

유체 충전된 반 무한 내심형 원통셸의 진동 해석 기법 연구

함 일 배*, 배 수 룡*, 정 의 봉**

A Research on the Technique for the Vibration Analysis of Fluid-filled, Strength Member Embedded and Semi-infinite Cylindrical Shell

Ham, Il-Bae* Bae, Soo-Ryong* Jeong, Weui-Bong**

ABSTRACT

Abstract : A technique to analyze the vibrations of internally fluid-filled, semi-infinite cylindrical shell which has strength members embedded in the shell wall under the axial static tension condition is presented by using the characteristic wave propagation theory based on the transfer matrix calculated from the finite element matrices of a short module section, with spatial Laplace Transform technique, and is verified by comparison with the measured results of the test performed on a real module model, and the effects of the embedded strength members on the vibrational response is calculated and discussed.

Key Words: Semi-infinite Cylindrical Shell Vibration (반무한 원통셸 진동), Transfer Matrix (전달 행렬), Fluid Filled Shell Vibration (유체 충전 셸 진동), Finite Element Vibration Analysis (유한요소 진동 해석)

1. 서 론

가는 실 모양의 길이 방향 장력재가 원통셸 벽 속에 보강되고, 셸 내부에는 기름이 충전된 원통셸은 해양공학 분야를 비롯한 여러 분야의 기계 시스템들에 실용화되고 있으며, 이에 수반되는 진동은 시스템의 안정성 또는 이로 인해 유발되는 자체소음 등의 문제 해결을 위하여 반드시 해석되고 통제되어야 하는 대상이다.

유체 충전된 원통셸의 진동 및 파 전달 문제에 대해서는 많은 연구들이 진행되어 왔는데, 그중 Thomson⁽¹⁾은

굽힘파 및 종파 운동을 포함하여 3개의 저차 축대칭 전달파의 위상속도를 평가하였으며, Lin 과 Morgan⁽²⁾ 은 시스템의 물리변수들에 의한 위상속도 변화의 의존도를 다루었으나, 실수파수(Real wave number)의 0차 원주 모드에 대하여만 국한하였고, Kumar⁽³⁾ 는 완전한 탄성 방정식을 이용하여 유체 충전된 셸의 축대칭 파의 분산(Dispersion) 문제를 다루었다. C. R. Fuller 와 F. J. Fahy⁽⁴⁾ 는 유체 충전된 원통셸의 자유 전달파의 분산 거동과 에너지 전달 분포를 연구하여 분산 관계의 각각의 분지(Branch) 의 거동을 해석하였다. 그후에 Fuller 는

* 국방과학연구소 제2연구개발본부 1부 5실
 ** 부산대학교 기계공학부

유체 충전된 무한한 원통셀의 입력 모빌리티를 스펙트럼 성분 방정식을 이용하여 유도하였으며, 0차, 1차 및 2차 원주 모우드에 대하여 모빌리티를 해석하였다. 이와같은 연구결과들은 대부분 원통셀의 벽 두께가 직경에 비하여 상대적으로 얇은 경우에 대한 결과들이며, 두꺼운 셀 벽 속에 내심 장력재가 포함되는 경우에 대한 것은 발표된 바가 극히 드문 실정이다.

길이가 무한한 원통셀의 진동 해석에는 해석적 방법 및 공간 푸리에 역변환을 이용한 접근 방법이 유용하게 사용될 수 있으나, 보통의 경우, 각각의 파수(Wave number)에 대하여 응답을 계산하고 이 결과들을 푸리에 역변환하는 과정에서 대단히 많은 파수 점에서의 자료가 필요함에 따라 계산 시간이 많이 소요되고, 해석에 사용한 파수 범위의 선택에 많은 주의를 기울여야 하는 단점이 있다. 원통셀의 진동 특성은 원주방향 모드에 따라 분류할 수 있으며, 관심의 대상이 되는 현상의 종류에 따라 해당되는 원주 모드의 특성파들에 대한 해석이 필요하나, 이 방법은 전파되는 특성파(Characteristic wave)의 추출 및 해석이 쉽지 않은 단점도 있다.

이에 따라 본 연구에서는 짧은 길이의 유체 충전된 내심형 원통셀의 유한요소 모델을 만들고, 상태벡터 및 전달 행렬 해석법을 이용하여 특성파 및 전파상수(Propagation constant)를 계산하며, 반무한 원통셀의 길이 방향 임의의 위치에서의 진동을 해석할수 있는 방법을 연구, 제시하였다. 호스 벽 두께 방향의 변형으로 인한 모듈 내부 음압 형성 효과, 소위 포아송 효과를 고려하기 위하여, 두꺼운 원통셀의 유한요소는 축대칭체 요소를 사용하고 내심재는 케이블 요소를 사용하여 포아송 합(Poisson summation) 공식을 이용, 원주 방향 모우드 별로 결합하였으며 내부 유체의 유한요소 모델을 구조-유체 연성 행렬을 이용하여 결합시켜 짧은 길이의 내심형 원통셀 섹션을 유한요소화하였다. 구성된 유한요소 모델로부터 전달 행렬을 구성하였으며 이의 고유치 해석 결과를 이용하여 진동 해석을 수행하였다.

