

지반-골조구조물 상호작용계의 3차원 정·동적 해석

3-Dimensional Static and Dynamic Analyses of Soil-Framework Interaction System

서 상 근* 장 병 순**
Seo, Sang Geun Chang, Byung Soon

요 약

기초 지반상에 존재하는 3차원 골조구조물에 진동을 유발시키는 기계하중, 풍하중, 지진과 같은 동적 하중이 작용한다면, 지반-골조구조물 상호작용계의 동적거동을 해석하여야 한다. 따라서, 본 연구에서는 실제 구조물에 근접한 기하학적 형상으로 이상화시키기 위해, 슬래브와 기초판은 유연성을 갖는 4-절점 판요소, 보·기둥은 2-절점 보요소, 탄성지반은 8-절점 입체요소를 사용하여 유한요소법으로 3차원 상호작용계를 해석하였다. 본 연구의 목적은 지반-골조구조물 상호작용계의 동적 거동을 해석하기 위해, 동적 운동 방정식을 정리한 후 유한요소 프로그램으로 상호작용계의 동적 거동을 해석하는 것이다.

Abstract

When dynamic loads such as mechanical load, wind load, and seismic load, which causing a vibration, acts on the body of the 3-D framework resting on soil foundation, it is required to consider the dynamic behavior of soil-space framework interaction system. Thus, this study presents the 3-dimensional soil-interaction system analyzed by finite element method using 4-node plate elements with flexibility, 2-node beam elements, and 8-node brick elements for the purpose of idealizing an actual structure into a geometric shape. The objective of this study is the formulation of the equation for a dynamic motion and the development of the finite element program which can analyze the dynamic behavior of soil-space framework interaction system.

Keywords : dynamic behavior, 3-D framework, brick element, interaction system

1. 서 론

일반적으로 지반상에 놓이는 구조물은 계산의 편의상 지반과 직접으로 접하는 기초구조와 그 위에 오는 상부구조를 분리해서 정 동적 해석을 하고 있다. 하지만, 기초가 균등 침하하거나, 침하량을 무시할 수 있을 경우는 이와같은 분리계

산이 정당할 수도 있지만, 실제 지반상에 놓이는 구조물은 지반과의 상호작용을 고려한 정 동적 거동을 해석하여 설계할 필요가 있다.

실제 지반은 비선형 응력-변형 관계를 나타내고 있으나 하중에 의한 변위가 작을 때는 탄성거동을 한다고 가정해도 근사해를 얻을 수 있으므로 본 연구에서는 지반이 탄성거동을 한다고 가

* 부산대학교 생산기술연구소 전임연구원

** 정회원·부산대학교 공과대학 토목공학과 교수

· 이 논문에 대한 토론을 1997년 9월 30일까지 본 학회에 보내주시면 1997년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

정한다.

구조물의 정·동적 해석에서 보다 정확한 해를 얻기 위해서는 구조물의 기하학적 형상이나 재료의 특성, 하중조건 등을 실제의 구조물에 근접시킬 수 있도록 모델링하여야 한다.

지반이나 구조물의 감쇠효과는 무시할 정도는 아니지만 지반조건에 따른 지반-구조물 상호작용계의 동적거동 특성을 규명하는데 목적을 두었기 때문에 지반-구조물을 비감쇠계로 취급하였다.

따라서, 동적 하중이 슬래브를 가지는 3차원 골조구조물에 작용할 때, 실제의 구조물에 근접한 기하학적 형상으로 이상화시키기 위해 기초판과 슬래브는 유연성을 갖는 판요소, 보·기둥은 2-절점 보요소, 지반은 8-절점 6면체 요소로 보아 3차원 구조물을 모델링하여 유한요소법으로 해석하였다.

본 연구의 목적은 탄성 지반상에 놓인 구조물에 동적하중이 작용할 때, 지반조건에 따른 지반-구조물 상호작용계의 동적거동을 유한요소 프로그램으로 해석하고 그 특성을 규명하는 것이다.

