

# 신경망을 이용한 근사 해석 모델의 원형 개발

## Development of the Prototype of the Approximate Analytical Model Using the Neural Networks

이 승 창\* 박 승 권\*\* 이 병 해\*\*\*  
Lee, Seung-Chang Park, Sung-Kwon Lee, Byung-Hai

### 요 지

대량의 복잡한 비선형적인 관계도 단순화의 과정 없이 연관 관계를 자체 조직화할 수 있는 인간의 뇌와 가장 유사한 병렬 연산 모델인 인공 신경 회로망을 구조 해석 분야에 도입하였다. 본 논문은 스티브 거더의 거동 예측을 위한 신경망 근사 해석 모델 개발을 궁극적인 목적으로 하는 기초적 연구로서, 단순 보의 처짐 문제와 같은 정확해를 구할 수 있는 문제로부터 신경망 근사 해석 모델의 원형(prototype)을 제시하고 검증하는데 목적이 있다.

### Abstract

In the structural analysis, artificial neural networks as a parallel computational model that is similar to the human brain and can self-organize complex nonlinear relationships without making assumptions is introduced. The purpose of this paper is to develop the Neural Network for Approximate Structural Analysis (NNASA) to predict the behaviour of the stub-girder system. As an initial stage, the paper presents the development of the prototype of NNASA based on the problem related to the deflection of a simple beam, and shows the verification of this model by two examples.

**Keywords :** artificial neural networks, approximate structural analysis, deflection

### 1. 서 론

공학적인 문제를 이해하고 해결한다는 것에서 가장 중요한 일은 수학적인 모델을 개발하는 것이다. 수학적인 모델은 시행착오나 최적화 기법을 통하여 수세기 동안 적용되어 왔다<sup>1)</sup>. 실험이나 복잡한 시스템의 관찰로부터 수집된 데이터들은 중요한 패턴과 복잡한 관계를 지니고 있어,

그러한 관계를 수학적인 규칙과 표현으로 모델화한다는 것이 쉬운 일은 아니다. 또한, 개발된 수학적인 모델이 공학적인 모델로 사용되기 위해서는 어떠한 현상에도 적용 가능하다는 보편성과 새로운 현상에도 적용 가능하다는 적응성을 갖추고 있어야 한다. 그러나, 복잡하고 불확실성(uncertainty)이 내재하는 고도의 비선형 관계에서 보편성과 적응성을 충분히 갖춘 수학적인 모델

\* 한양대학교 건축공학과, 박사과정

\*\* 한양대학교 전자통신공학과, 교수

\*\*\* 정회원·한양대학교 건축공학과, 교수

· 이 논문에 대한 토론을 1997년 9월 30일까지 본 학회에 보내주시면 1997년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

(또는 공학적인 모델)을 개발한다는 것은 매우 어려우며 불가능한 경우까지도 발생한다.

지난 수 십년간의 소성 이론과 소성 모델의 개발에도 불구하고, 재료적인 거동의 불확실성으로 인하여 철골 보와 콘크리트 슬래브의 합성보인 스텐브 거더 시스템(stub-girder system)<sup>2)</sup>의 거동을 수학적인 모델로 정확히 표현한다는 것은 어려운 일이다.

이러한 문제점을 해결하기 위해서는 확률론적인 절차가 내재되어 있어 불확실성을 다룰 수 있고, 대량의 복잡한 비선형적인 관계도 단순화의 과정 없이 연관 관계를 자체 조직화(self-organization)할 수 있는 인간의 뇌와 가장 유사한 병렬 연산 모델(parallel computational model)인 "인공 신경 회로망(artificial neural network, 이하 '신경망'이라 함)"의 적용이 필수적이다.

본 논문은 스텐브 거더의 거동 예측을 위한 신경망 근사 해석(NNASA : Neural Network for Approximate Structural Analysis) 모델 개발을 궁극적인 목적으로 하는 초기 단계의 기초적 연구로서, 단순보의 처짐 문제와 같은 정확해를 구할 수 있는 문제로부터 신경망 근사 해석 모델의 원형(prototype)을 제시하고 검증하는데 목적이 있다.

## 2. 구조 해석을 위한 신경망 설계와 학습

구조 해석을 위한 신경망 알고리즘으로는 다변수 비선형 문제에 가장 적합한 대표적인 신경망인 Error Back-Propagation Training Algorithm (EBPTA)<sup>3), 4)</sup>을 이용한 신경망을 선택하였으며, 이 알고리즘의 유도 과정에 대해서는 기존 연구<sup>5)</sup>에서 충분히 다루었으므로 생략하고, 신경망 구조의 설계와 학습에 중점을 두고자 한다.

신경망(EBPTA)의 설계란 연결 강도의 수, 은닉층의 수, 은닉 및 결과 층에서의 노드 수, 학습 패턴 수 등을 결정하는 것이다. 구조 해석을 적절히 시뮬레이션하면서도 시간을 감소하기 위하여 신경망 구조를 결정하는데 다음과 같은 8가

지의 변수가 적용 가능하며, 각 변수에 의한 시뮬레이션 결과를 다음과 같은 2가지 면에 대하여 비교 분석하여 구조 해석을 위한 신경망 모델을 제안하고자 한다.

