

☒ 연구논문

p관리도의 불량률의 변화 탐지

장 경 · 양문희
단국대학교 산업공학과

Detection of Changes of the Population Fraction Nonconforming
in the p Control Chart

Kyung Chang · Moonhee Yang
Dept. of Industrial Engineering, Dankook University

Abstract

In this paper we calculate the subgroup size necessary for detecting the change of percent defective with several detection probabilities for original population fraction nonconforming p , changed population fraction nonconforming p^* , and the ratio $k=p^*/p$ in the usage of p control charts. From our calculation we can know the error level of normal approximation in detection probability calculation and recommend the subgroup size with lower error levels of normal approximation, and then we show the reasonable subgroup size necessary for p , p^* , k , and the detection probability of the change of fraction nonconforming in a process. The information that we here show in tables will be useful when p control chart users decide the subgroup size in the p control chart.

1. 서론

관리도는 공정의 이상을 탐지하기 위해 오랜 동안 사용되어 왔다. 그 중 p관리도는 모불량률의 변화 탐지를 위해 사용될 수 있다. 최근 ppm 단위를 비롯한 낮은 불량률의 관리에 대한 논의(Bourke, 1991; Quesenberry, 1995 등)가 많이 이뤄지고 있지만 주물공업 등 많은 중소기업 등에서 그다지 낮지 않은 불량률에 대해 여전히 관심이 있고, 예를 들어 프랑스의 일류 도자기 회사 아빌랑(Haviland)은 최고의 품질을 달성

하기 위해 많은 물량을 폐기하는 관계로 불량률이 80%나 달한다고 한다. 이러한 점에서 p관리도의 중요성은 작거나 큰 어떠한 p에 대해서도 차별이 없다고 할 수 있을 것이다. p관리도에서 고정된 표본수를 사용할 때 관리한계선을 벗어나는 때, 그 확률과 ARL에 관한 연구의 요약은 Montgomery(1996, pp. 272-275)에 있는데 이것은 고정된 표본수를 고려하며 단편적이다. 즉 실용적으로 현재 공정에서 당면하고 있는 p의 변화 및 표본 크기에 있어서 다양한 종합적인 연구, 정리가 부족하다. 그래서 이 논문에서는 다양한 표본수 n, 불량률 p에 대해 탐지 확률이 어떻게 나타나는지 보여 줄 것이다. 또 탐지 확률 어느 수준이 확보되기 위해서 n이 얼마나 되어야하는지를 규명할 것이다. 이것을 규명하는데 어려운 이론은 필요하지 않다. 즉 이 논문의 주목적은 방법적 이론을 다루고자 하는 것이 아니며, 크고 작은 다양한 불량률이 요구되는 오늘의 시점에서 불량률의 탐지에 관심있는 관리도 사용자에게 필요한 정보를 표로써 제공하고, p관리도의 활용에서 접하게 될 수 있는 정규근사의 헛점을 지적하고자 하는 것이 주목적이며, 아울러 이 논문의 결과는 그 사용자들에게 사용가능한 관리도의 민감도 분석 소프트웨어 제작의 전단계에 해당한다고 볼 수 있다.

이 논문에서 탐지확률계산은 이항분포를 사용한다. 탐지확률을 계산하는데 어떤 조건하에서는 보통 정규근사를 사용하는데 각 p에 대해 작은 오차수준에서 어느 정도 n의 표본이 필요한지 실증적으로 보여 주는 자료가 없다. 그래서 그 탐지확률계산에 이항분포 대신 정규근사를 쓸 때 그 오류정도를 보이고 적절한 부분군의 크기를 추천할 것이다. 모불량률의 변화를 탐지하는데는 어떤 랜덤하지 않는 경향을 보여 준다든지 혹은 검정통계량이 관리한계선을 벗어난다든지의 이상한 증후를 파악해야 한다. 이 중 전자는 경우의 수가 많고 그것을 망라하여 계산하기가 용이하지 않으므로, 이 연구에서는 후자 경우, 즉 검정통계량이 관리한계선을 벗어나는 경우로써만 모불량률의 변화를 탐지하는 것으로 해서 탐지확률을 계산한다. p관리도에서 변화 탐지에 관해 요약하면 다음과 같다. 사용하는 검정통계량은 $\hat{p}=x/n$ 이며, 여기서 n은 부분군의 크기(표본수)이고 x는 부분군 내의 불량 개수이다. p관리도의 상한(UCL), 하한(LCL) 및 중심선(CL)은

$$UCL = p + 3 \{ p(1-p)/n \}^{1/2}$$

$$LCL = p - 3 \{ p(1-p)/n \}^{1/2}$$

$$CL = p$$

이고 여기서 p는 모불량률이다.

