 수 있다. 주어진 관계식과 체적일정 조건 및 경계조건을 이용하여 다음과 같은 각 방향의 속도성분을 구할 수 있다.

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{C_{III-1}}{r}, U_\theta = \left(\frac{ur}{2t} + \frac{C_{III-1}}{r} \right) \cot \varphi$$

여기서, C_{III-1} 은 경계조건으로부터 구할 수 있는 적분상수이고 φ 는 공구면에 대한 법선벡터 각도이다. 인벌류우트 스피어기어와 트로코이드 기어의 경우 주어진 구속조건을 만족하는 공구면 법선벡터 각도는 다음과 같이 표현된다.

여기서,

$$\cot \varphi = \frac{(r_f + r_f)^4 - (r^2 - r_f^2)^2 - (r^2 - r_c^2)\{(2r_f + r_c)^2 - r^2\}}{2(r_f + r_f)^2 \sqrt{(r^2 - r_c^2)\{(2r_f + r_c)^2 - r^2\}}}$$

5) III-2 영역(필렛부 안쪽영역)

$\theta = \theta_s$ 일 때 $U_{\theta III-2} = U_{\theta III-1}$ 이고, $\theta = 0$ 일 때 $U_{\theta III-2} = 0$ 이 되도록 원주방향속도성분이 원주방향 좌표 θ 에 따라 선형적으로 변화한다고 가정하면 다음과 같은 각 방향의 속도성분을 얻을 수 있다.

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{C_1}{2r \cdot \theta_s} + \frac{C_{III-1} C_2}{\theta_s r} + \frac{C_{III-2}}{r}$$

$$U_\theta = \frac{\theta}{\theta_s} \left(\frac{ur}{2t} + \frac{C_{III-1}}{r} \right) \cdot \cot \varphi$$

$$C_1 = \frac{1}{2} \sqrt{(r^2 - r_c^2)\{(2r_f + r_c)^2 - r^2\}} + 2r_f^2 \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{(2r_f + r_c)^2 - r^2}}{2\sqrt{r_f(r_f + r_c)}} \right)$$

$$C_2 = \frac{1}{2} (\tan^{-1} A + \tan^{-1} B) + \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{(2r_f + r_c)^2 - r^2}}{2\sqrt{r_f(r_f + r_c)}} \right)$$

$$- \frac{1}{4(r_f + r_f)^2} \sqrt{(r^2 - r_c^2)\{(2r_f + r_c)^2 - r^2\}}$$

$$A = - \frac{(2r_f - r_c) \sqrt{(2r_f + r_c)^2 - r^2} + 4r_f(r_f + r_c)}{r_c(r^2 - r_c^2)}$$

$$B = - \frac{(2r_f - r_c) \sqrt{(2r_f + r_c)^2 - r^2} - 4r_f(r_f + r_c)}{r_c(r^2 - r_c^2)}$$

$$\theta_s = \theta_1 + \theta_f \quad \text{이다.}$$

3. 3 치형영역의 속도장

기어류 부품의 형상은 치형 형상만 다르므로 치형을 표현하는 함수에 의해 속도장을 구성할 수 있다. 인벌류우트 스피어기어, 사다리꼴 스플라인, 세레이션, 각형 스플라인 및 트로코이드 기어에 대한 치형함수에 의해 다음과 같은 속도장을 구할 수 있다.

6) IV-1 영역(치형부 벽면영역)

단조중 소재가 공구벽면과 접하는 영역이다. 구속조건을 만족하도록 반경방향 속도성분과 원주방향 속도성분 사이에 일정한 관계를 부여하는 함수들을 각각의 치형형상에 따라 다음과 같이 구할 수 있다.

