

피로균열개구거동을 이용한 짧은균열의 거동 분석

송삼홍*, 이경로**

Short Crack Analysis by Fatigue Crack Opening Behavior

Sam-Hong Song*, Kyeong-Ro Lee**

ABSTRACT

The characteristics of fatigue crack growth subject to out-of-plane bending fatigue are studied in terms of crack opening behavior by using pre-cracked smooth specimens. Crack opening stress is measured by an elastic compliance method which may precisely and continuously provide many data using strain gages during experiment. The results of the short crack and the long crack arranged by crack closure concept show that the effective stress range ratio of short crack is greater than that of long crack, and anomalous growth behavior of short crack may be elucidated by the variation of crack opening stress. When the variation of fatigue crack growth rate is arranged versus effective stress intensity factor range, linear relation is held also for the short crack. It shows that growth behavior of short crack can be quantitatively represented by the fracture mechanics parameter using effective stress intensity factor range.

Key Words : Short Crack (짧은균열), Long Crack (긴균열), Elastic Compliance Method (탄성컴플라이언스법), Crack Opening Stress (균열개구응력), Effective Stress Range Ratio (유효응력범위비), Effective Stress Intensity Factor Range (유효응력확대계수범위)

1. 서론

짧은균열은 선형파괴역학(LEFM)을 적용할 수 없는 범위의 균열으로서 동일한 공칭진전력하에서 긴균열에 비하여 균열성장속도가 빠르므로, 긴균열에 대하여 얻은 데이터를 짧은균열에 적용하면 피로수명이 과대평가 되어진다. 짧은균열의 문제가 되는 특성⁽¹⁾은 국부적 소성역의 영향, 미시금속조직의 영향, 균열전단의 환경, 성장기

구, 균열진전력 그리고 균열닫힘거동 등을 들 수 있으며, 이러한 짧은균열의 거동은 균열닫힘효과를 도입하지 않고는 어떠한 탄소성해석도 이끌어 내지 못하고 있다⁽¹⁾. 짧은균열에 대한 종래의 연구는 금속조직의 경도의 차이에 기인한 균열의 발생거동⁽²⁾, 정유균열현상⁽³⁾, 제반인자에 대한 연구⁽⁴⁾, 결함에서 성장하는 짧은균열에 대한 이론 해석적인 접근⁽⁵⁾⁽⁶⁾ 등이 있으나, 시험 및 이론식을 통한 짧은균열에 대한 체계적인 파괴역학적 평가는 시험방

* 고려대학교 공과대학 기계공학과
 ** 신성전문대학 자동차과

법상의 어려움으로 인하여 거의 이루어지지 않고 있다. 따라서 본 연구에서는 피로수명 예측에 대한 중대한 자료를 제공할 것으로 판단되는 짧은균열의 거동을 균열개구 응력의 시험적 측정과 그 결과에 대한 파괴역학적 파라미터의 적용을 통하여 정량적으로 평가하고자 하였다.

1970년대 Elber⁽⁷⁾는 최초로 균열단합거동을 고려한 유효응력확대계수 개념을 도입하여 일정하중 및 변동하중에 의한 균열성장거동의 변화를 관찰하였다. 균열단합거동을 고려한 유효응력확대계수를 사용하여 종래에는 해결하지 못한 많은 비선형균열거동을 해석할 수 있게 되었고, 최근까지도 파괴역학에서 가장 많은 연구가 이루어지고 있는 분야이다. 균열개구응력을 측정하는 방법은 크게 직접측정법과 컴플라이언스측정법으로 나눌 수 있다. 직접측정법은 부하장치가 설치된 SEM에 의한 방법, 페프리카 방법, 레이저간섭변위 게이지법⁽⁸⁾ 등이 있으며, 간접측정법은 클립게이지나 스트레인게이지를 이용하는 방법⁽⁷⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾, 초음파를 이용하는 방법 등이 있다. 직접측정법은 균열선단의 열림점을 정확히 관찰할 수 있으나, 측정시간이 많이 소요되고 데이터를 얻기 힘들며, 측정시 시험기를 멈추거나 부하 속도를 매우 느리게 하여야 한다. 또한 초음파를 이용한 방법은 스트레인게이지나 클립게이지를 사용하는 방법보다 정확도가 떨어진다. 따라서 본 연구에서는 측정 정밀도가 높고 시험중 계속적으로 많은 데이터를 얻을 수 있는 스트레인게이지를 이용한 탄성컴플라이언스법에 의하여 균열열림점을 측정하였고, 균열열림거동을 통하여 짧은균열의 거동을 분석하였다.

2. 시험편 및 실험방법

본 연구에서 사용한 시험편은 압력용기용 Cr-Mo 합금강인 SA-387으로, 화학적 성분과 기계적 성질은 Table 1 및 Table 2 와 같다.