모불량률 변화의 탐지확률을 구하기 위해서, 모불량률이 모불량률 p가 p에서 p*로 변한다고 가정하자. 그러면 p에서 p*로 변할 때 그것을 관측치 하나로써 p관리도가 탐지할 확률은

$$\Pr \{ \hat{p} > UCL = p + 3 \{ p(1-p)/n \}^{1/2} \} + \Pr \{ \hat{p} < LCL = p - 3 \{ p(1-p)/n \}^{1/2} \}$$

이고, 정규분포를 가정하면 그 확률은

$$\Pr \{ z > (UCL - p^*) / \{ p^*(1-p^*)/n \}^{1/2} \} + \Pr \{ z < (LCL - p^*) / \{ p^*(1-p^*)/n \}^{1/2} \}$$

이 되며 여기서 z 는 평균이 0, 표준편차가 1인 표준정규분포를 따르는 확률변수이다. 여기서는 문제를 단순화하기 위해 관측치 하나만을 보았다. 이것이 p 관리도 사용자에게 대한 활용 지침으로써 문제가 되지 않을 것이며, 필요하다면 같은 방법으로 계산하면 된다.

2. 모불량률 변화의 탐지

모불량률 변화의 탐지확률을 구하기 위해서 필요한 변수는 원래의 모불량률 p , 변화된 모불량률 p^* , 변화율 $k=p^*/p$, 부분군의 크기 n 이다. p, p^*, n 이 취하는 값들은 다음과 같다. p 는 0.01, ..., 0.09, 0.1, 0.001, ..., 0.009, ..., 0.0001, ..., 0.0009를 취한다; 모불량률 p 가 p 에서 p^* 로 변한다고 할 때, 변하는 비율 $k=p^*/p$ 를 0.5, 0.7, 0.9, 1.1, 1.3, 1.5, 1.7, 1.9로 둔다; 부분군의 크기 n 은 $n=1/p$ 과 $n=5/p$ 와의 사이 정도를 추천하는데 (박성현과 박영현, 1995, p. 433) 이 크기와 이보다 큰 크기에서 정규근사가 어느 정도 타당한지를 탐지하기 위해 부분군의 크기 n 을 $1/p$ 의 배수로 증가시킨다. 여기서 p, n, k 는 참조의 편리를 위하고 내용의 조감을 위해 임의적으로 선정된 것이다.

3. 탐지결과

<표 1>에서 6에는 모불량률 변화 탐지확률이 있다. 각 표의 1열에서 5열까지에 모불량률, 모불량률의 변화율, 이항분포를 이용한 정확한 변화탐지 확률, 정규분포를 이용한 변화탐지 근사 확률, 3열에서 4열을 뺀 절대오차가 각각 나타난다.

<표 1>, 2에는 $n=1/p$ 때 모불량률 변화 탐지확률이 있다. 여기에는 25군데에서 절대오차가 0.1보다 크고(별 두 개) 15군데에서 절대오차가 0.05보다 크고 0.1보다 작고(별 한 개), 0.05보다 작은 절대오차의 경우는 없다. 즉 이 표에서 절대오차가 심하다. <표 3>, 4에는 $n=5/p$ 때 모불량률 변화 탐지확률이 있다. 여기에는 10군데에서 절대오차가 0.05보다 크고 0.1보다 작고, 30군데에서 절대오차가 0.05보다 작고, 0.1보다 큰 절대오차의 경우는 없다. 즉 이 표에서 변화비율이 0.5인 경우는 0.05정도의 약한 절대 오차가 있고(여기서 표에는 주어지지 않았지만, 0.5보다 변화비율이 작아지면 그 오차는 더욱 심해진다.) 나머지 경우에는 절대오차가 심하지 않다. <표 5>, 6에는 $n=10/p$ 때 모불량률 변화 탐지확률이 있다. 여기에는 모든 경우에서 절대오차가 0.03보다 작다. 즉 이 표에서 모든 경우에서 절대오차가 심하지 않다. 요약하면 부분군의 크기로