- ① 인벌류우트 스피어 기어 : $U_\theta = U_r(\theta - \theta_s + \phi_r)$
- ② 사다리꼴 스플라인 : $U_\theta = U_r \tan \gamma$
- ③ 각형 스플라인 : $U_\theta = U_r \tan x$
- ④ 삼각형 세레이션 : $U_\theta = U_r \tan \gamma$
- ⑤ 원호기어 : $U_\theta = U_r \frac{r^2 - a \cdot b}{\sqrt{(a^2 - r^2)(r^2 - b^2)}}$

여기서,

$$\phi_r = \tan^{-1} \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r_b}, \gamma = \cos^{-1} \frac{\sqrt{r^2 - OO^2 \sin^2 \phi}}{r}, x = \sin^{-1} \left(\frac{r}{r} \sin \theta \right)$$

$a = r_c + M, b = r_c - M$ 이다.

윗 식에서와 같이 인벌류우트 스피어 기어를 제외한 원주방향 속도성분은 모두 반경방향 좌표 r 만의 함수이다. 이러한 관계식과 체적일정조건을 이용하여 각 방향의 속도성분을 구하면 다음과 같다.

① 인벌류우트 스피어 기어 :

$$U_r = \frac{ur}{3t} + \frac{C_{IV-1}}{r^2}, U_\theta = \left(\frac{ur}{3} + \frac{C_{IV-1}}{r^2} \right) (\theta - \theta_s + \phi_r)$$

② 사다리꼴 스플라인 :

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV-1}}{r}, U_\theta = \left(\frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV-1}}{r} \right) \cdot \tan \gamma$$

③ 각형 스플라인 :

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV-1}}{r}, U_\theta = \left(\frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV-1}}{r} \right) \cdot \tan x$$

④ 삼각형 세레이션 :

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV-1}}{r}, U_\theta = \left(\frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV-1}}{r} \right) \cdot \tan \gamma$$

⑤ 원호기어 :

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV-1}}{r}, U_\theta = \left(\frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV-1}}{r} \right) \cdot \frac{r^2 - a \cdot b}{\sqrt{(a^2 - r^2)(r^2 - b^2)}}$$

여기서, C_{IV-1} 는 경계조건으로부터 구할 수 있는 적분 상수이다. 위의 식들에서 보듯이 각각의 기어류 부품에 대한 속도장은 치형의 함수에 따라 반경방향 속도성분과 원주방향 속도성분의 관계식에만 차이가 있다.

7) IV-2 영역(치형부 안쪽영역)

원주방향 속도성분이 원주방향 좌표 θ 의 선형함수가 가정하고 대칭면에서 원주방향 속도성분이 존재하지 않아야 하는 경계조건이 있다. 위의 가정과 경계조건을 이용하여 원주방향 속도성분을 결정한 후 체적일정조건으로부터 반경방향 속도성분을 구하면 다음과 같다.

① 인벌류우트 스피어 기어

$$U_r = \frac{ur}{2t} + C_R \left(\frac{ur}{6t} - \frac{C_{IV-1}}{r^2} \right) + C'_R \left[\frac{u}{3t} \left(\tan^{-1} \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r_b} \frac{r}{2} - \frac{r_b}{2r} \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r_b} \right) + C_{IV-1} \left(\tan^{-1} \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r_b} \frac{1}{r} + \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r^2 r_b} \right) \right] + \frac{C_{IV-2}}{r}$$

$$U_\theta = \frac{\alpha - \theta}{\alpha - (\theta_S + inv\phi_R)} \left(\frac{ur}{3t} + \frac{C_{IV-1}}{r^2} \right) (inv\phi_R + \phi_r)$$

여기서

$$C_R = \frac{inv\phi_R}{\alpha - (\theta_S + inv\phi_R)}, C'_R = \frac{1}{\alpha - (\theta_S + inv\phi_R)}$$

$$C_{IV-2} = \frac{1}{\theta_S} \frac{C''_1}{2t} + \frac{C_{III-1} C''_2}{\theta_S} + C_{III-2} - C_R \left\{ \frac{u r_b^2}{6t} - \frac{C_{IV-1}}{r_b^2} \right\}$$

$$inv\phi_R = \frac{\sqrt{R^2 - r_b^2}}{r_b} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{R^2 - r_b^2}}{r_b}$$