Table 1. Chemical composition of the testing material

| Material | Composition (weight percent) | | | | | | |
|----------|------------------------------|------|------|-------|-------|------|------|
| | C | Si | Mn | P | S | Cr | Mo |
| SA-387 | 0.12 | 0.55 | 0.53 | 0.007 | 0.005 | 1.40 | 0.55 |

Table 2. Mechanical properties of the testing material

| Yield strength (MPa) | Ultimate strength (MPa) | Elongation (%) | Elasticity Modulus (MPa) | Poisson's ratio |
|----------------------|-------------------------|----------------|--------------------------|-----------------|
| 350 | 585 | 24 | 191200 | 0.28 |

예비균열을 갖는 평활재 시험편을 이용하여 시험하였으며, Fig.1은 시험편의 형상과 균열길이 a 및 균열깊이 b를 나타낸 그림이다. 예비균열을 갖는 평활재 시험편은 초기 인공결함으로 인하여 발생하는 결함주위의 응력집중현상을 없애고 순수한 짧은균열만의 거동을 관찰하기 위하여 제작하였다. Fig.2는 시험편을 제작하는 과정을 나타낸 것으로, 지름이 0.3mm인 드릴로 깊이 0.1mm인 원공결함을 가공한 후 피로균열을 발생시킨 다음 원공결

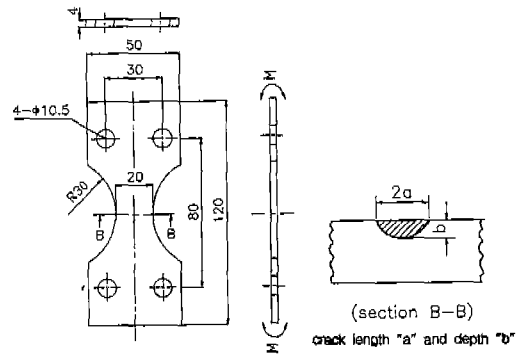


Fig.1 Geometries of fatigue test specimen

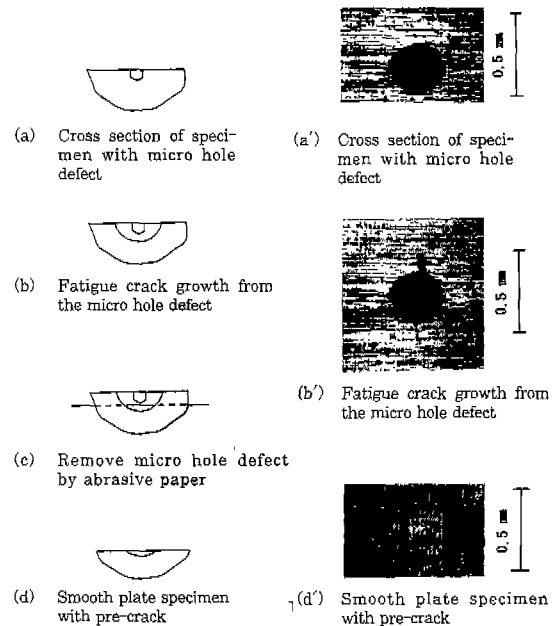


Fig. 2 Manufacturing process of the pre-cracked smooth specimen

함이 제거될 때까지 시편 표면을 연마하여 완성하였다. 하중방식은 면외굽힘하중으로 균열개구현상의 관찰이 용이한 응력비 R이 -1인 경우를 택하였다.

스트레인게이지를 이용한 탄성컴플라이언스법에 의하여 균열개구응력을 측정하였다. 저항이 120Ω인 스트레인게이지를 이용하여, 하나는 시험편에 작용하는 응력을 측정하고, 또 다른 하나는 변위의 변화를 측정하였다. Fig.3은 시편에 부착된 스트레인게이지를 나타낸 것으로, 응력의 변화를 측정하는 스트레인게이지는 균열으로부터 먼 곳에 스트레인게이지 길이가 1.0mm인 것을 사용하여 부착시켰다. 변위의 변화를 측정하는 스트레인게이지는 균열에서 약 1mm 떨어진 곳에 부착하였으며, 스트

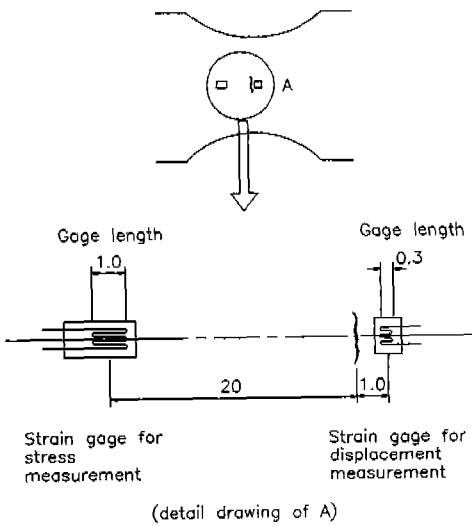


Fig. 3 Strain gage on the specimen



Fig. 4 Strain gage on the specimen for displacement measurement

레인게이지의 길이는 0.3mm인 것을 사용하여 작은 양의 변위의 변화도 감지할 수 있게 하였다. Fig.4는 시편에 부착된 변위 측정용 스트레인게이지를 사진 촬영한 것이다.

