

# 미지 부하 질량을 갖는 유연 링크 로봇의 $H_\infty$ 자기 동조 제어

한기봉\*, 이시복\*\*

## $H_\infty$ Self-Tuning Control of a Flexible Link Robot with Unknown Payload

Ki-Bong Han\*, Shi-Bok Lee\*\*

### ABSTRACT

A  $H_\infty$  self-tuning control scheme for the tip position of a flexible link robot handling unknown loads is presented here. The scheme essentially comprises a recursive least-squares identification algorithm and  $H_\infty$  self-tuning controller. The  $H_\infty$  control law is designed to be robust to uncertain parameters and the self-tuning action provides adaption to unknown parameters. Through numerical study, the performance comparison of the  $H_\infty$  self-tuning controller with a constant gain  $H_\infty$  controller as well as a LQG self-tuning controller clearly shows its superior ability in handling load changes in quiescent states.

**Key Words :** Flexible link robot(유연 링크 로봇), Recursive least-squares identification(회기 최소 제곱 동정),  $H_\infty$  self-tuning controller( $H_\infty$  자기 동조 제어기), LQG self-tuning controller (LQG 자기 동조 제어기)

### 1. 서론

최근에 산업용 또는 우주선 로봇 팔처럼 중량이 가벼운 고성능 로봇 팔에 관심을 갖게 되었다. 경량화된 로봇 팔은 시스템의 신속한 응답 및 동력 절감과 소형 구동기로 직접 구동할 수 있는 잇점을 가진다. 그러나 경량화된 로봇 팔은 고속으로 동작하는 동안 굽힘 변형으로 인한 진동 때문에 기존 강체 로봇 팔보다 복잡한 동특성을 가지며 구동점에 적당한 토크를 가하여 끝단의 위치를 제어하는데 어려움이 많다. 또한 직접 구동방식에서 끝점의 부

하 변동에 대한 제어 성능의 민감성이 크다.

이런 문제점들을 해결하기 위해서 유연 링크 모형화에 관한 연구<sup>(1),(2)</sup>, 구동기와 측정 위치가 동일하지 않은 유연 링크 로봇의 궤적 제어를 위한 시간역에서의 역 동역학 기법<sup>(3)</sup>, 최적 제어 기법을 이용한 방법 등의 제어기 설계에 대한 연구가 활발하게 이루어지고 있다<sup>(4),(5)</sup>. 직접 구동방식에서 끝점의 부하 변동에 대한 제어 성능은 큰 민감성을 가지기 때문에 적응 제어 기법을 사용하여 제어하는 것이 유용하다. Nelson과 Mitra<sup>(6)</sup>는 미지의 고정된 부하 질량을 가진 유연 링크에 대하여 최적 제어 기법을

\* 부산대학교 대학원 기계설계공학과  
 \*\* 부산대학교 기계설계공학과, 기계기술연구소 (정회원)

이용한 자기 동조 제어기(self-tuning controller)를 설계하였고, 미지의 부하 질량에 대한 동정(identification)은 최속 강하(steepest descent)알고리즘을 사용하였다. 이 방법은 시스템을 동정할 때 오차가 발생하는데, 이것에 대한 강인성을 부여하지 않았다. Nemir<sup>(7)</sup>는 자기 동조 제어기로 유연 링크 로봇을 제어 하였다. 여기서도 고정된 부하 질량에 국한시켰다. Yang<sup>(8)</sup>은 극점 배치 기법을 이용한 자기 동조 제어기를 설계하였는데, 부하 질량을 부가시킬 때는 진동이 발생하지 않으나 부하 질량을 제거하는 순간에 미소 진동이 발생함과 동시에 기준 입력이 변화할 때도 오버슈트가 발생하고 있다.

본 연구에서는  $H_{\infty}$  최적 제어와 시스템 동정으로 구성된 자기 동조 제어기를 설계하여<sup>(9)</sup>, 평면에서 움직이는 유연 링크 로봇에 적용하였다. 끝단에 여러 가지 미지 부하 질량을 부가하여 임의의 위치로 운반하는 유연 링크 로봇의 끝점 위치를 제어하였다.  $H_{\infty}$  최적 제어기는 시스템 동정에 의해 생기는 오차를 극복하여 부하 질량과 기준 입력이 변할 때 미소 진동과 오버슈트를 감소시키고, 회기 최소 제곱 동정(recursive least squares identification)법은 플랜트의 부하 질량이 변동할 때 시스템 매개변수를 추정한다. 설계된  $H_{\infty}$  최적 자기 동조 제어기 제어 성능을 LQG 자기 동조 제어기와 비교, 검토하였다.

