

CFD에 의한 2차원 밀폐캐비티의 임계레이놀즈수에 관한 연구

김진구* · 조대환* · 이영호**
(97년 8월 26일 접수)

A Study on Critical Reynolds Numbers of Two-Dimensional Closed Cavity by CFD

Jin-Goo Kim* · Dae-Hwan Cho* · Young-Ho Lee**

Key Words : Closed Cavity(밀폐캐비티), Unsteadiness(비정상성), Critical Reynolds Number (임계레이놀즈수), Fully Developed Flow(완전히 발달한 유동), Primary Vortex(주와류), Kinetic Energy(운동에너지)

Abstract

Flow characteristics of two-dimensional closed square cavities near unsteady critical Reynolds numbers were studied numerically at five Reynolds numbers : 8×10^3 , 8.5×10^3 , 9×10^3 , 9.5×10^3 and 10^4 were investigated.

A convection conservative difference scheme based upon SOLA to maintain the nearly 2nd-order spatial accuracy was adopted on irregular grid formation. Irregular grid number is 80×80 and its minimum size is about $1/400$ of the cavity height(H) and its maximum is about $1/53$ H. The result shows that the critical Reynolds number indicating the emergence of flow unsteadiness exists near $Re=8.5 \times 10^3$ and their flow patterns reveal periodic fluctuation during transient and fully-developed stages.

1. 서 론

유체공학의 분야에서 원관내의 가시화 유동실험을 통하여 O.Reynolds가 층류 및 난류를 구분짓는 무차원수의 개념을 도입하였다. 이후에 많은 연구자들이 여러 가지의 형상을 갖는 유동장에 대하여 이와 같은 천이현상이 발생하기 시작하는 임계 레

이놀즈수에 대한 연구가 진행되었다. 그러나 CFD의 관점에서는 제반기법상의 불확실성으로 인하여 동일한 유동장에 대하여도 적용되는 기법에 따라 다른 결과가 제시되고 있다.

이와 같은 배경으로부터 이 연구에서는 지금까지 많은 CFD연구자들이 벤치마크용으로 채택하여 왔던 2차원의 정방형 덮개구동 밀폐캐비티의 완전

* 한국해양대학교 대학원

** 한국해양대학교 기계공학부

히 발달한 유동장에 대하여 국소적인 속도값의 변동이 레이놀즈수 크기의 관점에서 언제부터 발생하는가의 여부를 검토하여 유동의 안정성해석에 필요한 기초적인 지식을 제공하고 임계레이놀즈수 근방에서 유동에 관하여 체계적으로 고찰하고자 하였다.

Verstappen 등¹⁾은 2차원의 정방형 캐비티 유동장에 대하여 333 x 333개의 등간격 격자상에서 2차정도의 MAC-DNS기법을 적용한 결과를 발표하고 있다. 이에 의하면 Re=1.1 x 10⁴에서는 모서리의 박리영역에서 주기적인 유동특성이 나타나며 Re=2.2 x 10⁴에서는 카오스적인 유동이 지배적임을 밝히고 있다. 이 연구는 덮개구동 캐비티의 고레이놀즈수 흐름에 있어서 비정상성을 언급한 것으로서 최초의 결과로 조사되고 있다.

3차원 캐비티 유동장에 대하여는 Koseff 등^{2), 3)}이 일련의 실험을 행하고 Re=3.2 x 10³에서 가시화 기법을 동원하여 완전히 발달한 비정상 거동과 함께 난류의 특성을 설명하고 있으며 LDV에 의한 스펙트럼의 중앙단면에서의 속도측정으로부터 레이놀즈수 10⁴까지의 난류특성을 보고하고 있다.

