강체모재들을 결합하고 있는 점탄성 접착재층의 계면모서리에서 발생하는 응력특이성의 경제요소해석

Boundary Element Analysis of Stress Singularity at the Interface Corner of Viscoelastic Adhesive Layer Bonded Between Rigid Adherends

이 상 순* 박 준 수**
Lee, Sang Soon Park, June Soo

요 약

이 논문에서는, 균일한 횡방향 인장변형률이 작용하는 조건에서 강체모재들을 결합하고 있는 점탄성 접착재층의 계면모서리에 발생하는 응력 특이성을 조사하고있다. Williams 방법을 응용하여 라플라스 변형공간에서 특성방정식을 구하였고, 주어진 점탄성 모델에 대해서 변형공간에서의 특성방정식을 시간공간으로 해석적으로 전환하였다. 시간 공간에서의 특이차수는 수치적으로 계산하였다. 계면을 따라 발생하는 응력의 특성을 조사하는데 시간영역 경계요소법을 적용하였다. 수치해석 결과에 의하면, 특이차수는 시간이 경과함에 따라 커지는 반면에, 자유모서리 응력확대계수는 시간에 따라 이완되는 특성을 보여주고 있다.

Abstract

This paper concerns the stress singularity at the interface corner of the viscoelastic adhesive layer bonded between rigid adherends, subjected to a uniform transverse tensile strain. The characteristic equation is derived in the Laplace transformed space, following Williams, and the transformed characteristic equation is inverted analytically into real time space for the viscoelastic model considered here. The order of the singularity is obtained numerically. The time-domain boundary element method is employed to investigate the nature of stresses along the interface. Numerical results show that the order of the singularity increases with time while the free-edge stress intensity factors are relaxed with time.

Keywords : stress singularity, viscoelastic adhesive layer, boundary element method, free-edge stress intensity factor

1. 서 론

서로 다른 탄성재료들이 결합된 4분 평면들(quarter planes)의 계면모서리에서의 응력특이성의 연구는 Bogy[1]에 의해 기초가 형성되었다. Bogy[1]는 그러한 4분 평면들의 계면모서리에서 발생하는 응력특이성이 r^{δ}의 형태를 갖는다는 것을 멜린 변형(Mellin Transform)을 사용하여 증명하였다. 여기서 r는 4분 평면들의 계면모서리로 부터의 거리이고, δ는 특성방정식(characteristic equation)으로 부터 얻어진 특이차수(the

* 정회원·한국원자력연구소, 원자로기계분야
** 한국원자력연구소, 계통기계분야

· 이 논문에 대한 토론을 1997년도 9월 30일까지 본 학회에 보내주시면 1997년도 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

order of the singularity)이다. 이러한 특이차수는 결합된 두재료의 물성에 의존하는 특성을 나타낸다. Reedy[2]는 강체모재(rigid adherends)들을 결합하고 있는 탄성 접착재층(elastic adhesive layer)에 대한 특성방정식을 구하였고, 유한요소법을 사용하여 특이거동을 예측하였다. Tsai와 Morton[3]은 유한요소법을 응용하여 온도변화를 받고 있는 이종 탄성 평면들의 계면모서리(interface edge)부근에서의 응력변화를 조사하였다. 최근에, Lee[4]는 단일방향 복합재료의 계면모서리 부근에서 나타나는 응력특이성을 경계요소법을 사용하여 예측하였고, 그러한 특이성을 모서리 균열의 발생가능성의 원인으로 보고하였다.

강체모재들을 결합하고 있는 접착재층의 계면모서리에서의 거동을 조사하는데 있어서 Bogy[1]의 연구결과는 좋은 참고가 될 수 있다. 본 연구에서는, 접착재층의 탄성거동 대신 선형 점탄성거동을 가정하여 계면모서리에서의 특성을 조사하고 있다. 일반적으로 접착재층은 상온에서 선형 탄성거동을 한다고 볼 수 있으나, Weitsman[5], Delale과 Erdogan[6]의 지적처럼, 주변온도가 높아지거나 습도의 영향이 커지면 접착재층의 특성은 선형 탄성거동에서 선형 점탄성거동으로 바뀐다고 볼 수 있다. Weitsman[5], Delale과 Erdogan[6] 등의 해석결과에 의하면 계면 응력들은 계면모서리 부근에서 매우 커지고, 점탄성 영향으로 시간에 따라 응력들의 재분포가 이루어진다. 그러나 그들이 사용한 가정의 단순성 때문에, 계면모서리 부근에서의 응력특이성, 즉 특이차수(the order of the singularity)나 응력확대계수(stress intensity factor)등은 구체적으로 기술되고 있지않다.