2. 비감쇠계 구조물의 운동방정식

탄성거동을 하는 비감쇠계 구조물의 운동방정식은 다음과 같다^{1), 2), 3)}.

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{F(t)\} \quad (1)$$

여기서,

[M] : 질량행렬 [K] : 강도행렬
 {F(t)} : 외력벡터 {δ̈} : 가속도벡터
 {δ} : 변위벡터

2.1 보·기둥요소의 질량행렬 및 강도행렬

보·기둥의 각 요소는 축방향변형, 두 주평면에 대한 회전 및 부재 길이 방향에 비틀을 받는다. 부재좌표에서 요소의 운동에너지 (T_e) 및 변

형률에너지(U_e)와 질량행렬 및 강도행렬을 구하면 다음과 같다.

$$T_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho A (u^2 + v^2 + w^2) dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho I_x \dot{\theta}_z^2 dx$$

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} EA \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \left\{ EI_x \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)^2 \right. \\ \left. + EI_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 \right\} dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} GJ \left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)^2 dx \quad (2)$$

축방향변위, 회전변위 그리고 비틀변위는 다음과 같은 변위함수를 사용하여 절점변위로 표현할 수 있다.

$$u = [N_u(\xi)] \{u\}_e, \quad w = [N_w(\xi)] \{w\}_e \\ v = [N_v(\xi)] \{v\}_e, \quad \theta = [N_\theta(\xi)] \{\theta\}_e \quad (3)$$

여기서, $\theta_v = -\frac{\partial w}{\partial x}$, 이고 $\theta_z = \frac{\partial v}{\partial x}$ 이다.

식(3)을 식(2)에 대입하면 운동에너지와 변형률에너지는 다음과 같다.

$$T_e = \frac{1}{2} \{\delta_b\}_e^T [\bar{m}]_e \{\delta_b\}_e \\ U_e = \frac{1}{2} \{\delta_b\}_e^T [\bar{k}]_e \{\delta_b\}_e \quad (4)$$

여기서,

$$\{\delta_b\}_e^T = [u_1 \ v_1 \ w_1 \ \theta_{z1} \ \theta_{v1} \ \theta_{z1} \ u_2 \ v_2 \ w_2 \ \theta_{z2} \ \theta_{v2} \ \theta_{z2}]$$

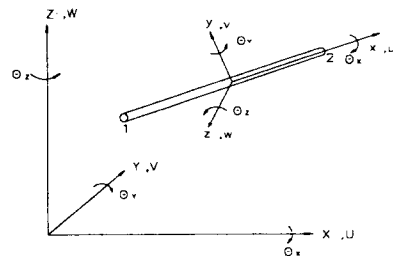


Fig. 1 Geometry of a three-dimensional frame work element

그러므로 요소의 강성도행렬 $[\bar{k}]$ 와 질량행렬 $[\bar{m}]$ 는 다음과 같다.

$$[\bar{k}] = \int_V [B]^T [D_s] [B] dV \quad (5)$$

$$[\bar{m}] = \int_V \rho [N]^T [N] dV \quad (6)$$

2.2 판요소의 질량행렬 및 강도행렬

판요소는 면내력과 휨 모멘트를 받는 4-절점 평판요소를 도입하였고 면내력을 받는 판과 휨을 받는 판을 각각 정의한 후 다시 조합하기로 한다.

2.2.1 면내력을 받는 판요소

면내력을 받는 판요소의 운동에너지와 변형률에너지는 다음과 같다.

$$T_e = \frac{1}{2} \int_{A_e} \rho h (u^2 + v^2) dA \quad (7)$$

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{A_e} h (\epsilon)^T [D] (\epsilon) dA \quad (8)$$

$$(\epsilon) = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (9)$$

면내력을 받는 판요소의 질량행렬과 강성도행렬은 다음과 같다.

$$[m]_e = \int_{A_e} \rho h [N]^T [N] dA \quad (10)$$

$$[k]_e = \int_{A_e} h [B]^T [D] dA \quad (11)$$

여기서, h 는 판의 두께이다.