② 사다리꼴 스피라인

$$U_r = \frac{ur}{2t} - \frac{uC_L}{2tr(\beta - \phi)} \sqrt{r^2 - C_L^2} + \frac{C_{IV-1}}{(\beta - \phi)r} \tan^{-1} \left(\frac{a}{\sqrt{r^2 - C_L^2}} \right) + \frac{C_{IV-2}}{r}$$

$$U_\theta = \left(\frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV-1}}{r} \right) \frac{\theta}{\beta - \phi} \tan \gamma$$

여기서, $C_L = \overline{OO'} \cdot \sin \phi$

③ 각형 스피라인

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV-1}}{(\beta - \phi)r} \sin^{-1} \left(\frac{r_r}{r} \sin \beta \right) + \frac{C_{IV-2}}{r} - \frac{u}{2t(\beta - \phi)} \left[\frac{r_r}{r} \sin \beta \sqrt{r^2 - r_r^2 \sin^2 \beta} \right]$$

$$U_\theta = \frac{\theta}{\beta - \phi} \left(\frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV-1}}{r} \right) \cdot \tan \alpha$$

④ 삼각형 세레이션

$$U_r = \frac{ur}{2t} - \frac{uC_L}{2tr(\alpha - \phi)} \sqrt{r^2 - C_L^2} + \frac{C_{IV-1}}{(\alpha - \phi)r} \tan^{-1} \left(\frac{a}{\sqrt{r^2 - C_L^2}} \right) + \frac{C_{IV-2}}{r}$$

$$U_\theta = \left(\frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV-1}}{r} \right) \frac{\theta}{\alpha - \phi} \tan \gamma$$

⑤ 원호기어

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{u C_3}{2tr \phi} + \frac{C_{IV-2}}{r} \cdot \frac{C_4}{\phi} + \frac{C_{VI-1}}{r}$$

$$U_\theta = \frac{\theta}{\phi} \cdot \left(\frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV-2}}{r} \right) \frac{r^2 - a \cdot b}{\sqrt{(a^2 - r^2)(r^2 - b^2)}}$$

여기서

$$C_3 = \frac{\sqrt{(a^2 - r^2)(r^2 - b^2)}}{2} + \frac{(b - a)^2}{2} \sin^{-1} \frac{\sqrt{a^2 - r^2}}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

$$C_4 = \sin^{-1} \sqrt{\frac{a^2 - r^2}{a^2 - b^2}} - \frac{1}{2} (\tan^{-1} C_k - \tan^{-1} D_k)$$

$$C_k = \frac{(b^2 - a^2 - a\sqrt{a^2 - r^2}) \cdot \sqrt{r^2 - b^2}}{b(b^2 - r^2)},$$

$$D_k = \frac{(b^2 - a^2 + a\sqrt{a^2 - r^2}) \cdot \sqrt{r^2 - b^2}}{b(b^2 - r^2)}$$

각 변형영역에 대한 속도장으로써 기어류 부품의 단조에 적용 가능한 속도장을 구성할 경우에 부품과 소재의 형상에 따라 변형영역에 적합한 속도장을 선택한다. 선택된

각 영역의 속도장으로써 기어류 부품의 단조에 적용가능한 동적 가용속도장을 얻을 수 있다.

