⊠응용논문

민감도분석을 이용한 품질의 편차 감소에 관한 연구+

장현수 · 이병기
명지대학교 산업공학과

Variation Reduction in Quality Using a Sensitivity Analysis

Hyun Su Chang · Byoung Ki Lee
Dept. of Industrial Engineering, Myong JI University

Abstract

As product quality is mainly determined in the product design and process design step, systematic design should be performed through parameter design and tolerance design. Therefore, we introduced analysis of variance and regression analysis as a statistical method which determine optimal levels of affective design factors to product characteristics, then we compared that process and result. In analysis of variance, variation of quality characteristics arises from noise factors, so the optimal levels of design factors are selected to minimize the effect of noise factors. In regression analysis, variation of quality characteristics arises from variation of each own design factors. As a method to reduce variation of these quality characteristics, sensitivity analysis was performed about each design factors. Through this sensitivity analysis, we represented process to calculate the interaction term of the factors.

+본 연구는 1995년도 명지대학교 교내연구비 지원에 의하여 수행되었음.

1. 서론

1.1 연구의 목적

최근 국제 경쟁력을 키우기 위한 방안으로 품질 향상을 통한 제품의 원가 절감 및 고급화 · 다양화가 대두되고 있다. 품질은 제품의 성능에 대한 소비자의 만족도에 의하여 결정되므로 소비자의 기대치에 가까운 균질의 제품을 경제적으로 생산함으로써 제품의 국제 경쟁력을 높일 수 있다. 기존의 품질관리는 라인내 품질관리(on-line QC)가 대부분이었으나 1980년대에 들어서서 품질을 보다 근본적으로 향상시키기 위해 제품의 설계 단계에서부터 품질관리 활동을 전개하는 라인외 품질관리(off-line QC)가 대두되었다. 라인외 품질관리는 제품의 품질 특성치에 영향을 미치는 인자들의 최적 수준을 결정하여 품질 특성치의 variation을 최소화하는 활동이다. 여기서 품질 특성치의 variation을 줄이기 위해서는 영향을 미치는 각 인자들에 대한 민감도분석을 시행하여야 한다. 이를 위하여 사용되는 통계적 기법으로는 분산분석 또는 회귀분석 등이 있다.

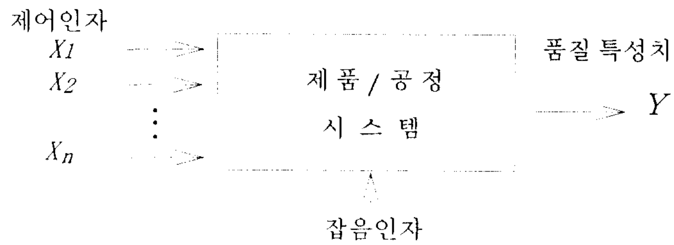
분산분석을 이용한 방법론으로는 가장 널리 알려져 있는 다구찌 겐이찌(田口玄一)의 다구찌방법을 들 수 있다[Taguchi, 6]. 이 방법론은 품질을 제품이 사회에 끼친 손실로 정의하여 제품에 대한 손실 함수와 S/N비(signal to noise ratio), 직교배열표등을 이용하여 품질 특성치의 variation을 줄이고, 특히 잡음 요인에 대하여 품질 특성치가 둔감(robust)하도록 각 인자들의 최적 수준을 결정하는 방법이다.

회귀분석을 이용한 방법으로는 W. A. Taylor의 VTA(Variation Transmission Analysis)방법을 들 수 있다[Taylor,8]. 이 방법은 screening experiment를 실시하여 제품의 품질 특성치에 영향을 주는 인자들을 선택한 후 제품의 품질 특성치와 선택한 인자들간의 회귀등식을 추정하여 이 식으로부터 각 인자의 최적 수준을 결정한다. 특히 인자들에 대한 VTA를 실시하여 품질 특성치의 variation을 줄임으로서 품질을 향상시키고 생산 단가를 낮추며, 제품의 개발 기간을 단축시킬 수 있다.

본 연구에서는 품질 특성치에 영향을 미치는 인자들의 최적 수준을 결정하는 방법과 관련지어 두 통계적 기법, 분산분석과 회귀분석을 비교 · 분석한다. 또한 민감도 분석이 각각의 기법 내에서 어떻게 적용되는지를 연구한다. 이를 통하여 제품의 품질 특성치의 variation을 줄임으로서 효과적인 품질관리가 이루어지도록 하는 데에 본 연구의 목적이 있다.