2.2.2 휨을 받는 판요소

휨을 받는 판의 운동에너지와 변형률에너지는 다음과 같다.

$$T_e = \frac{1}{2} \int_A \rho h w^2 dA \quad (12)$$

$$U_e = \frac{1}{2} \int_A \frac{h^3}{12} \{X\}^T [D] \{X\} dA \quad (13)$$

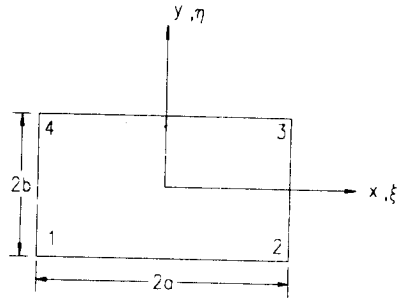
$$\{X\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Fig. 2 (b)는 휨만을 받는 4절점 직사각형판요소로서 판의 각 절점에서의 자유도는 3이다.

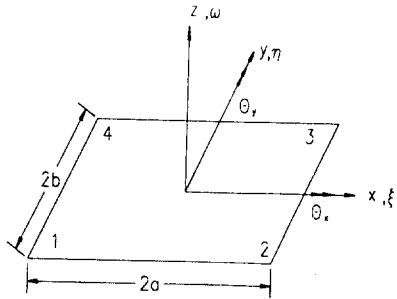
즉, 판의 면에 대한 수직변위 w , 그리고 두 회전각인 $\theta_x = \frac{\partial w}{\partial y}$ 와 $\theta_y = -\frac{\partial w}{\partial x}$ 이다.

$$w = [N] (\xi, \eta) \{\omega\}_e \quad (15)$$

식(12)~식(15)로부터 휨을 받는 판요소의 운동에너지와 변형률에너지는 다음과 같다.



(a) In-plane element



(b) Plate-bending element

Fig. 2 Geometry of a rectangular element
 $\xi = x/a \quad \eta = y/b$

정 방법등이 있으나, 본 연구에서는 지반이 등방성이고 균질하다고 가정하여 평판재하 시험의 성과로부터 다음과 같은 식에 의해 지반의 정적 탄성계수를 결정하여 해석에 적용하였다¹⁰⁾.

$$E_s = \frac{(1-\nu_s^2)}{2aw_0} \cdot P = \frac{\pi \cdot a(1-\nu_s^2)}{2w_0} \cdot P_0 \quad (26)$$

여기서,

E_s : 지반의 정적탄성계수

ν_s : 지반의 포아송비

a : 재하판의 반경

w_0 : 재하판의 침하량

P : 재하판에 작용하는 집중하중

P_0 : 재하판 단위면적당 하중

3.2 지반의 동적 탄성계수

지반이 동적거동을 하게되면 재료정수는 동적 변형의 크기에 좌우되며 강성이 비선형적으로 변화된다. Fig. 4와 같은 지반의 탄성, 점성, 소성의 역학 모델에서 일정한 하중속도 $\dot{\sigma}$ 로 재하된 경우에 河上, 小川⁸⁾은 하중 반복회수가 100~200회 이상이 되면 탄성계수나 점성계수의 변화는 작으므로 식(27)와 같은 거시적인 동적 탄성계수를 구하는 식을 제안하고 있다⁹⁾.

河上, 小川이 제안한 동적탄성계수는 실험을 통하여 결정되어야 하나 본 연구에서는 점성계수를 흙의 종류별로 실험한 실험결과치로부터 적절히 선정된 후 동적탄성계수 값을 결정하여 해석에 적용하였다.