< 표 1 > $n=1/p$ 때 모불량률 변화 탐지확률, 정규근사 및 절대오차
($p=0.01, \dots, 0.09; 0.1$)

p	p^*/p	이항분포	정규분포	절대오차
0.01	0.5	.00167	.23919	.23752**
	0.75	.00701	.19243	.18541**
	1.25	.03724	.13719	.09994*
	1.5	.06421	.12905	.06483*
0.05	0.5	.00137	.23696	.23558**
	0.75	.00591	.18878	.18286**
	1.25	.03301	.13085	.09784*
	1.5	.05820	.12123	.06302*
0.09	0.5	.00109	.23466	.23356**
	0.75	.00485	.18500	.18015**
	1.25	.02859	.12423	.09563*
	1.5	.05168	.11300	.06132*
0.1	0.5	.00102	.23408	.23305**
	0.75	.00459	.18404	.17944**
	1.25	.02746	.12252	.09506*
	1.5	.04996	.11088	.06091*

< 표 2 > $n=1/p$ 때 모불량률 변화 탐지확률, 정규근사 및 절대오차
($p=0.001, \dots, 0.009; 0.001, \dots, 0.009$)

p	p^*/p	이항분포	정규분포	절대오차
0.001	0.5	.00174	.23969	.23795**
	0.75	.00726	.19323	.18597**
	1.25	.03816	.13857	.10040**
	1.5	.06550	.13076	.06525*
0.005	0.5	.00171	.23947	.23776**
	0.75	.00715	.19287	.18572**
	1.25	.03775	.13796	.10020**
	1.5	.06493	.13000	.06507*
0.009	0.5	.00168	.23925	.23757**
	0.75	.00704	.19252	.18548**
	1.25	.03734	.13734	.09999*
	1.5	.06435	.12924	.06488*
0.0001	0.5	.00175	.23974	.23799**
	0.75	.00728	.19331	.18602**
	1.25	.03825	.13871	.10045**
	1.5	.06562	.13093	.06530*
0.0005	0.5	.00174	.23972	.23797**
	0.75	.00727	.19328	.18600**
	1.25	.03821	.13865	.10043**
	1.5	.06557	.13085	.06528*
0.0009	0.5	.00174	.23970	.23795**
	0.75	.00726	.19324	.18597**
	1.25	.03817	.13859	.10041**
	1.5	.06551	.13077	.06526*

< 표 3 > $n=5/p$ 때 모불량을 변화 탐지 확률, 정규근사 및 절대오차
($p=0.01, \dots, 0.09; 0.1$)

p	p^*/p	이항분포	정규분포	절대오차
0.01	0.5	.00011	.05647	.05645*
	0.75	.00049	.02598	.02548
	1.25	.02551	.02043	.00508
	1.5	.07769	.06517	.01251
0.05	0.5	.00001	.05465	.05464*
	0.75	.00037	.02421	.02384
	1.25	.02226	.01936	.00290
	1.5	.07129	.06481	.00648
0.09	0.5	.00001	.05283	.05282*
	0.75	.00028	.02248	.02220
	1.25	.01905	.01837	.00068
	1.5	.06455	.06451	.00003
0.1	0.5	.00000	.05237	.05237*
	0.75	.00025	.02205	.02179
	1.25	.01826	.01814	.00012
	1.5	.06281	.06445	.00163

< 표 4 > $n=5/p$ 때 모불량을 변화 탐지 확률, 정규근사 및 절대오차
($p=0.001, \dots, 0.009; 0.001, \dots, 0.009$)

p	p^*/p	이항분포	정규분포	절대오차
0.001	0.5	.00001	.05687	.05686*
	0.75	.00052	.02637	.02585
	1.25	.02625	.02068	.00556
	1.5	.07908	.06526	.01381
0.005	0.5	.00001	.05669	.05668*
	0.75	.00051	.02620	.02568
	1.25	.02592	.02057	.00534
	1.5	.07847	.06522	.01324
0.009	0.5	.00001	.05651	.05650*
	0.75	.00049	.02602	.02552
	1.25	.02599	.02046	.00513
	1.5	.07785	.06518	.01266
0.0001	0.5	.00001	.05691	.05690*
	0.75	.00052	.02641	.02589
	1.25	.02632	.02071	.00561
	1.5	.07922	.06527	.01394
0.0005	0.5	.00012	.05690	.05688*
	0.75	.00052	.02640	.02587
	1.25	.02629	.02070	.00558
	1.5	.07916	.06527	.01389
0.0009	0.5	.00001	.05688	.05686*
	0.75	.00052	.02638	.02585
	1.25	.02625	.02069	.00556
	1.5	.07910	.06526	.01383