1.2 연구의 방법

본 연구는 품질 특성치에 영향을 미치는 인자들의 최적 수준을 결정하는 파라미터 설계 단계에서 사용되어지는 분산분석과 회귀분석 방법을 서로 비교 · 분석한다. 특히 회귀등식에서 품질 특성치 variation을 추정하는데 있어서 문제점을 지적하고 이에 따른 가정을 제시하였다. 민감도 분석에서는 <그림 1>과 같이 제어인자와 잡음인자가 시스템에 투입되어 Y라는 품질 특성치가 산출되는 경우 잡음인자가 내부잡음(internal noise) 또는 외부잡음(external noise)일 경우 각각에 대하여 분석방법을 다르게 적용하였다.



< 그림 1 > 제품 / 공정 시스템의 모형

여기서 회귀분석을 이용할 경우 두 가지 민감도 분석 방식을 제시 및 비교하였고, 특히 인자들간의 교호작용 term의 산출과정을 보였다.

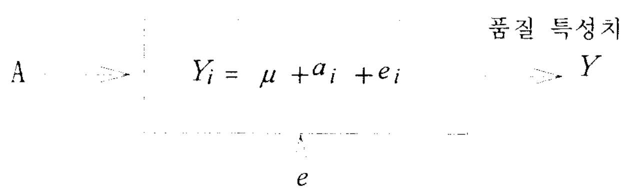
2. 두 분석기법을 이용한 방법론 소개

2.1 분산분석을 이용한 방법

분산분석을 이용한 방법에 대하여 기본 개념을 설명하면 다음과 같다. 먼저 모든 제어인자들은 1모수인자(fixed factors)라는 가정 하에서 이루어진다. 예를 들어 <그림 2>처럼 제어인자가 하나이고, 그것의 수준이 i 일 때, 이 때의 품질 특성치 Y_i는 다음과 같이 표시된다.

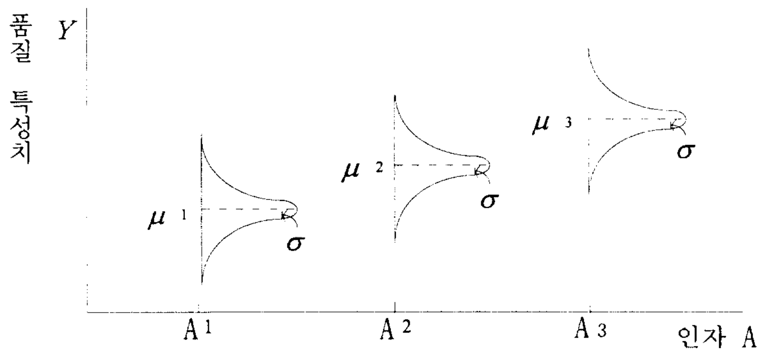
$$Y_i = \mu + a_i + e_i \tag{1}$$

여기서 μ는 Y의 전체 평균이고, a_i는 수준 i 에서의 Y의 평균 μ_i와 전체 평균 μ 간의 차로서 A의 주효과(main effect)이다. e_i는 품질 특성치 Y 자신이 갖고 있는(잡음인자에 의해서 발생된다고 보아도 됨) 오차항으로 수준에 관계없이 $N(0, \sigma^2)$분포를 따르고 서로 독립이다.



< 그림 2 > 품질 특성치 Y의 분산분석 모형

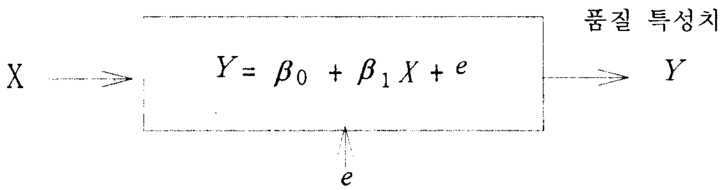
예를 들어 인자 A가 3수준인 경우(i=1, 2, 3) 각 수준에서의 분포를 <그림 3>처럼 나타낸다고 할 때, 각 수준에서의 Y의 오차는 균등하지만, 평균 μ_1, μ_2, μ_3에는 차이가 있음을 알 수 있다. 이 때 Y의 목표치에 가깝도록 인자 A의 수준을 결정한다. 그러나 일반적인 경우 잡음인자에 의해서 Y의 variation이 변한다. 따라서 품질 특성치 Y variation이 잡음에 둔감하면서 Y의 목표치에 가깝도록 인자들의 최적 수준을 구한다.



< 그림 3 > 품질 특성치 Yi의 분포

2.2 회귀분석을 이용한 방법

회귀분석을 이용한 파라미터 설계는 회귀 등식으로부터 시작된다. 먼저와 마찬가지로 제어인자가 하나이고 품질 특성치 Y와 선형 관계라 할 때 Y는 <그림 4>처럼 표현할 수 있다.