본 연구는, 균일한 인장변형률을 받고 있는 조건하에서, 강체모재사이를 결합하고 있는 점탄성 접착재층의 계면모서리에서의 거동을 해석하였다. 해석과정으로써, 먼저 강체모재들을 결합하고 있는 점탄성 접착재층의 계면모서리에 대한 특성방정식을 Williams[7]방법을 따라 라플라스 변형공간(laplace transform space)에서 유도하였다. 다음에 경계요소법을 적용하여 계면을 따라 발생하는 계면응력들의 분포를 예측하였다.

자세한 해석은 Lee와 Westmann[8]이 제안한 시간영역 경계요소법에 의해 수행되었다.

2. 계면모서리에서의 특이차수

그림1은 선형 점탄성체와 강체가 결합된 4분 평면들을 보여주고 있다. 4분 평면들은 평면 변형률 상태에 있다고 가정한다. 이 문제는 다음과 같은 응력함수식으로 부터 계산을 시작할 수 있다. 즉,

$$\nabla^4\Phi(\gamma,\ \theta\ ;\ t)=0 \tag{1}$$

식 (1)의 γ와 θ는 그림1에 정의되어있고, t 는 시간을 나타낸다. 식(1)을 전개하는데 필요한 경계조건으로는, $\theta=-\frac{\pi}{2}$에서 수직응력 $\sigma_{\theta\theta}$와 전단응력 $\tau_{r\theta}$는 0이고, $\theta=0$에서 모든 변위성분들이 0이다. 식(1)은 다음과 같이 정의된 라플라스 변형에 의해 다시 쓸 수 있다.

$$\Phi^*(\gamma,\ \theta\ ;\ s)=\int_0^\infty \Phi(\gamma,\ \theta\ ;\ t)e^{-st}dt \tag{2}$$

식 (2)에서 Φ^*는 Φ의 라플라스 변형을 나타내고, s는 변형인자를 가리킨다. 식(2)를 이용하여 식(1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\nabla^4\Phi^*(\gamma,\ \theta\ ;\ s)=0 \tag{3}$$

이제부터 식들의 전개는 라플라스 변형공간에서 이루어진다. 탄성학의 정의에 의해 응력들과 응력함수와의 관계는 다음과 같이 주어진다.

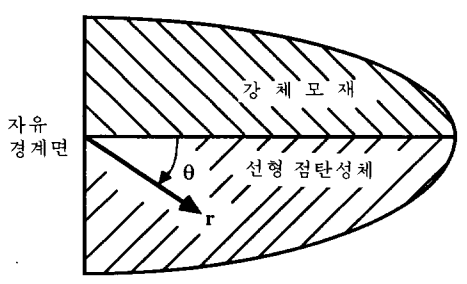

그림 1 선형 점탄성체와 강체가 결합된 4분 평면들

$$\sigma^*_{rr} = \frac{1}{\gamma}\Phi^*_{,\gamma} + \frac{1}{\gamma^2}\Phi^*_{,\theta\theta}$$
$$\sigma^*_{\theta\theta} = \Phi^*_{,rr}$$
$$\sigma^*_{r\theta} = \frac{1}{\gamma^2}\Phi^*_{,\theta} - \frac{1}{\gamma}\Phi^*_{,r\theta} \qquad (4)$$

또한, 변위들과 응력함수와의 관계는 다음과 같이 주어진다.

$$u^*_{r,\gamma} = \frac{1}{2s\mu^*(s)}\left[\frac{1}{\gamma}\Phi^*_{,\gamma} + \frac{1}{\gamma^2}\Phi^*_{,\theta\theta} - sv^*(s)\nabla^2\Phi^*\right]$$
$$u^*_{\theta,r} - \frac{u^*_\theta}{\gamma} + \frac{u^*_{r,\theta}}{\gamma} = \frac{1}{s\mu^*(s)}\left[\frac{1}{\gamma^2}\Phi^*_{,\theta} - \frac{1}{\gamma}\Phi^*_{,r\theta}\right] \qquad (5)$$

