

☒ 응용논문

다구찌(田口)의 품질손실함수에 대한 분석

이상복

서경대학교 산업공학과

Analysis of Quality Loss Function(QLF) of Taguchi

Ree, Sangbok

Dept. of Industrial Engineering Seokyeong University

Abstract

In this paper, we analyze quality loss function(QLF) of Taguchi. Taguchi method of QLF gives more advanced measure process capacity than classic capacity(i.e. C_p). We first discuss of QLF and C_p and give one good example of QLF. Because of simplicity of QLF, it is not good fit to apply in the real field. We suggest interval quantity-loss cost function and total loss cost(TLC) which modify QLF. Also we give one example which can be obtained in the real field.

1. 서론

다구찌젠이찌(田口玄一)가 품질경영에 미친 영향은 지대하다. 품질에 대한 다구찌의 정의는 생산자 입장과 소비자 한쪽 입장이 아닌 제품의 사회적 손실개념으로 정의하였다. 원하는 품질 특성의 제품을 만들지 못하면 그에 해당하는 손실을 생산자나 소비자는 누군가 손실을 감수해야하므로 이에 해당하는 손실을 사회적 손실이라 정의하였다. 다구찌의 사회적 손실 개념의 품질정의를 기존의 생산자 혹은 소비자가 책임을 져야하는 개념과 다르게 모두가 책임을 져야하는 현대적인 개념이다. 제품을 만드는 제조업자는 제품의 사회적 손실을 최소화하기 위해서 제품의 목표치를 정하여 목표치에서 벗어나는 변동이 최소가 되게 생산해야 한다. 다구찌는 제품의 사회적 손실을 최소화하기 위한 많은 기법을 제시하였다. 다구찌에 의해서 개발 추진된 기술개발, 제품설계, 공정설계의 최적화 개념과 방법론을 품질공학이라 부르고 있다. 다구찌방법의

기본개념을 요약하면 다음과 같다. 품질개선은 제품설계 내지 공정설계 단계에서 이루어지는 것이 바람직하다. 제품의 품질특성은 잡음의 영향으로 목표치를 일관성 있게 유지하지 못하고 변동하기 마련이다. 좋은 품질의 제품이란 사회에 끼치는 손실이 적은 제품을 의미한다. 손실은 성능변동으로 인하여 야기되므로 제품이나 공정은 잡음에 둔감하도록 설계되어야 한다. 다구찌는 환경조건의 영향에 강한 제품을 설계하고 구현하고자 설계단계에서 기존의 실험계획법보다 실험회수를 대폭 간소화한 직교배열표를 이용한 직교배열법을 제시하였다. 다구찌의 3단계 설계과정은 시스템설계, 파라미터설계 그리고 허용차설계로 나눌 수 있다. 시스템설계는 제품의 기본기능을 입안하는 기능설계가 중심이다. 이 단계에서는 전문기술이나 지식, 경험 등을 통하여 주어진 목적 기능을 갖는 제품의 원형이나 기본설계안을 개발/선택한다. 파라미터설계는 제품의 성능특성이 잡음에 둔감하도록 설계변수의 최적조건을 구하는 단계이다. 이 단계에서는 중요한 설계 파라미터의 목표치 선택에 초점이 맞추어진다. 이 단계에서 잡음변동에 가장 둔감한 목표치를 선택해야 한다. 다구찌의 실험계획법에서 중요한 점이 파라미터설계 단계이다. 허용차설계 단계에서는 파라미터설계 단계에서 얻어진 이상적인 값에 대한 허용차를 결정하는 단계이다. 이 단계는 계통적으로 접근하여 경제성평가를 도입한 설계를 하는데, 이것을 허용차설계라 부른다. 다구찌가 제시한 품질 개선 기법은 서구에서 전통적으로 추구한 규격내 합격률 지향하는 품질개선 방법과는 많은 차이가 있다. 다구찌 개념에선 품질 합격치는 한 점으로만 주어진다. 현재 일본 제품의 우수함에는 다구찌의 제안한 방법이 많은 기여를 했다고 대부분의 학자들은 인정한다.[1, 2, 3, 4, 5, 6]

이 논문에서는 다구찌가 제안한 품질손실함수(QLF)를 분석했다. QLF가 너무 단순화되었다는 것과 전통적인 공정능력지수(C_p)와 비교 분석하고 총 손실비용 계산을 새롭게 제안하였다.