< 표 5 > n=10/p때 모불량률 변화 탐지확률, 정규근사 및 절대오차
(p=0.01, ..., 0.09; 0.1)

p	p*/p	이항분포	정규분포	절대오차
0.01	0.5	.00665	.02327	.01662
	0.75	.00064	.00549	.00485
	1.25	.02973	.02446	.00526
	1.5	.12309	.12414	.00105
0.05	0.5	.00632	.02721	.02089
	0.75	.00055	.00602	.00547
	1.25	.02628	.02467	.00161
	1.5	.11605	.12719	.01114
0.09	0.5	.00600	.03191	.02591
	0.75	.00047	.00663	.00615
	1.25	.02287	.02488	.00200
	1.5	.10851	.13048	.02197
0.1	0.5	.03708	.03322	.00385
	0.75	.00379	.00680	.00300
	1.25	.02205	.02493	.00288
	1.5	.10654	.13135	.02480

< 표 6 > n=10/p때 모불량률 변화 탐지확률, 정규근사 및 절대오차
(p=0.001, ..., 0.009; 0.001, ..., 0.009)

p	p*/p	이항분포	정규분포	절대오차
0.001	0.5	.00672	.02248	.01575
	0.75	.00066	.00538	.00472
	1.25	.03051	.02442	.00608
	1.5	.12461	.12349	.00111
0.005	0.5	.00669	.02283	.01613
	0.75	.00065	.00543	.00478
	1.25	.03016	.02444	.00572
	1.5	.12394	.12378	.00015
0.009	0.5	.00666	.02318	.01652
	0.75	.00064	.00548	.00483
	1.25	.02982	.02446	.00535
	1.5	.12326	.12407	.00081
0.0001	0.5	.00673	.02240	.01566
	0.75	.00066	.00537	.00471
	1.25	.03058	.02441	.00617
	1.5	.12476	.12343	.00133
0.0005	0.5	.00673	.02244	.01570
	0.75	.00066	.00537	.00471
	1.25	.03055	.02441	.00613
	1.5	.12469	.12345	.00123
0.0009	0.5	.00673	.02247	.01574
	0.75	.00066	.00538	.00472
	1.25	.03052	.02442	.00609
	1.5	.12463	.12348	.00114

$n=1/p$ 을 사용하면 정규근사의 오차는 심각하고, $n=5/p$ 를 사용하면 $k=0.5$ 인 경우에 약간의 오차가 있고 나머지 경우에는 정규근사의 오차가 심하지 않고, $n=10/p$ 를 사용하면 정규근사의 오차가 미미하다. 변화비율 k 가 0.5내지 1.5정도에서 $n=5/p$ 내지 $10/p$ 정도의 부분군의 사용은 정규근사의 오차가 심하지 않다고 할 수 있다.

<표 3>에서 <표 6>까지의 4열에서 정규근사의 탐지확률은 변화비율이 1에서 멀어질수록(즉 k 가 0으로 줄거나, k 가 2로 커질수록) 커지며, <표 5>, 6의 3열에서 이항분포로 구한 탐지확률도 변화비율이 1에서 멀어질수록(즉 k 가 0에서 2로 커짐에 따라) 커진다. 이것은 상식적으로는 타당하다. 그러나 <표 1>에서 <표 4>까지의 3열에서 이항분포로 구한 탐지확률은 변화비율이 1에서 멀어질수록 커지는게 아니고 변화비율이 커짐에 따라 탐지확률도 커지고 있다. 이것은 상식적으로 볼 때 타당해 보이지 않는다. 그러나 계산적으로 사실이다. 이러한 관측이 일어나는 것은 $n=1/p$ 과 $5/p$ 일 때 하한이 0이고 중심선이 0에 가까운데, k 가 1보다 작은 비율로 모불량율이 변화하면 하한을 넘어가는 탐지확률은 계속 0이고 상한을 넘어가는 확률이 오히려 줄어들어서 이기 때문이다. 즉 $n=1/p$ 와 $5/p$ 일 때 이항분포로 구한 탐지확률은 변화비율이 커짐에 따라 그 탐지확률도 커지는 사실을 정규근사가 탐지하지 못하고 있다는 점에서 그 경우에 정규근사는 치명적 오류를 지니고 있다고 하겠다. 이런 점에서도 부분군의 크기로 $n=10/p$ 을 사용하면 정규근사의 오류는 적다고 하겠다. 근본적으로는 이항분포로서 확률계산을 하면 이상의 문제는 물론 회피될 수 있다.