식(4)와 (5)에서, σ^*_{ij}와 u^*_i는 라플라스 변형된 응력들과 변위들을 나타내며, μ^*와 ν^*는 각각 전단이완계수 $\mu(t)$와 점탄성 포아손비 $\nu(t)$의 라플라스 변형을 나타낸다. 경계조건들은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\sigma^*_{\theta\theta} = \tau^*_{r\theta} = 0 \quad \text{at} \quad \theta = -\frac{\pi}{2} \qquad (6)$$
$$u^*_r = u^*_\theta = 0 \quad \text{at} \quad \theta = 0 \qquad (7)$$

경계조건 (6)과 (7)을 식(4), (5)와 결합하면 해를 구할 수 있다.

Williams[7]가 제안한 방법을 적용하여, 다음과 같은 응력함수를 가정한다.

$$\Phi^*(\gamma, \theta; s) = \gamma^{\lambda+1} f(\theta; s), \quad -\pi/2 \le \theta \le 0, \ \gamma > 0 \qquad (8)$$

식 (8)의 γ과 θ는 그림1에 정의되어 있다. λ는 미지수로써 실수나 허수일 수 있다. 자세한 설명은 참고문헌[7]에 기술되어 있다. $f(\theta;s)$는 다음과 같이 계산된다.

$$f(\theta;s) = c_1(s)\sin(\lambda+1)\theta + c_2(s)\cos(\lambda+1)\theta + c_3(s)\sin(\lambda-1)\theta + c_4(s)\cos(\lambda-1)\theta \qquad (9)$$

윗식 (9)에서 c_1 는 임의의 상수들이다. 식 (9)를 이용하여 응력들과 변위들은 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma^*_{rr} = \gamma^{\lambda-1}\left[\frac{d^2}{d\theta^2}f(\theta;s) + (\lambda+1)f(\theta;s)\right]$$
$$\sigma^*_{\theta\theta} = \gamma^{\lambda-1}(\lambda+1)\lambda f(\theta;s)$$
$$\tau^*_{r\theta} = -\gamma^{\lambda-1}\lambda\frac{d}{d\theta}f(\theta;s)$$
$$u^*_r = \frac{\gamma^\lambda}{2s\mu^*(s)}\left[-(\lambda+1)f(\theta;s) + [1-sv^*(s)]\frac{d}{d\theta}g(\theta;s)\right.$$
$$u^*_\theta = \frac{\gamma^\lambda}{2s\mu^*(s)}\left[-\frac{d}{d\theta}f(\theta;s) - (\lambda-1)\{1-sv^*(s)\}g(\theta;s)\right] \qquad (10)$$

식 (10)에서,

$$g(\theta;s) = \frac{4}{\lambda-1}[-c_3(s)\cos(\lambda-1)\theta + c_4(s)\sin(\lambda-1)\theta] \qquad (11)$$

이다. 식 (9)와 (11)을 식 (10)에 대입하고, 경계조건식들을 적용하면 다음과 같은 4개의 방정식들이 얻어진다.

$$-c_1(s)\sin\frac{\pi}{2}(\lambda+1) + c_2(s)\cos\frac{\pi}{2}(\lambda+1) - c_3(s)\sin\frac{\pi}{2}(\lambda-1) + c_4(s)\cos\frac{\pi}{2}(\lambda-1) = 0$$
$$c_1(s)(\lambda+1)\cos\frac{\pi}{2}(\lambda+1) + c_2(s)(\lambda+1)\sin\frac{\pi}{2}(\lambda+1) + c_3(s)(\lambda-1)\cos\frac{\pi}{2}(\lambda-1) + c_4(s)(\lambda-1)\sin\frac{\pi}{2}(\lambda-1) = 0 \qquad (12)$$
$$-c_2(s)(\lambda+1) + c_4(s)[-(\lambda+1) + 4(1-sv^*(s))] = 0$$
$$-c_1(s)(\lambda+1) + c_3(s)[-(\lambda-1) - 4(1-sv^*(s))] = 0$$