< 그림 4 > 품질 특성치 Y의 회귀등식 모형

여기서 β_0 와 β_1은 회귀계수이고, e는 분산분석 모형의 경우와 마찬가지로 Y가 가지고 있는 오차항으로서 $N(0\,,\sigma^2)$분포를 따르며 독립이다. 이 등식에서 β_0 와 β_1을 추정하기 위해 최소제곱법(method of least squares)을 사용하여 b_0 와 b_1을 구하면 <그림 5>처럼 오차를 무시한 회귀등식이 된다.

품질 특성치

$$X \longrightarrow \boxed{\hat{Y} = b_0 + b_1 X} \longrightarrow \hat{Y}$$

< 그림 5 > 추정된 품질 특성치 $\hat{Y}$의 회귀등식 모형

여기서 품질 특성치 Y와 인자들간의 관계가 선형 또는 비선형인 경우에 인자들의 최적 수준을 결정하는데에는 차이가 있다. 인자들의 최적 수준 결정은 다음 장에서 소개하였다.

3. 두 분석기법의 비교 · 분석

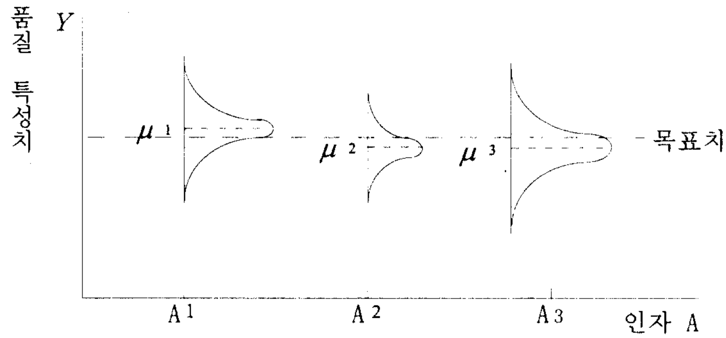
3.1 인자의 최적 수준 결정

분산분석을 이용한 방법과 회귀분석을 이용한 방법은 각 인자의 최적 수준을 결정하는데 있어 근본적으로 차이가 있다. 여기서 분산분석에서 사용되는 인자와 회귀분석에서 사용되는 인자들은 모두 제어인자로서 모수인자(fixed factor)이다. 그러나 제품 설계시 회귀분석에서 사용되는 인자는 변량인자(random factor)로 가정하고 설계하여야 한다. 자세한 설명은 다음절에서 소개하였다. 따라서 여기에서 사용되는 인자는 분산분석일 경우에는 모수인자이고, 회귀분석의 경우에는 변량인자로 간주한다.

분산분석을 이용한 방법의 파라미터 설계는 각 인자의 수준을 정한 다음 각 수준에 있어 품질 특성치 Y가 잡음인자에 의해 얼마만큼 변하는가에 따라 최적 수준을 결정한다. 예를 들어 〈그림 6〉 처럼 인자 A(fixed factor)가 3수준(A_1, A_2, A_3)이고, 각 수준에서의 평균 μ_1 , μ_2 , μ_3가 품질 특성치 Y의 목표치에 가까울 때, 외부잡음에 의하여 각 수준에서의 Y variation이 다르게 나타나 있다. 여기서 Y의 목표치에 가까우면서 외부잡음에 둔감한 수준을 선택하기 위하여 각 수준에서의 Y variation을 비교해 보면, A_2수준일 때의 Y variation이 가장 작으므로 인자 A의 최적 수준은 A_2로 결정한다. 따라서 분산분석을 이용한 방법은 각 인자들과 품질 특성치 Y의 관계가 선형 또는 비선형에 관계없이 외부잡음에 의한 Y variation의 크기에 따라 인자의 최적 수준을 결정한다.

회귀분석을 이용한 방법에서는 인자(random factor)의 각 수준의 variation은 일정하다는 가정 하에, 그것에 의한 품질 특성치 Y의 variation에 따라 최적 수준을 결정한다. 여기서 인자들과 Y의 관계가 선형 또는 비선형에 따라 최적 수준을 결정하는 과정이 다르다. 먼저 이들의 관계가 선형인 경우, <그림 5>처럼 인자 X의 품질 특성치 $\hat{Y}$의 등식을