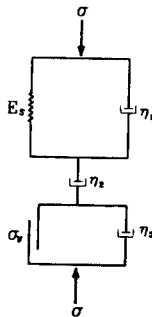


Fig. 4 Modelling for elasto · viscoplastic soil

$$E_r = \frac{E_s}{(1-e^{-(E_s/\eta_1)t_1})(1-e^{-(E_s/\eta_2)t_2})} \quad (27)$$

여기서,

η_1, η_2 : 점성계수

t_1, t_2 : 하중재하 간격

E_s : 지반의 정적탄성계수

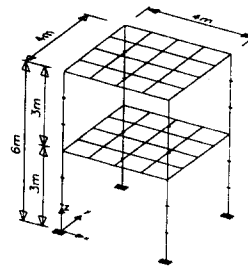
E_r : 지반 동적탄성계수

4. 수치해석

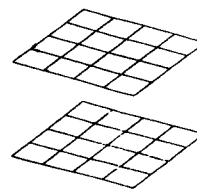
4.1 해석 모델

본 연구에서 개발한 프로그램으로 지반-골조 구조물 상호작용계의 정·동적 해석을 수행하기 위해 한 층의 높이가 3m, 경간이 4m이고 전면기초로 된 2층 골조구조물을 채택하여 기초를 고정시킨 경우와 지반-골조구조물 상호작용계에 대한 정·동적 결과를 비교, 분석해 보고자 한다.

4.1.1 기초를 고정시켰을 때의 모델



(a) 3D framework with floor



(b) floor

Table 1 Material properties of 3D framework

재료 특성	기둥	보	슬래브	기초
탄성계수 (kg/cm ²)	210,000	210,000	210,000	210,000
포아송비	0.20	0.20	0.20	0.20
두께 (cm)	—	—	15	40
단면 [b × h] (cm)	40 × 40	40 × 50	—	—
단위중량 (kg/cm ³)	0.0025	0.0025	0.0025	0.0025

Table 2 Material properties of the soil

	단위중량	탄성계수	포아송비
Case 1	$\gamma_s = 1.8t/m^3$	$E_s = 5500t/m^2$	$\nu_s = 0.30$
Case 2	$\gamma_s = 1.9t/m^3$	$E_s = 10000t/m^2$	$\nu_s = 0.29$
Case 3	$\gamma_s = 2.0t/m^3$	$E_s = 100000t/m^2$	$\nu_s = 0.22$
Case 4	$\gamma_s = 2.2t/m^3$	$E_s = 200000t/m^2$	$\nu_s = 0.21$

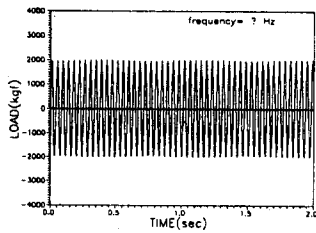


Fig. 7 Typical type of applied dynamic load
(Harmonic force : $P(t) = P_0 \sin \omega t$)

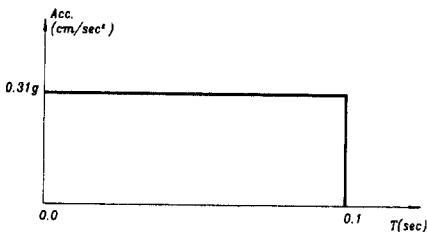


Fig. 8 Ground acceleration

4. 2 해석 결과

기초가 고정이고 슬래브를 가지는 3차원 골조 구조물의 정·동적 해석결과를 Algor Super SAP과 비교하여 검증한 바 만족할만한 결과를 얻었다. Table 3은 정적해석시 변위값을 비교하였다. Table 4는 지반의 재료정수를 변화시킨 Case 1~Case 4의 상호작용계해석과 기초고정의 해석시 동일 모드 형상을 갖는 10개의 고유진동수를 비교하였고 이에 대한 모드형상을 Fig. 9에 나타내었다.

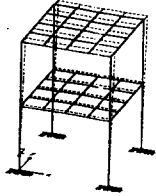
여기서, 동일한 진동모드에 대한 고유진동수가 연약한 지반쪽보다는 강성이 크고, 기초고정인

Table 3 Static displacement at the point of applied load

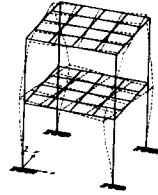
2층 슬래브 중앙에 하중재하시 하중 작용점의 수직변위(cm)					
Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	기초 고정	ALGOR (기초고정)
-0.189	-0.156	-0.121	-0.118	-0.115	-0.116