4. 모불량률, 모불량률의 변화률, 탐지확률에 따라 필요한 부분군의 크기

여러 가지 p 값($p = 0.01, 0.02, \dots, 0.09, 0.1; 0.001, 0.002, \dots, 0.009; 0.0001, 0.0002, \dots, 0.0009$)과 변화율 $k=p^*/p$ 의 여러 값($k=0.5, 0.7, \dots, 1.9$)에 대해 그 변화의 탐지확률 $Pr(Pr= 0.1, 0.5, 0.9, 0.95, 0.99)$ 를 얻기 위해 필요한 표본크기 n 이 <표 7>, 8, 9에 있다.

$k=1$ 인 경우는 모표준편차가 변하지 않는 때이므로 표들에 없다. k 가 1에 가까운 경우에는 심히 큰 부분군의 크기가 요청되고, k 가 1에서 먼 경우에는 작은 부분군의 크기가 요청되기 때문에 부분군의 크기를 찾을 때, k 가 1에 가까운 경우에는 500이나 1000단위로 찾고 k 가 1에서 먼 경우에는 5, 10, 50, 100단위로 찾았고, 특히 k 가 1에 가깝거나 탐지확률이 작은 경우에 탐지확률증가분에 대한 부분군의 크기 n 의 증가분이 매우 클 때는 단위를 더 낮춰서 부분군의 크기를 찾았다.

< 표 7 > 불량률, 모불량률의 변화를, 탐지확률에 따라 필요한 부분군의 크기
($p = 0.01, 0.02, \dots, 0.1$ 일 때)

p	탐지 확률	변화율 k							
		0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.7	1.9
0.01	0.1	1595	3855	30845	26075	2270	580	235	30
	0.5	3320	9515	88400	88700	9750	3445	1745	1035
	0.9	6020	18120	175300	186100	21600	8025	4250	2655
	0.95	6875	21030	205750	219700	25700	9660	5150	3270
	0.99	8685	27120	269300	290700	34450	13075	7000	4415
0.02	0.1	795	1925	15245	12955	1140	290	95	15
	0.5	1655	4690	43700	43850	4950	1725	875	520
	0.9	2940	8940	86950	92250	10800	3975	2125	1325
	0.95	3370	10450	102400	108950	12850	4790	2540	1605
	0.99	4335	13435	133650	144200	17050	6460	3460	2205
0.03	0.1	525	1280	10080	8555	760	195	80	10
	0.5	1100	3210	28800	28900	3200	1150	585	345
	0.9	1955	5915	57500	60600	7150	2625	1395	885
	0.95	2245	6885	67400	71850	8400	3165	1690	1045
	0.99	2845	8875	88100	95000	11250	4275	2280	1445
0.04	0.1	395	955	7500	6330	570	160	60	15
	0.5	825	2340	21350	21700	2400	845	440	260
	0.9	1465	4400	42750	45050	5300	1950	1045	650
	0.95	1680	5100	50100	53300	6300	2355	1265	785
	0.99	2130	6625	65550	70350	8350	3150	1710	1085
0.05	0.1	315	735	5905	5050	485	130	70	20
	0.5	655	1845	16900	17050	1950	690	350	210
	0.9	1145	3495	33850	35650	4200	1545	820	505
	0.95	1315	4055	39650	42150	5000	1855	985	615
	0.99	1700	5250	51800	55750	6650	2500	1340	840
0.06	0.1	260	610	4800	4165	370	130	40	5
	0.5	545	1515	13900	14150	1600	565	295	175
	0.9	950	2870	27850	29550	3450	1275	685	420
	0.95	1095	3355	32700	34750	4100	1530	810	500
	0.99	1395	4335	42850	45950	5450	2045	1090	700
0.07	0.1	220	525	4150	3535	340	110	35	20
	0.5	445	1295	11850	12000	1350	475	250	150
	0.9	815	2460	23700	25050	2950	1070	575	360
	0.95	935	2840	27800	29450	3500	1280	685	430
	0.99	1175	3680	36300	38900	4600	1730	935	590
0.08	0.1	195	455	3585	3050	270	90	30	30
	0.5	390	1100	10300	10350	1200	415	220	130
	0.9	710	2105	20550	21600	2500	935	495	315
	0.95	820	2455	23950	25500	3000	1110	600	375
	0.99	1030	3190	31500	33750	4000	1505	810	505
0.09	0.1	170	405	3135	2765	240	80	45	20
	0.5	345	990	9100	9100	1050	370	190	110
	0.9	615	1870	18050	19050	2250	815	425	265
	0.95	710	2180	21250	22500	2650	985	515	325
	0.99	910	2820	27700	29700	3500	1310	710	450
0.1	0.1	155	350	2785	2390	230	60	30	10
	0.5	310	865	7995	8070	890	325	170	100
	0.9	555	1670	16000	16850	1950	725	375	240
	0.95	640	1925	18775	19890	2315	865	465	295
	0.99	820	2515	24605	26300	3080	1170	625	390