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X \tag{2}$$



< 그림 6 > 품질 특성치 Y_i의 분포

라 할 때 $\hat{Y}$ variation을 유도하면

$$Var(\hat{Y}) = b_1^2 Var(X) \tag{3}$$

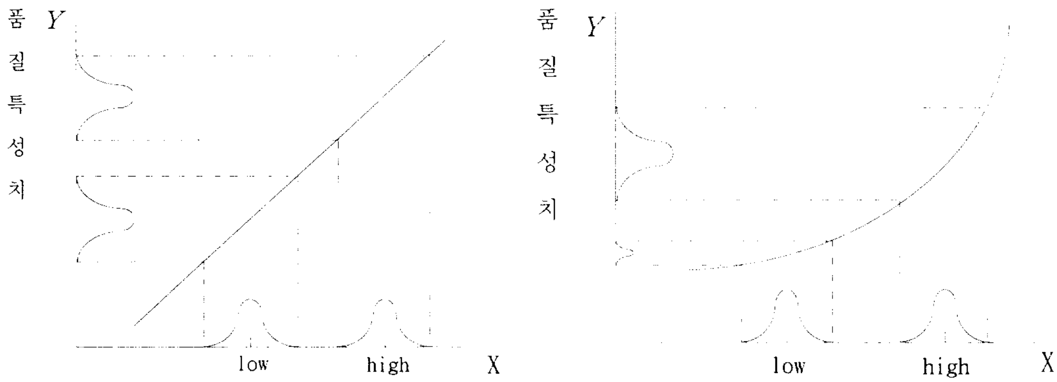
이 된다. 여기서 품질 특성치 Y variation은 인자 X의 variation에 따라 달라지게 된다. 그러나 <그림 7-a>처럼 인자 X와 Y의 관계가 선형인 경우 low수준과 high수준의 variation 크기가 같기 때문에 Y variation 크기는 같다. 즉, 인자들과 품질 특성치 Y의 관계가 선형인 경우 인자의 수준이 어디에 있든 간에 variation이 일정하기 때문에 Y variation 크기는 같게 된다. 반면에 이들의 관계가 비선형인 경우, 예를 들어 인자가 하나인 경우의 2차 회귀 모형(second-order regression model with one independent variable)의 $\hat{Y}$의 등식을 나타내면

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X + b_2 X^2 \tag{4}$$

라 할 때 $\hat{Y}$의 variation은

$$Var(\hat{Y}) = b_1^2 Var[X] + b_2^2 Var[X^2] = b_1^2 \sigma_x^2 + b_2^2 (4t^2 \sigma_x^2 + 2\sigma_x^4) \tag{5}$$

이다. 여기서 Y variation은 인자 X의 target값 t 와 σ_X값에 의해 각 수준에서 다르게 나타난다. 따라서 〈그림 7-b>처럼 인자 X와 Y의 관계가 비선형인 경우 low수준과 high수준의 variation이 일정함에도 불구하고 Y variation은 달라지게 된다. 즉, 선형과 비선형의 차이는 인자의 target값 t가 Y variation에 영향을 미치는 유무에 따라 다르다. 여기서 Taylor는 인자 X의 target값 t에 의해서 μ_Y와 σ_Y가 변할 경우, 인자 X를 VAP(Variation Adjustment Parameter) 라고 정의하였다.



(a) 선형 관계 (b) 비선형 관계

< 그림 7 > 품질 특성치 Y와 인자간의 관계에 따른 Y의 변화

이 과정들을 함수식으로 표현하면, 먼저 Y등식을 $f(X)$함수로 나타내면 다음과 같다.

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_n) \tag{6}$$

여기서 Y의 평균 μ_Y를 각 인자의 target 값 t를 사용하여 $f(t)$함수로 나타내면

$$\mu_Y = f(t_1, t_2, \ldots, t_n) \tag{7}$$

이다. 또 Y의 표준편차 σ_Y를 각 인자의 target 값 t와 표준편차 σ를 사용하여 $h(t, \sigma)$함수로 나타내면

$$\sigma_Y = h(t_1, t_2, \ldots, t_n, \sigma_{X1}, \sigma_{X2}, \ldots, \sigma_{Xn}) \tag{8}$$

이다. 만약 인자들과 Y의 관계가 선형이고 교호작용이 없다면 Y의 표준편차는

$$\sigma_Y = g(\sigma_{X1}, \sigma_{X2}, \ldots, \sigma_{Xn}) \tag{9}$$

으로 변한다. 또 이들의 관계가 비선형이고 교호작용이 있다면, 예를 들어 인자 X_i와 X_j가 교호작용이 있고 X_k가 2차항일 때의 Y의 표준편차는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_Y = h(t_i, t_j, t_k, \sigma_{X1}, \sigma_{X2}, \ldots, \sigma_{Xn}) \tag{10}$$

두 방법의 최적 수준의 결정 방법을 비교해 본 결과 분산분석을 이용한 방법에서는 인자의 수준을 설정한 후 각 수준에서 잡음인자로 인한 품질 특성치 Y의 variation에 따라 최적 수준을 결정하는 반면 회귀분석에서는 각 인자의 variation에 의한 Y의 variation에 따라 최적 수준을 결정한다. 단, 분산분석의 경우 잡음인자의 외부 잡음을 무시하고, 단지 내부 잡음만을 고려하여 최적 수준 결정을 한다면 회귀분석 경우와 같게 된다.