Table 4 Comparison of 10 natural frequencies with same mode shape (Hz)

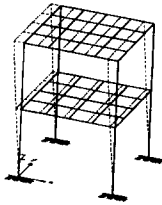
모드 형상	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	기초 고정	ALGOR (기초고정)
1	4.71	4.95	5.21	5.22	5.25	5.05
2	4.71	4.95	5.21	5.22	5.25	5.05
3	7.06	7.22	7.31	7.32	7.33	7.05
4	15.52	15.57	15.95	15.97	16.00	15.57
5	15.52	15.57	15.95	15.97	16.00	15.57
6	20.94	21.27	21.71	21.72	21.76	21.09
7	24.47	25.17	24.50	24.66	24.77	24.49
8	26.53	26.89	27.40	27.72	27.97	27.45
9	38.51	38.78	39.48	40.87	41.59	40.51
10	38.51	38.78	39.58	40.87	41.59	40.51



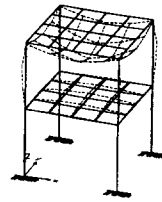
(a) Mode shape for 1st natural frequency



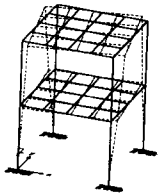
(f) Mode shape for 6th natural frequency



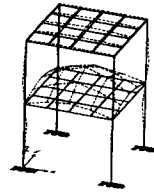
(b) Mode shape for 2nd natural frequency



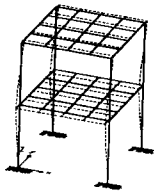
(g) Mode shape for 7th natural frequency



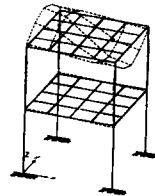
(c) Mode shape for 3rd natural frequency



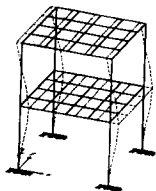
(h) Mode shape for 8th natural frequency



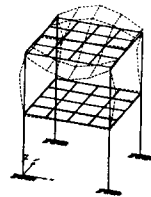
(d) Mode shape for 4th natural frequency



(i) Mode shape for 9th natural frequency



(e) Mode shape for 5th natural frequency



(j) Mode shape for 10th natural frequency

Fig. 9 Mode shape for the lowest 10 natural frequency

경우가 더 큰 값을 나타내고 있다.

이것은 구조물이 동적 하중을 받게될 경우 하중진동수가 적을, 즉 주기가 느린 하중이 구조물에 큰 영향을 미치게 되고 또 지반의 강성이 구조물의 고유진동수에 영향을 주므로 상부구조물만을 가지고 동적 해석을 한다는 것은 바람직하지 않다고 판단된다.

Fig. 10은 Fig. 9의 7번째 모드형상을 갖는 경우의 진동수비가 1(공진 상태)인 수직하중이 2층 슬래브 중앙에 작용할 때 슬래브 중앙점의 전형적인 수직변위 형태를 나타내었고, 각 경우별로 하중작용점의 최대 동적 수직변위를 Table 5에서 비교하였다.

지반-골조구조물 상호작용계의 동적 해석의 결과를 비교하면, 공진 시의 수직변위는 지반의 강성이 클수록 변위값은 증가하였다.

2층 슬래브 중앙점에 2000kgf의 기계하중이 정적으로 재하된 상태에서 기초지반에 0.31g의 수평가속도가 전달되었을 경우에 지반의 강성변화에 따른 2층 슬래브 중앙점의 수직변위를 Fig.