4. 결과 및 고찰

내부에 치형 형상을 갖는 금형과 주위에 치가 가공된 편치 그리고 증공 및 증실 소재를 사용하여 여러 가지 기어류 부품의 단조에 적용 가능한 동적 가용속도장을 구성할 수 있는 방법을 제시하였다. 본 연구에서는 제시된 속도장 구성법을 기어류 부품(인벌류우트 스퍼어기어, 사다리꼴 스플라인, 각형 스플라인, 세레이션, 트로코이드 기어)에 적용하여 동적 가용속도장을 유도하였으며 유도된 속도장으로써 부품의 형상에 따라 선택적 해석이 가능한 수치해석용 프로그램을 작성하고 단조 상계해석을 수행하였다. 각형 스플라인의 경우 한국 공업규격(KS B 2006 (1977))에 제시된 것을 해석하였고, 인벌류우트 스퍼어 기어의 압력각은 일반적으로 사용되는 20°를 사용하였다. 실험에 사용한 소재는 시판되는 Al 2024와 Al 2218이며 가공경화를 고려할 경우 Al 2024는 식(2)⁽¹⁰⁾를 사용하고 Al 2218은 Fig. 2의 압축 시험으로부터 구한 유동응력을 사용하였다. 실험에 사용한 소재는 열처리 후 인산염 피막처리를 하고 단조 실험시 윤활의 효과를 높이기 위하여 분무식 이황화몰리브덴(molybdenum disulfide, MoS₂)을 소재 전표면에 도포하였다.

$$\bar{\sigma} = 358.0\bar{\epsilon}^{0.156} \quad (2)$$

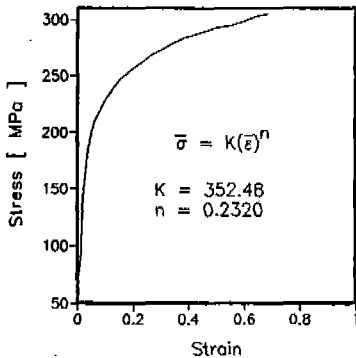
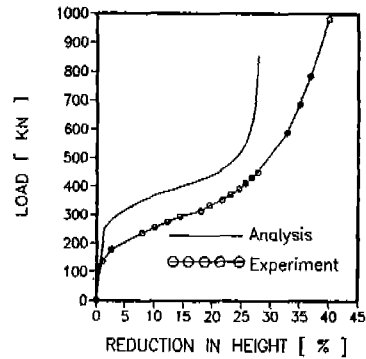


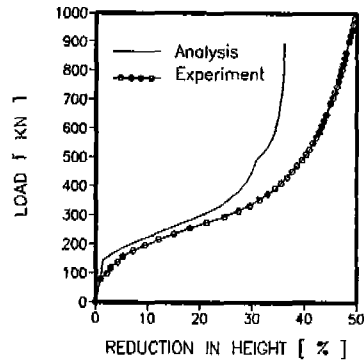
Fig. 2 Stress-strain curve by compression test with aluminum alloy Al 2218

Fig. 3 ~ Fig. 5는 증공 및 증실 소재를 사용하여 잇수가 15개인 인벌류우트 스퍼어기어, 잇수가 12개인 사다리꼴 스플라인과 트로코이드 기어의 단조시 이론해석과 실험의 하중값을 압하율에 따라 나타낸 것이다. 단조 최종상태에서 세가지 모두 제시한 속도장으로부터 구한 상계해가 실험치 보다 큰 하중을 예측한다. 이것은 제시한 속도장으로부터 구한 해가 상계해로서 타당성을 가지며 실제 단조에 적용시 단조장비의 능력을 결정하는데 유용하다는 것을 나타낸다. 따라서, 제시된 기어류 부품의 단조 상계해를 위한 속도장 구성법은 단조하중의 예측에 필요한 속도장을 구성하는데 효과적인 방법이라 생각한다.