Fig.5는 스트레인게이지로부터 받은 데이터를 처리하는 과정을 나타낸 것이다. 스트레인게이지로부터 나온 저항의 변화는 브리지박스(bridge box)를 통과하면서 전압의 변화로 바뀐다. 이때 전압은 매우 작기 때문에 변형을 증폭기(strain amplifier)에서 증폭된 다음, 가감산회로(summing and subtracting circuit)로 들어간다. 하중과 변위에 대한 신호는 가감산회로내의 3개의 가변저항에 의하여 적당한 기울기와 크기로 변화된 다음, A/D변환기(A/D converter)로 들어간다. A/D변환기로 들어온 신호는 프로그램에 의하여 읽혀지고, 컴퓨터 모니터 상에 그래프로 나타난다. 이때 신호에 노이즈(noise)가 들어오는 것을 방지하기 위하여 사용한 장치들을 전부 땅속으로 접지 시켰다. Fig.6은 실험중에 얻은 응력-변위 선도과 응력-감산변위 선도를 그린 것이다. 실험중에 측정된 응

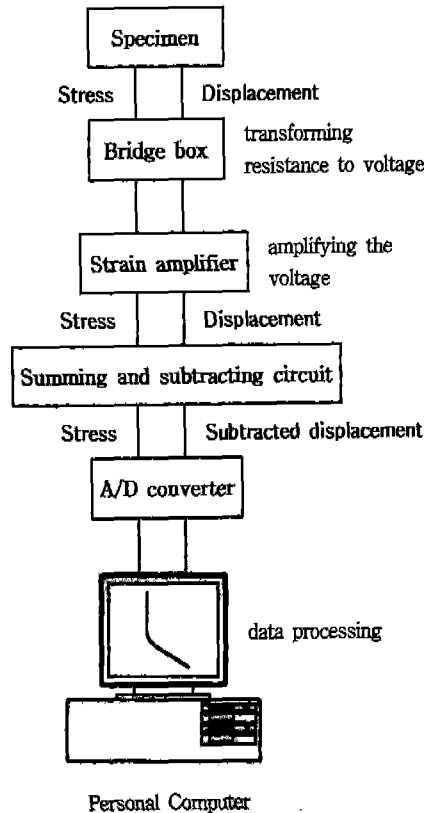


Fig. 5 Schematic diagram of data processing

력-변위 선도(•으로 표시)에서 응력을 제거할 때 탄성 응력-변위 선도(선으로 표시)를 뺀 것이 응력-감산변위(○으로 표시) 선도이다⁽¹¹⁾. 시험기 속도는 33Hz이며, 정확한 σ_{op} 점을 찾기 위하여 각 채널에서 한 주기당 200개 이상의 데이터를 받아서 처리하였다.

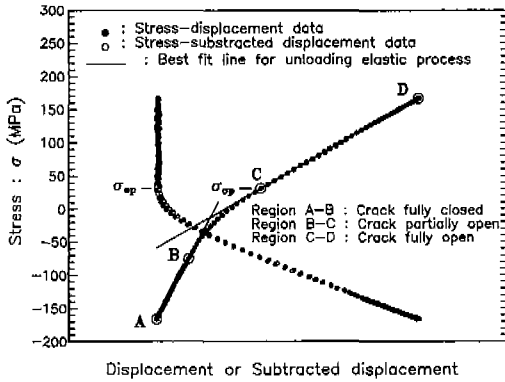


Fig. 6 Example of crack opening stress measurement and schematic stress-displacement curve showing three different regions of specimen compliance

3. 시험결과 및 고찰

Fig.7과 Fig.8은 균열길이 a 와 응력반복수 N 의 관계 및 균열전파속도 da/dN 과 균열길이 a 의 관계를 나타낸 것이며, 짧은균열의 특이한 거동이 약 0.65mm까지 나타나는 것을 알 수 있다.

Newman⁽¹²⁾은 Fig.1과 같은 균열이 존재하는 시편에 면외굽힘하중이 작용할 경우, 응력확대계수를 다음과 같이 정의하였다.