식 (12)의 해가 존재하기 위해서는 행렬방정식의 계수들로 구성된 행렬(matrix)의 행렬식(determinant)이 0이어야 한다. 즉, 다음과 같은 식이 만족되어야 한다.

$$\frac{2\lambda^2}{s} - 8s[\nu^*(s)]^2 + 12\nu^*(s) - \frac{5}{s} - \left[\frac{3}{s} - 4\nu^*(s)\right]\cos(\lambda\pi) = - \qquad (13)$$

식 (13)을 계산하여 λ를 구하면 계면모서리에서의 특이차수의 변화를 알 수 있다.

점탄성거동의 특성을 조사해 보기위해서, 탄성체적계수(elastic bulk modulus)와 표준 선형고체 전단이완계수(standard linear solid shear relaxation modulus) 를 지닌 다음과 같은 점탄성모델을 선택하였다.

$$\mu(t) = g_0 + g_1 \exp(-\frac{t}{t^*})$$
$$k(t) = k_0 \qquad (14)$$

식 (14)에서, $\mu(t)$ 는 전단이완계수를 나타내고, k_0 는 탄성체적계수를 가리키며, t^*는 이완시간을 나타낸다. 식 (14)를 이용하여 식 (13)을 정리하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\frac{2\lambda^2}{s} - 8A_1^*(s) + 12A_2^*(s) - \frac{5}{s} - \left[\frac{3}{s} - 4A_2^*(s)\right]\cos(\lambda\pi) = 0 \qquad (15)$$

여기에서,

$$A_1^*(s) = \frac{1}{4}\left[\frac{3k_0 - 2\mu(0)}{3k_0 + \mu(0)}\right]^2 \frac{\left[s + \frac{3k_0 - 2\mu(\infty)}{3k_0 - 2\mu(0)}\frac{1}{t^*}\right]^2}{s\left[s + \frac{3k_0 + \mu(\infty)}{3k_0 + \mu(0)}\frac{1}{t^*}\right]^2}$$

$$A_2^*(s) = \frac{[3k_0 - 2\mu(0)]}{2[3k_0 + \mu(0)]} \frac{\left[s + \frac{3k_0 - 2\mu(\infty)}{3k_0 - 2\mu(0)}\frac{1}{t^*}\right]}{s\left[s + \frac{3k_0 + \mu(\infty)}{3k_0 + \mu(0)}\frac{1}{t^*}\right]} \qquad (16)$$

이다. 식 (15)는 해석적인 방법에 의해 실제시간공간으로 다음과 같이 변환된다.

$$2\lambda^2 - 8A_1(t) + 12A_2(t) - 5 - [3 - 4A_2(t)]\cos(\lambda\pi) = 0 \qquad (17)$$

식 (17)에서,

$$A_1(t) = \frac{1}{4}\left[\frac{3k_0 - 2\mu(0)}{3k_0 + \mu(0)}\right]^2 \left[\beta_1^2 + \left(1 - \beta_1^2 + \beta_2\frac{t}{t^*}\right)\exp\left(-\gamma\frac{t}{t^*}\right)\right]$$

$$A_2(t) = \frac{[3k_0 - 2\mu(0)]}{2[3k_0 + \mu(0)]}\left[\beta_1 + (1 - \beta_1)\exp\left(-\gamma\frac{t}{t^*}\right)\right] \qquad (18)$$

이고,

$$\beta_1 = \frac{[3k_0 + \mu(0)][3k_0 - 2\mu(\infty)]}{[3k_0 + \mu(\infty)][3k_0 - 2\mu(0)]}$$

$$\beta_2 = 2\frac{3k_0 - 2\mu(\infty)}{3k_0 - 2\mu(0)} - \frac{3k_0 + \mu(\infty)}{3k_0 + \mu(0)} - \frac{3k_0 + \mu(0)}{3k_0 + \mu(\infty)}\left[\frac{3k_0 - 2\mu(\infty)}{3k_0 - 2\mu(0)}\right]^2$$

$$\gamma = \frac{3k_0 + \mu(\infty)}{3k_0 + \mu(0)} \qquad (19)$$

이다. 식 (17)은 $t=0$과 $t\to\infty$에 대해서 다음과 같이 쓸 수 있음을 쉽게 증명할 수 있다. 즉,

$t=0$ 에 대해서,

$$2\lambda^2 - 8[\nu(0)]^2 + 12\nu(0) - 5 - [3 - 4\nu(0)]\cos(\lambda\pi) = 0 \qquad (20)$$