### ● 8가지 신경망 설계 변수

① 학습 패턴의 선정, ② 은닉층 뉴런의 수, ③ 은닉층의 수, ④ 초기 연결 강도값 ⑤ 학습 에러(training errors, maximum error 포함), ⑥ 활성화 함수(activation function), ⑦ 학습 상수(learning constant,  $(\eta)$ ), ⑧ 모멘텀 항(momentum term,  $\alpha$ )

### ● 2가지 결과 비교 변수

① 반복 회수(iteration, 소요시간과 비례)  
② 근사화의 정도

공식화하기 어려운 스텐브 거더 시스템의 거동을 신경망으로 예측하는 것이 향후 연구의 목적이므로, 구조적인 유사성을 가지면서도 적은 시간 내에 많은 시뮬레이션이 가능하고, 정확해를 쉽게 구할 수 있는 공식화된 문제를 시뮬레이션 대상으로 선택하였다. 시뮬레이션 대상으로는 단순 지지된 보를 선택하였으며, 중앙에 집중 하중을 가했을 때의 중앙부 최대 처짐을 구하는 것으로 한정하였다. 그러므로, 중앙부 최대 처짐을( $\delta=PL^3/48EI$ )으로 구할 수 있다.

네 개의 설계 변수( $P, L, E, I$ )를 나타내는 입력층의 4개의 뉴런과 최대 처짐( $\delta$ )을 나타내는 출력층의 1개의 뉴런으로 신경망이 생성되었다.

### 2.1 학습 패턴의 선정

학습 패턴의 범위는 중앙부 집중 하중( $P$ )은 5~15(ton), 보의 길이( $L$ )는 5~15(m), 탄성 계수( $E$ )는  $2.1 \times 10^6$ (t/m<sup>2</sup>), 단면 2차 모멘트( $I$ )는  $100 \sim 600 \times 10^{-6}$ (m<sup>4</sup>)로 하였으며, 중앙부 최대 처짐( $\delta$ )은 0.0103~5.0223(m)의 범위로 발생하였다. 이러한 범위는 출력 결과인 처짐의 최소값/최대값(=0.0103/5.0223 = 0.00205)과 최대 에러를 고려하여 결정하였다.

학습 패턴을 선정하는 방법으로 Rogers<sup>6)</sup>가

적용한 Hypercube 방법, Linear 방법과 비교 목적으로 Hexahedron 방법(I, II, III, IV)의 총 6 가지 방법을 적용하였다. 4차원 설계 공간(설계 변수가 네 가지이므로)을 나타내는 것은 불가능하기 때문에, 탄성 계수( $E$ ) 값을  $2.1 \times 10^6(t/m^2)$ 으로 고정하여, [그림 1]과 같이 3차원 문제(3개의 설계 변수)에 대해서 이러한 방법들을 보였다. [그림 1]에 나타나는 한 점(point)은 설계 변수의 한 세트를 나타내며, 각 점에 대한 학습 패턴을 개발하기 위하여 해석이 수행되어야 한다. 설계 공간의 좌측 하단의 전방향 코너는 모든 설계 변수의 하한값 경계를 나타내고, 우측 상단의 후 방향 코너는 상한값 경계를 나타낸다.

신경망 구조의 다른 변수는 비교 목적으로 다음과 같이 동일하게 가정하여 각 패턴에 대하여 학습하였다.

[은닉층 뉴런의 수=4, 은닉층의 수=1, 초기 연결 강도값=일정한 값, 최대 에러 (maximum

error)=0.0001, 활성 함수 (activation function) =Uni-polar function( $\lambda=1.0$ ), 학습 상수( $\eta$ )=0.5, 모멘텀 항 (momentum term,  $\alpha$ ) = 0]

Cube-7, 8, 9의 학습 패턴에 대한 실제 데이터와 스케일링(scaling)한 값을 나타내면 [표 1]과 같다.

학습이 완료된 후에는 6가지의 학습 패턴 선정에 사용된 48(8×6)개의 모든 학습 패턴을 근사화 정도를 판정할 목적으로 테스트 패턴으로 리콜하였다. 6가지 학습 선정 방법에 대한 학습 결과(반복 회수, 근사화 정도)를 요약하면 [표 2]와 같다.