< 표 8 > 모불량률, 모불량률의 변화율, 탐지 확률에 따라 필요한 부분군의 크기
($p = 0.001, 0.002, \dots, 0.009$ 일 때)

p	탐지 확률	변화율 k							
		0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.7	1.9
0.001	0.1	17570	39955	310870	262400	85	75	65	60
	0.5	34700	96450	888500	897000	98250	35150	18050	10900
	0.9	60300	182550	1773500	1876000	217650	81000	43150	27150
	0.95	68900	211650	2079000	2219500	258750	97400	52200	32750
	0.99	88200	273600	2717500	2933500	347050	132350	70750	44850
0.002	0.1	8780	19975	155420	131205	45	40	35	30
	0.5	16650	48250	447000	448500	49500	17600	9050	5450
	0.9	30150	91250	883500	938000	108850	40500	21600	13600
	0.95	34450	105800	1039500	1112500	129800	48700	26100	16400
	0.99	44100	136800	1361500	1469500	173100	65800	35700	22450
0.003	0.1	5325	12875	103240	87475	30	25	25	20
	0.5	11100	32150	296500	297500	32750	11950	6050	3650
	0.9	20100	60850	589000	625000	72550	27000	14400	9050
	0.95	23000	70550	691500	738000	86250	32700	17400	11100
	0.99	29400	91200	904000	977500	115400	44150	23800	14950
0.004	0.1	4385	9655	77425	65390	5670	20	20	15
	0.5	8700	24100	223500	224500	24750	8800	4550	2750
	0.9	15100	45650	442000	469000	54450	20250	10800	6800
	0.95	17250	53200	519500	553000	64700	24350	13050	8200
	0.99	22050	68400	677500	731500	96550	32900	17700	11400
0.005	0.1	3195	7720	61935	52315	4535	15	15	15
	0.5	6950	19300	178500	178500	19650	7200	3750	2200
	0.9	12050	36500	354000	374500	43200	16200	8650	5450
	0.95	13800	42350	414500	443000	51750	19650	10300	6550
	0.99	17650	54700	542000	585000	69250	26500	14150	9100
0.006	0.1	2660	6430	51610	43450	15	15	15	10
	0.5	5550	16100	147500	149500	16500	6000	3150	1950
	0.9	10050	30400	294500	312500	36000	13500	7200	4550
	0.95	11500	35250	344500	368500	43250	16350	8700	5450
	0.99	14700	45400	451500	487500	57550	22050	11800	7600
0.007	0.1	2280	5510	44075	37245	3240	10	10	10
	0.5	4750	13600	127500	127500	14050	5150	2600	1650
	0.9	8600	25900	251500	266000	31100	11700	6250	3900
	0.95	9850	30250	295000	315500	36850	14050	7450	4800
	0.99	12600	39100	386500	416500	49450	18800	10100	6400
0.008	0.1	1995	4820	38560	32590	2840	10	10	10
	0.5	4350	11900	110500	112500	12400	4400	2350	1450
	0.9	7550	22800	221000	234500	27000	10300	5400	3400
	0.95	8600	26300	258500	276500	32250	12350	6600	4100
	0.99	11050	34050	338500	365500	43400	16350	8750	5600
0.009	0.1	1770	4285	34275	28970	10	10	10	10
	0.5	3700	10850	99500	99500	11000	4000	2100	1150
	0.9	6700	20150	195500	207000	24000	9000	4800	2950
	0.95	7650	23500	230000	245500	28650	10900	5800	3650
	0.99	9650	30400	300500	324500	38450	14700	7850	5050

