

# 전달행렬과 강성행렬에 의한 탄성지반상의 원형탱크해석

## An Analysis of Cylindrical Tank on Elastic Foundation by Transfer Matrix and Stiffness Matrix

남 문 희\*                      하 대 환\*\*  
Nam, Moon-Hee                Ha, Dae-Hwan  
이 관 희\*\*\*                    장 홍 득\*\*\*  
Lee, Kwan-Hee                Jang, Hong-Duk

### 요 약

탄성지반상의 원형탱크해석에는 여러 방법이 있지만 최근에 널리 사용되는 방법은 유한요소법이다. 그러나 이 방법은 탄성지반상의 탱크해석시 많은 절점수가 필요하게 된다. 이것은 곧 많은 계산기 기억용량 및 계산 시간 뿐만 아니라 노력이 필요하게 된다. 본 연구에서는 유사탄성지반보(Analogy of Beam on Elastic Foundation) 및 지반강성행렬(Foundation Stiffness Matrix)을 이용하여 축대칭하중을 받는 축대칭탱크를 뼈대 구조화 할 수 있었다. 또한 이 뼈대구조를 유한요소로 분할 하고, 각 요소 강성행렬(Stiffness Matrix)을 전달행렬(Transfer Matrix)로 전환하여 전달행렬법으로 원형탱크를 해석 할 수 있었다. 유한요소법과 전달행렬법을 탄성지반상의 원형탱크 해석에 적용한 결과 두 해석결과의 차이는 없고, 전달행렬법을 적용한 경우 최종 연립방정식수가 4개로 간략화 되었다.

### Abstract

Even though there are many analysis methods of circular tanks on elastic foundation, the finite element method is widely used for that purpose. But the finite element method requires a number of memory spaces, computation time to solve large stiffness equations. In this study many the simplified methods(Analogy of Beam on Elastic Foundation, Foundation Stiffness Matrix, Finite Element Method and Transfer Matrix Method) are applied to analyze a circular tank on elastic foundation. By the given analysis methods, BEF analogy and foundation matrix method, the circular tank was transformed into the skeletonized frame structure. The frame structure was divided into several finite elements. The stiffness matrix of a finite element is related with the transfer matrix of the element. Thus, the transfer matrix of each finite element utilized the transfer matrix method to simplify the analysis of the tank. There were no significant difference in the results of two methods, the finite element method and the transfer matrix method. The transfer method applied to a circular tank on elastic foundation resulted in four simultaneous equations to solve completely.

Keywords : analogy of beam of elastic foundation, foundation stiffness matrix, transfer matrix, skeletonized

\* 정희원, 경상대학교 토목공학과 교수  
\*\* 영동신문대학 토목과 조교수  
\*\*\* 경상대학교 대학원 박사과정

• 이 논문에 대한 토론을 1997년 6월 30일까지 본 학회에 보내주시면 1997년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

셸의 해석에 있어서 그 형상이 비교적 단순한 경우에는 수학적인 엄밀해가 있으나 셸이 지반과 상호작용을 하는 경우 엄밀해를 구하는 것은 어렵다. 축대칭 셸해석을 단순화하기 위해서 Hetenyi<sup>[1]</sup>와 Ghali<sup>[2]</sup> 등은 축대칭 하중을 받는 축대칭 원통형 셸을 탄성지반상의 보로 간주할 수 있다는 즉, 유사탄성지반보(Analogy of Beam on Elastic Foundation) 개념을 도입하였다.

Grafton과 Strome<sup>[3]</sup>, Zienkiewicz와 Cheng<sup>[4]</sup> 등은 유한요소법을 축대칭 셸 해석에 도입하였다. 그러나 이 방법은 방대한 자유도수로 컴퓨터의 기억용량 및 계산시간이 문제가 되었다.

그후 셸의 간략해석을 위해서 Pulmano, Tham-biratnam, Tin-Loi<sup>[5]</sup> 등은 유사탄성지반보 및 유한요소법을 접목하여 탄성지반상의 원통형 셸 해석을 매우 간략하게 하였다. 최근에는 원통형 셸 해석에 그 미분방정식으로부터 유도된 전달행렬<sup>[6]</sup>을 이용하여 전달행렬법을 적용시키고 있다.