## 2. 유연 링크 로봇 모형

Fig. 1은 평면에서 작동하는 1관절 유연 링크 로봇을 나타낸다. 서보 모터에 의해 발생되는 토크  $T(t)$ 가 팔 관절  $O$ 에 입력되고, 관절각  $\theta$ 와 유연 링크 로봇 끝 점의 처짐  $w(l, t)$ 가 출력된다. 한쪽 단은 고정되고, 다른 한쪽은 자유단인 외팔보로 가정한 유연 링크에 대하여 운동 방정식을 구하였다<sup>(10)</sup>. 링크의 탄성 변형  $w(x, t)$ 는 다음과 같이 고유 모드  $\Phi_i(x)$ 와 조화 진동  $q_i(t)$ 의 선형 결합으로 가정하였다.

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t)\phi_i(x) \quad (1)$$

Lagrange 식을 이용하여  $n$  차 진동 모드까지 고려한 운동방정식을 구하고, 고차항을 무시하여 선형화 하였다.

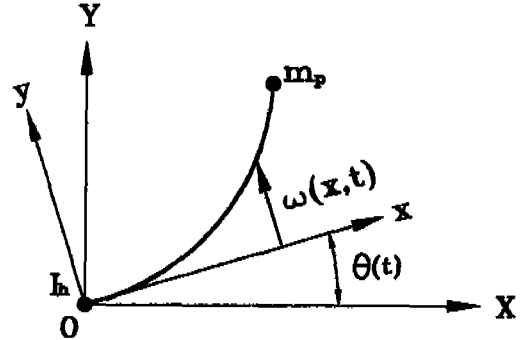


Fig. 1 Schematic diagram of an one-link flexible manipulator

선형화된 운동 방정식을 1차 진동 모드까지 고려하여 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{z}(t)\} + [C]\{\dot{z}(t)\} + [K]\{z(t)\} &= \{T(t)\} \\ y(t) &= \{1 \ \phi_1\}z(t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $[M]$ 은 계의 관성행렬,  $[C]$ 는 계의 감쇠행렬,  $[K]$ 는 계의 강성행렬이며,  $\{z(t)\}$ 는  $\{\theta(t) \ q_1(t)\}^T$  이고,  $y(t)$ 는 출력이다. 식(2)을 상태 방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_p x(t) + B_p u(t) \\ y(t) &= C_p x(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $A_p, B_p, C_p, x(t)$ 는 다음과 같다.

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} \quad C_p = [1 \ \Phi_1 \ (1) \ 0 \ 0]$$

$$x(t) = \{\theta(t) \ q_1(t) \ \dot{\theta}(t) \ \dot{q}_1(t)\}^T$$

식(3)을 전달 함수로 나타내면 다음과 같다.

$$G(s) = C_p(sI - A_p)^{-1}B_p \quad (4)$$

식(4)를 영차 홀더(zero-order-holder)법을 이용하여, 이산 전달 함수로 나타내면 다음과 같다.

$$G(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (5)$$

먼저 자기 동조 제어를 설계하기 위하여 플랜트 모형의 차수를 결정해야 한다. 플랜트 모형의 차수를 너무 낮게 선택하면 유연 링크 로봇의 동특성과 오차가 크기 때문에 원하는 제어를 적절히 할 수 없다. 그러나 플랜트 모형의 차수가 높으면 제어를 수행하는 데에 계산량이 많고, 샘플링 시간도 작게 잡아야 한다. 본 논문에서는 플랜트 차수를 4차로 하고, 제어기의 주파수 대역폭과 플랜트를 고려하여 샘플링 시간을 1msec로 하였다. 식(5)에서  $B(z^{-1})$  와  $A(z^{-1})$  는 다음과 같다.

$$B(z^{-1}) = b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3} + b_4z^{-4}$$

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3} + a_4z^{-4}$$

### 3. $H_\infty$ 자기 동조 제어기

먼저 주파수 역에서  $H_\infty$  제어기는 플랜트의 전달 함수 모델을 기초로 하고, LQG 제어 기법과  $H_\infty$  제어 기법 사이의 관계식 그리고 Wiener-Hopf 기법<sup>(11)</sup>을 이용하여 설계한다. 다음에 회기 최소 제곱 동정법을 이용하여 자기 동조 제어 알고리즘을 설계한다. Fig. 2는 피드백 제어 시스템을 나타낸다. 기준 입력  $r$ , 제어 입력  $u$ , 출력  $y$ , 기준 입력과 출력 사이의 오차  $e$ 는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$u = M(r - d) \tag{6}$$

$$y = WM(r) + (1 - WM)d$$

$$= WSC_o(r) + Sd \tag{7}$$

$$e = r - y = (1 - WM)(r - d)$$

$$= S(r - d) \tag{8}$$

여기서  $W, S, M, C_o$ 는 각각 플랜트 전달 함수, 감도(sensitivity) 전달 함수, 제어 감도(control sensitivity) 전달 함수, 보상기 전달 함수이다.