이 연구에서는 밀폐 캐비티유동장에서 비정상성을 나타내기 시작하는 임계레이놀즈수 근방에서의 체계적인 유동특성의 규명을 하고자 Re=10⁴이하의 레이놀즈수에 대하여 다섯 종류의 경우(Re=8 x 10³, 8.5 x 10³, 9 x 10³, 9.5 x 10³ 및 10⁴)에 수치계산을 행하였다. 그 결과, 2차원 밀폐캐비티의 비정상성이 나타나기 시작하는 임계레이놀즈수의 범위는 8.5x10³전후임을 알 수 있었다.

2. 수치계산

Navier-Stokes 방정식은 유체의 유동현상을 지배하는 대표적인 방정식으로서 연속체 유동중 어느 한 점을 중심으로 질량보존 및 운동량을 표현하는 편미분 형태의 방정식이다. 이 연구에서는 2차원 정방형 밀폐캐비티 유동장을 대상으로 하여 수치해석의 기법으로 유동특성을 규명하고자 하였다. 비압축성, 비정상 및 점성 흐름에 대하여 직각좌표계상의 2차원 Navier-Stokes방정식과 연속방정식을 무차원의 보존형으로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + g_x + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.2)$$

MAC계열의 차분법은 전산유체역학분야에서 자주 인용되고 있으며 지금까지 이에 관련된 많은 연구결과가 발표되고 있다. 그러나 보존형의 대류항 기법은 등간격 격자상에서만 가능하며 부등간격의 격자분포에서도 보존형 및 정도를 그대로 유지할 수 있는 기법은 아직까지 보고된 바가 없다. 일반적으로 보존형의 기법은 비보존형에 비하여 정면에서 우수한 것으로 알려져 있으나, 무엇보다 전자의 경우에는 운동량이 보존됨으로서 물리적인 근거를 유지하고 있는 점이 평가될 수 있다. 이와 같은 배경으로부터 부등간격의 격자상에도 보존형을 그대로 유지할 수 있는 이산화식이 제공된다면 보존형의 장점을 유지하면서 공간해상도를 높일 수 있을 것으로 예상하였다.

본 연구에서는 부등간격의 격자상에서 내분의 원리를 이용한 1차의 선형내삽방법으로 검사면적의 운동량 플럭스를 계산하였으며, 압력항 및 점성항에 관해서도 부등간격격자를 고려한 보정을 행하였다. 속도 및 압력에 관한 완화기법으로서는 SOLA의 방법을 택하였다. 이 연구에서는 보존형의 스킴중에서 MAC법의 중심차분을 이용하였다. 그리고 다음과 같이 부등간격 격자상에서 내분의 원리를 이용한 보간식을 적용하였다.

그림1에서 A는 Δx_i를 의미하며 B는 Δx_{i+1}, D는 Δy_j를 나타내고 있다.

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} \approx 2(u_R^2 - u_L^2)/(A+B) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial uv}{\partial y} \approx (v_U u_U - v_D u_D)/D \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial uv}{\partial x} \approx (u_U v_U - u_P v_P)/A \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial v^2}{\partial y} \approx 2(v_Q^2 - v_L^2)/(C+D) \quad (2.6)$$

확산항의 차분식에는 2차정도의 중심차분을 이용하며, 다음과 같이 압력항과 함께 부등간격 격자의 보정을 행한다.

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \approx \frac{2}{s(s+1)} \cdot \frac{u_{i+1,j} - (1+s)u_{i,j} + su_{i-1,j}}{A^2}, \quad s = B/A \quad (2.7)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i,j} \approx \frac{2}{(A+B)}(p_{i+1,j} - p_{i,j}) \quad (2.8)$$

그림2는 이 연구에서 대상으로 하는 정방형 밀폐캐비티유동장을 도식적으로 나타내고 있다. 상부에서 무한으로 연속된 벨트 또는 덮개가 캐비티에 완전히 밀착하여 우측으로 등속이동하면서 유동장 내에 전단응력을 계속 공급하게 된다. 이로 인하여 캐비티의 내부에서는 주와류 및 모서리에서의 고차와류를 동반하는 복잡한 밀폐내부류의 특성을 나타내게 된다.