본 연구에서는 유사탄성지반보, 지반강성행렬, 유한요소법과 전달행렬법을 이용하여 셸 해석의 간략화를 하고자 한다.

2. 이론적 고찰

축대칭 셸 해석의 간략화를 위해서 도입되는 유사탄성지반보, 지반강성행렬, 유한요소법 및 전달행렬법을 고찰하고자 한다.

2.1 유사탄성지반보<sup>[7]</sup>

얇은 두께( $h$ )를 가진 원통형 셸이 축대칭 하중( $p$ )을 받고 있을 경우 원통형 셸이 변형 후에도 원통형을 유지하게 된다. 즉, Fig.1과 같이 반경방향의 변위  $\Delta R=v$ 가 발생한다. 반경방향의 변위  $v$ 는 길이방향  $AB$ 의 변위로 간주되고 축대칭 내압은 길이방향의 띠에 휨 모멘트를 발생시킨다. 또한 변위  $v$ 는 축대칭 원통형 셸의 원주방향 힘  $N$ 를 유발한다.

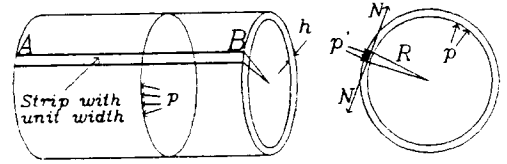


Fig. 1 Typical longitudinal strip of cylinder shell

$$N = \frac{Eh}{R}v \tag{2-1}$$

축대칭 내압에 의하여 원통형 셸의 반경방향 반력 강도  $p'$ 는 반지름  $R$  및 원주방향의 힘  $N$ 의 함수로 표현되고 식(2-2)와 같이 표현된다.

$$p' = N \frac{1}{R} = \frac{Eh}{R^2}v \tag{2-2}$$

혹은

$$p' = \frac{Eh}{R^2}v = kv \tag{2-3}$$

즉 반경방향의 반력을 임의의 계수( $k$ )와 변위( $v$ )의 곱으로 표시된다. 여기서  $k$ 를 원통형 셸의 길이 방향  $AB$ 에 작용하는 지반반력계수라 한다.

2.2 유한요소법<sup>[8]</sup>

유사탄성지반보의 개념으로 원통형 셸을 탄성지반상의 보로 간주하고, 이 탄성지반상의 보에 대한 강성행렬(stiffness matrix)을 유도하면 다음과 같다. 강성행렬은 두 행렬의 합으로 구성된다. 하나는 보 자체의 강성행렬( $k_{AB}$ )이고 다른 하나는 탄성지반을 고려한 지반강성행렬(foundation stiffness matrix,  $k_f$ )이다. 보 자체의 강성행렬은 축방향과 휨에 대한 강성행렬로 구분한다.

2.2.1 축방향 강성행렬

아래 Fig. 2와 같은 단면적이 변하는 보에 대한 축방향 강성행렬은 다음과 같다.

$$u = a_1 + a_2x \tag{2-4}$$

$$u = [A]\{a\} \tag{2-5}$$

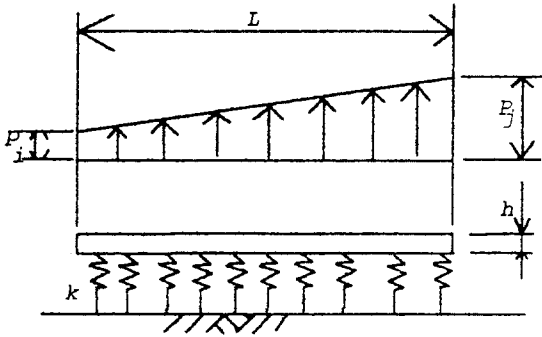


Fig. 2 Beam on elastic foundation

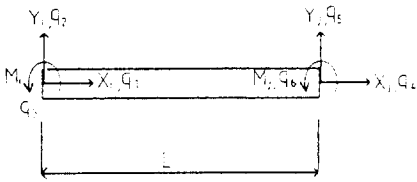


Fig. 3 Load-displacements at node

여기서,  $[A] = [1 \ x]$   
 $\{a\} = \{a_1 \ a_2\}^T$

식(2.4)에 경계조건을 적용하고 행렬식으로 간략하게 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \quad (2-6)$$