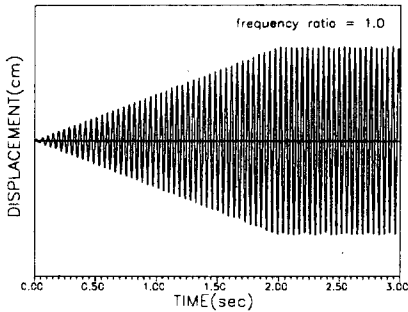


Fig. 10 Typical shape of Displacement at the center-point of slab (z-axis)

Table 5 Maximum dynamic displacement at the point of applied load

동하중이 2층 슬래브 중앙에 작용할 경우에 공진시의 슬래브 중앙점의 최대 수직 변위의 비교(단위: cm)				
Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	기초고정
3.331	4.031	4.701	4.787	4.631
-3.608	-4.248	-4.846	-4.935	-4.767

11. Fig. 15에 나타내었고, 수평변위는 Fig. 16 Fig. 17에 나타내었다. 이 경우에 지반강성이 증가할수록 수직변위와 수평변위가 감소하는 현상을 나타내었다.

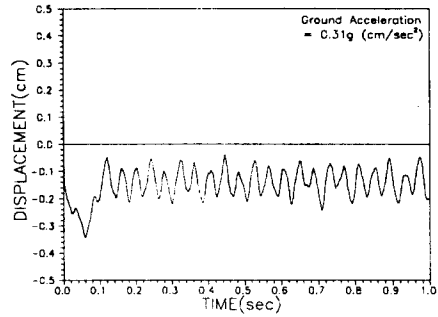


Fig. 11 Vertical displacement at the center-point of slab (Case 1)

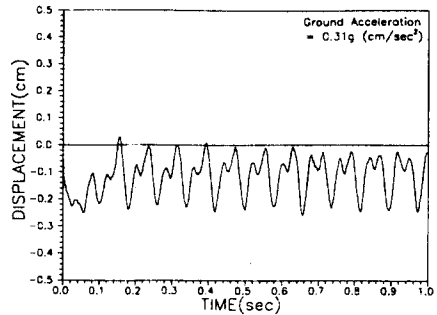


Fig. 12 Vertical displacement at the center-point of slab (Case 2)

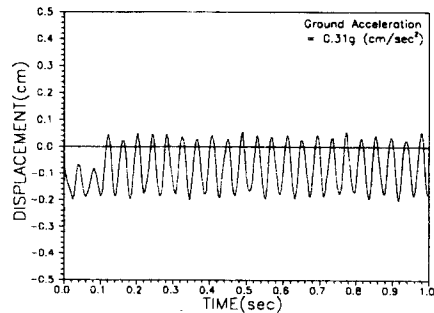


Fig. 13 Vertical displacement at the center-point of slab (Case 3)

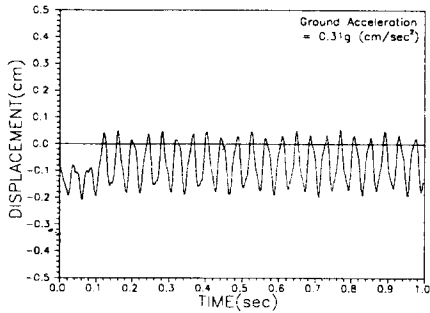


Fig. 14 Vertical displacement at the center-point of slab (Case 4)

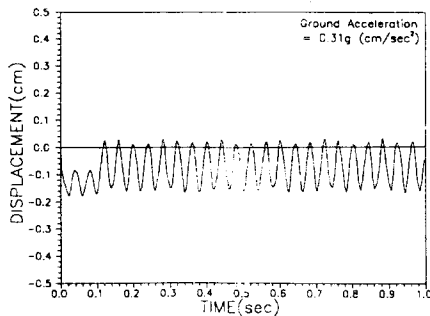


Fig. 15 Vertical displacement at the center-point of slab (Only Frameworks)

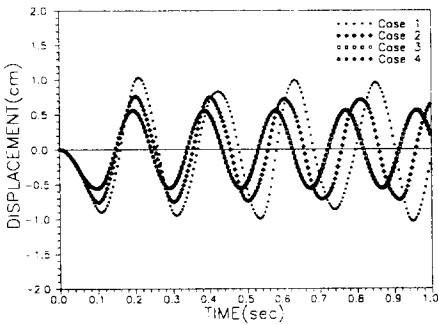


Fig. 16 Lateral displacement at the center-point of slab (X-axis)