3.2 회귀등식을 통한 VARIATION추정의 문제점

회귀분석에서 품질 특성치 Y variation을 추정하기 위하여 회귀등식(general linear regression model)을 나타내면

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots\cdots + \beta_n X_n + e \tag{11}$$

이다. 위 식으로부터 $\hat{Y}$을 추정하면

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \cdots\cdots + b_n X_n \tag{12}$$

이다. 여기서 식(11)과 식(12)로부터 Y variation을 각각 추정하면

$$Var(Y) = \sigma^2 \tag{13}$$

$$Var(\hat{Y}) = 0 \tag{14}$$

이다. 왜냐하면 인자 X는 상수이기 때문에 Y variation을 추정할 경우 X의 variation은 0으로 처리된다. 따라서 회귀분석에서 Y variation을 추정한다는 것은 잘못이다.

그러나 만약 인자 X가 상수가 아닌 확률변수(random variable)로 쓰일 경우, 인자 X는 확률 분포를 가지게 되므로 회귀등식으로부터 Y variation을 추정할 수 있다. 따라서 회귀분석을 이용한 방법에서는 모든 인자들이 모수인자(fixed factor)가 아닌 변량인자(random factor)라는 가정 하에 제품을 설계하여야 한다. 이러한 가정 하에 Y variation을 식(11)과 식(12)로부터 추정해보면

$$Var(Y) = \sum_{i=1}^{n} \beta_i^2 \, Var(X_i) + \sigma^2 \tag{15}$$

$$Var(\hat{Y}) = \sum_{i=1}^{n} b_i^2 \, Var(X_i) \tag{16}$$

이다. 여기서 식(12)로부터 식(16)의 추정 등식을 살펴보면, e(오차항)의 variation이 제외되어 있는 상태이다. 따라서 $\hat{Y}$ variation을 추정한다면 실제 샘플 데이터에서 구한 $\hat{Y}$ variation 보다 항상 e의 variation 만큼 작은 값을 가지게 된다.

4. 민감도 분석

4.1 민감도 분석

4.1.1 민감도 분석(sensitivity analysis)

민감도 분석이란 인자의 변화에 따라 품질 특성치 Y가 얼마만큼 변하는가를 알기 위한 분석이다. 따라서 민감도 분석의 첫 번째 목적은 Y variation의 크기에 따른 인자들의 중요도를 결정하는 것이고, 두 번째로는 인자의 variation을 줄임으로서 Y variation이 얼마만큼 줄어드는지를 알기 위한 것이다.

4.1.2 내부잡음과 외부잡음

민감도 분석을 하기 전에 잡음(noise)에 대하여 언급하고자 한다. 잡음(noise)에는 내부잡음(internal noise)과 외부잡음(external noise)으로 나눌 수 있다. 여기서 내부잡음은 각 인자의 내부 마모나 열화에 의한 잡음으로서, 이는 각 인자가 가지고 있는 variation이라 할 수 있다. 또 외부잡음은 외부 사용 환경 조건에 의한 잡음으로서, 이는 제어인자와는 다른 인자에 의해 발생되는 잡음이라 할 수 있다.

민감도 분석시 이 두 잡음중 어느 것을 고려하느냐에 따라 분석기법이 달라진다. 만약 두 잡음중 내부잡음만을 고려할 경우 회귀분석을 이용하여 민감도 분석을 실시하여야 한다. 왜냐하면 회귀분석에서는 외부잡음이 아닌 각 인자의 variation에 의해 σ_Y가 변하기 때문이다. 즉, 회귀분석에서 외부잡음에 의한 σ_Y는 인자의 target값이 어디에 있건 변하지 않는 가정 하에 분석을 한다. 따라서 회귀분석은 단지 내부잡음만을 고려한 분석 기법이다. 반면에 외부잡음만을 고려할 경우에는 분산분석을 이용하여 민감도 분석을 하여야 한다. 분산분석은 인자의 variation, 즉 내부잡음은 고려치 않고 외부잡음만으로 σ_Y의 변화를 분석하기 때문에 내부잡음을 무시하고 외부잡음만을 고려한 분석 기법이다. 따라서 잡음을 내부잡음만을 고려한 경우와 외부잡음만을 고려한 경우 각각에 대하여 분석 기법을 달리 적용하여야 한다.
각각의 경우 회귀분석과 분산분석의 민감도 분석은 다음절에 소개하였다.