이고, $t\to\infty$ 에 대해서,

$$2\lambda^2 - 8[\nu(\infty)]^2 + 12\nu(\infty) - 5 - [3 - 4\nu(\infty)]\cos(\lambda\pi) = 0 \qquad (21)$$

이다. 식 (20)과 (21)은 포아손비가 각각 $\nu(0)$와 $\nu(\infty)$인 선형 탄성접착재층들의 경우와 똑같은 형태를 갖는다. 식 (17)은 일반적인 수치해석기법으로 쉽게 계산할 수 있다. 식 (17)로 부터 λ값을 계산할 수 있는데, 계면모서리에서의 응력특이성은 $r^{\lambda-1}$의 형태를 갖는다. 이 문제에 있어서는 $0<\mathrm{Re}(\lambda)<1$의 조건을 갖는 λ값이 주요 관심사이다. 왜냐하면, $0<\mathrm{Re}(\lambda)<1$의 조건하에서, r이 0으로 접근할때 변위는 0으로 수렴하고 응력은 무한하게 발산되기 때문이다. $0<\nu(t)<0.5$의 범위에 대해서, $0<\mathrm{Re}(\lambda)<1$의 조건에 맞는 λ값은 오직 하나만 존재하고, 그러한 λ값은 실수이다. 이러한 해에 관한 보다 자세한 내용은 참고문헌[1]에 설명되어 있다.

3. 경계요소법에 의한 응력확대계수계산

그림 2-(a)는 강체모재들을 결합하고 있는 점탄성 접착재층에 균일한 횡방향 변형률 $\varepsilon_0 H(t)$가 작용하고 있는 상태를 나타내고 있다. 여기에서 H(t)는 heaviside unit step함수를 나타낸다.

접착재층과 강체모재들은 어떤결함이나 균열없이 완벽하게 결합되어 있다고 가정한다. 접착재층은 두께가 $2h$ 이고 길이가 $2L$ 이다. 대칭성을 이용하여 오직 4분의 1만 모델링하면 된다.

그림 2-(b)는 접착재층의 계면에 따라 발생하는 계면응력들을 구하기 위한 경계요소모델을 나타내고있다. 계산은 $L/h=25$ 에 대해 수행되었다.

어떠한 체력(body forces)도 존재하지 않는다는 가정아래, 해석모델에 대한 경계적분방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$c_{ij}(\boldsymbol{y})u_j(\boldsymbol{y},t)+\int_S\left[u_i(\boldsymbol{y}',t)T_{ij}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{y}';0+)+\int_{0+}^{t}u_i(\boldsymbol{y}',t-\tau)\frac{\partial T_{ij}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{y}';\tau)}{\partial\tau}d\tau\right]dS(\boldsymbol{y}')$$
$$=\int_S\left[t_i(\boldsymbol{y}',t)U_{ij}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{y}';0+)+\int_{0+}^{t}t_i(\boldsymbol{y}',t-\tau)\frac{\partial U_{ij}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{y}';\tau)}{\partial\tau}d\tau\right]dS(\boldsymbol{y}') \quad (22)$$

식 (22)에서, u_i와 t_i는 각각 변위와 표면력 벡터를 나타내고, S는 해석모델의 경계면을 가리킨다.