표 1 학습패턴

패턴	실제 데이터(스케일링한 값)				
	P	L	E( $10^6$ )	I( $10^6$ )	$\delta_{max}$
1	10.0 [0.667]	10.0 [0.667]	2.1 [1.0]	100 [0.167]	0.9920 [0.1975]
2	10.0 [0.667]	10.0 [0.667]	2.1 [1.0]	300 [0.500]	0.3306 [0.0658]
3	10.0 [0.667]	10.0 [0.667]	2.1 [1.0]	600 [1.000]	0.1653 [0.0329]
4	10.0 [0.667]	5.0 [0.333]	2.1 [1.0]	300 [0.500]	0.0413 [0.0082]
5	10.0 [0.667]	15.0 [1.000]	2.1 [1.0]	300 [0.500]	1.1160 [0.2222]
6	5.0 [0.333]	10.0 [0.667]	2.1 [1.0]	300 [0.500]	0.1653 [0.0329]
7	15.0 [1.000]	10.0 [0.667]	2.1 [1.0]	300 [0.500]	0.4960 [0.0987]
8	15.0 [1.000]	15.0 [1.000]	2.1 [1.0]	600 [1.000]	0.8370 [0.1666]
9	5.0 [0.333]	5.0 [0.333]	2.1 [1.0]	100 [0.167]	0.0620 [0.0123]

표 2 학습 패턴 선정에 따른 학습 결과

	Hypercube 방법				
	Cube-7	Cube-8	Cube-9	Cube-15	
반복회수	9682	9085	15749	453961	
근사화정도	0.2061	0.1001	0.2086	0.0881	
Linear 방법		Hexahedron 방법			
	Lin	Hex-I	Hex-II	Hex-III	Hex-IV
552333	19981	37097	132306	10 <sup>6</sup> 이상	
32.1378	0.5039	1.1177	30.3544		

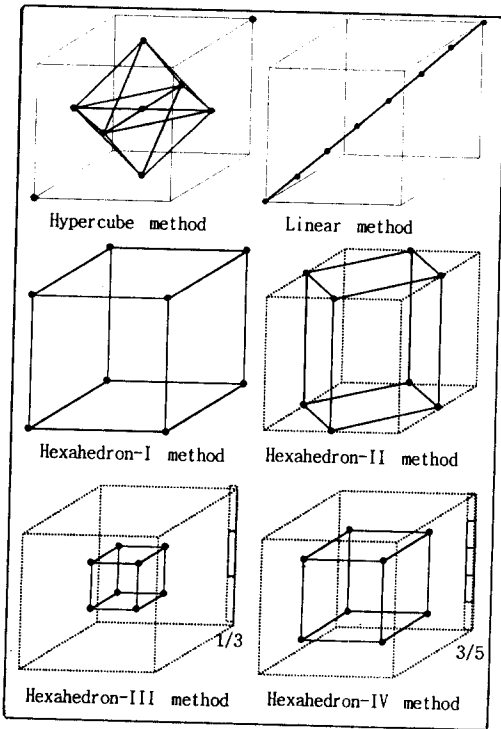


그림 1 학습 패턴의 선정 방법

이상의 결과로부터 8개의 패턴을 선정하는 6 가지 방법 중 Hypercube 방법(Cube-8)이 반복 회수가 가장 적고, 근사화 정도가 가장 좋을 수 있다. 일반적으로 학습 패턴의 수가 증가 하면 반복 회수가 증가하고, 근사화의 정도가 좋아진다. 그러나, Hypercube 방법(Cube-7, 8, 9, 15)만을 비교했을 때는 학습 패턴의 수가 증가 했음에도 불구하고 반복 회수가 약간 감소하기도 하고(Cube-7, 8), 근사화의 정도가 약간 떨어짐(Cube-8, 9)을 알 수 있다. 이것은 최대 에러(0.0001)에 기인하는 현상으로 사료된다.

따라서, 구조 해석을 위한 신경망 모델에서 학습 패턴의 선정은 Hypercube 방법을 사용하며, 각 변수의 상·하한값( $n$ 개의 설계 변수에 대하여  $2^n$ 개의 점), 각 변의 중앙점( $2n$  개의 점), 설계 공간의 중앙점(1)으로 학습 패턴을 생성하며, 설계 변수가 6 이상일 때는 실용적인 목적으로, 각 변수의 상·하한값( $2^n$ ) 대신에 설계 공간의 상·하한값(2)을 적용한다.

## 2.2 은닉층 뉴런 수

다층 피이드포워드 네트워크(multilayer feedforward networks)<sup>3)</sup>를 사용하는 경우, 실제적인 문제를 푸는데 있어서 은닉층의 크기(뉴런 수)를 어느 정도 고려할 것인가는 매우 중요하다. 신경망의 복잡함으로 현재까지의 많은 연구에도 불구하고, 은닉층 뉴런 수를 정확히 판단할 결론적인 방법은 없다. 따라서, 본 연구에서는 현재까지 제시된 방법을 적용하여 결과를 비교하고자 한다.

Mirchandini(1989)<sup>3)</sup>는  $n$ 차원의 입력 공간에서  $J$ 개의 은닉층 뉴런으로 선형적으로 분리 가능한 영역의 최대수  $M$ 을 식(1)와 같이 표현하였다. (단,  $P \gg M$ 인 경우,  $P$ 는 패턴 수)

$$M(j, n) = \sum_{k=1}^n \binom{J}{k} \quad (1)$$

이 식은  $P \gg M$ 이면,  $\log_2 P > \log_2 M$  이므로 은닉층 뉴런 수는  $\log_2 P$  내외일 것으로 추측 가능하다. 단순 보 문제에서는 패턴 수가 9이고  $M$

과 동일하므로, 은닉층 뉴런 수는 4 ( $\log_2 9$ )를 하한값으로, 또는 내외일 것으로 추측된다.