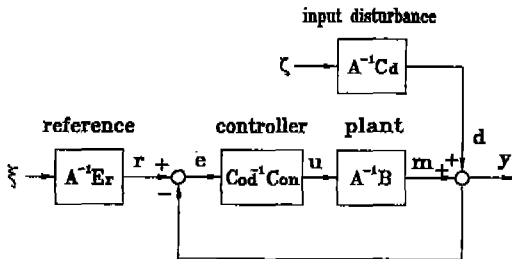


Fig. 2 Output feedback control system

### 3.1 LQG 제어기 설계

제어기 설계에 필요한 성능 지수를 다음과 같이 둔다.

$$J = \frac{1}{2\pi j} \oint_{|z|=1} X(z^{-1}) \frac{dz}{z} \tag{9}$$

식(9)에서  $X(z^{-1})$  는 다음과 같다.

$$X(z^{-1}) = Q_c \Phi_{ee} + G_c \Phi_{ue} + \Phi_{eu} G_c^* + R_c \Phi_{uu} \tag{10}$$

여기서 상첨자 \*는 어드조인트(adjoint)이고,

$$Q_c, G_c, R_c \text{ 는 각각 } \frac{B_q^* B_q}{A_q^* A_q}, \frac{B_r^* B_r}{A_q^* A_q}, \frac{B_q^* B_r}{A_q^* A_q} \text{ 를}$$

나타낸다. 식(10)에서

$$\Phi_{uu} = S \Phi_{cc} S^* \tag{11}$$

$$\Phi_{ee} = M \Phi_{cc} M^*$$

$$\Phi_{ue} = M^* \Phi_{cc} S$$

이고, 여기서  $\Phi_{uu}, \Phi_{ee}, \Phi_{ue}$  는 각각 제어력에 대한 스펙트럼, 기준 입력과 출력 사이의 오차에 대한 스펙트럼 제어력, 오차의 곱에 대한 스펙트럼을 나타낸다. 식(11)에서  $S = 1 + WM$  이고,  $\Phi_{cc}$  는 다음과 같다.

$$\Phi_{cc} = A^{-1} C_d C_d^* A^{-1} = Y_f Y_f^* = A^{-1} D_f D_f^* A^{-1} \tag{12}$$

여기서  $\Phi_{cc}$  는 외란에 대한 스펙트럼을 나타낸다. 식(10)은 다음과 같이 표현된다.

$$X(z^{-1}) = Y^* \{ M^* (W^* Q_c W + R_c - W^* G_c - G_c^* W) + Q_c - M^* W^* Q_c - Q_c W M + M G_c + M^* G_c^* \} Y_f$$

$$= Y_f^* \{ [Y_c M - Y_c^{-1} (Q_c W - G_c)]^* \{ Y_c M - Y_c^{-1} (Q_c W - G_c) \} - (Q_c W - G_c) Y_c^{-1} Y_c^{-1} (Q_c W - G_c)^* + Q_c \} Y_f$$

식(13)에서 마지막 2개 항은 제어 감도  $M$ 과 상관없기 때문에 무시하고, 첫번째 항에서  $Y_c^{-1} (Q_c W - G_c)^* + Q_c Y_f$  를 전개하면 다음과 같다.

$$Y_c^{-1} (Q_c W - G_c)^* + Q_c Y_f$$

$$= \frac{D_f B_q L^*}{D_c^* A_q A} = \frac{G}{A_q A} + \frac{F z^g}{D_c^*} \tag{14}$$

여기서  $D_c, Y_c, L$  은 다음과 같다.

$$D_c = B_q B - B_r A$$

$$Y_c = \frac{D_c}{A_q A}$$

$$L = B_q B - B_r A$$

식(14)를 디아폰틴(Diopantine)식으로 나타내면 다음과 같다.

$$D_c^* G_z^{-g} + F A A_q = L^* D_f B_q z^{-g} \quad (15)$$

여기서  $g$ 는  $L$  다항식의 차수이다. 식(14)에서 코절(causal)부분의 함수는 다음과 같다.

$$\{Y_c^{*-1} (W^* Q_c^* - G_c^*) Y_f\}_+ = \frac{G}{A_q A} \quad (16)$$

성능 지수  $J$ 는 Wiener-Hopf 기법을 적용하여 최소화되고,  $Y_c M Y_f = \frac{G}{A_q A}$  일 때  $J$ 가 최소값을 갖는다.  $J$ 가 최소가 될 때 식(13)의 첫 번째 항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y_c M Y_f - Y_c^{*-1} (Q_c W - G_c) Y_f = \frac{D_c D_f C_{on} - G(AC_{od} + BC_{on})}{AA_q(AC_{od} + BC_{on})} - \frac{Fz^g}{D_c^*} \quad (17)$$