4.2 회귀분석에서의 민감도 분석

4.2.1 두 방식의 제안

내부잡음만을 고려한 경우에는 회귀분석을 이용하여 민감도 분석을 하여야 한다. 따라서 회귀분석을 이용한 민감도 분석시 각 인자의 기여도 순위를 결정하는데 있어 두 방식을 제안하고자 한다. 먼저 첫 번째 방식은 모든 인자의 내부 잡음이 있을 때

와 i번째 인자의 내부잡음이 없을 때의 Y variation의 차로 번 i째 인자의 기여도를 계산한다. 예를 들어 4개의 인자 X_1, X_2, X_3, X_4가 있는 경우, 각 인자의 기여도 산출 과정은 식(9)의 $g(\sigma)$함수를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
\sigma_{Y_{X1}} &= \sqrt{\sigma_Y^2 - g(0, \sigma_{X2}, \sigma_{X3}, \sigma_{X4})^2} \\
\sigma_{Y_{X2}} &= \sqrt{\sigma_Y^2 - g(\sigma_{X1}, 0, \sigma_{X3}, \sigma_{X4})^2} \\
\sigma_{Y_{X3}} &= \sqrt{\sigma_Y^2 - g(\sigma_{X1}, \sigma_{X2}, 0, \sigma_{X4})^2} \\
\sigma_{Y_{X4}} &= \sqrt{\sigma_Y^2 - g(\sigma_{X1}, \sigma_{X2}, \sigma_{X3}, 0)^2}
\end{aligned}
\qquad (17)
$$

여기서 $\sigma_{Y_{X1}}$은 전체 Y variation 중 인자 X_1이 차지하는 variation 크기를 의미한다. 또한 σ_Y^2 은 모든 인자의 내부잡음이 있을 때의 Y variation으로 $g(\sigma)$함수로 표현하면 $g(\sigma_{X1}, \sigma_{X2}, \sigma_{X3}, \sigma_{X4})^2$이다. 위 수식에서 인자 X_1의 기여도를 살펴보면, 전체 Y variation과 인자 X_1의 내부잡음이 0일 때의 Y variation의 차로서 이 인자의 기여도를 결정한다. 따라서 기여도 산정 결과, 인자의 기여도 값이 크면 클수록 전체 variation에 미치는 영향이 크다고 할 수 있다.

두 번째 방식은 모든 인자의 내부잡음이 있을 때와 i번째 인자를 제외한 나머지 인자들의 내부잡음이 없을 때의 Y variation의 차로 기여도를 계산한다. 위에 인용된 예를 들어 각 인자의 기여도 산출 과정을 나타내면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
\sigma_{Y'_{X1}} &= \sqrt{\sigma_Y^2 - g(\sigma_{X1}, 0, 0, 0)^2} \\
\sigma_{Y'_{X2}} &= \sqrt{\sigma_Y^2 - g(0, \sigma_{X2}, 0, 0)^2} \\
\sigma_{Y'_{X3}} &= \sqrt{\sigma_Y^2 - g(0, 0, \sigma_{X3}, 0)^2} \\
\sigma_{Y'_{X4}} &= \sqrt{\sigma_Y^2 - g(0, 0, 0, \sigma_{X4})^2}
\end{aligned}
\qquad (18)
$$

여기서 $\sigma_{Y'_{X1}}$은 전체의 variation에서 인자 X_1을 제외한 나머지 인자들이 차지하는 variation 크기를 의미한다. 위 수식에서 인자 X_1의 기여도를 살펴보면, 전체 Y variation과 인자 X_1의 내부잡음으로 인한 Y의 variation의 차로서 이 인자의 기여도를 결정한다. 따라서 인자의 기여도 값이 크면 클수록 구하고자 하는 인자가 전체 variation에 미치는 영향이 작다고 할 수 있다.

기여도 순위 결정에 있어 첫 번째 방식을 사용한다면 기여도 산정 결과치를 내림차

순으로 정리한 다음, 그 차순에 따라 기여도의 순위를 결정하면 된다. 만약 두 번째 방식을 채택한다면, 각 인자들의 기여도 산정 결과 가장 작은 값을 가진 인자가 가장 큰 기여를 하기 때문에 기여도 산정 결과치를 오름차순으로 정리한 다음, 그 차순에 따라 인자들의 기여도 순위를 정하면 된다.

4.2.2 두 방식의 관계

두 방식의 관계를 살펴보면 다음과 같다.