$$K = \left(\frac{G}{\Phi}\right) SH \sigma \sqrt{\pi a} \quad (1)$$

$$G = \left\{ 1.13 - 0.09 \left(\frac{b}{a}\right) \right\} + \left[-0.54 + 0.89 \left\{ 0.2 + \left(\frac{b}{a}\right)^{-1} \right\} \right] \left(\frac{b}{t}\right)^2 + \left[0.5 - \left\{ 0.65 + \left(\frac{b}{a}\right)^{-1} \right\} + 14 \left(1 - \frac{b}{a}\right)^{24} \right] \left(\frac{b}{t}\right)^4 \quad (2)$$

$$\Phi^2 = 1 + 1.464 \left(\frac{b}{a}\right)^{1.65} \quad (3)$$

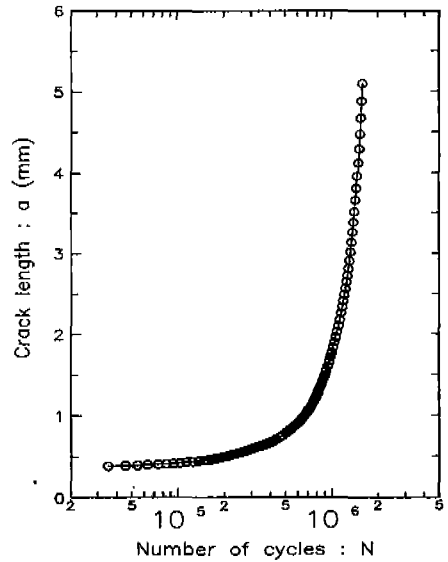


Fig. 7 Relation between crack length and number of cycles at $R=-1$, $\sigma_{max} = 167\text{MPa}$

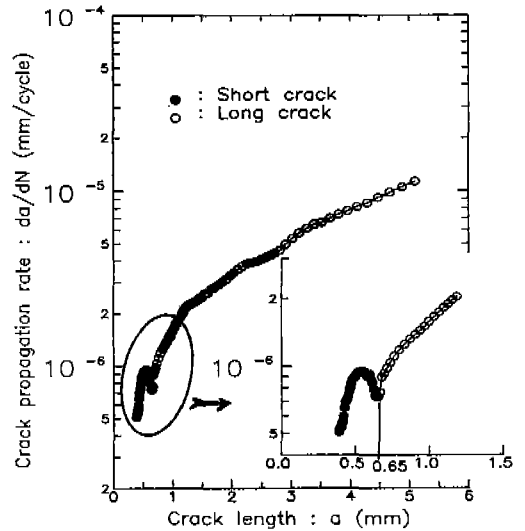
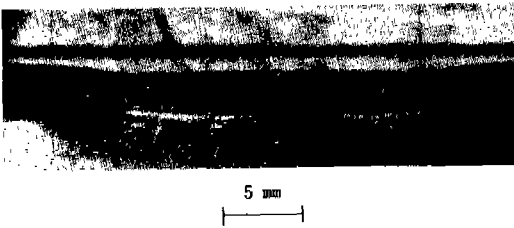


Fig. 8 Relation between crack propagation rate and crack length at $R=-1$, $\sigma_{max} = 167\text{MPa}$

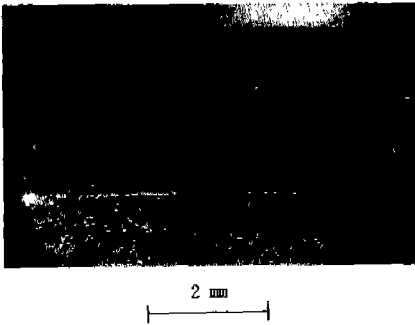
$$S = \left\{ 1.1 + 0.35 \left(\frac{b}{t}\right)^2 \right\} \sqrt{\frac{b}{a}} \quad (4)$$

$$H = 1 - \left\{ 0.34 + 0.11 + \left(\frac{b}{a}\right) \right\} \left(\frac{b}{t}\right) \quad (5)$$

K : 응력확대계수 ($\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$)
 σ : 적용된 급힘응력 (MPa)
 a : 균열길이 (전체 균열길이의 반; mm) (Fig.1 참조)
 b : 균열깊이 (mm) (Fig.1 참조)
 t : 시험편 단면의 두께 (mm)
 위의 식을 사용하려면 균열의 길이와 깊이와의 관계를 알아야 하며, 이를 위하여 비치마킹법을 사용하였다. Fig.9는 비치마킹법에 의하여 얻어진 시험편의 내부균열을 컬러색 처리하여 사진 촬영한 것이다.



(a) Beach-marked cross section of the specimen



(b) Enlarged photo. of (a)

Fig. 9 Fatigue crack shape of the specimen

피로균열의 성장속도 da/dN 과 응력확대계수범위 ΔK 는 다음과 같이 Paris식을 사용하여 정의된다.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (6)$$

여기서 C 와 m 은 재료상수이다.