2. 내심형 원통셀 유한요소 해석

2.1 내심형 원통셀 섹션의 형상

무한 길이의 내심형 원통셀의 일부분을 떼어낸 유한한 내심형 원통셀의 형상이 Fig. 1에 도시되어 있다.

원통셀 모듈의 길이는 L 이고 외경은 R_o , 셀 내경은 R_i 이며 내심 장력재들은 반경 R_s 에 위치한다. 내심재들은

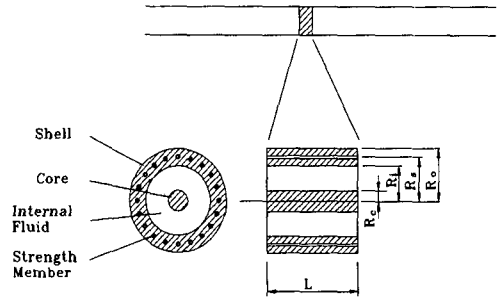


Fig. 1 Fluid filled and strength member embedded cylindrical shell section.

원주 방향으로 등간격으로 분포하며, k 번째 내심재의 원주상의 위치를 θ_k 로 표시하였다. 내부 충전 유체는 음향학적 유체 매질로 간주하였으며, 모듈 중심부에는 반경 R_c 의 코어가 위치한다. Fig. 1의 원통셀 섹션의 유한요소 모델을 Fig. 2에 도시하였다.

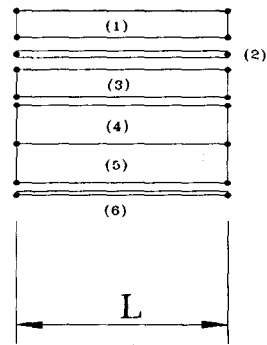


Fig. 2 Finite elements of cylindrical shell section.
((1):outer shell, (2):embedded strength member, (3):inner shell, (4),(5):internal fluid, (6):core)

원통셀은 내심재가 있는 반경 좌표 R_s 를 기준으로 외부셀과 내부셀로 분리하여 각각 4개의 절점을 갖는 축대칭체 요소(6)인 (1)과 (3)으로 표시하였다. 요소 (2)의 내심 장력재는 인장력을 받는 2절점 스트링 요소로 간주하였으며 반경 좌표 R_s 의 원주상에 등간격으로 m 개가 있는 것으로 가정하였다. 내부 충전유체는 4절점 축대칭체 요소를 반경방향으로 2개를 사용하였으며 요소 (4),(5)로 표시된다. 요소 (6)은 코어로서 내심재와 마찬가지로 2절점 장력 스트링으로 간주하였다.

2.2 내측 및 외측 셀 유한요소

원통셀에 축대칭체 요소를 사용함으로써 셀의 두께 방향 변형에 따른 내부 압력 형성 효과, 즉 포아송 (Poisson) 효과를 고려할 수 있다. 좌표계는 (r, θ, z)의 원통 좌표계를 사용하고 각 방향의 변위 성분은 (w, v, u)로 표시하며, 하중 성분들은 영문자 f에 각 방향을 표시하는 아래 첨자를 붙여 표시한다. 축대칭체 요소의 식을 방향으로 푸리에 급수 전개하고 이때의 변위와 하중 성분을 표시하면 각각 식 (1)과 (2)로 표시되며, 푸리에 급수 전개된 각각의 n차 모우드의 유한요소 방정식은 식 (3)으로 표시된다.⁽⁷⁻⁸⁾

$$u = \sum_{n=0}^N u_n \cos n\theta, v = \sum_{n=0}^N v_n \sin n\theta, w = \sum_{n=0}^N w_n \cos n\theta \quad (1)$$

$$f_r = \sum_{n=0}^N f_{rn} \cos n\theta, f_\theta = \sum_{n=0}^N f_{\theta n} \sin n\theta, f_z = \sum_{n=0}^N f_{zn} \cos n\theta \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} D(n)_{00}^{(1)} & D(n)_{0i}^{(1)} \\ D(n)_{i0}^{(1)} & D(n)_{ii}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(n)_0^{(1)} \\ X(n)_i^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} F(n)_0^{(1)} \\ F(n)_{i,ext}^{(1)} + \sum_k f(n)_k^{(1)} \end{pmatrix} \quad (3)$$