첫 번째 방식에서 $\sigma_{Y_{X_i}}$는 앞에서 언급하였듯이 전체 Y variation에서 인자 X_i가 차지하는 variation 크기를 나타낸다. 따라서, 예를 들어 i=1일 때의 $\sigma_{Y_{X_1}}$은 두 번째 방식에서 사용된 $g(\sigma_{X1}, 0, 0, 0)$와 동일한 의미를 갖는다. 즉, $g(\sigma_{X1}, 0, 0, 0)$는 전체 Y variation에서 인자 X_1만이 차지하는 variation 크기이기 때문에 첫 번째 방식의 $\sigma_{Y_{X_1}}$과 동일하다. 이들의 관계를 식(17)을 인용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\sigma_{Y_{X_1}} &= \sqrt{\sigma_Y^2 - g(0, \sigma_{X2}, \sigma_{X3}, \sigma_{X4})^2} &&= g(\sigma_{X1}, 0, 0, 0) \\
\sigma_{Y_{X_2}} &= \sqrt{\sigma_Y^2 - g(\sigma_{X1}, 0, \sigma_{X3}, \sigma_{X4})^2} &&= g(0, \sigma_{X2}, 0, 0) \\
\sigma_{Y_{X_3}} &= \sqrt{\sigma_Y^2 - g(\sigma_{X1}, \sigma_{X2}, 0, \sigma_{X4})^2} &&= g(0, 0, \sigma_{X3}, 0) \\
\sigma_{Y_{X_4}} &= \sqrt{\sigma_Y^2 - g(\sigma_{X1}, \sigma_{X2}, \sigma_{X3}, 0)^2} &&= g(0, 0, 0, \sigma_{X4})
\end{aligned} \tag{19}$$

그러나 교호작용이 있는 경우에는 이들의 관계가 달라진다. 왜냐하면 인자간의 교호작용 term을 고려해 주어야 하기 때문이다. 만약 $X_i X_j$ 교호작용이 있는 경우, $\sigma_{Y_{X_i}}$에는 전체 Y variation에서 인자 X_i가 차지하는 variation 크기 뿐만 아니라 교호작용 term이 포함되어 있는 상태이다. 반면에 두 번째 방식의 $g(\sigma)$함수, $g(0, \cdots, \sigma_{Xi}, \cdots, 0)$에는 이 term이 포함되지 않은 상태이기 때문에, 두 방식의 관계를 수식으로 나타낼 경우 교호작용 term을 고려해 주어야 한다.

예를 들어 위 예에서 $X_1 X_2$ 교호작용이 있는 경우 두 방식의 관계를 식(17)를 인용하여 수식으로 나타내면 다음과 같다. 여기서 $k\sigma_{X1}^2\sigma_{X2}^2$는 $X_1 X_2$의 교호작용 term이다.

$$\begin{aligned}
\sigma_{Y_{X_1}} &= \sqrt{\sigma_Y^2 - g(0, \sigma_{X2}, \sigma_{X3}, \sigma_{X4})^2} = \sqrt{g(\sigma_{X1}, 0, 0, 0)^2 + k\sigma_{X1}^2\sigma_{X2}^2} \\
\sigma_{Y_{X_2}} &= \sqrt{\sigma_Y^2 - g(\sigma_{X1}, 0, \sigma_{X3}, \sigma_{X4})^2} = \sqrt{g(0, \sigma_{X2}, 0, 0)^2 + k\sigma_{X1}^2\sigma_{X2}^2}
\end{aligned} \tag{20}$$

여기서 $\sigma_{Y_{X_1}}$과 $\sigma_{Y_{X_2}}$의 등식을 살펴보면 $X_1 X_2$ 교호작용으로 인하여 $k\sigma^2_{X1}\sigma^2_{X2}$가 $g(\sigma)$함수에 더해져 있다. 나머지 인자 X_3 과 X_4의 기여도는 교호작용 없기 때문에 식(19)에서처럼 산출하면 된다. 따라서 민감도 분석시, 교호작용이 없는 경우에는 두 번째 방식을 사용하는 것이 수식 계산에 있어 보다 편리하다. 그러나 교호작용이 있는 경우에는 첫 번째 방식이 보다 편리하다.

두 방식의 수식 관계를 이용하여 인자들간의 교호작용 term을 산출 할 수 있다. 이 산출 과정을 위의 예를 인용하여 나타내면, $X_1 X_2$ 교호작용의 term $k\sigma^2_{X1}\sigma^2_{X2}$은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$k\sigma^2_{X1}\sigma^2_{X2} = \sqrt{g(\sigma_{X1}, \sigma_{X2}, 0, 0)^2 - g(\sigma_{X1}, 0, 0, 0)^2 - g(0, \sigma_{X2}, 0, 0)^2} \tag{21}$$