또는

$$\{q\} = [C] \{a\} \quad (2-7)$$

미정계수 행렬  $\{a\}$ 를 질점변위 향으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/L & 1/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_4 \end{Bmatrix} \quad (2-8)$$

$$\{a\} = [C]^{-1} \{q\}$$

축력을 받는 부재에 대한 변형에너지  $U_A$ 는 다음과 같다.

$$U_A = \int_0^L \frac{1}{2} \left( \frac{du}{dx} \right)^T EA_x \left( \frac{du}{dx} \right) dx \quad (2-9)$$

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} = [B] \{a\} \quad (2-10)$$

여기서,  $[B] = [0 \ 1]$ ,  $\{a\} = \{a_1 \ a_2\}^T$

$$A_x = hb_x = h \left( b_1 + \frac{b_2 - b_1}{L} x \right)$$

$$= h(b_1 + b_2 x)$$

행렬식으로 정리하면 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$U_A = \int_0^L \frac{1}{2} \{a\}^T [B]^T EA_x [B] \{a\} dx$$

$$= \frac{1}{2} \{q\}^T [C]^{-1} \int_0^L [B]^T EA_x [B] dx [C]^{-1} \{q\} \quad (2-11)$$

$$U_A = \frac{1}{2} \{q\}^T [C]^{-1} [k_A] [C]^{-1} \{q\} \quad (2-12)$$

여기서,

$$[k_A] = \int_0^L [B]^T EA_x [B] dx \quad (2-13)$$

식(2-12)에서

$$[[C]^{-1}]^T [k_A] [C]^{-1} = [k_A] \quad (2-14)$$

로 놓으면 식(2-16)의  $[k_A]$ 가 곧 축방향에 대한 강성행렬이 된다.

$$[k_A] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 \frac{L}{2} & -(c_1 + c_2 \frac{L}{2}) \\ -(c_1 + c_2 \frac{L}{2}) & c_1 + c_2 \frac{L}{2} \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

### 2.2.2 휨강성행렬

Fig.3과 같은 보의 휨에 대한 변위함수를 3차 다

항식으로 가정하면 식(2-16)과 식(2-17)로 표현된다.

$$v = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3 \quad (2-16)$$

$$v = [A]\{a\} \quad (2-17)$$

여기서,  $[A] = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{bmatrix}$   
 $\{a\} = \{a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4\}^T$

식(2-16)에 경계조건을 적용하고, 행렬식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} q_2 \\ q_3 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & L & L^2 & L^3 \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

$$\{q\} = [C]\{a\}$$

상기 식의 미정계수 벡터  $\{a\}$ 를 변위 항으로 표현하면 아래와 같다.

$$\{a\} = [C]^{-1}\{q\} \quad (2-19)$$

보의 휨에 대한 미분방정식 및 행렬식은 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$M = EIv'' = D \frac{d^2v}{dx^2}$$

$$M = D[B]\{a\} = D[B][C]^{-1}\{q\} \quad (2-20)$$

휨에 의한 변형에너지  $U_B$ 는 이에 대한 행렬식으로 간략하게 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} U_B &= \int \frac{1}{2} \left( \frac{d^2v}{dx^2} \right) M dx \\ &= \int \frac{1}{2} \{B\}\{a\}\{a\}^T D[B][C]^{-1}\{q\} dx \\ &= \frac{1}{2} \{q\}^T [C]^{-1} \int [B]^T D[B] dx \\ &\quad \times [C]^{-1} \{q\} \end{aligned} \quad (2-21)$$