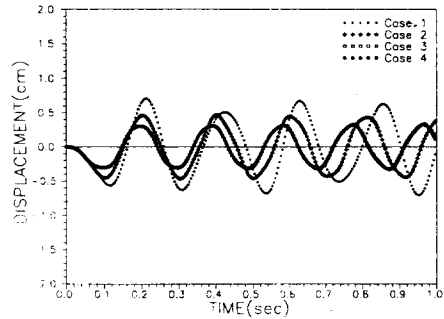


Fig. 17 Lateral displacement at the center-point of slab (Y-axis)

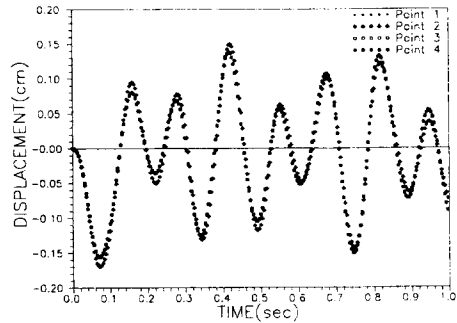


Fig. 18 Comparison of X-axis displacement at the support (Case 1)

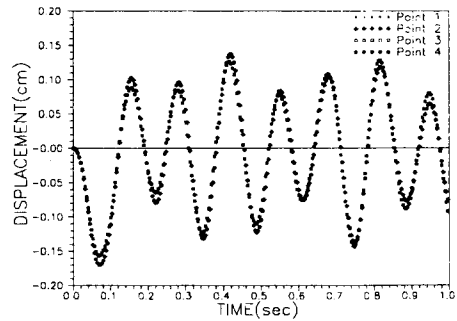


Fig. 19 Comparison of Y-axis displacement at the support (Case 1)

정적으로 재하된 상태에서 기초지반에 0.31g의 수평가속도가 전달되었을 때 지반강성이 약한 Case 1과 지반강성이 강한 Case 4에 대한 건물 기초 지지점의 x, y, z축 변위를 Fig. 18, Fig. 23에 나타내었다. 이때, 지반의 강성이 약할 때

2층 슬래브 중앙점에 2000kgf의 기계하중이 는 지지점 4개의 x, y축 변위는 방향 및 변위의 크기가 비슷하였지만 z축 변위는 크기와 방향에

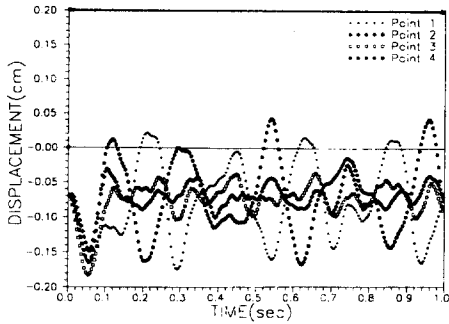


Fig. 20 Comparison of Z-axis displacement at the support (Case 1)

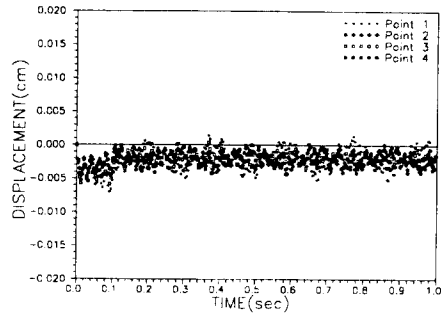


Fig. 23 Comparison of Z-axis displacement at the support (Case 4)

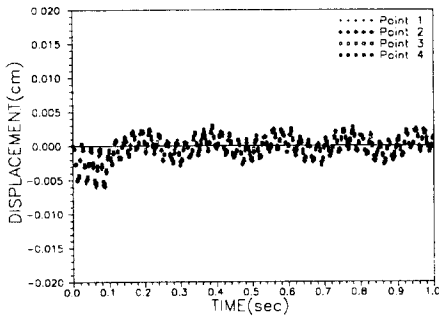


Fig. 21 Comparison of X-axis displacement at the support (Case 4)