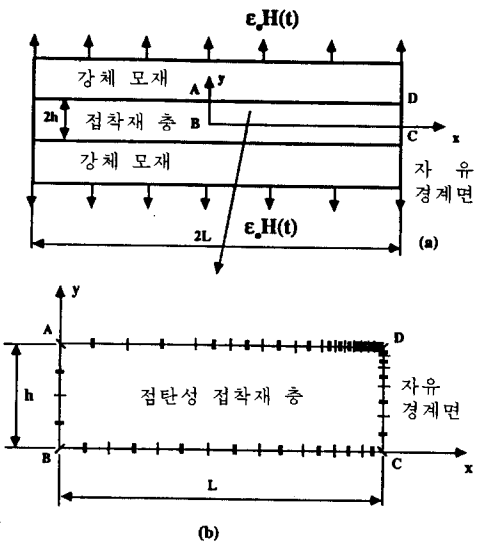

그림 2 점탄성 접착재층의 계면에 발생하는 응력들을 해석하기 위한 모델

$c_{ij}(\boldsymbol{y})$는 경계면의 기하학적 조건에 의해 결정되는 항이고, U_{ij} 와 T_{ij}는 점탄성 기본해들이다. 이러한 점탄성기본해들은 탄성-점탄성 대응원리(elastic-viscoelastic correspondence principle)에 의해 계산할 수 있다. 점탄성 기본해에 대한 자세한 설명은 참고문헌[8]과 [9]에 기술되어 있다.

일반적으로 식 (22)에 대한 정밀적분은 불가능하므로 수치구적법이 적용되어야 하는데, 수치적분은 시간과 경계면에 대해 동시에 이루어져야 한다. 이 논문에서는 시간적분에 대해서는 변형된 심슨공식(modified Simpson's rule)을 사용하였고, 경계면에 대해서는 이차 선요소(quadratic line elements)들이 사용되었다. 자세한 계산과정은 참고문헌[8]에 나타나 있다. 식 (22)를 정리하여 행렬식으로 나타내면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[H]\{u\}=[G]\{t\}+\{R\} \quad (23)$$

식 (23)에서 H와 G는 영향행렬을 나타내고, R R는 점탄성이력을 나타낸다. 식 (23)을 계산하기 위한 경계조건들은 다음과 같이 주어진다.

$$
\begin{aligned}
&A\text{-}B\text{에 대해서,} \quad \tau_{xy} = 0, \quad u_x = 0\\
&B\text{-}C\text{에 대해서,} \quad \tau_{xy} = 0, \quad u_y = 0\\
&C\text{-}D\text{에 대해서,} \quad \tau_{xy} = 0, \quad \sigma_{xx} = 0\\
&D\text{-}A\text{에 대해서,} \quad \tau_x = 0, \quad u_y = h\varepsilon_0 \qquad (24)
\end{aligned}
$$

계면에서의 응력변화를 조사하기 위해서 다음과 같은 수치들이 사용되어 계산이 수행되었다.

$$
\begin{aligned}
\mu(0) &= 2.0\times10^3 \quad MPa\\
\mu(\infty) &= 10 \quad \text{min}\\
k_0 &= 0.01\\
t^* &= 0.55\times10^3 \quad MPa\\
\varepsilon_0 &= 0.11\times10^3 \quad MPa \qquad (25)
\end{aligned}
$$

그림 2-(b)는 계산에 사용된 경계요소모델을 보여주고 있으며, 이논문에서는 23개의 이차 선요소가 사용되었다. 계면에서의 점탄성 응력분포들이 시간 $t/t^*=0$과 10에 대해서 그림 3에 나타나 있다. 수직응력 σ_{yy}와 전단응력 τ_{xy}는 시간의 경과에 따라 이완되어 응력분포가 달라지는것을 보여주고있다. 그러한 응력분포들은 계면모서리 근처에서 갑자기 커지는데, 이러한 응력특이성은 접착재층의 계면모서리에서 국부항복을 일으키거나 접착재층과 모재사이의 결합분리를 야기시킬 수 가 있다.