식(2-21)에서  $[k_B]$ 를  $\int [B]^T D[B] dx$ 로 놓고 정리하면 변형에너지  $U_B$ 는

$$U_B = \frac{1}{2} \{q\}^T [[C]^{-1}]^T [k_B] [C]^{-1} \{q\} \quad (2-22)$$

와 같고, 식(2-22)에서

$$[[C]^{-1}]^T [k_B] [C]^{-1} = [k_B] \quad (2-23)$$

로 놓으면, 식(2-23)의  $[k_B]$ 가 휨에 대한 보의 강성행렬이 된다. 보의 단면이 변하는 경우의 휨강성은 아래와 같을 수 있다.

$$D = \frac{Ebh_x^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{Eb}{(C_1^3 + 3C_2^2 C_3 x + 3C_1 C_3^2 x^2 + C_3^3 x^3)} \quad (2-24)$$

### 2.2.3 지반강성행렬

원통형 웰 및 저판의 지반반력에 대한 변형에너지  $U_F$ 는 지반반력계수  $k$ 를 고려하면 다음과 같고 강성행렬 유도과정은 상기 기술된 휨강성행렬 유도과정과 유사하다.

$$U_F = \frac{1}{2} \int v^T k v dx \quad (2-25)$$

$$U_F = \frac{1}{2} \{q\}^T [[C]^{-1}]^T [k_F] [C]^{-1} \{q\} \quad (2-26)$$

$$[k_F] = \int_0^L [A]^T \frac{Eh}{R^2} [A] dx \quad (2-27)$$

그래서 탄성지반강성행렬은 아래와 같다.

$$[k_F] = [[C]^{-1}]^T [k_F] [C]^{-1} \quad (2-28)$$

식(2-25)에서  $k$ 값을  $b \frac{Eh}{R^2}$ 로 두면  $[k_F]$ 가 원통형 웰에 대한 유사탄성지반보의 지반강성행렬이 되고, 그리고  $bk_0$ 로 두면 원판을 부채꼴 판으로 분할하였을 경우 원판하단의 지반강성행렬이 된다. 여

기서  $b$ 는 부재 폭을 그리고  $k_0$ 는 단위지반반력계수를 의미한다.

### 2.3 전달행렬

#### 2.3.1 전달행렬<sup>[9,10]</sup>

임의 부재의 좌·우절점에 임의의 량의 벡터량이 존재할 경우 부재의 우측 혹은 좌측의 벡터량은 각각 좌측 혹은 우측의 벡터량으로 나타낼 수 있다. 즉 좌·우측 벡터량의 매개함수( $f$ )를 행렬로 표시한 것이 전달행렬(TM)이 된다. 식으로 나타내면 다음과 같다.<sup>[8]</sup>

$$\{V\}^R = f\{V\}^L \quad (2-29)$$

혹은

$$\{V\}^R = [TM]\{V\}^L \quad (2-30)$$

여기서,  $\{V\}^R$ : 부재 우측의 변위 및 절점력

$[TM]$ : 전달행렬

$\{V\}^L$ : 부재 좌측의 변위 및 절점력

$f$ : 전달함수

#### 2.3.2 전달행렬과 강성행렬과의 관계<sup>[11]</sup>

Fig.3의 보와 같이 일반적으로 유한요소법에서 요소 양단의 절점력  $\{P\}$ 은 강성행렬  $[K]$ 와 변위  $\{d\}$ 의 함수 관계로 표시할 수 있다. 행렬식으로 표시하면 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{P\} = [K]\{d\}$$

임의 부재의 강성행렬을 각 절점 벡터량으로 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \{p_i\} \\ \{p_j\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [k_{ii}] & [k_{ij}] \\ [k_{ji}] & [k_{jj}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_i\} \\ \{d_j\} \end{Bmatrix} \quad (2-31)$$

$$\{p_i\} = [k_{ii}]\{d_i\} + [k_{ij}]\{d_j\}$$

$$\{p_j\} = [k_{ji}]\{d_i\} + [k_{jj}]\{d_j\}$$

절점  $j$ 의  $\{d_j\}$ 와  $\{p_j\}$ 로 정리하면 식(2-32)과 같다.