< 표 9 > 모불량률, 모불량률의 변화를, 탐지확률에 따라 필요한 부분군의 크기
($p = 0.0001, 0.0002, \dots, 0.0009$ 일 때)

p	탐지 확률	변화율 k							
		0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.7	1.9
0.0001	0.1	175770	399645	3108985	2623870	815	705	620	555
	0.5	347000	965000	8874000	8952000	982500	351500	180500	109000
	0.9	603000	1825500	하	하	2177000	817500	432000	272000
	0.95	689500	2116500	하	하	2595000	981000	522000	327500
	0.99	882000	2736500	16778000	16778000	3470500	1324000	707500	448500
0.0002	0.1	87880	199815	1559920	1311940	410	355	310	280
	0.5	173500	482500	4437000	4476000	495000	176000	90500	54500
	0.9	301500	913000	8862000	9351000	1088500	409000	216000	136000
	0.95	344500	1058500	10389000	11059000	1298000	491000	261000	164000
	0.99	441000	1374000	13587000	14648000	1735500	662000	357000	227500
0.0003	0.1	58585	133210	1036295	874630	275	235	210	185
	0.5	116000	322000	2958000	2984000	327500	119500	60500	36500
	0.9	201000	608500	5908000	6218000	725500	272500	144000	91000
	0.95	230000	705500	6919000	7373000	862500	327500	174000	111500
	0.99	294000	916000	9058000	9746000	1157000	441500	238000	149500
0.0004	0.1	43953	99905	779950	655980	205	180	155	140
	0.5	87000	241500	2224000	2238000	247500	88000	45500	27500
	0.9	151000	456500	4431000	4663000	546500	202500	108000	68000
	0.95	172500	532000	5197000	5515000	649000	245500	130500	82000
	0.99	220500	687000	6791000	7307000	870000	331000	178500	114000
0.0005	0.1	35150	79920	621775	52485	165	145	125	115
	0.5	69500	193000	1777000	1794000	196500	72000	37500	22000
	0.9	121000	367500	3547000	3723000	437000	162000	86500	54500
	0.95	138000	425500	4160000	4412000	517500	196500	104500	65500
	0.99	176500	549500	5437000	5830000	694000	266500	141500	91000
0.0006	0.1	29290	66600	519955	437325	140	120	105	95
	0.5	58000	161000	1479000	1492000	165000	60000	31500	19500
	0.9	100500	304500	2954000	3093000	365500	137500	72000	45500
	0.95	115000	355000	3463000	3667000	434000	163500	87000	56000
	0.99	147000	458000	4529000	4855000	578500	222000	119000	76000
0.0007	0.1	25105	57085	444120	374850	120	105	90	80
	0.5	50000	138000	1274000	1283000	141500	52500	26000	16500
	0.9	86500	261000	2532000	2673000	311000	118000	63500	39000
	0.95	98500	304000	2973000	3164000	372000	141500	75500	48000
	0.99	126000	392500	3879000	4181000	497000	190500	102000	65000
0.0008	0.1	21965	49945	389960	327995	105	90	80	70
	0.5	43500	122500	1112000	1119000	125000	44000	23500	14500
	0.9	75500	230000	2218000	2351000	275500	104000	54000	34000
	0.95	88000	266000	2596000	2777000	324500	124500	67000	41000
	0.99	110500	343500	3398000	3673000	435000	165500	89500	57000
0.0009	0.1	19525	44395	346630	291555	90	80	70	65
	0.5	39000	108500	986000	1000000	110000	40000	19400	13000
	0.9	67000	203000	1973000	2091000	244500	92500	48000	31000
	0.95	78000	236500	2311000	2476000	287500	109000	58000	38000
	0.99	98000	305500	3017000	3266000	386500	148000	795000	50500