$U_R = (U_{i+1,j} + U_{i,j})/2$	$V_D = (AV_{i+1,j+1} + BV_{i,j+1})/(A+B)$
$U_L = (U_{i,j} + U_{i-1,j})/2$	$U_P = (DU_{i-1,j+1} + CU_{i,j+1})/(C+D)$
$V_Q = (V_{i,j+1} + V_{i,j})/2$	$V_P = (FV_{i,j} + AV_{i,j+1})/(A+F)$
$V_L = (V_{i,j} + V_{i,j-1})/2$	$U_U = (DU_{i,j+1} + CU_{i,j})/(C+D)$
$U_D = (EU_{i,j} + DU_{i,j-1})/(D+E)$	$V_U = (AV_{i+1,j} + BV_{i,j})/(A+B)$

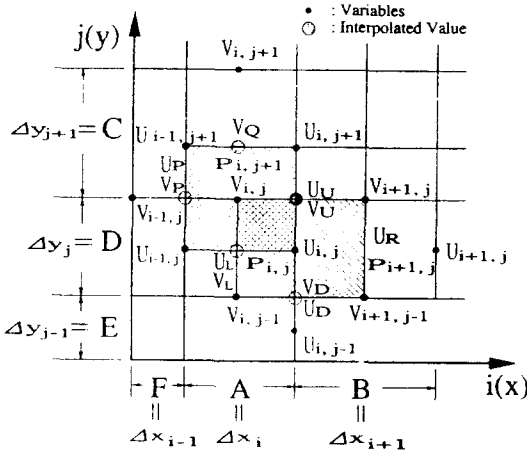


Fig.1 Variables Allocation on Irregular Grid

차분법에서는 격자형성법의 중요성이 인식되어 이에 관한 많은 연구가 이루어지고 있다. 격자는 공간적으로 완만하게 변화하여야 하며 속도구배가 큰 경계층이나 유동이 급하게 변하는 박리영역 및

충격파가 생기는 곳 등에서는 조밀해야 한다.

계산의 정확도를 유지하기 위해서는 조밀한 계산격자가 결과의 신뢰도 향상에 필수적이거나 계산시간의 급격한 증가 때문에 효율적인 계산수행을 위하여 부등간격의 격자배치가 빈번히 채택되고 있다.

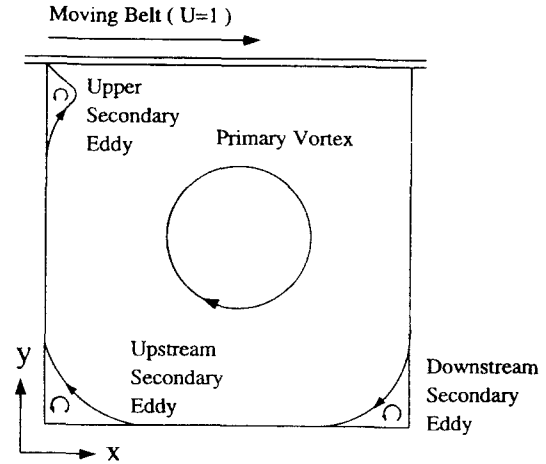


Fig.2 Schematic Definition of Cavity Flow

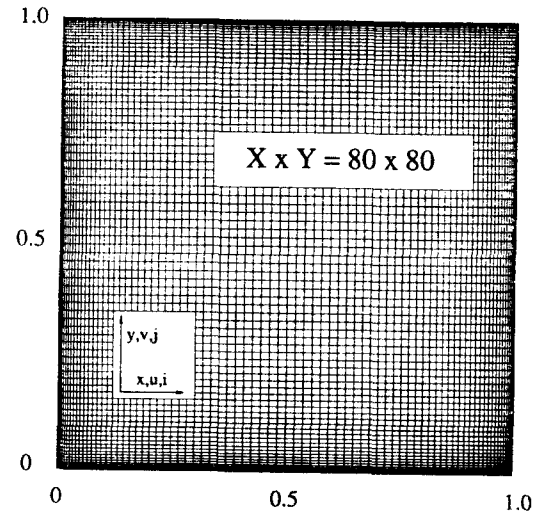


Fig.3 Irregular Grid Formation (80 x 80)