식 (3)에서 윗첨자 '(1)'은 외부 셀을 의미하며 벡터 X(n) 들과 F(n) 들은 각각 n 차 모우드의 유한요소 절점 변위 성분들과 절점 하중 성분들을 의미한다. 행렬 D(n) 들은 강성행렬 K(n) 과 질량 행렬 M(n) 으로 구성되는 동적행렬 D(n)=K(n)- ω²M(n)을 의미한다. 아래첨자 'c'는 내부 셀과 접촉하지 않는 절점 자유도에 관련된 항을 의미하고 아래첨자 'i'는 내부 셀과 접촉하는 절점 자유도에 관련된 항을 의미한다. 내부 셀의 경우에는 식 (4)로 표시되는데, 이때 아래첨자 'o'는 외부 셀과 접촉하는 절점 자유도에 관련된 항을 의미하고 아래첨자 'i'는 외부 셀과 접촉하지 않는 절점 자유도에 관련된 항을 의미한다. 하중 벡터중 아래 첨자에 영문자 'ext'가 붙은 것은 외부력을 구별하기 위한 것이며, f(n)_k는 k 번째 내심재와의 접촉에 의하여 가해지는 n 차 모우드의 하중을 의미한다. 하중 성분 F(n)_i⁽³⁾는 내부 충전유에 의하여 원통 셀 요소에 가해지는 음향학적 하중을 의미한다.

$$\begin{bmatrix} D(n)_{00}^{(3)} & D(n)_{0i}^{(3)} \\ D(n)_{i0}^{(3)} & D(n)_{ii}^{(3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(n)_0^{(3)} \\ X(n)_i^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} F(n)_{0,ext}^{(3)} + \sum_k f(n)_k^{(3)} \\ F(n)_{i,ext}^{(3)} + F(n)_{f,s}^{(3)} \end{pmatrix} \quad (4)$$

2.3 내심재 유한 요소와 축대칭체 원통셀 요소의 결합

Fig. 2에서 요소 (2)는 내심재를 표시하는데, 내심재 요소로는 2 절점 케이블 요소를 사용하였다. k 번째 내심재의 경우 윗첨자 '(2)'와 아래 첨자 'k'를 사용하여 식 (5)와 같이 표시한다. 식 (5)에서 F_k⁽¹⁾과 F_k⁽³⁾은 k 번째 내심재와 셀과의 접촉에 의하여 외부 셀과 내부 셀 요소에 각각 가해지는 원주 좌표상의 집중 하중의 크기이다.

$$D_k^{(2)} X_k^{(2)} = -F_k^{(3)} - F_k^{(2)} \quad (5)$$

k 번째 내심재와의 접촉으로 인하여 외부 셀 축대칭체 요소와 내부 셀 축대칭체 요소에 각각 가해지는 하중들은 F_k⁽¹⁾과 F_k⁽³⁾의 크기를 갖는 원주상 델타 함수로 표시 가능하며, 포아송 합 (Poisson's Summation) 공식을 이용하면, n 차 모우드에 해당되는 식 (6)과 (7)을 얻는다.

$$f(n)_k^{(1)} = \frac{F_k^{(1)}}{2\pi R_s} e^{-jn\theta_k} \quad (6)$$

$$f(n)_k^{(3)} = \frac{F_k^{(3)}}{2\pi R_s} e^{-jn\theta_k} \quad (7)$$

이때, n 차 모우드에 있어서 k 번째 내심재와 내,외부 셀의 접촉 위치에서는 내심재의 변위와 내,외부 셀 요소의 변위가 같아야 하므로 각각의 축대칭체 요소의 절점 변위와 변환행렬 Θ_k(n)을 사용하여 식 (8)의 조건이 성립되어야 한다.

$$\begin{aligned} X(n)_k^{(2)} &= \Theta_k(n) X(n)_i^{(1)} = \Theta_k(n) X(n)_o^{(3)} \\ &= \Theta_k(n) X(n)^{(2)} \end{aligned} \quad (8)$$

식 (5), (6), (7), (8)을 이용하여, 모든 동일한 m 개의 내심재들과, 축대칭체 셀 요소들을 결합한 식 (9)를 유도할 수 있다.

$$D(n)_{shell} X(n)_{shell} = F(n)_{shell} + F(n)_{f,s} \quad (9)$$

식 (9)의 행렬 D(n)_{shell}은 식 (10)으로 표시되고, 변위 벡터 X(n)_{shell}은 식 (11)로 표시된다. F(n)_{f,s}는 모듈 내부의 충전유에 의하여 내부 셀에 가해지는 음향학적 하중을 표시한다.