Carpenter(1992)<sup>6), 7)</sup>는 신경망의 적절한 근사화를 위해서는 결정 시스템(determined system, 방정식이 미지수와 같거나 많은)이어야 한다고 하였다. 그러므로, 은닉층의 수를 1로 가정하면, 이것은 5 ( $4 \times 1 + 1 \times 1$ )의 연결 강도와 2 ( $1 + 1$ )의 bias 항으로 총 7의 미지수를 의미한다. 9개의 방정식이므로 과다 결정(overdetermined) 시스템이다. 또한, 은닉층의 뉴런 수가 2 이상이면 미결정(underdetermined) 시스템이다.

Berke(1991)<sup>6), 8)</sup>는 은닉층의 노드수들을 입력과 출력층 뉴런 수의 평균과 합 사이에서 결정되어야만 한다고 제안하였다. 그러므로 은닉층에서의 뉴런 수의 선택은 2~3(평균)과 5(합)이 가능하다. 또한, 평균과 합 사이의 값은 4이다.

Rogers(1994)<sup>6)</sup>는 은닉층 뉴런 수를 입력과 출력층 뉴런 수의 합으로 하였다.

단순 보 문제에서 은닉층의 수를 조절하면서 시뮬레이션 한 결과를 그래프로 표시하면 [그림 2]와 같다. 이 그래프로부터 5개의 은닉층 뉴런 수를 가진 경우가 근사화 정도가 가장 좋을 수 있으며, 6~30개의 뉴런 수도 반복 회수나 근사화 정도가 합당한 것으로 보인다. 그러나, 30개의 은닉층 뉴런을 가진 신경망의 연결 강도값

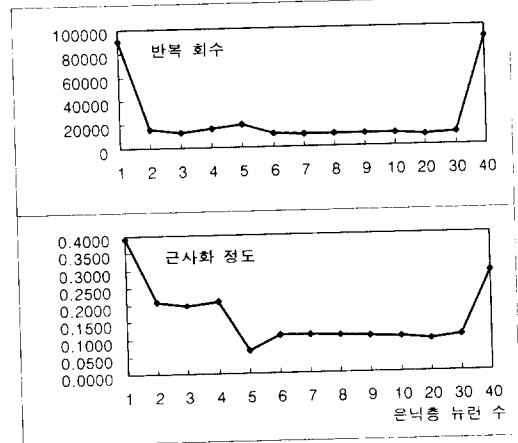


그림 2 은닉층 뉴런 수에 따른 시뮬레이션 결과

을 분석해 보면, 6개 이상의 은닉층 뉴런은 출력 값에 영향이 거의 없으므로, 본 문제에 대해서는 은닉층 뉴런 수를 5개로 하는 것이 가장 적절하다.

따라서, Mirchandini의 가정(4이상 또는 4 내외), Berke의 가정(2~5), Rogers의 가정(5)은 시뮬레이션 결과와 잘 일치하였으나, Carpenter의 가정(1)은 부적절함을 알 수 있다. 복잡한 실제 문제에서는 가정 값 보다 많은 은닉층 뉴런 수가 필요한 경우가 발생하므로, 본 모델에서는 Berke와 Rogers의 가정인 입력과 출력층 뉴런 수의 합을 은닉층 뉴런 수의 최소값으로 초기 가정한다.

### 2.3 은닉층의 수

은닉층을 두개로 확장하여 시뮬레이션 해본 결과, 하나의 은닉층에 동일한 은닉층 뉴런 수를 가진 신경망 보다 학습 속도나 근사화 정도가 매우 불리하였으며, 이는 본문제가 단순한 연속 함수 문제이기 때문으로 사료된다. 그러므로, 본 모델에서는 은닉층의 수를 1로 초기 가정한다.

### 2.4 초기 연결 강도값

신경망의 연결 강도값은 작은 랜덤 수(small random values)로 초기화 되어야 한다. 동일한 초기 연결 강도값을 갖는다면 학습을 보장할 수 없으며, 선택된 연결 강도값에 따라 학습에 걸리는 반복 회수가 달라지고 수렴하지 못하는 경우도 발생할 수 있다<sup>3)</sup>.

따라서, 본 모델에서는 작은 랜덤 수(0.1 미만)를 초기 연결 강도값으로 하였으므로 수렴하지 않는 경우는 발생하지 않았으며, 반복 회수와 근사화 정도의 비교를 위해서 학습시마다 다음과 같은 C언어 문장으로 일정한 값이 생성되도록 하였다.

$$W[k][j]=0.02+\text{atof}(\text{itoa}(\text{jstring},10))/5;$$

물론, 비교의 목적이 아닌 경우에는 작은 랜덤 수로 초기화하였다.