그림3은 본 연구에서 채택한 2차원 정방형 캐비티의 부등간격 격자의 분포를 나타낸다. 격자 수는 80 × 80이고 벽면에서의 최소격자의 크기는 대표길이를

기준으로 $1/400H$ (H 는 캐비티높이)전후로 하였으며 캐비티의 중앙부분에서의 최대크기는 $1/53H$ 이며 부등간격격자를 계산하는 식은 Sin 함수를 이용하였다.

수치계산에 있어서 격자의 크기는 계산결과와 정확도에 큰 영향을 미침으로 이 계산을 수행하기 전에 예비적으로 레이놀즈수 10^4 에 대하여 격자의 존성을 조사하였다. 이를 확인하기 위하여 세 종류의 $(100 \times 100, 120 \times 120, 140 \times 140)$ 부등간격 격자배치상에서 계산을 수행하여 비교하였다.

그림4는 $T=1000-1100$ 사이의 속도를 무차원 시간 0.25간격으로 추출하여 시간평균한 뒤에 중앙단면에서 겹쳐 보인 결과이다. 격자 크기의 차이에 따라 약간의 속도변화를 보이고 있으나 거시적인 구조에는 큰 변화가 나타나지 않음으로서 $Re=10^4$ 의 경우에는 격자의존성에 대한 불확실성성분이 크지 않음을 보이고 있다.

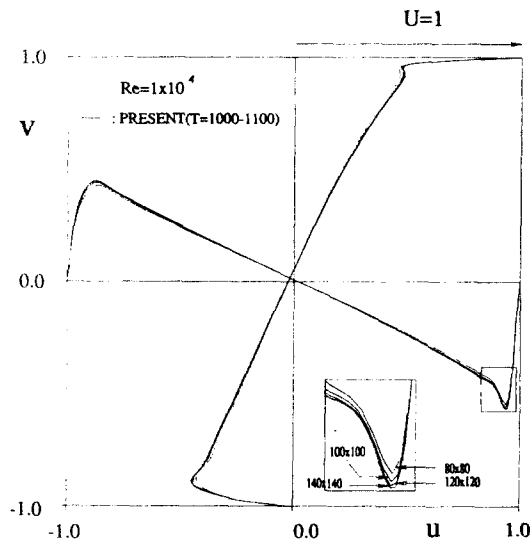


Fig.4 Comparison by Grid Numbers

표1은 수치계산의 제반 조건을 보여주고 있다. 시간적분은 1차정도를 갖는 양적인 오일러기법을 적용하였다. Courant수 및 확산수를 만족시키는 값에 안정계수를 곱하여 시간간격을 정하였다. 안정계수는 0.8을 부여하고 속도 및 압력의 반복 수속 판정조건으로서는 격자에서의 발산(divergence)의 최대값 0.002를 기준으로 하였다. 한 시간간격에

대하여 평균 10회 전후의 반복횟수를 나타내었다. 계산시간은 펜티엄 PC(150MHz)상에서 무차원 시간 $t=100$ 당 최대 10시간전후가 소요되었다.