$$D(n)_{shell} = \begin{bmatrix} D_{oo}^{(1)} & D_{oi}^{(1)} & 0 \\ D_{io}^{(1)}(D_{ii}^{(1)} + D_{oo}^{(3)} + \sum_{k=1}^m \frac{D_k^{(2)}}{2\pi R_s} \Theta(n)_k e^{-jn\theta_k} & D_{oi}^{(3)} & \\ 0 & D_{io}^{(3)} & D_{ii}^{(3)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$X(n)_{shell} = \begin{pmatrix} X(n)_o^{(1)} \\ X(n)^{(2)} \\ X(n)_i^{(3)} \end{pmatrix} \quad (11)$$

2.4 변환 행렬 $\Theta(n)_k$

내심재 k 와 결합되는 내부 축대칭체 요소의 원주 방향 n 차 모우드의 절첩 변위 벡터 $X(n)_i^{(1)}$ 과 k 내심재 위치에서의 변위 $X(n)_k^{(2)}$ 는 각각 아래와 같이 표시되며, 이로부터 식 (12)와 같이 변환 행렬 $\Theta(n)_k$ 를 정의할 수 있다.

$$X(n)_i^{(1)} = \left\{ \left\{ U(n)_i, V(n)_i, W(n)_i \right\}_1^T, \left\{ U(n)_i, V(n)_i, W(n)_i \right\}_2^T, \dots \right\}^T$$

$$X(n)_k^{(2)} = \left\{ \left\{ U(n)_i, \cos(n\theta_k), V(n)_i, \sin(n\theta_k), W(n)_i, \cos(n\theta_k) \right\}_1^T, \dots \right\}^T$$

$$\Theta(n)_k = \begin{bmatrix} \cos n\theta_k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sin n\theta_k & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \cos n\theta_k & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos n\theta_k & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin n\theta_k & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos n\theta_k & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \quad (12)$$

2.5 내부 충전유체 유한요소

모듈의 내부 충전유체를 음향학적 매질로 간주할 경우 다음의 (13) 식의 헬름홀쯔 방정식을 만족하여야 한다.

$$\nabla^2 p + (\omega^2 / a_0^2) p = 0 \quad (13)$$

식 (13)에서 p는 유체의 음압이고 a_0 는 유체의 음속이다. 이때, 내부 셀과의 경계 조건은 식 (14)로 주어지고 코어와의 경계 조건은 식 (15)로 주어진다. v_a 는 내측 셀과의 경계에서의 충전 유체의 r 방향 속도 성분이며, v_c

는 코어와의 경계에서의 충전 유체의 r 방향 속도 성분, 그리고 ρ_f 는 유체 밀도이다.

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -j\rho_f \omega V_a \quad (14)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = j\rho_f \omega V_c \quad (15)$$

축대칭체 유체 요소 방정식은 다음의 식 (16)으로 표시되며, 이때의 충전유체 요소의 동적 행렬 $[A]_e$ 는 식 (17)로 주어진다.⁽⁹⁾

$$[A]_e \{P\}_e = \{f\}_e \quad (16)$$

$$[A]_e = \int_{v_e} \left([B_f]_e^T [B_f]_e - \frac{\omega^2}{a_0^2} [N_f]_e^T [N_f]_e \right) dV$$

$$= [K_a]_e - \omega^2 [M_s]_e \quad (17)$$

이때, $[B_f]_e$ 는 식 (18)로 주어지며, $[N_f]_e$ 는 축대칭체 유체 요소의 형상함수이다.

$$[B_f]_e = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} [N_f]_e \quad (18)$$

식 (16)의 요소 식들을 이용하여 n 차 원주 모우드에 대한 단위 모듈 충전 유체 전체의 유한요소 방정식을 구성하면 식 (19)로 된다.

$$[K(n)_a - \omega^2 M(n)_a] P(n) - \omega^2 S_s X(n)_{shell} - \omega^2 S_c X(n)_{core} = F(n)_a \quad (19)$$

식 (19)에서 S_s 는 셀-유체 연성 행렬이며 S_c 는 유체-코어 연성 행렬이다. 이들을 구성하기 위한 요소 연성 행렬은 다음의 식 (20), (21)로 각각 만들어진다. 식 (20), (21)의 적분은 구조-유체의 접촉 경계를 따라서 수행된다. $[N_s]_e$ 는 구조 요소 즉, 접촉 경계를 갖는 내측 셀 축대칭체 요소의 형상함수이며, $[N_c]_e$ 는 코어 요소의 형상함수이다.

$$[S_s]_e = \int \rho_f [N_f]_e^T [N_s]_e dL \quad (20)$$

$$[S_c]_e = \int \rho_f [N_f]_e^T [N_c]_e dL \quad (21)$$

충진유체에 의하여 내측 셸 및 코어부의 연성 자유도에 가해지는 연성 하중은 식 (22), (23)으로 된다.