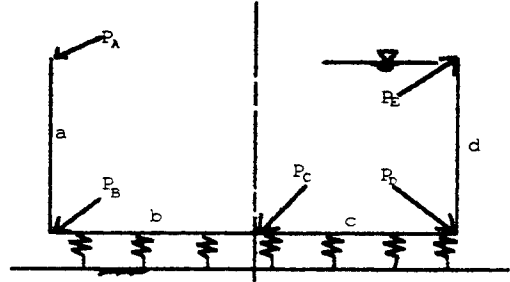


Fig. 4 Skeletonized tank on elastic foundation

$$\{d_j\} = [k_{ij}]^{-1}\{p_i\}$$

$$- [k_{ij}]^{-1}[k_{ii}]\{d_i\}$$

$$\{p_j\} = [k_{ji}]\{d_i\}$$

$$+ [k_{jj}][k_{ij}]^{-1}\{p_i\}$$

$$- [k_{jj}][k_{ij}]^{-1}[k_{ii}]\{d_i\}$$

$$\begin{Bmatrix} \{d_j\} \\ \{p_j\} \end{Bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} [-k_{ij}]^{-1}[k_{ii}] & [k_{ij}]^{-1} \\ [k_{ji}] - [k_{jj}][k_{ij}]^{-1}[k_{ii}] & -[k_{jj}][k_{ij}]^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_i\} \\ \{-p_i\} \end{Bmatrix}$$

(2-32)

즉, 식(2-31)의 강성행렬을 식(2-32)의 전달행렬로 전환할 수 있다.

#### 2.4 축대칭 원형탱크 해석

Fig.4와 같은 탱크를 전달행렬법으로 해석하려면 식(2-32)를 이용하여 식(2-33)과 같이 정리할 수 있다.

$$\{V_{2d}\} = \{[TM_d][TM_c][TM_b][TM_a]\{V_{1a}\}$$

$$- \{[TM_d][TM_c][TM_b][TM_a]\{V_A\}$$

$$- \{[TM_d][TM_c][TM_b]\{V_B\}$$

$$- \{[TM_d][TM_c]\{V_C\}$$

$$- \{[TM_d]\{V_D\} - \{V_E\}$$

위 식을 간단히 정리하면 다음과 같다.

$$\{V_{2d}\} = [TM]\{V_{1a}\} - \{C\} \quad (2-33)$$

식(2-33)을 분할하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{p_{2d}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [TM_{11}] & [TM_{12}] \\ [TM_{21}] & [TM_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{-p_{1d}\} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \{C_1\} \\ \{C_2\} \end{Bmatrix}$$

또는 아래와 같이 볼 수 있다.

$$\{0\} = -[TM_{12}]\{p_{1d}\} - \{C_1\} \quad (2-35)$$

$$\{p_{2d}\} = -[TM_{22}]\{p_{1d}\} - \{C_2\} \quad (2-36)$$

식(2-35)로부터 미지수  $\{p_{1d}\}$ 를 구할 수 있다. 각 절점의 절점력을 인차적으로 구할 수 있다.

축대칭의 특성을 이용하여 해석단면을 대칭단면 c.d부재에 한정하면 대상부재수를 반으로 줄일 수 있고 계산시간도 단축할 수 있다. 그래서 해석단면을 대칭단면으로 한정하면 식(2-33)을 다음과 같이 할 수 있다

$$\{V_{2d}\} = [TM_d][TM_c]\{V_{1d}\} - [TM_d]\{V_{D1}\} - \{V_K\} \quad (2-37)$$

$$\{V_{2d}\} = [TM]\{V_{1d}\} - \{C\} \quad (2-38)$$

상기 식은 식(2-35) 및 식(2-36)과 같이 간단하게 정리하여 컴퓨터를 이용한 미지수 풀이가 쉽다. 그래서 식(2-38)의 좌·우항을 하중-변위관계로 정리하면 유한요소법의 연립방정식 풀이와 같은 방법으로 미지수를 구할 수 있다.