2. 본론

다구찌 손실함수는 제품이 목표치에서 벗어난 모든 제품은 손실이 발생하고 그 손실은 사회가 책임을 지는 제품의 사회적책임 정의를 제시했다. 다구찌는 품질 특성치에 따라서 다음과 같이 세 가지로 분류하였다. (1) 품질 특성치의 목표치가 주어져 있는 경우(망목특성, nominal-is-best characteristics): 길이, 무게 등과 같이 지정된 목표치 m 이 있는 경우, (2) 품질 특성치가 작을수록 좋은 경우(망소특성, smaller-is-better characteristics): 마모, 진동, 불량률 등과 같이 작을수록 좋은 경우, (3) 품질 특성치가 클수록 좋은 경우(망대특성, larger-is-better characteristics): 강도, 수명, 연료효율 등과 같이 클수록 좋은 경우이다.

이 논문에서는 망목특성에 대해선만 살펴본다. 망소특성이나 망대특성은 망목특성

의 한 쪽만을 강조한 것으로 망목특성의 부분으로 해석할 수 있다. 본론에서 먼저 망목특성에서의 QLF를 설명하고 QLF와 C_p 를 비교한 예를 들고, 불합리한 점을 제시하고 새로운 총손실비용을 제시한다.

2.1 기존의 QLF

2.1.1 QLF가 망목특성인 경우

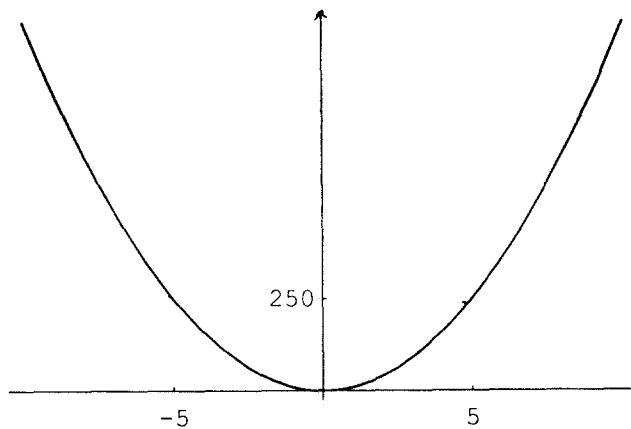
다구찌가 제시한 QLF 식의 유도는 다음과 같다. 품질특성치가 y 이고 목표치가 m 인 경우에 손실함수 $L(y)$ 을 m 에 대하여 Taylor급수 전개를 시키면 다음과 같다.

$$L(y) = L(m) + L'(m)(y - m) + \frac{L''(m)}{2}(y - m)^2 + \dots \quad (2-1)$$

이는 <그림 1>에서와 같이 $L(m) = 0, L'(m) = 0$ 이 되어야 하고, 식 (2-1)에서 3차 이상의 항을 무시하면, 손실함수는 식 (2-2)와 같이 된다. 이를 그림으로 그리면 <그림 1>과 같다.