### 2.5 학습 에러

EBPTA에서는 학습 단계에서 연결 강도의 적용도를 측정할 목적으로 식(2)와 같은 2차 에러를 정의한다.

$$E = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^K (d_{pk} - O_{pk})^2 \quad (2)$$

학습 패턴 수  $P$ 와 출력층 뉴런 수  $K$ 가 다른 신경망을 서로 비교하려면 식(3)과 같은 자승 평균 평방근(root-mean-square normalized) 에러를 도입한다.

$$E_{rms} = \frac{1}{PK} \sqrt{\sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^K (d_{pk} - O_{pk})^2} \quad (3)$$

또한, 이러한 에러는 학습 도중 최대 에러(maximum error,  $E_{max}$ )와의 비교를 통해서 학습 종료 시점을 판정한다. 이 시뮬레이션에서는  $E_{max}=0.0001$ 로 하였으므로,  $\sqrt{0.0002/PK}$ 이고, 학습 패턴 중 하나의 패턴( $PK=1$ )에서 일어날 수 있는 출력값과 기대값 사이의 최대 에러( $d-O$ )는 0.0141이다. 따라서, 학습 패턴의 기대값이 0.0141보다 작을 경우에는 학습의 정확도를 보장할 수가 없다. 예를 들어, Cube-8에서 패턴 4는 기대값이 0.0082, 출력값이 0.0189 이므로 전체 에러의 57%(0.000057)가 발생한다. 또한, Cube-9에서 패턴 9는 기대값이 0.0123, 출력값이 0.0216 이므로 전체 에러의 43% (0.000043)가 발생한다.

그러므로, 패턴 선정시 학습 패턴의 균일한 정확도를 확보하기 위해서는 최대 에러에 의해 계산된 [하나의 패턴( $PK=1$ )에서 일어날 수 있는 출력값과 기대값 사이의 최대 에러( $d-O$ )] 보다 큰 값으로 스케일링 되도록 패턴 범위를 선정하거나, 스케일링한 기대값에 적합한 최대 에러를 선정하여야 한다.

따라서, Cube-9에 대한 적절한 최대 에러 산정은 다음 식(4)와 같이 표현 할 수 있다.

$$E_{\max} < \frac{1}{2}(\text{기대값 중 최소값})^2 = 0.00003 \quad (4)$$

본 연구에서는 [그림 3]과 같이 최대 에러를 5E-01에서 5E-08까지 변화 시키며 시뮬레이션 하였다. 그 결과 최대 에러 0.001(1E-03)까지는 급격히 근사화 정도가 좋아졌으나, 그 이후로는 0.2167~0.1736의 범위로 근사화 정도는 약간 상승하였다. 또한, 최대 에러 0.00001(1E-05)부터 반복 회수 89596회로 급격히 증가하기 시작하여, 최대 에러 5E-08에서는 100만번 이상이 소요되었다.

따라서, 본 문제에서 근사화 정도를 최대로 하고, 반복 회수를 줄일 수 있는 가장 적절한 최대 에러는 0.001(1E-03)~0.00001(1E-05)의 범위에서 결정되어야 함을 알 수 있다. 이는 전술한 최대 에러값의 가정(0.00003)이 타당함을 보여준다.

### 2.6 활성화 함수(activation function)

신경망 학습의 속도는 활성화 함수의 선택과 형상에 따라 많은 영향을 받는다. 따라서, 본 연구에서는 EBPTA에서 주로 사용하는 unipolar sigmoid 함수를 사용하였고, 이 활성화 함수에서 중요한 인자인 경사도 계수(the steepness coefficient)  $\lambda$ 의 변화에 따른 반복 회수와 근사화 정도를 관찰하였다. 단순 보 문제는  $\lambda$ 값이 0.4~3.0에서 적은 반복 회수에 적절한 근사화를 얻을 수 있었다.

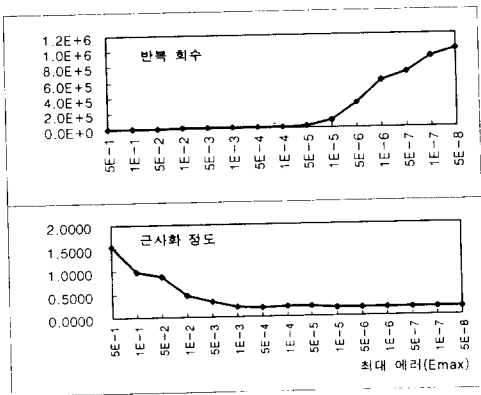


그림 3 최대 에러에 따른 시뮬레이션 결과

### 2.7 학습 상수(learning constant, $\eta$ )

EBPTA의 효율성과 수렴성은 주로 학습 상수  $\eta$ 에 의해 좌우된다<sup>3)</sup>. 일반적으로  $\eta$ 의 최적값은 풀고자 하는 문제나 학습 형태에 따라 달라지므로 유일하게 적절한 값을 제시할 수는 없다. 이러한 문제는 경사도 기반(gradient-based)의 최적화 과정에서 일반적으로 나타나며, 작은 값으로 최적해에 도달한다면  $\eta$ 값의 증가로 빠른 수렴성을 얻을 수 있지만, 경사가 급하거나 좁은 최소점(narrow minima)에서는 작은  $\eta$ 값만이 해의 수렴을 보장할 수 있다<sup>3)</sup>. 신경망의 구조와 학습 문제에 따라 다르지만, 많은 연산 실험의 보고에 의하면 0.01~10의 범위에서 성공적인 학습을 보였다<sup>3)</sup>.