증실보다 증공 소재의 하중이 낮은 것은 단조 진행중 소재가 유동할 수 있는 공간이 증실 보다 증공 소재의 경우가 많아 유동이 더 자유롭기 때문이며 소재가 유동할



(a) solid involute gear



(b) hollow involute gear

Fig. 3 Comparison of load between analysis and experiment for involute spur gear

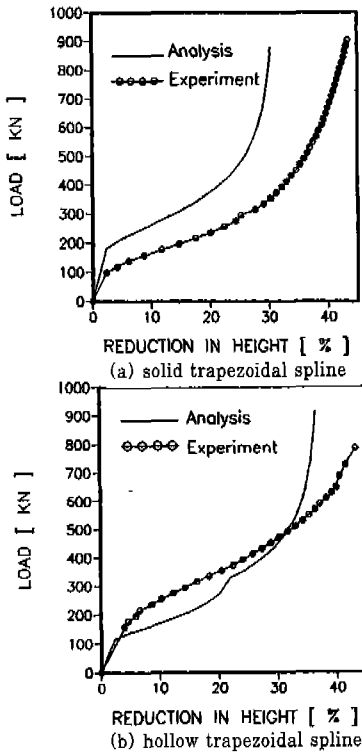


Fig. 4 Comparison of load between analysis and experiment for trapezoidal spline

수 있는 공간이 많음으로 인하여 단조가 완료되는 시점의 압하율도 중실 소재보다 중공 소재가 크다고 생각된다. 중공소재의 내경변화는 제시한 속도장으로 잘 예측된다. 실험의 압하율이 이론해석보다 크게 나타나고 있는 이유는 두가지로 볼 수 있다. 첫째, 단조 장비의 탄성변형량과 이론해석과 실제의 소재차이 즉, 이론해석에서는 소재를 강소성체로 가정하였으나 실제로는 탄성영역이 존재하는 것 때문이다. 둘째, 편치와 다이사이의 틈새를 통한 후방 압출형태의 소재유동 때문이라 생각된다. 이러한 유동이 실험과 이론해석에 있어 압하율의 차이에 지배적인 영향을 미친다고 생각된다. 축방향으로 돌출된 플래쉬(flash) 형상으로 나타나는 후방압출형태의 소재유동은 금형의 치끝부에서 먼저 발생하여 단조가 진행됨에 따라 치저부로 전파된다. 이와 같은 플래쉬의 형성은 제시한 속도장 구성법으로는 해결할 수 없다.

Fig. 6은 중공 소재를 사용하여 잇수가 15개인 인벌류우트 스퍼어기어를 단조할 경우 소재의 내경 변화를 압하율에 따라 나타낸 것이다. 중립면의 위치 및 형상에 의해

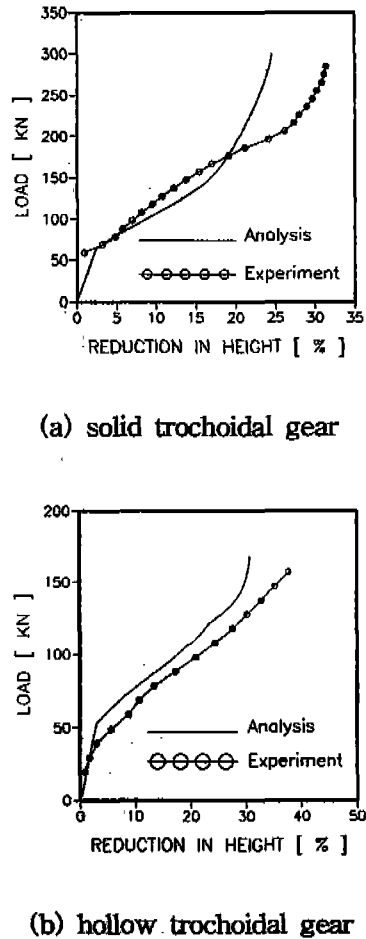


Fig. 5 Comparison of load between analysis and experiment for trochoidal gear

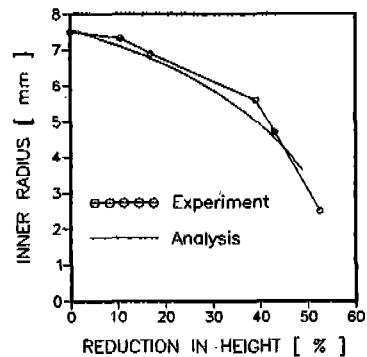


Fig. 6 Variations of inner and neutral radius during forging of involute spur gear with hollow billet