짧은균열거동을 긴균열의 거동과 비교/관찰하기 위하여, 우선 긴균열의 거동을 살펴보았다. Fig.10은 긴균열에 대한 균열거동 및 하한계응력확대계수범위 ΔK_{th} 를 관찰하기 위하여 행한 실험결과로 ΔK 와 da/dN 의 관계를 나타낸 그래프이다. 이 실험은 ASTM-E647⁽¹³⁾에서 추

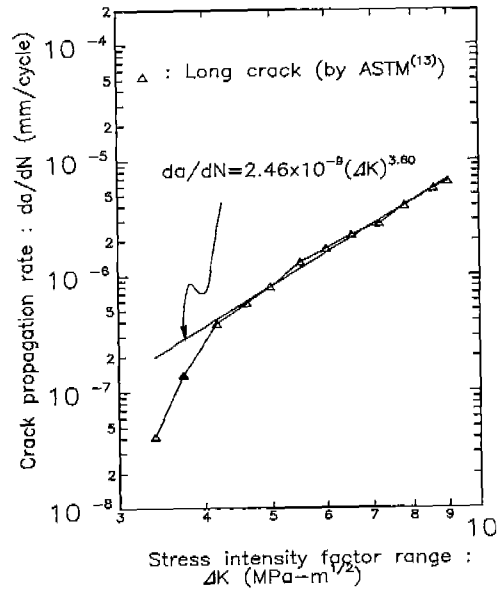


Fig.10 Relation between crack propagation rate and stress intensity factor range about long crack at $R=-1$

천하는 방법에 따라 행하였다. Fig.10과 식(6)으로 부터 ΔK_{th} 는 약 $3\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$, 재료상수 C 와 m 은 각각 2.46×10^{-9} 과 3.60을 얻었다.

Fig.11은 짧은균열과 긴균열의 성장거동을 비교한 것이다. Fig.8에서도 지적한 바와 같이 짧은균열에서 특이한 전파특성이 관찰된다. 긴균열과는 달리 짧은균열의 성장거동은 LEFM으로 분석하는데 있어서 여러 가지 문제점이 제기된다. 짧은균열에서 문제가 되는 특성⁽¹⁾은 국부적 소성역의 영향, 미시금속조직의 영향, 균열전단의 환경, 성장기구, 균열진전력 그리고 균열닫힘거동 등이 있다. 이러한 짧은균열거동은 균열닫힘효과(crack closure effect)를 도입하지 않고는 어떠한 공식적인 탄소성해석도 이끌어 내지 못하므로⁽¹⁾, 균열닫힘거동을 이용하여 짧은균열거동에 대한 해석을 하고자 하였다.

여러 연구자들에 의하여 균열닫힘거동에 영향을 미치는 인자들에 대한 연구가 진행되었으며, 그것을 분류하여 보면 다음과 같다⁽¹⁴⁾.

- 1) 소성유기닫힘 (Plasticity-induced closure)⁽⁷⁾
- 2) 거칠기유기닫힘 (Roughness-induced closure)
- 3) 균열필링닫힘 (Crack-filling closure)
- 4) 상변태유기닫힘 (Phase transformation-induced closure)
- 5) 입계닫힘 (Grain boundary closure)⁽²⁾

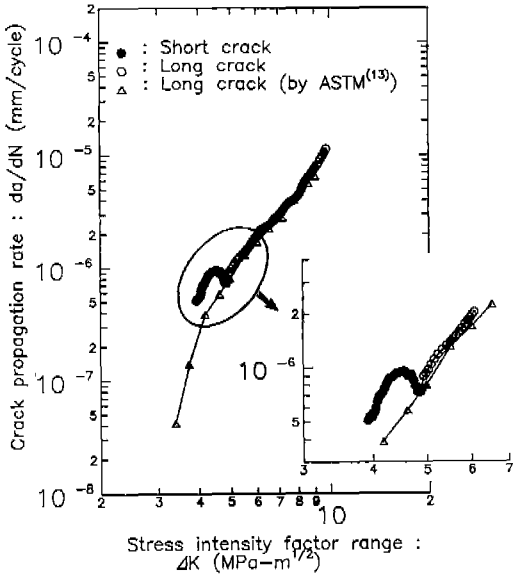


Fig.11 Relation between crack propagation rate and stress intensity factor range about short crack and long crack at R=-1

균열단합을 유도하는 여러 가지 모델들은 서로 독립적인 것이 아니며, 복합적으로 작용하게 된다. 그 중에서 소성유기단합은 균열단합거동을 설명하는 가장 일반적인 모델이며, 균열전파거동을 가장 잘 설명해 주고 있다. 다른 인자들 또한 복합적으로 균열거동에 영향을 미치지만, 어떤 특수한 경우에 그것들의 영향이 크게 나타난다. 예를 들면, 거칠기유기단합의 경우는 균열성장방향이 Mode II 형태로 편향되었을 때 그 영향이 크며, 균열필링단합은 고온이나 진공상태에서 그 영향이 크게 나타난다. 따라서 균열단합거동을 설명하는데 소성유기단합을 기본 모델로 하였다.

한편, 여러 연구자들⁽⁷⁾⁽⁹⁾은 유효응력범위비 U는 응력비 R과, 응력확대계수범위 ΔK에 의하여 변화하는 것을 관찰하였고, 이에 대한 많은 관계식들을 제안하였다. 그러나 본 연구에서는 R=-1로 응력비를 일정하게 하였으며, 일정하중진폭하에서 짧은균열과 긴균열의 거동을 비교하였기 때문에 U의 상대적인 크기의 변화에 초점을 맞추었다.