Zurada<sup>3)</sup>는  $\lambda$ 값의 변화에 의한 효과를 학습 상수의 변화에 의해서도 관찰할 수 있으므로, 학습 속도를 제어하기 위해서  $\lambda$ 와  $\eta$ 를 모두 변화시키기 보다는  $\lambda=1$ 로 하고  $\eta$ 를 변화시키도록 제안하였다. 본 연구에서도 이러한 제안에 의해  $\lambda=1$ 로 하고  $\eta$ 값을 0.1에서 1.0까지 변화시켰다.

그 결과 근사화 정도는 0.1919~0.2297 ( $\eta=0.5$ 인 경우: 0.2086)의 범위로 분포되어  $\eta$ 값의 변화에 따른 영향이 크지는 않았으며, 반복 회수는 많은 영향을 받았다. [그림 4]에서  $\eta$ 값의 변화에 따른 반복 회수의 변화를 표시하였으며,  $\eta=0.1$ 인 경우 69196회의 반복이 필요한 반면에  $\eta=1.0$ 일때 최소의 반복 회수(10125회)로 학습할 수 있었다.

### 2.8 모멘텀 항 (momentum term, $\alpha$ )

표준적인 EBPTA에 수렴 속도를 증가시키기 위하여 모멘텀 방법(momentum method)이 첨가되었다. 이 방법은 가장 최근의 연결 강도값의 변화량의 일정량(모멘텀 항  $\alpha$ 를 곱함)을 현재의 연결 강도 값의 변화량에 첨가하여 수렴 속도를 증가시키며,  $\alpha$ 는 대개 0.1~0.8에서 선택하는 양수값이다<sup>3)</sup>.

따라서, 이러한 모멘텀 방법은 학습 속도가 매우 느리거나, 학습이 잘 이루어지지 않는 경우에 추천할 만하다<sup>3)</sup>.

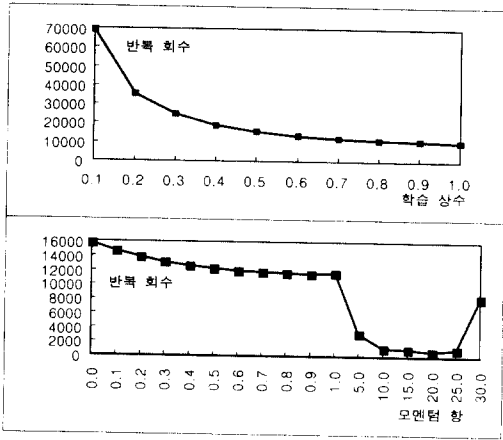


그림 4 학습 상수와 모멘텀 항에 따른 시뮬레이션 결과

$\alpha$ 값이 0.1~0.8에서 선택하는 양수값이라 하였으나, 본 문제에 대해서는 0.0 (표준적인 EBPT-A)에서 30.0까지 변화시키며 시뮬레이션 하였다.

그 결과 근사화 정도는 0.1459~0.2539 (표준적인 EBPTA : 0.2086)의 범위로 분포되어  $\alpha$ 값의 변화에 따른 영향이 크지는 않았으며, 반복 회수는 많은 영향을 받았다.

[그림 4]에  $\alpha$ 값의 변화에 따른 반복 회수의 변화를 표시하였으며, 표준적인 방법( $\alpha=0.0$ )인 경우 15749회의 반복이 필요한 반면에  $\alpha=21.0$ 일때 최소의 반복 회수(695회)로 학습할 수 있었다.

상기와 같은 결과를 바탕으로 본 연구에서는  $\alpha$  값을 프로그램 내에서 다음과 같은 방법으로 학습 중 1회 반복 시 마다 에러 값이 감소하면  $\alpha$ 값이 1.0씩 증가하고, 에러값이 증가하면  $\alpha$ 값이 5%씩 감소하도록 프로그램 내부에서 적응적(adaptive)으로 결정하도록 하였다.

if(error—bak > error) alpha=alpha+1.0;

else alpha=alpha\*0.95;

이러한 방법을 적용한 결과 반복 회수 686회, 근사화 정도 0.2195로 매우 좋은 결과를 얻었다.

### 3. 신경망 근사 해석 모델의 제안 및 검증

#### 3.1 신경망 근사 해석 모델의 개발 단계

[단계 1 : 학습 패턴의 선정]

Hypercube 방법을 사용하며, 각 변수의 상·하한값( $n$ 개의 설계 변수에 대하여  $2^n$ 개의 점), 각 면의 중앙점( $2n$  개의 점), 설계 공간의 중앙점(1)으로 학습 패턴을 생성하며, 설계 변수가 6 이상일 때는 실용적인 목적으로, 각 변수의 상·하한값( $2^n$ ) 대신에 설계 공간의 상·하한값(2)을 적용한다.