결정되는 내경변화에 있어 이론해석에 의한 예측이 실험과 잘 일치한다. 따라서, 중립면을 원호로 가정하고 그 위치를 수치해석으로 찾는 것은 잇수가 15개인 인벌류우트 스퍼어기어의 단조에서는 타당하다고 생각되며 이론해석에서 구한 중립면의 위치가 실제와 잘 맞다고 생각된다. 또한, 초기 소재의 내경에 대한 외경의 비가 작으면 단조 중 내경이 소재의 유동에 의해 완전히 채워져서 Fig. 7과 같이 증공 소재를 사용한 경우의 최종제품의 형상이 증실 소재에 의한 단조 최종제품의 형상과 일치하게 된다. Fig. 3 ~ Fig. 5와 같이 증실 소재 보다 증공소재가 단조 최종하중이 낮으므로 소재내경의 증가에 따라 단조하중이 감소할 것이라 예상된다. 따라서, 최종상태의 하중을 낮추고 단조된 기어를 축에 결합하기 위해서는 좌굴이 발생하지 않는 범위내에서 최대한 큰 내경의 소재를 사용하여 단조하는 것이 유리하다고 생각된다.

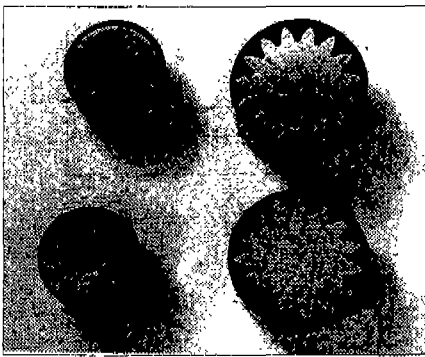


Fig. 7 Photographs of forged solid and hollow spur gear

Fig. 8은 잇수가 6개인 각형 스플라인의 단조에 있어서 증실 및 증공 소재를 사용할 경우의 이론해석과 실험의 하중치를 비교한 것으로 단조 초기에는 이론해석치가 실험치 보다 높게 나타남으로서 실제에 적용 가능하지만 단조가 진행되어 압축율이 일정한 정도에 이르면 이론해석에 의한 단조하중이 실험보다 낮아져서 상계해로서의 가치가 상실된다. 이것은 실제 단조에서는 금형 벽면과 소재사이의 마찰에 의해 치형 측면의 소재보다 중심부의 소재가 먼저 치형의 끝에 닿고 그 후로는 금형의 벽면에 접촉한 소재가 압축이 되어 하중이 증가하기 때문이라 생각된다. 특히, 각형 스플라인과 같이 치형의 높이 대 폭의

비(height/width, h/w)가 작은 경우는 이러한 현상이 더욱 심하게 나타난다. 그러나, 본 연구에서 제시한 속도장을 사용한 이론해석에서는 단조 진행에 따른 치형 부분을 채우는 소재의 형상이 치형 측면과 중심부가 동시에 치형의 끝에 닿는 원호로 가정함에 따라 실제에서 발생하는 현상을 해석할 수 없기 때문이라 생각된다. 따라서, 단조 중 치형부분을 채우는 자유면의 형상을 원호로 가정할 경우 인벌류우트 스퍼어기어, 사다리꼴 스플라인, 트로코이드 기어와 같이 치형의 높이 대 폭의 비(h/w)가 큰 것은 실제와 잘 맞으나 각형 스플라인과 같이 h/w가 작은 경우는 최종상태에서 실제보다 낮은 하중을 예측하므로 상계해로서 타당성이 없다고 생각한다.