파괴역학적 파라미터는 균열단합개념을 이용한 유효응력확대계수범위 ΔK_{eff}를 사용하였다. ΔK_{eff}는 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op} \quad (7)$$

$$\Delta K_{eff} = U \Delta K \quad (8)$$

여기서 U는 응력개구비 또는 유효응력범위비로 불리우고, 이것은 다음과 같이 정의된다.

$$U = \frac{\Delta K_{eff}}{\Delta K} = \frac{K_{max} - K_{op}}{K_{max}} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{op}}{\sigma_{max}} \quad (9)$$

σ_{op} : 균열개구응력

K_{op} : 균열개구응력확대계수

한 주기 동안 균열이 완전히 개구하는 최소응력 σ_{op} 는 일반적으로 응력 대 균열개구변위의 결과로부터 결정된다. 전형적인 응력 대 변형곡선을 Fig.6에 나타내었다 (●으로 표시). 영역 A-B 구간에서 균열은 닫혀 있으며 변위는 재료의 선형탄성거동에 따른다. B-C 사이에서 균열은 시편의 컴플라이언스가 증가하는 균열개구 과정중에 있으며, C 점에서부터 균열전단이 개구하기 시작한다. 그림에서 곡선이 직선으로 되는 C 점을 일반적으로 개구응력 σ_{op} 로 정의하며, C-D 구간이 균열성장영역에 미치는 유효한 응력범위이다⁽⁷⁾⁽⁹⁾⁽¹⁵⁾.

Fig.12는 짧은균열 범위(균열길이 a가 0.65mm까지)에 대한 응력과 감산변위(subtracted displacement)의

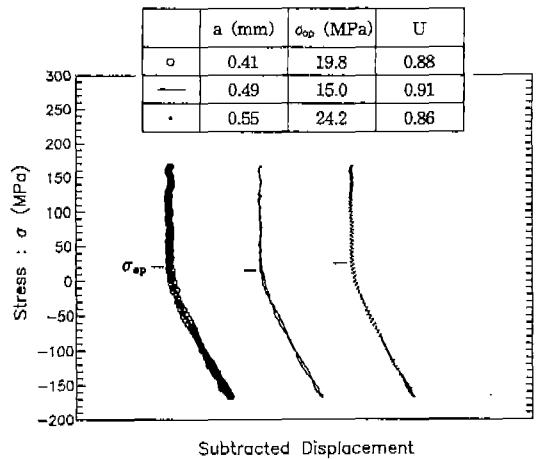


Fig.12 Relation between stress and subtracted displacement at R=-1, $\sigma_{max}=167\text{MPa}$ in the range of short crack (crack length a < 0.65mm)

관계를 나타낸 것이다. Fig.13은 긴균열에 대한 응력-감산변위 선도이며, 긴균열의 범위(균열길이 a가 0.65mm 이상)에서는 균열길이와 관계없이 유효응력범위비 U는 약 0.8 정도임을 알 수 있다. 그러나 Fig.12의 짧은균열에 대한 결과를 보면 유효응력범위비 U가 0.8보다 크며, 이러한 현상은 Fig.11에 나타난 짧은균열의 특이한 성장 거동을 균열개구거동으로 설명될 수 있음을 반영한다. 즉, 식(9)에서 U가 크다는 것은 σ_{max} 이 동일한 경우 σ_{op} 가 작다는 것을 나타내며, 그만큼 균열성장에 미치는 유효한 응력범위가 크다는 것을 의미한다. 이것이 Fig.11에 보여진 것처럼 동일한 ΔK 에서 짧은균열의 균열성장속도 da/dN이 긴균열의 그것보다 크게 나타나는 이유이다.

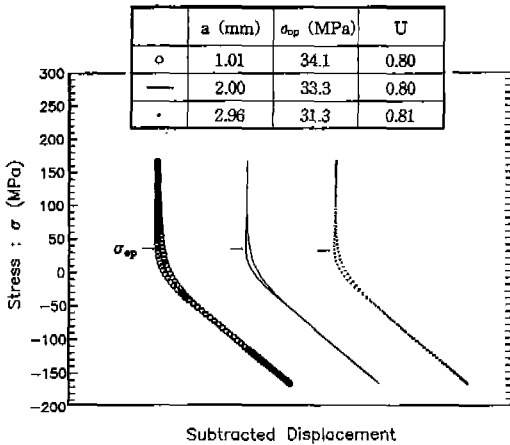


Fig.13 Relation between stress and subtracted displacement at R=-1, σ_{max} =167MPa in the range of long crack (crack length a > 0.65mm)