[단계 2 : 구조 해석 수행 및 실험 실시]

선정된 학습 패턴에 해당되는 변수값으로 구조 해석을 수행하던지 실험 결과를 수집하여 기대값(desired output)을 결정한다.

[단계 3 : 은닉층 뉴런 수]

은닉층의 수는 1로, 은닉층 뉴런 수는 입력과 출력층 뉴런 수의 합을 최소값으로 초기 가정한다.

[단계 4 : 최대 허용 에러]

식(4)에 의해 최대 허용 에러를 초기 가정한다.

[단계 5 : 활성 함수( $\lambda$ ), 학습 상수( $\eta$ ), 모멘텀 항( $\alpha$ )]

일반적인 문제에 적용 가능하도록  $\lambda=1.0$ ,  $\eta=0.5$ 로 초기 가정하고,  $\alpha$ 값은 프로그램 내에서 적응적으로 결정하도록 한다.

[단계 6 : 학습 수행]

단계 1~5로 결정된 신경망 구조로 학습이 되지 않고 발산한다면, 은닉층 뉴런 수, 학습 상수( $\eta$ ), 활성 함수( $\lambda$ ), 은닉층 수의 순서로 변수 값을 변화시켜 학습을 수행한다.

[단계 7 : 테스트]

학습된 신경망을 테스트 패턴으로 테스트한다.

#### 3.2 신경망 근사 해석 모델의 검증

신경망 근사 해석 모델의 타당성을 검증하기 위하여 새로운 변수가 포함된 문제(검증 예제 I)와 단일식으로 표현할 수 없는 문제(검증 예제 II)에 적용하여 그 결과를 검토하였다.

3.2.1 새로운 변수가 포함된 문제 (검증 예제I)

모델 개발 단계에서 사용한 단순 지지된 보의 처짐( $\delta=PL^3/48EI$ )뿐만 아니라 양단 고정된 보의 처짐( $\delta=PL^3/192EI$ )의 예측에 근사 해석 모델을 적용하였다. 이 문제는 단부 조건에 따라  $PL^3/48EI$ 이거나  $PL^3/192EI$ 의 처짐식이 적용되어야 하므로, 새로운 변수  $\alpha$ 가 첨가되어 ( $\delta=PL^3/\alpha EI$ )로 표현할 수 있다.

모델 개발 단계에 따라 Cube-18과 Cube-30의 근사 해석 모델을 생성하였다. 우선, 실용적인 목적으로 학습 패턴의 선정은 모델 개발 단계에서 사용한 학습 패턴 9개에 단부 조건이 양단 고정으로 변경되었을 때의 학습 패턴 9개를 첨가하여 총 18개의 학습 패턴(Cube-18)으로 학습하였다. 은닉층 뉴런 수는 5개로, 최대 허용 에러는  $1.0E-6$ 으로 하였으며, 학습에는 122,646회의 반복 회수가 소요되었다.

또한, Hypercube 방법에 따라 총 30개(Cube-30, [단순 지지 15, 양단 고정 15])의 학습 패턴을 생성하였다. 은닉층 뉴런 수는 10개로, 최대 허용 에러는  $1.0E-7$ 으로 하였으며, 학습에는 200만번 이상의 많은 반복 회수가 소요되었다.

학습 후 임의적으로 생성된 6개(단순 지지3, 양단 고정3)의 패턴으로 근사 해석(리콜)하였으

며, 그 결과는 [표 3]과 같다. 결과를 비교 분석하여 보면, 새로운 변수가 포함된 문제를 신경망 근사 해석으로 풀 수 있었으며, Cube-18에 비하여 Cube-30이 에러 5%이내의 좋은 해석 결과를 보였다.

3.2.2 단일식으로 표현할 수 없는 문제(검증 예제II)

모델 개발 단계에서 사용한 단순 지지된 보의 처짐( $\delta=PL^3/48EI$ )뿐만 아니라 최대 모멘트 산정( $M=PL/4$ )의 예측에 근사 해석 모델을 적용하였다. 이 문제에서 보의 처짐은  $L^3$ 에 비례하고, 모멘트는  $L$ 에 비례하므로 보의 처짐과 모멘트를 단일식으로 표현 할 수는 없다.

모델 개발 단계에 따라 총 15개의 학습 패턴(Cube-15)으로 입력층 뉴런 수는 4개, 출력층 뉴런 수는 2개로 근사 해석 모델을 생성하였다. 개발 단계에 따라 은닉층 뉴런의 최소 수는 6개로 산정하였으나, 실제 시뮬레이션은 8개에서 학습이 이루어졌다. 최대 허용 에러는  $1.0E-6$ 으로 하였으며, 학습에는 1054,146회의 반복 회수가 소요되었다.