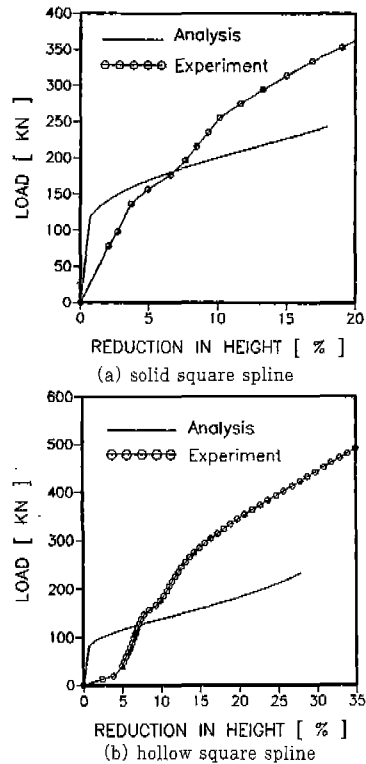


Fig. 8 Comparison of load between analysis and experiment for square spline

Fig. 9에는 증공 소재를 사용하여 잇수가 6개인 각형 스플라인의 단조 실험에서 각 단계별로 단조된 각형 스플라인의 형상을 나타내었다. 단조가 진행되면서 중심부로 소재유동에 의해 내경이 감소하여 1/2피치의 대칭면에 해당되는 부분에서 내경 표면에 크랙이 발생하는 것을

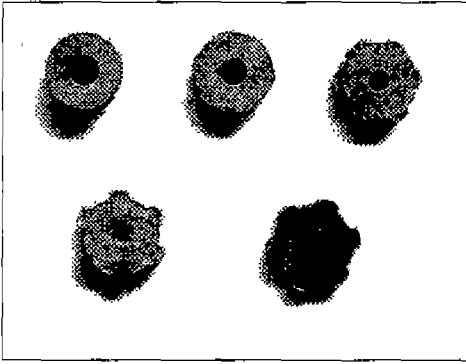


Fig. 9 Photographs of forged square spline spline for each step

볼 수 있다. 잇수가 적은 경우 중립면의 형상은 원호가 아닌 $1/2$ 피치의 대칭면이 정점(apex)이 되고 잇수와 같은 정점의 개수를 갖는 다각형이 된다. 이러한 정점에서의 응력집중현상으로 인하여 내부 표면에 크랙이 발생한다고 생각된다. 따라서, 중공소재를 사용하여 기어류 부품을 단조할 경우 잇수가 많은 경우는 실험과 상계해가 잘 맞으나 잇수가 적은 부품의 단조의 경우 제시한 속도장 구성법으로써 동적 가용속도장은 구성할 수 있으나 중립면을 원호로 가정하는 것은 적합치 않다고 생각되며 제시한 속도장 구성법은 잇수가 적은 경우 적합치 않은 방법이라 생각된다. 따라서, 부품의 형상비에 따라 중립면을 원호로 가정할 수 있는 잇수의 한계치를 찾는 연구가 필요할 것이다. 또한, 그림과 같이 치 끝에 닿은 소재가 압축되면서 강제영역(dead metal zone)이 발생하여 다이의 코너부에서 소재가 금형의 공간을 완전히 채우지 못한다. 따라서, 다른 기어류 부품과는 달리 치형의 높이 대 폭의 비가 작은 각형 스플라인을 소성가공할 경우 단조보다 압출에 의한 방법이 금형의 공간을 채우는데 더 효과적이라 생각한다.

후 기

본 논문은 정밀·정형 및 금형가공연구소(NSDM for ERC)의 연구비 지원에 의해 연구되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

5. 결 론

원통형 주위에 일정한 간격으로 돌출된 치형을 갖는 기어류 부품의 단조에 관한 영역분할, 속도장 구성법, 구속

및 경계조건과 같은 속도장 구성법을 제시하였다. 제시된 방법을 사용하여 인벌류우트 스피어 기어, 사다리꼴 스플라인, 세레이션, 각형 스플라인 및 트로코이드 기어의 단조에 적용하여 각각의 동적 가용속도장을 유도하여 상계 해석을 하고 알루미늄 소재를 이용한 실험과 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 기어류 부품의 단조에 적용 가능한 속도장 구성법을 제시하고 한 개의 수치해석 프로그램을 사용하여 스피어 기어, 스플라인, 세레이션 등 여러 가지 기어류 부품과 중공 및 중실소재 등과 같은 소재형상에 적용한 결과 각 형상에 대한 동적 가용속도장을 기본 적인 속도장의 조합에 의하여 얻을 수 있었다.