### 3. 적용에 및 결과분석

#### 3.1 적용예

제시된 탄성지반상의 원형 탱크해석의 간략화 이론을 실 구조물에 적용하기 위해서 Fig.5와 같은 내수압을 받고 있는 탄성지반상의 탱크를 선택하였다. 탱크는 지반반력( $k$ )가  $10.0\text{kg/cm}^2$ 인 탄성지반위에 놓여 있고 반지름  $R$ 이  $10.0\text{m}$ , 높이  $H$ 가  $10.0\text{m}$  그리고 포와송 비( $\nu$ ) 및 탄성계수( $E$ )는 각각  $0.3$ ,  $230,000\text{kg/cm}^2$ 로 가정하였다. 지관 및

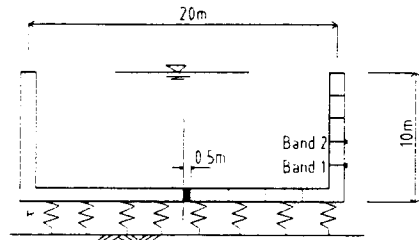


Fig. 5 Cylindrical tank on elastic foundation

벽체의 두께는 각각  $50\text{cm}$ ,  $30\text{cm}$ 이고 등단면으로 가정하였다. 단 부재의 자중은 무시하였다. 해석을 3단계로 구분하였고, 유한요소법 및 제안된 전달행렬법에 의한 결과를 비교하였다. 첫 번째, 내수압만을 받고 있는 경우, 두 번째, 저판에서부터 높이의  $1/5$ 지점에 제1원통띠를 설치하여 원통중심으로 압축력을 가한 경우, 마지막으로 저판에서부터 높이의  $1/5$  및  $2/5$ 지점에 압축력을 가한 것으로 하였다. 원통에 가한 압축력은 내수압만을 받는 탱크에서 발생하는 원주방향인장력에 의한 저항력의  $1/2$ (제1원통띠 :  $36.472\text{ton}$ , 제2원통띠 :  $31.378\text{ton}$ )로 하였다.

#### 3.2 결과분석

주어진 탄성지반 위에 놓인 축대칭 하중을 받는 원통형 축대칭탱크를 유사탄성지반보의 개념을 적용하여 뼈대구조화 하였다. 뼈대구조화된 탱크의 해석대상단면을 유한요소법 및 전달행렬법을

Table 1 Comparison of bending moments

(unit : t · m)

No - de No.	Case1		Case2		Case3	
	F.E.M	T.M.M	F.E.M	T.M.M	F.E.M	T.M.M
1	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
2	0.011	0.011	0.009	0.008	0.009	0.008
3	0.057	0.057	0.046	0.045	0.045	0.045
4	-0.038	-0.038	-0.030	-0.030	-0.030	-0.029
5	-1.020	-1.020	-0.811	-0.811	-0.795	-0.795
6	-2.641	-2.641	-2.100	-2.100	-2.058	-2.058
7	1.153	1.153	-0.071	-0.071	0.143	0.143
8	0.152	0.152	0.386	0.386	-0.651	-0.651
9	-0.052	-0.052	0.012	0.012	0.226	0.226
10	-0.001	-0.001	-0.017	-0.017	0.039	0.039
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Table 2 Comparison of hoop tensions

(unit : t)

No-de No.	Case1		Case2		Case3	
	F.E.M	T.M.M	F.E.M	T.M.M	F.E.M	T.M.M
6	39.405	39.405	37.386	37.386	37.920	37.919
7	72.943	72.943	60.184	60.184	57.499	57.499
8	62.756	62.756	59.635	59.635	48.030	48.030
9	40.397	40.397	40.947	40.947	38.298	38.297
10	19.871	19.871	20.040	20.040	20.561	20.561
11	0.009	0.009	-0.111	-0.111	-0.041	-0.041

• 여기서 (-)는 원주방향 압축력을 표시함.

적용한 결과 Table 1과 Table 2에 표시된 바와 같이 해석결과의 차이는 거의 없고 일부 약간의 차이는 연산과정에서 오는 오차로 생각된다. 그리고 제시된 전달행렬법의 적용 결과 4원 연립방정식만을 풀면 각 절점의 단변력을 연차적으로 구할 수 있었다.