$$L(y) = k(y - m)^2 \quad (2-2)$$

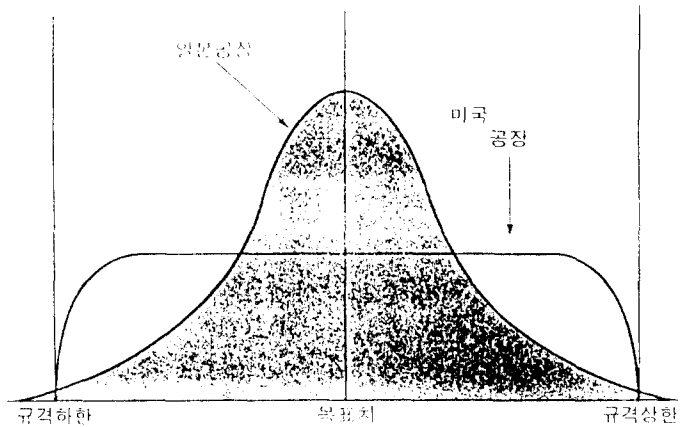
여기서 k 는 비용상수이다. $m = 0$ 이고, 임의의 점 $y = 5$ 에서 실패비용이 10,000이고, 이 특성값을 가질 확률이 0.025이라면, 이때의 손실비용 $L(y)$ 는 $0.025 \times 10,000 = 250$ 이다. 식 (2-2)에 대입하면 k 는 10이다.[1, 5]



< 그림 1 > 손실함수 그래프

2.1.2 QLF의 적용 예제

미국과 일본에 소재한 2개의 소니(SONY) 공장에서 생산된 칼라 TV의 품질을 비교하여 QLF가 C_p 보다 소비자의 선호도를 잘 설명함을 소개한 내용이 있다.[L.P. Sullivan, 1984, 이순룡, 1997] 이를 간단하게 소개하면 다음과 같다. 일본과 미국 공장의 TV의 품질(색상밀도) 분포가 아래 <그림 2>와 같다. 일본공장의 것은 목표치 m 을 중심으로 대칭을 이루고 있고, 표준편차는 공차 10의 1/6이다. 한편 미국 공장에서의 품질분포는 빵모양(loaf shaped)의 일양분포를 보이고 있으며, 표준편차는 공차 10의 $1/\sqrt{12}$ 이다. 그림과 같이 미국 공장에서 생산된 TV들은 모두가 규격내에 들어가는 합격품이었고, 일본공장에서 생산된 것 가운데 일부는 시방규격을 벗어나고 있었다. 전통적인 '요건충족주의'의 C_p 입장에서 볼 때, 미국 공장의 TV가 더 선호되어야 함에도 불구하고 소비자들은 정반대의 반응을 보인 것이다.



< 그림 2 > 미국 공장과 일본 공장의 소니 TV 비교

미국 공장은 TV의 색상밀도 밸런스의 허용차를 좁혀서 품질향상을 도모하였다.(이와 같이 허용차 좁히는 것을 압축한계(壓縮限界)라 한다.) 압축한계를 좁히면 목표치에 가까운 것이 출하되므로 소비자 손실은 감소된다고 볼 수 있다. 그러나 본래 합격품으로 좋은 것을 출하하는 것이 아니므로 재작업 등에 지불되는 것은 메이커의 손실이므로 결과적으로 사회전체의 손실은 증대된다는 것이 다구찌의 품질철학이다.

다구찌의 QLF 개념으로 분석 과정을 살펴보자. 컬러 TV의 색상밀도가 규격 불합격이 될 때의 수리비용을 \$4이라고 하면, 손실계수 k 는 앞서의 (2-2)식으로 다음과 같이 산정된다. $k = \frac{L(x)}{(x-m)^6} = \frac{4}{(5-0)^6} = 0.16$. 산포는 목표치나 이상치에서의 벗어난 정도를 나타내는 수치이다. 1개밖에 만들지 않을 경우에도 산포를 구할 수 있고, 그 때의 손실은 앞서의 (2-2)식으로 계산할 수 있다. 그러나 다수의 물건을 만들

경우에는 손실함수식인 (2-2)식의 평균을 구한다. 그러기 위해서는 목표치와 특성치 차의 제곱평균인 분산 σ^2 을 다음 식으로 구한다. (σ^2 은 평균제곱 오차라 하는 것이 정확하지만 복잡하므로 분산이라고도 한다.) σ^2 은 $(y-m)^6$ 의 평균이다. 따라서 기대손실은 (2-3)식으로 주어질 수 있다.

$$\begin{aligned}
 L &= E[L(y)] \\
 &= kE[y-m]^2 \\
 &= kE\{[y-E(y)]+[E(y)-m]\}^2 \\
 &= k\sigma^2
 \end{aligned}
 \tag{2-3}$$

(2-3)식을 이용해서 미국공장과 일본공장의 품질수준의 차이를 구한 결과는 <표 1>과 같다. 표를 볼 때, 일본공장의 불량률이 높지만 단위당 품질손실은 미국공장 \$1.33의 1/3인 \$0.44이므로 3배나 좋은 품질수준이라고 말할 수 있다.