$$[S_c]_e = \int \rho_f [N_f]_e^T [N_c]_e dL \quad (22)$$

$$F(n)_{f,c} = -\frac{1}{\rho_f} S_c^T P(n) \quad (23)$$

2.6 코어부 유한요소 행렬

모듈 중심에 위치하는 코어의 영향은 1 차 원주 방향 도우드에 대해서만 고려한다. 코어부의 유한요소 방정식은 식 (23)의 음향학적 하중을 고려하여, 식 (24)로 된다.

$$(K_{core} - \omega^2 M_{core})X(n)_{core} + \frac{1}{\rho_f} S_c^T P(n) = F(n)_{core} \quad (24)$$

2.7 모듈 섹션(Section) 유한요소 행렬 구성

식 (9)에 식 (22)의 하중항을 고려하여 다시 쓰면 아래와 같으며,

$$\begin{aligned} [K(n)_{shell} - \omega^2 M(n)_{shell}]X(n)_{shell} + \frac{1}{\rho_f} S_s^T P(n) \\ = F(n)_{shell} \end{aligned} \quad (25)$$

이식과 식 (19), (24)로부터, 내심형 모듈 섹션의 유한요소 식 (26)을 얻는다.

$$G(n)X(n) = F(n) \quad (26)$$

$$\text{단, } G(n) = \begin{bmatrix} K(n)_{shell} & S_s^T \rho_f & 0 \\ 0 & K(n)_a & 0 \\ 0 & S_c^T / \rho_f & K_{core} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M(n)_{shell} & 0 & 0 \\ S_s & M(n)_a & S_c \\ 0 & 0 & M_{core} \end{bmatrix}$$

$$X(n) = \{X(n)_{shell}, P(n), X_{core}\}^T$$

$$F(n) = \{F(n)_{shell}, F(n)_a, F_{core}\}^T$$

3. 전달 행렬 구성 및 진동전달 해석

3.1 내심형 모듈 섹션의 전달 행렬

식 (26)을 섹션의 왼편 연결 자유도와 오른편 연결 자유도, 그리고 내부 자유도의 3 부분으로 분할하여 (27)과 같이 표시 가능하다. 식 (27)에서 아래 첨자 '1'은 왼편, '2'는 내부, 그리고 '3'은 오른편 자유도를 의미한다.

$$\begin{aligned} G_{11}X_1 + G_{12}X_2 + G_{13}X_3 &= F_1 \\ G_{21}X_1 + G_{22}X_2 + G_{23}X_3 &= F_2 \\ G_{31}X_1 + G_{32}X_2 + G_{33}X_3 &= F_3 \end{aligned} \quad (27)$$

내부 자유도의 외력이 없을 경우, X_2 를 구하면,

$$X_2 = G_{22}^{-1}(G_{21}X_1 + G_{23}X_3)$$

이 되고, 이를 대입하여 정리하면 식 (28)이 되며 식 (28)의 전달 행렬 T는 식 (29)와 같이 된다.

$$\begin{pmatrix} X_3 \\ -F_3 \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} X_1 \\ F_1 \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$T = - \begin{bmatrix} (G_{13} - G_{12}G_{22}^{-1}G_{23})0 \\ (G_{33} - G_{32}G_{22}^{-1}G_{23})I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (G_{11} - G_{12}G_{22}^{-1}G_{21}) - I \\ (G_{31} - G_{32}G_{22}^{-1}G_{21}) 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

3.2 전파상수 (Propagation Constant)

(28)의 내심형 모듈 섹션이 z 축 방향으로 연속적으로 무한히 연결될 경우, s+1 번째 섹션의 왼쪽단에서의 상태벡터는 s 번째 섹션의 왼쪽단의 상태벡터와 (30)의 관계를 갖는다.

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ F_1 \end{pmatrix}_{s+1} = e^{\mu L} \begin{pmatrix} X_1 \\ F_1 \end{pmatrix}_s \quad (30)$$

식 (30)에서 L은 섹션의 길이이며, μ 는 복소수 전파상수로서 μ 의 실수부가 양수 일때는 진행함에 따라 증폭되는 파를 의미하고 음수일 경우에는 파의 진행에 따라 감쇠되는 파를 의미한다. μ 의 허수부는 진행하는 파의 파수를 의미한다. μ 가 허수부만을 가질 경우에는 순수

진행파의 특성만 갖게된다.

$s+1$ 번째 섹션의 왼쪽단에서의 상태벡터는 s 번째 섹션의 오른쪽 단의 상태벡터와 (31)의 관계를 갖는다. 이로부터 식 (32)의 고유치 문제를 유도할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ F_1 \end{pmatrix}_{s+1} = \begin{pmatrix} X_3 \\ -F_3 \end{pmatrix}_s \quad (31)$$

$$[T]_K \begin{pmatrix} X_1 \\ F_1 \end{pmatrix}_K = \lambda \begin{pmatrix} X_1 \\ F_1 \end{pmatrix}_K \quad (32)$$

(32)의 고유치 λ_i 는 전파상수 μ_i 와 $\lambda_i = e^{\mu_i L}$ 의 관계를 가지며, 이로부터 전파상수 μ_i 를 (33)과 같이 구할 수 있다.

$$\mu_i = \ln(\lambda_i)/L \quad (33)$$

즉, (32)의 고유치문제를 풀어서 내심 원통셀 모듈의 전파상수와 특성 자유파 (Characteristic Free Wave)의 형태를 알 수 있다.