각 단계에서의 결과는 Fig.6, Fig.7 및 Fig.8에 표시된 것과 같이 모멘트는 저판과 벽체가 접하는 곳에서 최대로 발생하고 있다. 저판 및 실린더에 발생하는 모멘트의 크기는 저판 및 실린더가 접하는 점으로부터 멀어지면서 모멘트의 크기가 감소하였다. 원주방향인장력은 실린더 하단부에 크게 발생하고 상부로 접근하면서 작아졌다.

저판에서부터 측벽높이의 1/5점에 원통중심으로 압축력을 가한 결과 저판에서의 모멘트 변화는 작고 실린더부에서만 큰 변화가 발생하였다.

압축력을 다시 2/5점에 가한결과 1/5 높이에

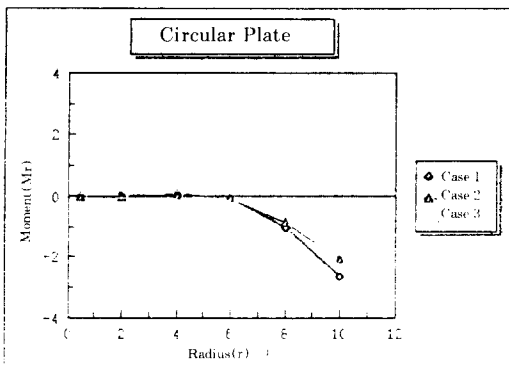


Fig. 6 Moment of circular plate

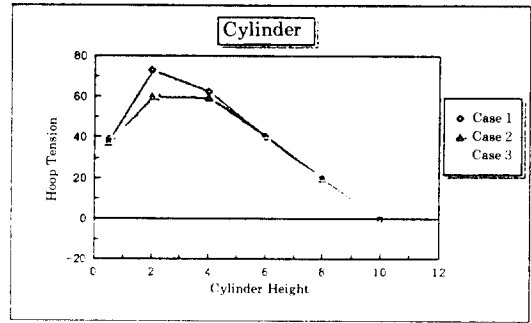


Fig. 7 Hoop tension of cylinder

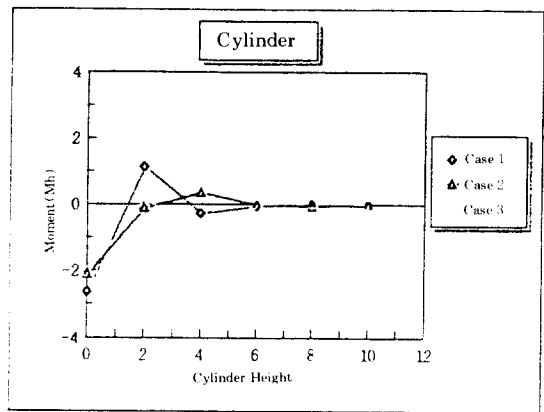


Fig. 8 Moment of cylinder

만 압축력을 가한 결과와 유사하게 모멘트의 변화가 저판 및 실린더에 발생하였다. 또한 실린더에 발생하는 원주방향인장력은 실린더 중심으로 가한 압축력의 영향으로 크게 감소하였다.

탱크단면의 효율성을 위해서 받단면으로 설계를 한다면 저판과 원통이 접하는 부분을 두껍게 설계하는 것이 바람직할 것으로 생각된다.

### 3.3 고찰

유한요소법으로 쉘을 해석할 경우 측대칭 구조의 쉘이라도 많은 절점수가 필요하게 되고 절점수에 대응하는 상행렬법을 포함하는 연립방정식을 풀기 위해서 방대한 계산기 기억용량 및 시간이 필요하다. 또한 입력자료 작성 및 출력자료 분석에 많은 시간과 노력이 필요하게 된다. 그러나 제

시된 유사탄성지반보의 개념을 축대칭 원통형 셀에 적용하면 뼈대구조화 할 수 있어 절점수를 줄일 수 있고, 탄성지반과 탄성지반에 접하는 탱크의 원형저판을 부채꼴 모양으로 분할하고 부채꼴보 및 부채꼴 보에 접하는 탄성지반에 대한 강성행렬 및 지반강성행렬을 각각 구함으로서 탱크저판도 뼈대구조화 할 수 있었다. 이러한 셀의 뼈대구조화는 절점수를 크게 감소시킬 수 있을 뿐만 아니라 입력자료 작성 및 출력자료 분석은 유한요소법에 의한 것보다는 아주 간단하게 된다.