여기서  $C_{on}$  과  $C_{od}$  는 보상기  $C_o$ 의 분자와 분모의 다항식이다. 식(17)을 이용하여 또 다른 디아폰틴식을 구하면 다음과 같다.

$$D_c^* H z^{-g} - F A_q B = -L^* B_r D_f z^{-g} \quad (18)$$

디아폰틴식(15)와 식(18)을 간단하게 하기 위해서  $F, L_2, D_c$  를 각각 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$L = L_1 L_2, \quad F = F_2 L_1^* z^{-n_1} \\ D_c = L_1 L_2^* z^{n_2}, \quad L_2^* = L_{2s} z^{n_2} \quad (19)$$

여기서  $L_1$ 은 스트릭틀리 최소 위상(strictly minimum phase)이고  $L_2$ 는 비 최소 위상이다.  $L_{2s}$ 는 슈(Schur)다

항식이고,  $n_1, n_2$ 는 각각  $L_1, L_2$ 다항식의 차수이다.  $D_c$ 와  $D_f$ 는 스트릭틀리 슈 다항식(strictly Schur polynomials)이다. 식(19)를 식(15)와 식(18)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$L_2 G + F_2 A_q A = L_{2s} B_q D_f \quad (20)$$

$$L_2 H + F_2 A_q B = -L_{2s} B_r D_f$$

성능 지수  $J$ 를 최소화하기 위해서는 식(17)의 첫 번째 항이 0이 되어야 한다. 따라서 성능 지수  $J$ 를 최소화시키는 보상기의 전달 함수  $C_o$ 를 구하면 다음과 같다.

$$C_o = \frac{G}{H} \quad (21)$$

### 3.2 $H_\infty$ 제어기 설계

$H_\infty$ 제어기와 LQG 제어기 사이의 관계식을 살펴보면 다음과 같다.  $H_\infty$ 제어기는 하디 공간(Hardy space)상의 문제이고, LQG는  $l_2$ 공간(Hilbert space)상의 문제이다.

먼저 LQG 제어기 설계시에 성능 지수  $J_{LQG}$ 를 다음과 같이 둔다.

$$J_{LQG} = \frac{1}{2\pi j} \oint_{|z|=1} \{X(z^{-1})\Sigma(z^{-1})\} \frac{dz}{z} \quad (22)$$

여기서  $\Sigma(z^{-1})$ 는 다음과 같이 가정한다.

$$\Sigma(z^{-1}) = \Sigma(z^{-1})^* > 0$$

성능 지수  $J_{LQG}$ 를 최소화하면  $X(z^{-1})$ 의 값은 다음과 같다.

$$X(z^{-1}) = \lambda^2 I \quad (23)$$

다음은  $H_\infty$ 제어기 설계에 필요한 성능 지수를 다음과 같이 둔다.

$$J_\infty = \|X(z^{-1})\|_\infty \quad (24)$$

여기서  $J_\infty$ 를 최소화할 때  $X(z^{-1})$ 값과 식(22)에서  $J_{LQG}$ 를 최소화 할 때  $X(z^{-1})$ 값이 같다. 따라서 식(24)대신에 식(22)를 계산하여도 결과는 같다<sup>(12)</sup>. 식(22)는 다음과 같이 표현된다.

$$J_{LQG} = \frac{1}{2\pi j} \oint_{|z|=1} \frac{Y_f B_\sigma^*}{A_\sigma} \left[ \{Y_c M - Y_c^{*-1}(Q_c W - G_c)\}^* \cdot \{Y_c M - Y_c^{*-1}(Q_c W - G_c)\} - (Q_c W - G_c) Y_c^{-1} \cdot \{Y_c^{*-1}(Q_c W - G_c)\}^* + Q_c \right] \frac{Y_f B_\sigma dz}{A_\sigma z} \quad (25)$$

식(25)에서 마지막 2개의 항은 제어 감도 M과 상관없기 때문에 무시하고, 첫 번째 항에서  $Y_c^{*-1}(Q_c W - G_c)^* \frac{Y_f B_\sigma}{A_\sigma}$  를 전개하면 다음과 같다.

$$Y_c^{*-1}(Q_c W - G_c)^* \frac{Y_f B_\sigma}{A_\sigma} = \frac{D_f B_q L^* B_\sigma}{D_c^* A_q A A_\sigma} = \frac{G_1}{A_q A A_\sigma} + \frac{F_1 z^\xi}{D_c^*} \quad (26)$$

식(26)을 디아폰틴식으로 나타내면 다음과 같다.

$$D_c^* G_1 z^{-\xi} + F_1 A A_q A_\sigma = L^* D_f B_q B_\sigma z^{-\xi} \quad (27)$$

여기서  $\Sigma(z^{-1})$  는  $\frac{B_\sigma^* B_\sigma}{A_\sigma^* A_\sigma}$  이다.