3.3 반무한 원통셀 모듈의 진동 응답

식 (32)로 표시되는 내심형 모듈 섹션이 $+z$ 축 방향으로 연속적으로 무한히 연결될 경우, 외력이 없으면 상태벡터 $y(z)$ 에 대한 상태 방정식은 식 (34)로 표시된다.

$$\frac{dy(z)}{dz} = Qy(z) \quad (34)$$

식 (34)의 행렬 Q 는 전달행렬 T 와 같은 고유벡터를 가지며, μ_i 의 고유치를 갖는다. 외력이 없이 $z=0$ 에서 유한한 값 y_0 를 가질 경우, 임의의 z 위치에서의 응답은 공간 좌표에서의 라플라스 변환을 이용하여 간단하게 계산할 수 있다. (34)식의 양변을 라플라스 변환하면 (35)가 된다.

$$sY(s) - y_0 = QY(s) \quad (35)$$

행렬 Q 를 의사변환(Similarity Transform)을 이용하여 변환하고, 벡터 $Y(s)$ 를 (36)과 같이 모달 좌표를 이용하여 표시하면, 식 (37)과 같은 모달응답 식을 얻는다.

$$Y(s) = [\phi]q \quad (36)$$

$$q = [sI - [\mu_i]_{(diag)}]^{-1} ([\phi]^{-1} y_0) \quad (37)$$

식 (36), (37)로 주어지는 해를 라플라스 역변환하면 상태벡터 $y(z)$ 를 구하는 식 (38)을 얻는다.

$$y_i(z) = \sum_i (\phi)_{ij} \exp(\mu_j z) \left(\sum_K (\phi^{-1})_{jk} (y_0)_k \right) \quad (38)$$

식 (38)에서 $(\phi)_{ij}$ 는 특성 벡터 행렬 ϕ 의 요소이고 $(\phi^{-1})_{ii}$ 는 특성 벡터 행렬의 역행렬 ϕ^{-1} 의 요소이다.

4. 실험 및 수치 계산 결과 고찰

식 (38)로 계산된 결과를 검증하기 위하여 직경에 대한 길이의 비가 200인 원통형 모듈을 Fig. 3과 같이 한쪽 단에서 측면 방향으로 가진하고 가진 위치, 그리고 가진 위치에서 각각 6m 및 7m 떨어진 위치에서 원통셀 표면에 가진 방향으로 가속도계를 설치하여 가진점에서의 진동과 응답 위치에서의 진동의 비를 계측하였다.

실험에 사용된 원통셀은 외경에 대한 두께의 비가 1/20인 폴리우레탄 호스로 제작되고 원통셀 벽속에 원통셀 외경에 대한 직경의 비가 1/160인 케블라(Kevlar)로 된 내심재가 길이 방향으로 설치되었다. 원통셀 재료인 폴리우레탄의 밀도에 대한 셀 내부 충전유의 밀도의 비는 1/1.14 정도이다. 실험시 축 방향의 정적 인장력을 가한 상태로 가진하였으며 정적 인장력은 본 연구의 대상이 된 원통셀이 실제 기계 시스템에 사용될 경우에 예상되는 인장력의 크기 범위에 해당되는 4500 Newton으로 하였다. 원통셀의 한쪽 끝단에서 B&K 가진기를 이용하여 랜덤 가진하고, 응답 신호 측정은 B&K

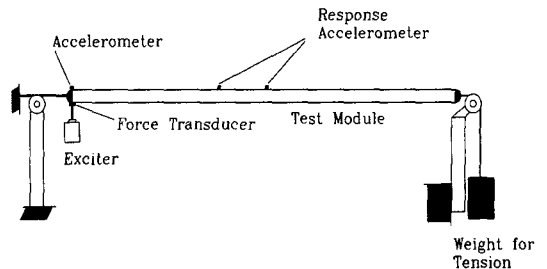


Fig. 3 Configuration of Cylindrical Shell Vibration Experiment

4375 가속도계를 이용하였으며 B&K 3550 다중채널 주파수 분석기를 이용하여 각 채널간의 주파수 응답함수를 계측, 분석하였다. 계측된 결과와 앞에서 유도된 식들을 이용하여 계산한 결과를 비교하였다. Fig. 4와 Fig. 5는 각각 6 m 와 7 m 에서의 실험치와 계산 결과를 비교한 것이다.