전환된 뼈대구조에 전달행렬법을 적용하면 연립방정식수를 대폭 감소시켜 최종 연립방정식수를 4개로 간략화 할 수 있어 소형계산기에도 셀 해석이 가능하다.

Table 1.과 Table 2.에서 두 해석법의 결과가 잘 일치하는 이유는 전달행렬법에 사용된 전달행렬은 유한요소법에 사용된 강성행렬의 고유특성을 가지고 있기 때문인 것으로 판단된다.

#### 4. 결 론

축대칭 원형탱크 해석을 간략화 하기 위해서 유사탄성지반보, 지반강성행렬, 유한요소법 및 전달행렬을 적용한 결과 다음과 같은 결과를 얻었다.

첫째, 유한요소법에 의한 결과와 제안된 전달행렬법에 의한 결과는 잘 일치하였다. 둘째, 탄성지반 위에 놓인 원통형 탱크를 유사탄성지반보, 지반강성행렬을 이용하여 평면뼈대구조로 전환할 수 있었다.

셋째, 셀로부터 전환된 평면뼈대구조에서 유도된 강성행렬을 전달행렬로 전환 후, 전달행렬법으로 탄성지반상의 축대칭 원통형탱크를 4원연립방정식으로 간략하게 해석할 수 있었다.

넷째, 원통에 압축력을 가하면 내수압에 의하여 발생한 원주방향인장력을 감소시킬 수 있었다.

#### 참 고 문 헌

1. Hetenyi, M., 1946. *Beams on Elastic Foundation*, University of Michigan, U.S.A : 30~33.

2. Ghali, A., 1979, *Circular Storage Tanks and Silos*, John Willy and Sons, New York, N.Y. : 15~54.

3. Grafton, P. E., and Strome, D. R., 1963, Analysis of Axisymmetrical Shells by Direct Stiffness Method, *Journal of AIAA*, Vol. 1, No. 10: 2342-2347.

4. Cheng, Y. K., and Zienkiewicz, O. C., 1965, Plates and Tanks on Elastic Foundation in Application of Finite Element Method, *International Journal of the Solids Structures*, Vol. 1: 541-461.

5. Francis Tin-Loi, Victor A. Pulmano & David Thambiratnam, 1990, BEF Analogy For Axisymmetrically Loaded Cylindrical Shells, *International Journal of Computers and Structures*, Vol. 34, No.2, :281-285.

6. 남문희, 강종수, 윤한규, 하대환, 1983. 전달행렬에 의한 축대칭하중을 받는 저장탱크의 단순해석, 경상대학교 부속생산기술연구소 논문집, 제9집 : 43~48.

7. Nam, M. H., Pulmano, V. A., and Tin Loi, F., 1989. A Simple Analysis of Axisymmetrically Loaded Circular Cylindrical Tanks Resting on Elastic Foundation, *Structural Engineering and Construction*, A.I.T., Thailand : 9~15.

8. 강종수, 1995. 유사탄성지반보를 이용한 축대칭 변단면 원통형 탱크의 해석, 경상대학교 박사학위 논문 : 30~40.

9. Livesley, R. K., 1974. *Matrix Methods of Structural Analysis*, Pergamon Press Headington Hill Hall, Oxford : 165~174.

10. Joe, H. Y., Nam, M. H., Kang, J. S., and Ha, D. H., 1993. Simple Analysis of Axisymmetrically Loaded Axisymmetrical Shell by Transfer matrix, *Proceedings of the Second Asian-Pacific Conference on Computational Mechanics*, Sydney, New South Wales, Australia : 131~136.

11. 하대환, 1996, 전달행렬에 의한 탄성지반상의 원형탱크해석, 경상대학교 박사학위논문 : 35-44.

(접수일자 : 1996. 10. 25)