< 표 1 > TV공장별 품질 및 손실 비교

구 분	평균치	표준편차	기대손실 L	불량률
일본 공장	m	10/6	L=\$0.44	0.27%
미국 공장	m	10/√12	L=\$1.33	0.00

다구찌의 품질손실함수 개념으로 볼 때, 미국공장의 TV는 일본공장의 그것보다 대당 0.98달러(\$1.33 - \$0.44)의 손실이 있다고 분석된다.[3, 7]

2.2 손실비용함수의 개선

2.1절에서 살펴본 다구찌의 방법으로 QLF와 C_p 비교에서 품질손실비용 함수와 생산량 함수가 너무 단순화 되었음을 지적하고, 새로운 총손실비용식을 제시한다.

2.2.1 다구찌 QLF의 개선

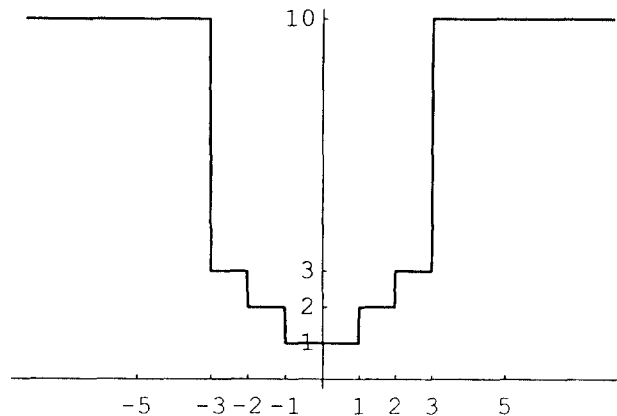
다구찌의 QLF가 너무 단순하다. 그는 품질손실비용 함수는 평균점을 중심으로 대칭을 이루는 표준적인 함수로 보았다. 제품 비용함수가 해석적인(analytic) 함수로 전 구간에서 연속이고 미분 가능한 경우로 가정했다. 그러나 대부분 현실제품에선 손실 비용이 어느 점까지는 일정하게 증가하다가 규격을 벗어나면 급격하게 증가하는 경우가 많다. 예로 규격치를 벗어나 폐기하는 경우에는 비용이 급격히 증가한다. 혹은 제품에 따라서는 단계별로 비용이 비연속적으로 증가하는 경우도 있다<그림 3>. 제품

의 손실비용은 모든 제품을 통일할 수 없으며, QLF의 k 값을 어느 한 점에서만 측정하여 얻은 값으로 모든 영역에 적용할 수는 없다.

제품의 비용곡선은 제품마다 다르기 때문에 제품설계와 생산시에 이상적인 품질특성치와 여기서 차이나는 y 값에 따라 표준 손실비용을 정하고 이에 맞는 손실비용함수의 그림을 제안한다<그림 3>.

예제 1) 손실비용함수가 (2-4)식과 같을 경우에 그림을 그리면 <그림 3>과 같다. 특성치가 ± 3 을 벗어날 때는 폐기되므로 손실비용은 모두 같다.

$$L(y) = \begin{cases} 10 & y \leq -3 \\ 3 & -3 \leq y \leq -2 \\ 2 & -2 \leq y \leq -1 \\ 1 & -1 \leq y \leq 1 \\ 2 & 1 \leq y \leq 2 \\ 3 & 2 \leq y \leq 3 \\ 10 & 3 \leq y \end{cases} \quad (2-4)$$