식(26)에서 코철 부분의 함수는 다음과 같다.

$$\left\{ Y_c^{*-1}(W^* Q_c^* - G_c^*) \frac{Y_f B_\sigma}{A_\sigma} \right\}_+ = \frac{G_1}{A_q A A_\sigma} \quad (28)$$

성능 지수  $J_{LQG}$  값을 Wiener-Hopf 기법을 적용하여 최소화하고,  $Y_c M Y_f \frac{B_\sigma}{A_\sigma} = \frac{G_1}{A_q A A_\sigma}$  일 때  $J_{LQG}$ 가 최소값을 갖는다.

$J_{LQG}$ 가 최소가 될 때 식(25)의 첫 번째 항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y_c M Y_f \frac{B_\sigma}{A_\sigma} = Y_c^{*-1}(Q_c W - G_c)^* Y_f \frac{B_\sigma}{A_\sigma} = \frac{D_c D_f C_{on} - G(AC_{od} + BC_{on})}{AA_q A_\sigma (AC_{od} + BC_{on})} - \frac{Fz^\xi}{D_c^*} \quad (29)$$

여기서  $C_{on}$ 과  $C_{od}$ 는 보상기  $C_o$ 의 분자와 분모의 다항식이다. 식(29)를 이용하여, 또 다른 디아폰틴식을 구하면 다음과 같다.

$$D_c^* H_1 z^{-\xi} - F_1 A_q B A_\sigma = -L^* B_f D_f B_\sigma z^{-\xi} \quad (30)$$

식(27)과 식(30)에서 아래와 같은 식이 유도된다.

$$L_2 N_1 + F_1 \lambda L_{2s} = F_{1s} F_2 \quad (31)$$

여기서  $\min\{J_\infty\} = \lambda^2$  을 이용하여  $A_\sigma$  와  $B_\sigma$  를 구하면 다음과 같다.

$$A_\sigma = \lambda D_c D_f, B_\sigma = F_{1s} \quad (32)$$

식(27), 식(29), 식(30), 식(31)을 이용하여 보상기의 전달 함수를 구하면 다음과 같다.

$$C_o = (H_2 + KB)^{-1}(G_2 - KA) \quad (33)$$

여기서  $K$ 는 점진적 안정이고 다음과 같다.

$$K = F_{1s}^{-1} N_1 A_q$$

본 연구에서는  $A_q, B_q, B_r$  값을 다음과 같이 하였다.

$$A_q = [1 + 0.8z^{-1}] \\ B_q = [1 + 0.999z^{-1}] \\ B_r = 0.9[1 + 0.485z^{-1}]$$

### 3.3 시스템 동정 및 자기 동조 제어기 구성

회기 최소 제곱 동정법을 이용하여 제어기 설계에 사용된 시스템 매개변수  $\hat{a}_i$  와  $\hat{b}_i$  를 다음과 같이 추정하였다.

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + L(t)[y(t)\Phi^T(t)\hat{\theta}(t-1)] \quad (34)$$

식(34)에서  $L(t)$ 는 다음과 같다.

$$L(t) = \frac{P(t-1)\Phi(t)}{\lambda(t) + \Phi^T(t)P(t-1)\Phi(t)} \quad (35)$$

식(35)에서  $P(t)$ 는 다음과 같다.

$$P(t) = \frac{P(t-1) - \frac{P(t-1)\Phi(t)\Phi^T(t)P(t-1)}{\lambda(t) + \Phi^T(t)P(t-1)\Phi(t)}}{\lambda(t)} \quad (36)$$

식(36)에서  $\hat{\theta}(t)$ 와  $\Phi(t-1)$ 는 다음과 같다.

$$\hat{\theta}(t) = [-\hat{a}_1(t), -\hat{a}_2(t), -\hat{a}_3(t), -\hat{a}_4(t), \hat{b}_1(t), \hat{b}_2(t), \hat{b}_3(t), \hat{b}_4(t)]^T \quad (37)$$

$$\Phi(t-1) = [y(t-1), y(t-2), y(t-3), y(t-4), u(t-1), u(t-2), u(t-3), u(t-4)]^T \quad (38)$$

시스템 동정 이전 단계 오차  $\varepsilon(t)$ 는 다음과 같다.

$$\varepsilon(t) = y(t) - \Phi(t-1)^T \hat{\theta}(t-1) \quad (39)$$

본 논문에서는  $P(t-1)$ 의 초기값과  $\lambda$ 값을 각각  $1 \times 10^6 [I]$ , 0.998로 두었다.