Fig. 4 및 Fig. 5 에서 점선으로 표시된 것은 실험에 의하여 계측된 결과이고 실선으로 표시된 것은 계산된 결과이다. Fig. 4 및 Fig. 5 에서 알수 있는 바와 같이 진동수 100 Hz 이하의 낮은 진동수 구역에서는 측정치와 계산치가 상당히 잘 일치하고 있는 것으로 간주할 수 있으나, 그 이상의 상대적으로 높은 진동수 구역에서는 오차가 발생하고 있음을 알 수 있다. Fig. 5 에서 측정된 결과 중 60 Hz 부근의 특성 성분은 전기적 잡음에 의한 것으로 판단되며, 특히 50 Hz 이하의 진동수 구역에서는 대단히 정확한 계산 결과를 보이는 것으로 생각된다. 100 Hz 이상의 비교적 높은 진동수 구역에서 오차가 발생하는 것은 원통셀의 재질이 비교적 유연한 재료로 제작되어 낮은 진동수 구역에 시스템의 특성모드들이 밀집됨에 따른 현상으로 판단된다. 본 연구의 관심 진동수는 상대적으로 낮은 진동수 대역에 있으므로 이와같은 결과는 충분히 활용 가능한 것으로 판단된다.

Fig. 6 은 6 m 위치에서의 진동 응답을 내심재가 없는 경우에 대하여 계산한 결과와 내심재 40개가 사용된 경우와 비교한 결과이며 Fig. 7은 7 m 위치에서의 계산 결과들이다. Fig. 6 과 Fig. 7에서 실선은 내심재가 사용된 경우이며, 점선은 내심재가 사용되지 않은 경우이다. Fig. 6 과 Fig. 7의 결과들을 보면, 해석 및 실험의 대상이 된 모듈의 경우, 40 Hz 이상의 진동수 구역에서 내심재 사용의 효과가 탁월하게 나타나며 그 이하의 진동수 구역에서는 내심재 사용의 효과가 크지 않음을 알 수 있

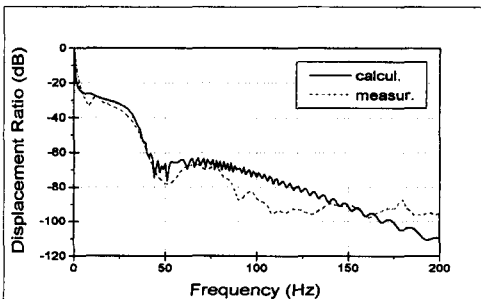


Fig. 4 Measured and calculated results at the 6 m aperted position from the excitation.

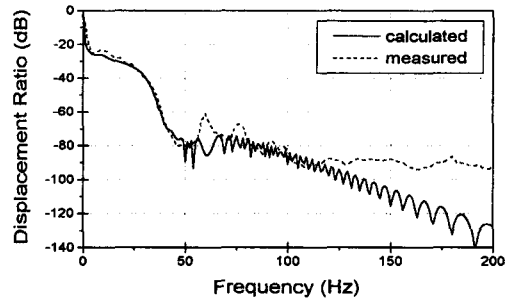


Fig. 5 Measured and calculated results at the 7 m aperted position from the excitation.

다. 이는 내심재가 없는 경우에는 정적으로 가해지는 초기 인장력을 원통셀 재료가 모두 감당하여야 하며 이에 따라 원통셀의 결보기 강성이 증가하여 높은 진동수 범위의 진동들이 전달이 잘되는데 따른 결과로 보여진다. 내심재가 사용되는 경우 대부분의 인장력을 내심재가 감당하므로 원통셀 재료는 정적 인장력이 상대적으로 약하게 지탱하게 되어 원통셀을 통한 진동 전달은 감소하는 현상이 발생한다.

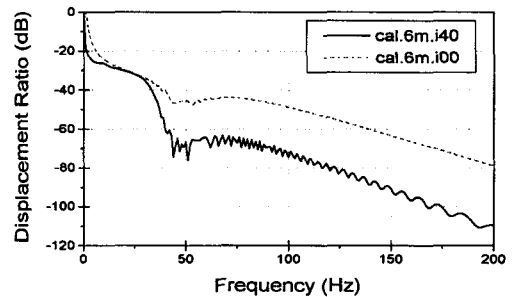


Fig. 6 Comparison of the responses at 6m position between the cases with 40 strength members and without any strength members.

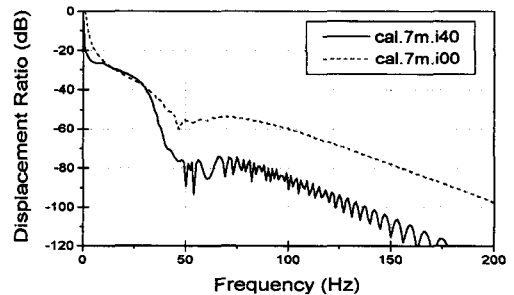


Fig. 7 Comparison of the responses at 7m position between the cases with 40 strength members and without any strength members.