< 그림 3 > 제품의 손실비용함수의 예

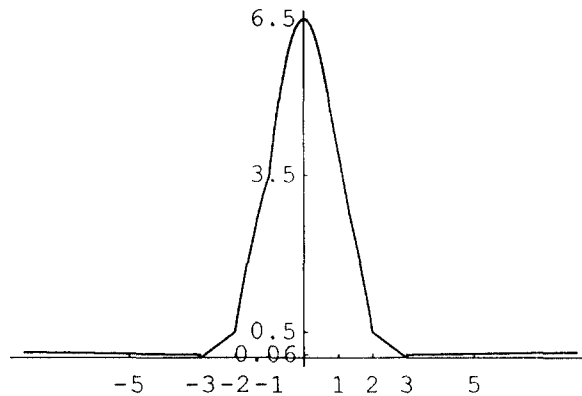
2.2.2 생산량함수 개선

2.1.2에서 QLF에 적용되는 생산량 함수도 식 (2-3)와 같이 분산으로 구하는 것은

제품의 생산량이 평균점 m 을 중심으로 대칭을 이룬다는 가정에서이다. 이 식도 단순화되었다. 그러나 현장의 제품에 따라서 생산량의 함수는 굴곡이 심할 수 있다<그림 4>. 제품의 생산량함수도 모든 제품이 같을 수 없다. 제품의 생산량함수는 제품마다 다르기 때문에 제품설계와 제품생산시에 이상적인 제품 특성치와 여기서 차이나는 y 값에 따른 생산량을 계속 측정하여 현실적인 생산량함수를 그릴 것을 제안한다. 요즘의 제조설비는 대부분 자동화되어 특성치에 따른 제품의 생산량은 자동으로 계수할 수 있는 기계가 많다.

예제 2) 생산량 함수가 (2-5)식과 같을 경우에 그림을 그리면 <그림 4>와 같다. 특성치가 ± 3 을 벗어나는 것은 극히 작다.

$$Q(y) = \begin{cases} -\frac{1}{100}y + \frac{3}{100} & y \geq -3 \\ \frac{1}{2}y + 3/2 & -3 \leq y \leq -2 \\ -y^2 + 9/2 & -2 \leq y \leq -1 \\ -3y^2 + 13/2 & -1 \leq y \leq 1 \\ -y^2 + 9/2 & 1 \leq y \leq 2 \\ -\frac{1}{2}y + 3/2 & 2 \leq y \leq 3 \\ \frac{1}{100}y + \frac{3}{100} & 3 \leq y \end{cases} \quad (2-5)$$



< 그림 4 > 생산량함수 예

2.2.3 총손실비용 제안

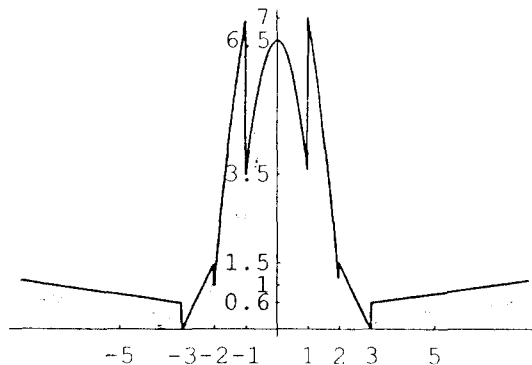
총손실비용은 생산량과 손실금액을 동시에 고려할 것을 제안한다. 생산량함수 $Q(y)$ 이고, 손실비용함수가 $L(y)$ 일 때, 두 함수를 동시에 고려한 각 구간별 생산량-손실비용함수는 다음 (2-6)식과 같이 $LQ(y)$ 라 하면, 총생산비용 TLC 는 (2-7)식과 같다.

$$LQ(y) = L(y)Q(y) \quad (2-6)$$

$$TLC = \int_{-\infty}^{\infty} LQ(y)dy \quad (2-7)$$

예제 3) 손실비용함수와 생산량함수인 식(2-4)와 식(2-5)을 동시에 고려한 각 구간별 생산량-손실비용함수식은 식(2-8)과 같다. 그림을 그리면 <그림 5>와 같다. <그림 5>에서 빗금친 부분은 총손실비용이다.