학습 후 임의적으로 생성된 3개의 패턴으로 근사 해석(리콜)하였으며, 그 결과는 [표 4]와 같다. 에러가 12%까지 발생하고 있으나, 단일식으

표 3 검증 예제 I의 신경망 근사 해석 결과

패턴	입력값					해석 결과( $\delta_{max}$ )				
	P	L	E	I	BC	정밀해	Cube-18	error(%)	Cube-30	error(%)
1	8.0	5.0	2.1	133.33	S. S	0.0744	0.0632	15.0	0.0733	1.4
2	12.0	7.0	2.1	200.00	S. S	0.2041	0.1919	5.9	0.1963	3.8
3	13.0	12.0	2.1	450.00	S. S	0.4952	0.4862	1.8	0.4858	1.9
4	8.0	5.0	2.1	133.33	F. S	0.0816	0.0269	-44.6	0.0177	4.8
5	12.0	7.0	2.1	200.00	F. S	0.0510	0.0810	-58.8	0.0505	1.0
6	13.0	12.0	2.1	450.00	F. S	0.1238	0.1032	16.6	0.1246	-0.6

표 4 검증 예제 II의 신경망 근사 해석 결과

패턴	입력값				해석 결과( $\delta_{max}$ , $M_{max}$ )					
	P	L	E	I	$\delta_{max}$	Cube-15	E(%)	$M_{max}$	Cube-15	E(%)
1	8.0	5.0	2.1	133.33	0.0744	0.0685	7.9	10.0	9.8	2.0
2	12.0	7.0	2.1	200.00	0.2041	0.1796	12.0	21.0	20.5	2.4
3	13.0	12.0	2.1	450.00	0.4952	0.4626	6.6	39.0	43.0	10.3



로 표현할 수 없는 문제를 신경망 근사 해석으로 풀 수 있었다. 단, 초기 연결 강도값에 따라(즉, 경우에 따라) 최대 20%까지 에러가 발생하였다. 10% 이상의 에러가 발생하는 것은 학습 패턴의 증가로 해결될 수 있으며, 근사 해석의 정확도를 오차율 20% 이하로 볼때, 이 결과를 받아들일 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구의 결론은 다음과 같다.

- 1) 8가지 신경망 설계 변수 중 근사 해석의 정확도에 가장 크게 영향을 주는 변수는 학습 패턴과 최대 에러의 선정으로 나타났다. 제안된 근사 해석 모델에서 학습 패턴 선정은 Hypercube 방법을 비교 후 선정하였고, 최대 에러의 초기 가정은 식(4)를 제안하였다.
- 2) 학습의 수렴성은 은닉층 뉴런 수와 초기 연결 강도값에 따라 결정되며, 제안된 근사 해석 모델에서는 은닉층 뉴런 수를 입력과 출력층 뉴런 수의 합을 최소값으로 하는 초기 가정 방법을 채택하였다. 또한, 수렴 속도는 활성화 함수( $\lambda$ ), 학습 상수( $\eta$ ), 모멘텀 항( $\alpha$ )에 따라 결정되는데, 제안된 근사 해석 모델에서는  $\lambda$ 와  $\eta$ 는 고정하고, 주로  $\alpha$ 에 의해 수렴 속도를 증가시켰다.
- 3) 새로운 변수가 포함된 문제(검증 예제 I)와 단일식으로 표현할 수 없는 문제(검증 예제 II)를 신경망 근사 해석 모델이 해결함으로써 다변수 비선형 문제에의 적용 가능성을 검증하였다. 그러므로, 향후 연구에 있어서 합성 재료에 의한 복잡한 거동으로 거동 예측이 어려운 스티브 거더 시스템에 대한 본 근사 해석 모델의 적용은 매우 적절할 것으로 사료된다.

#### 감사의 글

본 논문은 한양대학교 초대형구조시스템연구센터의 학위논문 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사 드립니다.

#### 참 고 문 헌

1. Ghaboussi, J., "Some Applications of Neural Networks in Structural Engineering," *Proceedings, Structures Congress*, ASCE, Atlanta, GA, 1994.
  2. 백종성, 이승창, 이병해, "양단 고정된 스티브 거더 시스템의 해석 모델 개발", *전산구조공학 학회 학술발표회논문집*, 제10권 제1집, 1997.4, pp 61~70.
  3. Zurada, J. M., *Introduction to Artificial Neural Systems*, Info Access Distribution Pte Ltd., 1992.
  4. James A. Freeman, David M. Skapura, *Neural Networks : Algorithms, Applications, and Programming Techniques*, Addison-Wesley Pub. Com., Inc., 1992.
  5. 김택완, 이승창, 이병해, "PC 수직 접합부의 극한 전단 내력 예측에 대한 인공 신경 회로망의 적용", *전산구조공학학회논문집*, 제9권 제2호, 1996.6, pp 93~101.
  6. Rogers, J. L., "Simulating Structural Analysis with Neural Network," *J. of Computing in Civil Engineering*, ASCE, Vol. 8, No. 2, 1994, pp. 252-265.
  7. Carpenter, W. C., and Barthelemy, J.-F. M., "Comparison of polynomial approximations and artificial neural nets for response surfaces in engineering optimization." *33rd SDM Conf.*, AIAA, 1992, pp. 2474-2482.
  8. Berke, L., and Hajela, P., "Applications of neural nets in structural optimization," *NATO/AGARD Advanced Study Institute*, Vol. 23(I-II), Germany, 1991, pp. 731-745.
- (접수일자 : 1997. 5. 2)