Fig. 8 은 7 m 위치에서의 진동 응답을 내심재가 40 개가 있고 정적 인장력이 각각 1000, 2000 및 4500 N 인 경우들에 대하여 계산하여 비교한 것이다. 실선은 4500 N, 파선은 2000 N 그리고 점선은 1000 N 의 결과이다. Fig. 8 의 결과들을 보면 정적 인장력의 크기에 따라 응답이 영향을 받고 있으며, 인장력이 클수록 진동 전달률이 증가하는 경향을 보임을 알 수 있다. 이는 인장력이 클수록 유효 강성이 증가하는데서 기인하는 것으로 볼수 있다.

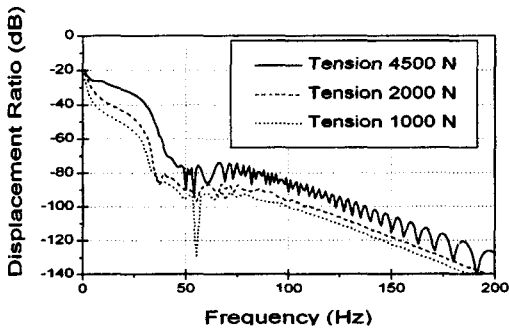


Fig. 8 The responses under different static tension forces at 7m position. (1000, 2000 and 4500 N each)

5. 결 론

정적 인장력을 받는 내심형 반무한(Semi-infinite) 원통셀의 진동 전달특성 해석 기법 개발을 목적으로 내심형 모듈 섹션의 유한요소 모델을 만들고 이로부터 전달행렬을 구성하였으며, 라플라스 변환 기법을 공간 좌표에 적용하여 임의의 위치에서의 응답을 계산하는 연구를 수행하였다.

제시된 기법의 검증을 목적으로 정적 인장력 하의 원통셀 모듈의 가진 실험을 수행 하였으며 계산한 값과 실험치를 비교한 결과, 유도된 기법은 관심 진동수 구역에서 충분한 유용성을 갖는 것으로 판단하였다.

실험 및 이론적 해석 대상으로 사용된 원통셀 모듈의 경우 약 50 Hz 이하의 진동수 구역에 대부분의 특성 성분 전달이 밀집되어 있으며 이 이상의 진동수 범위의 특성 성분들은 길이 방향으로의 전달량이 대단히 작아 매우 훌륭한 진동 차단 특성을 갖는 것으로 판단된다. 따라서 이 시스템에 입력되는 진동 성분들이 50 Hz 이상의 비교적 높은 성분들로 이루어지도록 하는 것이 시스템의 진동을 작게 하기 위하여 바람직할 것으로 생각되며, 이러한

진동수 구역은 시스템의 제원에 따라 변화할것으로 예상된다.

또한, 내심재를 사용하지 않는 경우의 계산 결과와 내심재 사용할 때의 계산 결과를 비교한 결과, 내심재 사용에 의한 효과는 정적 인장력이 있는 경우에 더욱 효과를 기대할 수 있을 것으로 보이며, 진동수 구역에 따라 내심재 사용에 의한 진동전달 감소 효과를 기대할 수 없는 경우도 있을 것으로 판단된다.

참고 문헌

1. W.T.Thomson, "Transmission of pressure waves in liquid filled tubes.", Proceeding of the First U.S. National Congress on Applied Mechanics, Chicago, pp. 922~933, 1953.
2. T.C.Lin and G.W.Morgan, "Wave propagation through fluid contained in a cylindrical elastic shell.", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 28, pp. 1165~1176, 1956.
3. R.Kumar, "Dispersion of axially symmetric waves in empty and fluid-filled cylindrical shells.", Acustica Vol. 27, pp. 317~329, 1972.
4. C.R.Fuller and F.J.Fahy, "Characteristics of wave propagation and energy distributions in cylindrical elastic shells filled with fluid", Journal of Sound and Vibration, Vol. 81, pp. 501-518, 1982.
5. C.R.Fuller, "The input mobility of an infinite circular cylindrical elastic shell filed with fluid.", Journal of Sound and Vibration, Vol. 87(3), pp. 409-427, 1983.
6. "유한요소법 핸드북", 동화기술, pp335~343, 1991.
7. T.T.Yeh and S.S.Chen, "Dynamics of a cylindrical shell system coupled by viscous fluid.", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 62 No. 2, pp. 262~270, 1977.
8. Arthur Leissa, "Vibration of shells.", Acoustic Society of America., 1993.
9. R.G.White and J.G.Walker, "Noise and Vibration", John Wiley & Sons, Chap. 16, 1982.