$$LQ(y) = \begin{cases} -\frac{1}{10}y + \frac{3}{10} & y \geq -3 \\ \frac{3}{2}y + 9/2 & -3 \leq y \leq -2 \\ -2y^2 + 9 & -2 \leq y \leq -1 \\ -3y^2 + 13/2 & -1 \leq y \leq 1 \\ -2y^2 + 9 & 1 \leq y \leq 2 \\ -\frac{3}{2}y + 9/2 & 2 \leq y \leq 3 \\ \frac{1}{10}y + \frac{3}{10} & 3 \leq y \end{cases} \quad (2-8)$$



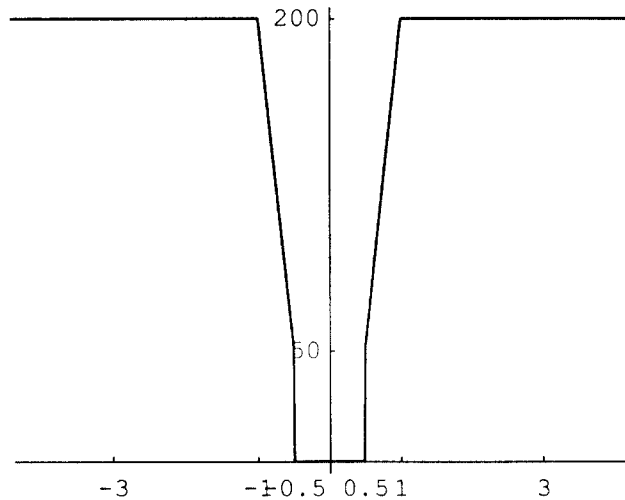
< 그림 5 > 총비용함수와 총손실비용

2.2.4 새로운 제안을 적용한 예제

A 기업은 작은 볼트를 생산하여 납품하는 중소기업이다. 이 기업에서 생산하는 볼트는 일반 기계에 사용되는 것이므로 고도의 정밀도를 요구하지는 않는다. 볼트의 내경이 20mm가 목표치이다. 목표치의 $\pm 1\text{mm}$ 를 벗어나면 폐기처분한다. 공정관리팀에선 볼트의 손실비용을 분석하였더니 $\pm 0.5\text{mm}$ 이면 합격품으로 모두 납품한다. 이때의 손실비용은 0이다. $\pm 1\text{m}$ 에서 $\pm 0.5\text{mm}$ 까지는 약간 더 가공하고 납품하게된다. 이 가공비용은 <그림 6>과 같이 선형으로 증가하게된다. 폐기처분되는 부품은 생산원가인 200원이 손실비용이 된다. 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$L(y) = \begin{cases} 200 & y \leq -1 \\ -300y - 100 & -1 \leq y \leq -0.5 \\ 0 & -0.5 \leq y \leq 0.5 \\ 300y - 100 & 0.5 \leq y \leq 1 \\ 200 & y \geq 1 \end{cases} \quad (2-9)$$

이를 그림으로 그리면 <그림 6>과 같다.



< 그림 6 > 손실비용함수

1주일 동안 생산한 10,000개를 분류하여 기록하였더니 다음 표와 같이 생산하였다.