2. 치형의 높이 대 폭의 비가 클 경우 제시한 속도장에 의해 구해진 상계해는 실험과 잘 일치하여 실제 단조하중 예측에 유용하지만 치형의 높이 대 폭의 비가 작은 경우 제시한 속도장으로부터 구한해는 실제 단조하중을 예측하는데 유용하지 못하며 치형의 높이 대 폭의 비가 작은 각형 스플라인과 같은 부품을 소성가공할 경우는 단조에 의한 가공방법보다 압출이 효과적이다.

3. 단조하고자 하는 기어류 부품의 잇수가 많을 경우 중립면을 원호로 가정하는 것은 타당하며 잇수가 적은 경우 중립면의 형상은 잇수와 동일한 꼭지점의 개수를 갖는 다각형이 된다. 향후 기어류 부품의 형상비에 따라 중립면을 원호로 가정할 수 있는 한계 잇수를 찾는 연구가 필요하다.

4. 각형 스플라인과 같이 치형의 높이 대 폭의 비가 작은 것은 치형부분을 채우는 소재의 외각 형상을 소재 중심부가 측면보다 빠르게 진행되는 것으로 가정하여 해석하는 것이 실제 단조하중 예측에 있어 타당하다.

참 고 문 헌

1. 조해용, 최재찬, 최중용, 민규식, "중공소재의 내경 변화에 따른 스피어기어 단조에 관한 연구", 한국소성가공학회지, 제 4 권, 제 3 호, pp. 257 ~ 266, 1995.
2. 조해용, 최중용, 민규식, "중공 및 중실소재를 이용한 스플라인 단조에 관한 연구", 한국정밀공학회지, 제13 권, 제 1 호, pp. 108 ~ 115, 1996.
3. 최재찬, 김창호, 허관도, 최영, "중공소재에 의한 스피어 기어의 냉간 단조에 관한 연구", 한국정밀

- 공학회지, 제 12 권, 제 8 호, pp. 63 ~ 72, 1995.
4. K. Ohga, K. Kondo and T. Jitsunari, "Research on precision Die Forging Utilizing Divided Flow", Bulletin of the JSME, Vol. 28, No. 244, pp. 2451~2459, 1985.
 5. K. Kondo, T. Jitsunari and K. Ohga, "Investigation on Cold Die Forging of a Gear Utilizing Divided Flow", Bulletin of JSME, Vol. 28, No. 244, pp. 2442~2450, 1985.
 6. M. Kiuchi, "Complex Simulation System of Forging Based on UBET", Annals of the CIRP, Vol. 35/1, pp. 147 ~150, 1986.
 7. D. K. Kim, "Upper Bound Analysis of the Square Die Extrusion of Non-Axisymmetric Section", Ph. D Dissertation, 1996.
 8. M. Kiuchi, T. Muramatsu and T. Imai, "Analysis on Non-Axisymmetric Complex Forging", J. of the JSTP, Vol. 30, No. 342, pp. 997 ~ 1003, 1989.
 9. 최재찬, 허관도, 김창호, 최종용, "스피어 기어의 밀폐 단조에 관한 상계해석", 한국정밀공학회지, 제 11 권, 제 4 호, pp. 26 ~ 37, 1994.
 10. D. Y. Yang, "Investigation in to Non-Steady State 3-Dimensional Extrusion of a Trochoidal Helical Gear by Rigid Plastic Finite Element Method", Annals of the CIRP, Vol. 13/1, pp. 229 ~ 233, 1994.