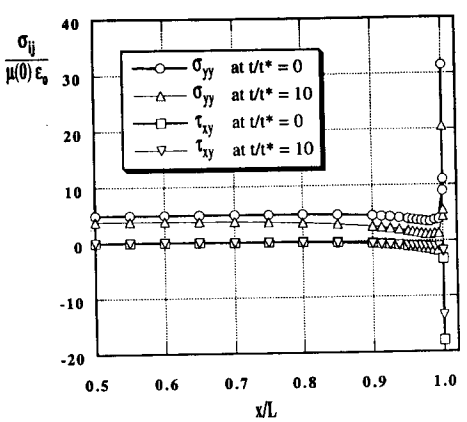

그림 3 시간 t/t*과 10에 대한 계면에서의 점탄성 응력분포

계면모서리에 나타나는 응력특이성은 두가지 인자에 의해 특성화 할 수 있다. 즉, 특이차수(the order of the singularity)와 자유모서리 응력확대계수(the free-edge stress intensity factor)에 의해 특성화할 수 있다. 특이차수는 앞에서 설명했던 것 처럼 식(17)로부터 계산할 수 있다. 자유 모서리 응력확대계수는 Wang과 Choi[10]에 의해 처음 정의되었는데, 이 논문에서는 자유 모서리 응력확대계수를 $h^{1-\lambda}$로 정규화하여 다음과 같이 정의하였다[11].

$$K_{iy} = \lim_{r\to0}\left(\frac{r}{h}\right)^{1-\lambda}\sigma_{ij}(r,0;t) \qquad (26)$$

식 (26)은 응력의 단위를 갖는양이다. 그림 4는 식 (25)로 주어진 수치값들에 대해 계산된 시간에 따른 특이차수의 변화를 보여주고있다. 점탄성 포아손비가 시간에 따라 커지므로, 특이차수도 시간에 따라 커지고 있다. 이러한 응력차수는 일정한 시간이 경과하고나면, 전단계수 $\mu(\infty)$를 갖는 선형 탄성접착재층의 특이차수 값으로 수렴하고있다. 그림 5는 시간에 따른 자유모서리 응력확대계수의 값의 변화를 보여주고 있다. 주어진 점탄성 접착재층의 특이차수는 시간의 경과에 따라 점차 커지다가 일정한 값에 수렴하는 반면에, 자유모서리 응력확대계수의 값들은 시간의 경과에 따라 점차 이완되다가 일정한 값으로 수렴하는 특성을 보여준다.

현재의 수치해석 결과에서 볼때, 특이차수는 점탄성 접착재층의 이완으로 인해 증가하고 있는 반면에 응력확대계수는 감소하고 있는데, 이러한 현상중 어느 부분이 점탄성 접착재층의 파괴거동에 더 많은 영향을 주는지에 대해서 판단하기 위해서는 실험적인 뒷받침이 수반되어야 할것으로 보여진다.

4. 결 론

강체모재들을 결합하고 있는 점탄성 접착재층의 계면모서리에서 발생하는 응력특이성을 시간영역 경계요소법을 이용하여 계산하였다. 이러한

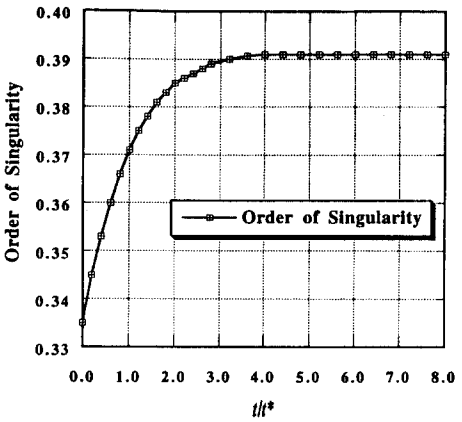

그림 4 선형에 따른 특이차수의 변화

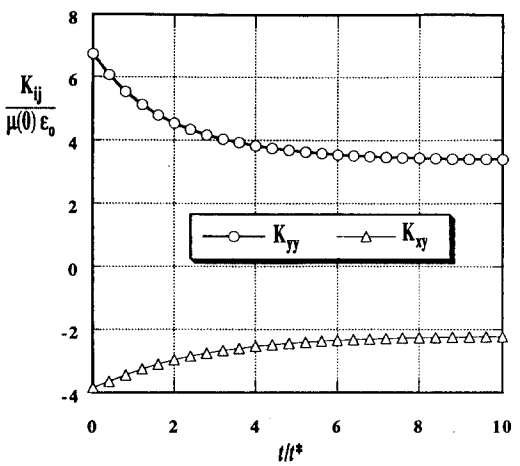

그림 5 시간에 따른 자유모서리 응력확대계수 값의 변화

응력특이성은 계면모서리에서의 특이차수와 자유모서리 응력확대계수에 의해 특성화 될 수 있다. 특이차수는 Williams 방법에 따라 라플라스 변형공간에서 얻어진 특성방정식을 시간공간으로 전환하여 수치적으로 계산된다. 본 논문에서 주어진 점탄성모델에 대해서는 해석적인 방법으로 전환이 이루어졌다.