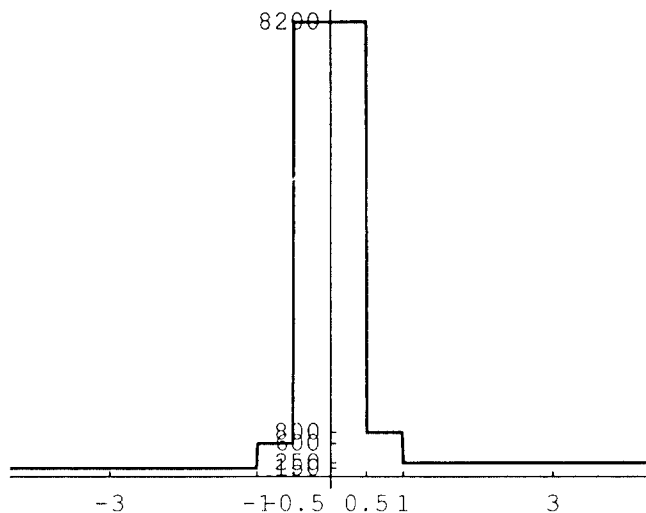
< 표 2 > 제품 검사결과

범 위	$y \leq -1$	$-1 \leq y \leq -0.5$	$-0.5 \leq y \leq 0.5$	$0.5 \leq y \leq 1$	$1 \leq y$
개 수	150	600	8200	800	250
%	1.5%	6%	82%	8%	2.5%

<표 2>를 식으로 나타내면 식(2-10)과 같다.

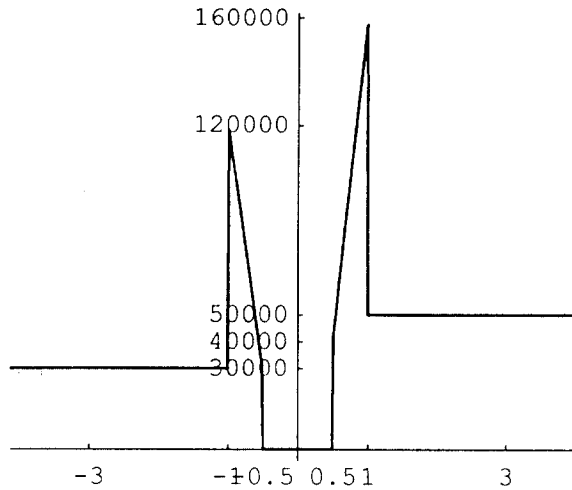
$$Q(y) = \begin{cases} 150 & y \geq -1 \\ 600 & -1 \leq y \leq -0.5 \\ 8,200 & -0.5 \leq y \leq 0.5 \\ 800 & 0.5 \leq y \leq 1 \\ 250 & 1 \leq y \end{cases} \quad (2-10)$$

<표 2>를 그림으로 그리면 <그림 7>과 같다. 총손실비용은 식 (2-6), 식 (2-7)을 이용하여 구간별 생산량-손실비용함수는 (2-11)식과 같고, 이를 그리면 <그림 8>과 같다.



< 그림 7 > 생산량 함수

$$LQ(y) = \begin{cases} 30,000 & y \geq -1 \\ -180,000y - 60,000 & -1 \leq y \leq -0.5 \\ 0 & -0.5 \leq y \leq 0.5 \\ 240,000y - 80,000 & 0.5 \leq y \leq 1 \\ 50,000 & 1 \leq y \end{cases} \quad (2-11)$$



< 그림 8 > 총손실비용

3. 결론

본 논문에서 다구찌의 손실비용함수(QLF)를 살펴봤다. QLF는 손실비용과 생산량함수가 평균점을 중심으로 대칭을 이룬다는 가정에서 적용되므로 많은 현실적 제품이 가정과 일치하지 않는 경우에는 QLF를 적용하는데 어려움이 있다. 본문 중에서는 QLF를 현실에 맞게 생산량함수, 손실비용함수, 구간별 생산량-손실비용함수 그리고 총비용함수에 대한 새로운 제안을 하였다. 마지막으로 현실에서 찾은 간단한 문제를 예제로 들었다.

참고문헌

- [1] 박성현(1993), 「품질공학」, 민영사
- [2] 이상복역(1996), 「일본 생산 경영 및 기술의 핵심 교훈」, 경문사
- [3] 이순룡(1997), 「품질경영론」, 법문사
- [4] 황의철(1996), 「품질경영」, 박영사
- [5] 田口玄一(1990), 「기술혁신을 위한 품질공학」, 일본 규격협회
- [6] Cartin T.J.(1993), "Principles and Practices of TQM," American Society for Quality Control
- [7] Sullivan, L.P.(1984), "Reducing Variability: A New Approach to Quality," Quality Progress, July