Fig. 3은  $H_\infty$ 자기 동조 제어기 알고리즘의 순서도를 나타낸다.

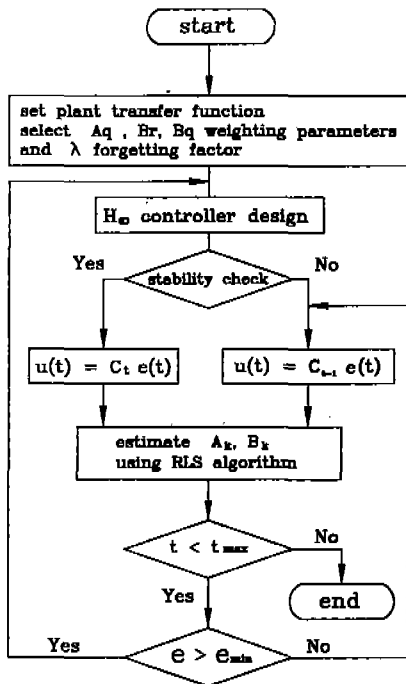


Fig. 3 Flow chart of self-tuning controller

#### 4. 시뮬레이션 결과 및 고찰

앞에서 설계된  $H_\infty$ 자기 동조 제어기의 유용성과 성능을 검토하기 위해서, 수평면상을 움직이는 1차 진동 모드만을 고려한 유연 링크 로봇 끝점의 부하 질량 변동에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 유연 링크 로봇의 제원은 강성  $EI = 0.1Nm^2$ , 로봇 팔의 길이  $l = 0.5m$ , 팔의 단위 길이당 질량은  $p = 0.15kg/m$ 이고, 모터 감쇠는  $D = 0.01N \cdot S/rad$ 이다. 부하 질량과 로봇 팔의 질량 비는 0% ~ 150%까지 변동한다. 시뮬레이션은 다음과 같은 절차로 수행된다. ① 로봇의 팔을 반시계 방향으로 4 rad 회전시킨다. ② 1.2sec 후에 미지의 부하 질량을 부가한다. ③ 5sec 후에 로봇의 팔을 시계 방향으로 4rad 회전시킨다. ④ 10sec 후에 다시 반시계 방향으로 ⑤ 1rad 회전시킨다. ⑥ 12.5sec 후에 부하 질량을 제거한다. 15sec 후에 작동을 멈춘다.

Fig. 4(a), (b)는 부하 질량이 0일 때 LQG 자기 동조 제어기와  $H_\infty$ 자기 동조 제어기의 성능을 나타낸다. Fig. 4(a)는 로봇 끝점의 위치를 나타낸다. 이때 LQG 자기 동조 제어기와  $H_\infty$ 자기 동조 제어기는 각각 오버슈트가

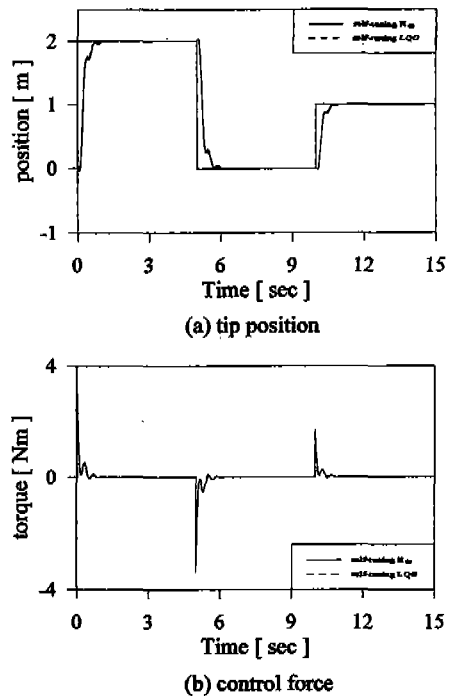
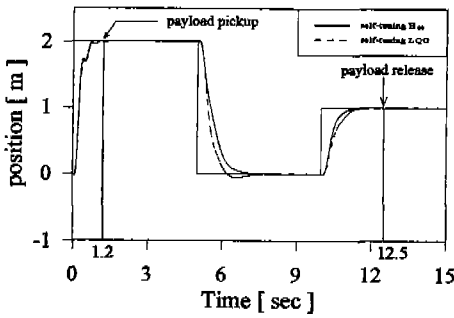