Fig.14는 유효응력범위비 U와 균열길이 a의 관계를 나타낸 그림이다. 균열길이 a가 0.65mm까지 균열길이 증가함에 따라 U는 점차 감소하며, 그 이상에서는 0.8 정도로 일정해지는 것을 관찰할 수 있다. 짧은균열이 긴균열보다 U가 큰 것은 소성유기단합개념으로 설명할 수 있다. Elber⁷⁾가 제안한 피로균열단합거동 모델을 고찰하면 피로균열을 따라 발생한 잔류소성변형이 sawcut 균열보다 균열개구변위 COD가 작고, 따라서 하중을 제거하게 되면 피로균열이 sawcut 균열보다 먼저 닫히게 된다. 또한 Fig.15처럼 긴균열과 짧은균열이 있는 경우는, 긴균열에서 균열면을 따라 존재하는 잔류소성변형량

은 짧은균열보다 상대적으로 크다. 결과적으로 긴균열에 비하여 짧은균열에서의 σ_{op} 는 감소하게 되고, U 값은 증가하게 되는 현상이 발생한다⁽¹⁶⁾.

Fig.16은 균열전파속도 da/dN을 유효응력확대계수 범위비 ΔK_{op} 로 나타낸 그래프이다. Solid mark는 짧은균열의 거동을 나타내며 Open mark는 긴균열의 거동을

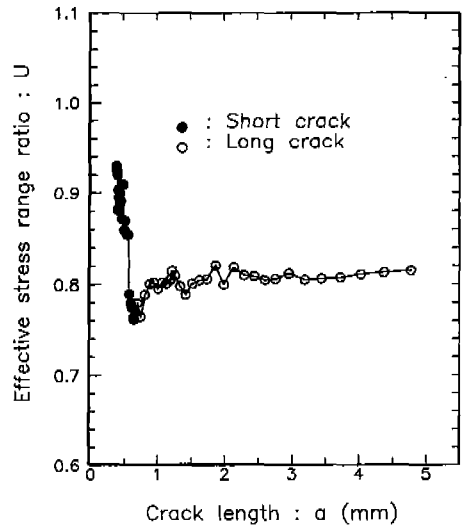
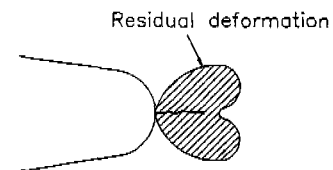
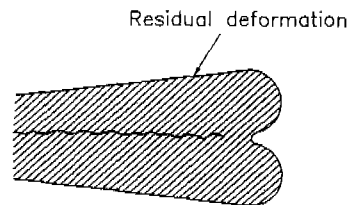


Fig.14 Relation between effective stress range ratio and crack length at R=-1, σ_{max} = 167MPa



(a) Short crack



(b) Long crack

Fig.15 Difference in plasticity in the wake of short and long crack

나타낸 것으로, 짧은균열과 긴균열에 대한 데이터가 전부 좁은 밴드내에 모여 통일적인 정리가 가능함을 알 수 있다. 따라서 식(6)의 Paris식은 유효응력확대계수범위 ΔK_{eff} 를 사용하여 식(10)으로 정리될 수 있으며, 본 연구에서 재료 상수 C' 은 8.38×10^{-9} 이고 m' 은 3.41을 얻었다.

$$\frac{da}{dN} = C'(\Delta K_{eff})^{m'} \quad (10)$$

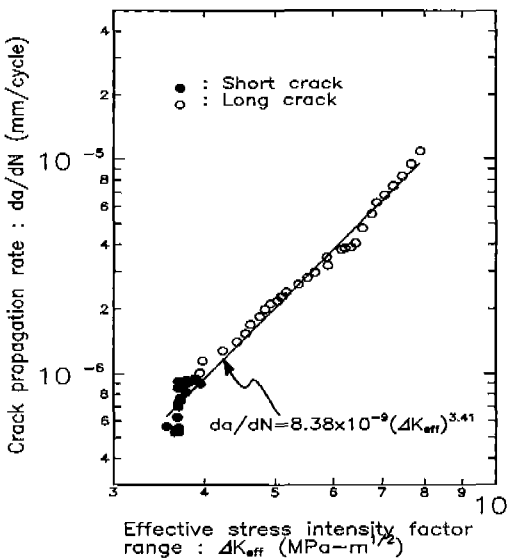


Fig.16 Relation between crack propagation rate and effective stress intensity factor range at $R=-1$, $\sigma_{max}=167\text{MPa}$

4. 결론

예비균열을 갖는 평활재와 작은 원공결함을 갖는 시험편을 준비하여, 면외굽힘피로하에서 균열개구거동을 이용하여 피로균열성장특성을 연구하였다. 이때 균열개구응력은 측정 정밀도가 높고 시험중 계속적으로 많은 데이터를 얻을 수 있는 스트레인게이지를 이용한 탄성컴플라이언스법에 의하여 측정되었다.