자유모서리 응력확대계수는 시간영역 경계요소법에 의해 계산된 응력분포와 특이차수를 이용하여 계산된다.

균일한 인장변형률을 받고 있는 상태에서, 강체모재들을 결합하고 있는 점탄성 접착재층의 계면모서리 부근에는 매우 큰 응력구배가 존재하고 있고, 그러한 응력구배는 재료의 포아손비에 따라 결정되는 특이차수의 특성을 지닌다. 본 연구에서 선택된 점탄성 모델에 대해서는, 점탄성 포아손비가 시간에 따라 커지므로 특이차수는 일정한 시간이 경과될 때 까지 계속 증가되다가 일정한 값에 수렴하였다. 반면에 자유모서리 응력확대계수들은 계면응력들의 이완영향을 받아 상당시간이 경과할때 까지 감소하다가 일정한 값으로 수렴하는 특성을 보여주었다. 현재의 수치해석 결과만으로는 접착재층의 파괴거동에 어떤부분이 더 큰 영향을 미치는지에 대해서는 알수가 없다. 그러나, 계면 모서리에서의 특이응력을 접착재층이 견디어 낼수 없으므로 그 부분에서 국부항복이나 접착재층-모재 결합분리를 야기할 수 있는데[12], 그 부분에 대한 판단 기준은 계산된 응력확대계수와 실험을 통하여 얻어진 값들 간의 비교를 통해서 만들어질 수 있으리라 판단된다.

참 고 문 헌

1. Bogy, D.B.(1968), "Edge-Bonded Dissimilar Orthogonal Elastic Wedges Under Normal and Shear Loading", *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35, pp. 460-466.
2. Reedy, E.D., Jr.(1990), "Intensity of the Stress Singularity at the Interface Corner Between a Bonded Elastic and Rigid Layer", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 36, pp.575-583.
3. Tsai, M.Y. and Morton, J.(1991), "The Stresses in a Thermally Loaded Bimaterial Interface", *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 28, pp. 1053-1075 .
4. Lee, S.S.(1996)," Boundary Element Evaluation of Stress Intensity Factors for Interface Edge Cracks in A Unidirectional Composite", *Engineering Fracture Mech-*

anics, Vol. 55, pp. 1-6.

5. Delale, F. and Erdogan, F. (1981), "Viscoelastic Analysis of Adhesively Bonded Joints", *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 48, pp. 331-338.
6. Weitsman, Y.(1979), "Interfacial Stresses in Viscoelastic Adhesive-Layers Due to Moisture Sorption", *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 15, pp.701-713 .
7. Williams, M.L.(1952), "Stress Singularities Resulting from Various Boundary Conditions in Angular Corners of Plates in Extension", *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 74, pp. 526-528.
8. Lee, S.S. and Westmann, R.A.(1995), "Application of High-Order Quadrature Rules to Time-Domain Boundary Element Analysis of Viscoelasticity", *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, Vol. 38, pp. 607-629.

9 Lee, S.S., (1995),"Time-Domain Boundary Element Analysis of Viscoelastic Solids Using Realistic Relaxation Functions," *Computers & Structures*, Vol. 55, pp. 1027-1036.

10. Wang, S.S. and Choi, I.(1982), "Boundary Layer Effects in Composite Laminates : Part 2-Free-Edge Stress Solutions and Basic Characteristics", *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 49, pp. 549-560.
11. Lee, S. S..,(1997), "Free-Edge Stres Singularity in a Tow-Dimensional Unidirectional Viscoelastic Laminate Model", *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 64 (in press).
12. Lee, S. S.,(1996), "Time Dependent Boundary Element Analysis for an Interface Crack in a Two-Dimensional Unidirectioual Viscoelastic Model Composite", *International Journal of Fracture*, Vol. 77, pp. 15-28

(접수일자 : 1996. 10. 5)