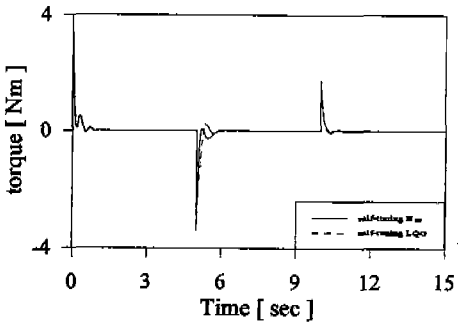
Fig. 4 Performance of the control system without payload

미소하고, 제어기의 응답 속도가 비슷한 제어 성능을 나타내고 있다. Fig. 4(b)는 제어기의 제어 토크를 나타낸다.  $H_{\infty}$  자기 동조 제어기의 최대 토크는 각각 3.39Nm, -3.39Nm, 1.7N.m 이고, LQG 자기 동조 제어기의 최대 토크는 각각 3.31Nm, -3.31Nm, 1.65N.m이다.

Fig. 5(a), (b)는 미지의 부하 질량이 0.0375kg일 때 LQG 자기 동조 제어기와  $H_{\infty}$  자기 동조 제어기의 성능을 나타낸다. Fig. 5(a)는 로봇 끝점의 위치를 나타낸다.  $H_{\infty}$  자기 동조 제어기는 2%정착 시간이 각각 0.97sec, 6.35sec, 11.5sec이고, 부하 질량을 부가하고 제거하는 순간에 진동이 미소할 뿐만 아니라 부하 질량을 부가한 상태에서 기준 입력이 변화할 때도 오버슈트가 미소하다. LQG 자기 동조 제어기는 기준 입력이 변화할 때 무부하 상태에서 오버슈트가 미소한데, 부하 질량을 부가한 상태에서는 오버슈트가 발생한다. 각 구간에서 2%정착 시간은 0.97sec, 7.4sec, 11.6sec이다. Fig. 5(b)는 제어 토크를 나타낸다.



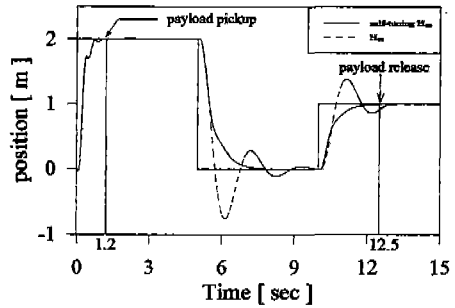
(a) tip position



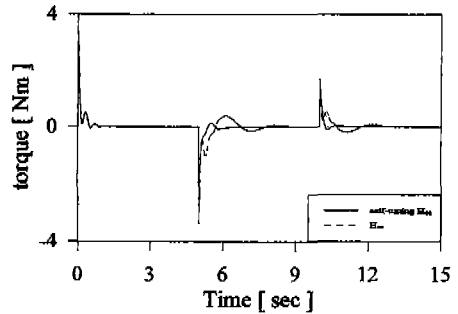
(b) control force

Fig. 5 Performance of the control system with payload ( $m_p=0.0375\text{kg}$ )

Fig. 6(a), (b)는 미지의 부하 질량이 0.1125kg일 때 제인이 고정된  $H_{\infty}$  제어기 와  $H_{\infty}$  자기 동조 제어기의 성능을 나타낸다. Fig. 6(a)는 로봇의 끝점의 위치를 나타낸다.  $H_{\infty}$  자기 동조 제어기는 각 구간에서 오버슈트는 미소하고, 2%정착 시간은 0.97sec, 6.57sec, 11.96sec이다. 제인이 고정된  $H_{\infty}$  제어기는 무부하 상태에서 오버슈트가 미소하고, 부하 질량이 부가된 상태에서 오버슈트가 발생한다. 2% 정착 시간은 0.97sec, 10sec, 13.3sec이다. Fig. 6(b)는 제어 토크를 나타낸다.



(a) tip position

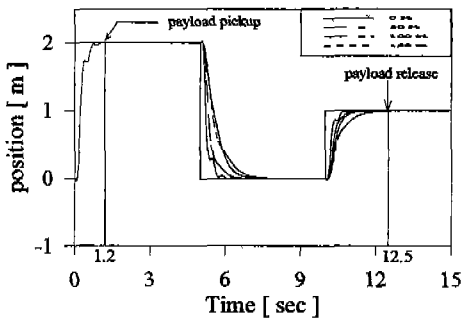


(b) control force

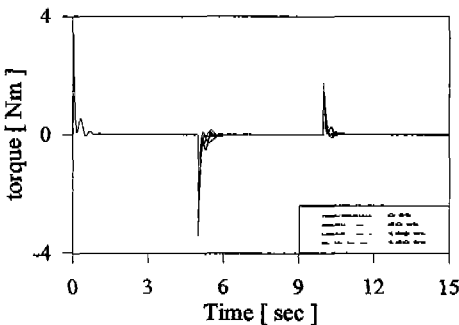
Fig. 6 Performance of the control system with payload ( $m_p=0.1125\text{kg}$ )

Fig. 7(a), (b)는 로봇 링크의 질량에 대한 미지 부하 질량의 비가 각각 0%, 50%, 100%, 150% 일 때  $H_{\infty}$  자기 동조 제어기의 성능을 나타낸다.