1. 예비균열을 갖는 평활재 시험편을 사용하여 피로시험한 결과 짧은균열거동의 특이한 성장거동은 균열길이가 0.65mm까지 나타나고, 긴균열에 대하여 Paris식을 적용한 결과 재료상수 C 와 m 은 각각 $2.46 \cdot 10^{-9}$ 과 3.60이었으며, ΔK_{th} 는 약 $3\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ 이었다.

2. 스트레인게이지를 이용한 탄성컴플라이언스법으로

짧은균열의 개구거동을 연속적으로 명확하게 관찰할 수 있었다. 짧은균열과 긴균열의 성장거동을 균열단형개념을 이용하여 정리한 결과, 짧은균열에서 유효응력범위비가 긴균열에서 그것보다 더 크며, 이것으로부터 짧은균열의 특이한 성장거동은 균열개구응력의 변화에 의하여 설명될 수 있음을 알 수 있었다.

3. 피로균열성장속도의 변화를 유효응력확대계수범위로 정리한 결과, 짧은균열에 대해서도 선형적인 관계가 성립하며, 이것은 짧은균열의 성장거동이 유효응력확대계수범위를 이용한 파괴역학적 파라미터를 사용하여 정량적으로 표현할 수 있음을 나타낸다. 균열성장속도와 유효응력확대계수범위를 Paris식으로 정리한 결과, 재료상수 C' 와 m' 는 각각 8.38×10^{-9} 과 3.41으로 평가되었다.

참고 문헌

1. S. Suresh, R. O. Ritchie, "Propagation of Short Fatigue Cracks", International Metals Reviews Vol.29, No.6, pp.445-476, 1984.
2. K. Yamada, M. Shimizu, T. Kunio, "Threshold Behavior of Small Cracks in Dual Phase Microstructures", Current Research on Fatigue Cracks, Current Japanese Materials Research Vol.1, Elsevier Applied Science, New York, pp.27-40, 1987.
3. 村上敬宜, 福田四郎, 遠藤達雄, "疲勞強度に及ぼす微小欠陥の影響", 日本機械學會論文集(第1部), pp.4003-4013, 1978.
4. R. O. Ritchie, Metal Science, Vol.11, pp.368-381, 1977.
5. R. Perez, A. F. Grandt, Jr, C. R. Saff, "Tabulated Stress-Intensity Factors for Corner Cracks at Holes Under Stress Gradients", Surface-Crack Growth: Models, Experiments, and Structures, ASTM STP 1060, pp.49-62, 1990.
6. P. W. Tan, I. S. Raju, K. N. Shivakumar, J. C. Newman, Jr, "Evaluation of Finite-Element Models and Stress Intensity Factors for Surface Cracks Emanating from Stress Concentrations", Surface-Crack Growth: Models, Experiments, and Structures,

- ASTM STP 1060, pp.34-48, 1990.
7. W. Elber, "The Significance of Fatigue Crack Closure", *Damage Tolerance in Aircraft Structures*, ASTM STP 468, pp.230-242, 1971.
 8. 송삼홍, 김현, 최진호, "레이저간섭변위 게이지로 관찰한 용접재에서의 피로균열 열림거동과 피로균열 전파속도", *대한기계학회논문집* 제19권, 제4호, pp.908-917, 1995.
 9. M. Kurihara, A. Kato, M. Kawahara, "Effects of Stress Ratio and Step Loading on Fatigue Crack Propagation Rate", *Current Research on Fatigue Cracks, Current Japanese Materials Research Vol.1*, Elsevier Applied Science, New York, pp.247-265, 1987.
 10. J. Schijve, "Fatigue Crack Closure : Observations and Technical Significance", *Mechanics of Fatigue Crack Closure*, ASTM STP 982, pp.5-34, 1988.
 11. 박준엽, 송지호, 엄윤용, 김정엽, 강기주, "퍼스널 컴퓨터에 의한 피로시험자동화 및 피로거동 측정의 정밀화", *대한기계학회 논문집*, 제12권, 제1호, pp.123-130, 1988.
 12. *Annual Books of ASTM Standards*, Vol. 03.01, E740-88, "Standard Practice for Fracture Testing With Surface-Crack Tension Specimens", pp.689-696, 1988.
 13. *Annual Books of ASTM Standards*, Vol. 03.01, E647-88, "Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates", pp.636-654, 1988.
 14. A. J. McEvily, "On Crack Closure in Fatigue Crack Growth", *Mechanics of Fatigue Crack Closure*, ASTM STP 982, pp.35-43, 1988.
 15. J. E. Allison, R. C. Ku, M. A. Pompetzki, "A Comparison of Measurement Methods and Numerical Procedures for the Experimental Characterization of Fatigue Crack Closure", *Mechanics of Fatigue Crack Closure*, ASTM STP 982, pp.171-185, 1988.
 16. J. A. Bannantine, J. J. Comer, J. L. Handrock, *Fundamentals of Metal Fatigue Analysis*, Prentice Hall, New Jersey, pp.145-152, 1990.