4.2.3 Y의 variation의 축소 정도

각 인자의 기여도 순위를 정한 다음 가장 큰 기여를 한 인자의 variation을 줄임으로서 Y variation이 얼마만큼 줄어드는지를 알아야 한다. 위 예에서 인자 X_3이 가장 큰 기여를 하였을 경우, 인자 X_3의 variation을 1/2로 축소시켰을 때의 Y variation을 구하면 다음과 같다.

$$\sigma_{Y}' = g(\sigma_{X1}, \sigma_{X2}, \frac{\sigma_{X3}}{2}, \sigma_{X4}) \tag{22}$$

여기서 σ_Y'는 인자 X_3로 인해 축소된 Y variation이다. 따라서 처음 Y variation에서 얼마만큼 축소하였는지를 수식으로 나타내면

$$\frac{(\sigma_Y - \sigma_Y')}{\sigma_Y} \times 100 \tag{23}$$

다. 즉, 식(23)의 결과치는 현재의 variation이 몇 %로 줄어드는지를 나타낸다.

4.3 분산분석에서의 민감도 분석

4.3.1 민감도 분석

외부잡음만을 고려한 경우에는 분산분석을 이용하여 민감도 분석을 하여야 한다. 따라서 분산분석을 이용한 민감도 분석시 각 인자의 기여도 순위를 결정하는 과정은 다음과 같다. 먼저 각 인자의 최적 수준을 결정한 후 직교배열표에 의한 분산분석을 실시한다. 분산분석의 결과를 토대로 각 인자의 기여도를 계산한다. 기여도 계산은 분산분석표에서 각 인자의 변동 (S_i)을 총변동 (S_T)으로 나누어 100을 곱하여 얻은 수치를 가지고 계산한다. 여기서 결과치가 높을수록 기여도가 큰 인자라 하겠다.

4.3.2 Y의 variation 축소 확인 등식

각 인자의 기여도 순위를 정한 다음 가장 큰 기여를 한 인자의 variation을 줄임으로서 Y variation이 얼마만큼 줄어드는지를 알아야 한다. 기여도가 가장 큰 인자의 variation을 줄임으로써 전체의 variation이 어느 정도 줄어드는가는 확인 실험 등식을 이용하면 그 축소 정도를 알 수 있다. 확인 실험 등식은 참고문헌[박성현,2]를 참조하기 바란다.

5. 결론

본 연구에서는 제품의 품질을 관리하는데 있어 기존의 라인내 품질관리(on-line QC)에서 벗어나 제품의 설계단계에서부터 품질관리 활동을 하는 라인외 품질관리(off-line QC)의 기법들을 소개하였다. 여기서 두 통계적 기법, 분산분석과 회귀분석을 이용한 인자들의 최적 수준 결정 과정을 비교・분석하였으며, 회귀분석을 이용한 방법론에서 발생되는 문제점의 지적과 인자들의 가정을 제시하였다. 특히 각각의 기법내에서 민감도 분석의 적용 과정을 보였으며, 이 분석을 통하여 제품의 품질 특성치의 variation을 감소시킬 수 있었다.

참고문헌

[1] 박성현(1993), 「품질공학」, 민영사.

[2] 박성현(1994), 「응용 실험계획법」, 영지 문화사.

[3] 염봉진(1992), "다구찌 방법의 재조명," 「대한산업공학회 '92 추계학술회논문집」, pp. 408~411.

[4] Neter, J., Wasserman, W. and Kutner, M.H.(1989), *Applied Linear Regression Models*, IRWIN, Inc.

[5] Neter, J., Wasserman, W. and Kutner, M.H.(1989), *Applied Linear Statistical Models*, IRWIN, Inc.

[6] Taguchi, G.(1986), *Introduction to Quality Engineering*, Asian Productivity Organization.

[7] Taguchi, G., Elsayed, E.A. and Hsiang, R.C.(1989), *Quality Engineering in Production Systems*, McGraw-Hill, Inc, New York.

[8] Taylor, W.A.(1991), *Optimization & Variation Reduction in Quality*, McGraw-Hill, Inc, New York.

[9] Burr, I.W.(1967), "Specifying the Desired Distribution Rather than Maximum and Minimum Limits," *Industrial Quality Control*, Vol. 24, No. 2, pp. 94-101, August.

[10] Francis, P.H.(1988), "Statistics of High-Yield Manufacturing Processes," *ASME*, Manufacturing Review, Vol. 1, No. 3, pp. 6-13, March.

[11] Kackar, R.N.(1985), "Off-Line Quality Control, Parameter Design,and the Taguchi Method," *J. of Quality Technology*, Vol. 17, No. 4, pp. 176-188, October.

[12] Taguchi, G.(1986), "The Taguchi Approach to Parameter Design," *ASQC*.

[13] 田口 玄一(1991),「품질공학 강좌」, 한국공업표준협회 번역·출간.