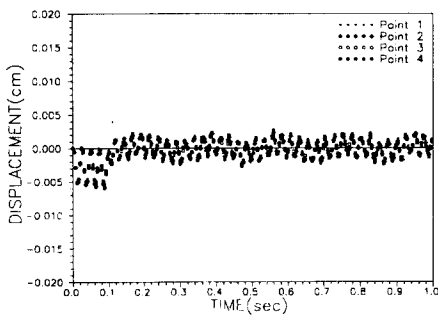


Fig. 22 Comparison of Y-axis displacement at the support (Case 4)

있어서 많은 차이를 나타내었고, 지반의 강성이 강해질수록 지지점의 변위는 작아지지만 지지점 상호간에 큰 차이를 보였다.

5. 결 론

본 연구는 비감쇠계의 지반-골조구조물 상호 작용계의 정 동적 해석을 수행할 수 있는 유한요소 프로그램으로 지반-골조구조물 상호작용계에 대한 정·동적 거동을 해석하였다.

이와 같은 연구를 수행하여 얻은 결론을 요약 하면 다음과 같다.

1) 동일한 구조물에 대하여 기초를 고정시켰을 때 골조구조물의 동적 해석 결과와 지반-골조구조물 상호작용계의 동적 해석의 결과를 비교 하면, 같은 진동모드에 대한 고유진동수일지라도 지반의 영향으로 전자의 경우가 후자의 경우보다 진동수가 크게 나타난다.

2) 2층 슬래브 중앙점에 구조물의 고유진동수와 하중진동수가 동일한 수직·수평 방향의 동적 하중이 작용할 경우 슬래브 중앙점의 변위를 비교하여 보면 다음과 같다.

(1) 수직동하중이 작용할 경우 슬래브 중앙점의 수직변위는 상호작용계의 변위보다 기초가 고정되었을 때의 변위가 더 크다.

(2) 수평동하중이 작용할 경우 슬래브 중앙점의 수평변위는 상호작용계의 변위가 기초가 고정되었을 때의 변위보다 더 크다.

3) 기초지반에 수평가속도가 주어질 경우에 슬래브 중앙점 및 지지점의 수직변위와 수평변위는 지반의 강성이 연약할수록 더 큰 변위를 나타내었고, 지지점간의 변위차는 지반강성이 클수록

더 큰 차이를 나타내었다.

4. 구조물에 정·동적 하중이 작용할 경우, 지반-골조구조물 상호작용계로 정·동적 해석을 하는 것이 변위 및 응력이 일반적으로 크게 나타나므로 지반-골조구조물 상호작용계로 해석한 결과로 구조물을 설계하는 것이 타당하다.

6. 참고 문헌

1. Mario Paz, "Structural Dynamics Theory and Computation", Third Edition, Van Nostrand Reinhold Company, 1991
2. Maurice Petyt, "Introduction to Finite Element Vibration Analysis", Cambridge University Press, 1990
3. William Weaver & Paul R. Johnston, "Structural Dynamics by Finite Elements", Prentice-Hall, Inc., 1987
4. O.C.Zienkiewicz, "The Finite Element Method-Fourth Edition", McGraw-Hill, 1989
5. KLAUS-JURGEN BATHE, "Finite Element Procedure in Engineering Analysis", Prentice Hall, 1982
6. T.Y.Yang, "Flexible Plate Finite Element on Elastic Foundation", J. of the Struc. Div., pp 2083-2101, 1970
7. Ray W.Clough Joseph Penzien, "Dynamics of Structures", Second Editon, McGraw-Hill, Inc., 1993
8. 河上房義, 小川正二, "くりかえし力を受けた締固め土の弾性係數および降伏力について", 日本土木學會論文集, 第114, pp. 8~16, 1965
9. 川本 丕朧万, 林 正夫, "地盤工學における有限要素解析", 培風館, 1979, pp. 288-368
10. Selvadurai, A. P. S., "Elastic analysis of soil-foundation interaction", Elsevier Scientific Publishing Company, 1979, pp. 142, 407-437

(접수일자 : 1997. 3. 14)