이들 결과로부터, 최적 제어 기법을 이용한 자기 동조 제어기는 유연 링크 로봇 제어에 있어서 부하 질량의 변동시에 과도 상태의 진동이 미소함을 알 수 있다. LQG 제어 기법을 이용한 자기 동조 제어기는 시스템 동정과정에서 생긴 모형화 오차로 인해 기준 입력이 바뀔 때 오버슈트가 발생함을 알 수 있다. 최적 제어 기법을 이용한 자



(a) tip position



(b) control force

Fig. 7 Performance of the control system with varying payload

기 동조 제어기는 미지의 부하 질량에 대하여 계인이 고정된  $H_\infty$  제어기 보다 성능이 우수함을 알 수 있다.  $H_\infty$  제어 기법을 이용한 자기 동조 제어기는 시스템 동정 과정에서 생긴 모형화 오차를 강인성에 의해 극복함으로써 기준 입력이 바뀔 때 오버슈트가 미소하고, 여러 가지 부하 질량에 대해서도 제어 성능이 우수하다.

### 5. 결론

$H_\infty$  제어 기법을 이용하여 자기 동조 제어기를 설계하였다. 제어 성능과 강인성에 대하여 다른 최적 제어 기법을 이용한 자기 동조 제어기와 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 비교하고, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 유연 로봇 팔은 부하 질량을 부가할 때는 과도 상태의 진동이 미소하지만 부하 질량을 제거할 때는 미소 진동이 발생한다. 그러나 최적 제어 기법을 이용한 자기 동조 제어기로써 이러한 문제를 해결하였다.

(2) LQG 제어 기법을 이용한 자기 동조 제어기는 기

준 입력이 급격하게 바뀔 때 시스템 동정 과정에서 생긴 모형화 오차로 인하여 오버슈트가 발생하는데 비하여,  $H_\infty$  제어 기법을 이용한 자기 동조 제어기는 모형화 오차에 대한 강인성으로 인하여 급격한 기준 입력 변화에서도 오버슈트가 미소함을 알 수 있다.

(3)  $H_\infty$  제어 기법을 이용한 자기 동조 제어기는 여러 가지 부하 질량에도 제어 성능이 우수하다.

### 참고 문헌

1. F. Rakhsha & A. A. Goldenberg, "Dynamics modelling of a single flexible robot", IEEE., pp. 984-991, 1985.
2. D. Wang & M. Vidyasagar, "Transfer function of a single flexible link". IEEE., pp. 1042-1047, 1989.
3. Dong-soo Kwon & W. J. Book, "A time-domain inverse dynamic tracking control of a single-link flexible manipulator". ASME, Vol. 116, pp. 193-200, 1994.
4. 하여균의 3명, "유연 단일 링크 로봇 조작용의 최적 귀환 제어", 대한기계학회 논문집, 11권 6호, pp. 923-934, 1987.
5. 한기봉, 이시복, "유연 링크 매니플레이터의 LQG/LTR제어", 대한기계학회 92년도 춘계학술대회 논문집(I), pp. 611-615, 1992.
6. W. L. Nelson & D. Mitra, "Load estimation and load adaptive optimal control for a flexible robot arm", Proceedings of the 24th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 206-211, 1985.
7. D. C. Nemir & A. J. Koivo, "Pseudolinks and the self-tuning control of a nonrigid linkmechanism", IEEE Trans., Systems, Men, Cybernetics Vol.18, No.1, pp. 40-48, 1988.
8. T. C. Yang, "An experimental adaptive control scheme for a flexible manipulator", Int. J. Robotics & Automation, Vol.3, No.2, pp. 79-85, 1988.
9. N. A. Farbairn & M. J. Grimble, " $H_\infty$  robust controller for self-tuning applica-



- tions", Int. J. Control, Vol. 52, No. 1, pp. 15-36, 1990.
10. W. J. Book, Feedback control of two beam joint system with distributed flexibility", ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, pp 425-432, 1975
11. D. C. Youla & J. J. Bongiorno, " Modern Wiener-Hopf design of optimal controllers", IEEE. Trans. on automatic control, Vol. AC-21, No. 1, pp. 3-13, 1976.
12. H. Kwakernaak, "Minimax frequency domain performance and robustness optimization of liner feedback systems". IEEE. Trans. on automatic control, Vol.20, pp. 994-1004, 1985.