우선 변화의 크기에 대해 볼 때, $k=1$ 주위 즉 $k=0.9$, $k=1.1$ 에서 탐지에 필요한 표본 크기가 $k=1$ 에서 먼 부분, 예를 들어 $k=0.5$, $k=1.9$ 에서 탐지에 필요한 표본크기에 비해 훨씬 크다. 즉 작은 변화의 탐지에 더 큰 n 이 필요하다는 의미이다. <표 9>에서 '하(下)'는 그 자리의 탐지확률에 해당하는 해당 부분군의 크기는 없다는 뜻으로 그 '아래(下)'의 탐지확률에서의 부분군의 크기로 탐지해야 한다 뜻이다. 그 자리의 탐지확률에 해당하는 해당 부분군의 크기를 없는 이유는 그 탐지확률 근처에서 탐지확률변화에 대한 부분군의 크기변화가 매우 크기 때문이다.

이외에 다음 사실을 <표 7>, 8, 9로부터 볼 수 있다. 각 모불량률과 각 변화율에서 그 탐지확률을 높이기 위해서는 더 많은 부분군의 크기가 더 커져야 함을 알 수 있고, 각 탐지확률과 각 변화율에서 모불량률이 작아지면 작아질수록 부분군의 크기가 역시 더 커져야 한다는 사실을 본다.

5. 결론

공정이 정상 혹은 이상 상태인지를 파악하기 위해 관리도 상에서 데이터의 중심 경향 및 퍼짐 경향을 본다. 관측된 검정통계량이 통제한계선 밖으로 나가거나 어떤 경향을 보인다는 사실에 의해 이상상태가 판정되는 것이다. 이 논문은 p 관리도의 모비율 변화의 탐지에 관해 연구하였다. 사용되는 변수는 부분군의 크기 n , 원래의 모비율 p , 변화된 모비율 p^* , 그 비율 $k=p^*/p$ 로 n , k 의 다양한 조합조건에 있어서 모불량률의 변화의 탐지확률을 정규분포와 이항분포를 써서 계산하였다. 모불량률의 변화는 p 관리도에서 검정통계량이 관리한계선을 벗어나는 때에 파악되는 것으로 보았다. 이로부터 정규분포의 근사가 가능한 부분군의 크기가 어느 정도인지 보였다. 또 모불량률, 모불량률의 변화율, 탐지확률에 따라 필요한 부분군의 크기를 계산하여, 어떤 모비율의 변화를 몇%로 탐지하기 위해 얼마나 표본크기가 필요한지, 또 어떤 표본크기에서 모표준편차의 변화가 얼마일 때 그 탐지확률이 얼마인지 등의 정보를 얻을 수 있게 했다. 이러한 연구는 탐지과오 등 다른 요인을 포함하면 보다 광범한 연구가 될 수 있을 것이고, 또 다른 관리도에서도 연구될 수 있을 것이다. 여기서 다루지 아니한 p , 모비율의 변화비율 k , 변화의 탐지확률에 대한 표본크기 n 은 <표 7>, 8, 9에서 유추해서 보수적으로 정하거나 같은 방법으로 구하면 될 것이다.

참고문헌

- [1] Bourke, P.D.(1991), "Detecting a Shift in Fraction Nonconforming Using Run-Length Control Charts with 100% Inspection," *Journal of Quality Technology*, Vol. 23, No. 3, pp. 225-238.

- [2] Montgomery, D.C.(1996), *Introduction to Statistical Quality Control*, Third Edition, New York, Wiley & Sons.
- [3] Press, W.H., S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery(1992), *Numerical Recipes in C*, Second Edition, New York, Cambridge University Press.
- [4] Quesenberry, C.P.(1995), "Geometric Q Charts for High Quality Processes," *Journal of Quality Technology*, Vol. 27, No. 4, pp. 304-315.
- [5] 박성현과 박영현(1995), 「통계적 품질관리」, 민영사.