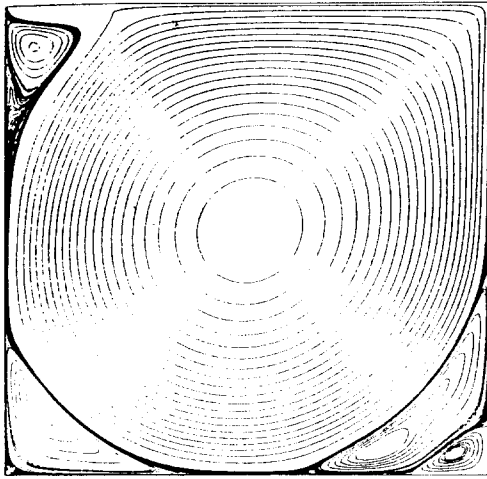
Table 1 Computational Condition

Item	Computational Condition	
Cavity Height	H	1
Reynolds Number	Re	$8 \times 10^3, 8.5 \times 10^3, 9 \times 10^3, 9.5 \times 10^3, 10^4$
Grid Number	MX×NY	$80 \times 80, 100 \times 100, 120 \times 120, 140 \times 140$
Grid Size	Minimum	$1/400H$
	Maximum	$1/53H$

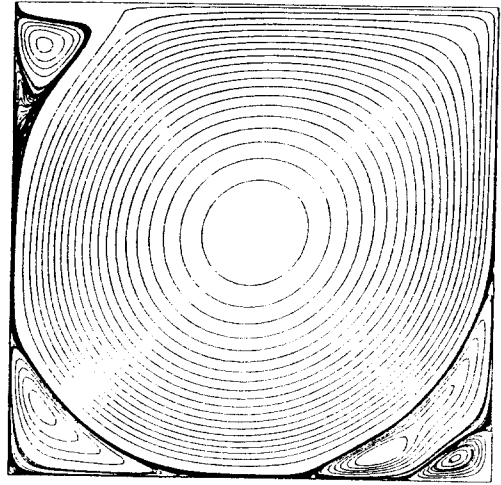
3. 계산결과 및 고찰

그림5는 무차원시간 $T=1000$ 에서의 순시유선분포를 나타내고 있다. 일반적으로 유선도는 속도벡터에서 잘 나타낼 수 없는 와류의 상대적인 크기나 분포를 잘 나타낼 수가 있으며 여기에서도 이와 같은 특징을 잘 나타내고 있다.

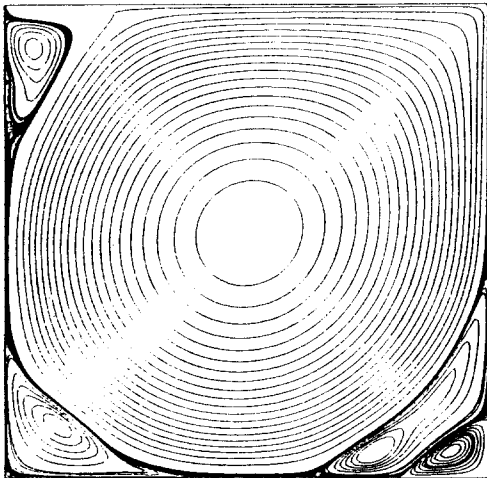
$Re=8 \times 10^3$ (그림a)부터 $Re=9 \times 10^3$ (그림c)까지는 오른쪽 하부 모서리에서 레이놀즈수의 증가에 따라 점차 커지는 제3와류의 영역이 관찰되고 있다. 여기에서 한가지 흥미로운 것은 이와 같은 제3와류가 레이놀즈수의 증가에 따라서 규모가 커짐과 반비례하여 인접한 제2와류의 크기가 감소하는 점이다. 즉, 주와류와 경계를 이루는 박리영역의 전체의 크기는 변하지 않고 있으나 주와류와 제3와류와의 사이에 존재하는 제2와류가 자체적으로 변화하고 있다. 한편, 흐름의 안정성의 관점에서는 오른쪽하부 박리영역과의 경계에서 보이는 바와 같은 오목한(concave) 흐름에서는 Taylor와류의 발생구조에서와 같이 원심력과 점성력의 불균형에 의하여 유동장이 불안정해지기가 쉽다. 그러나 제3와류에서와 같은 시계방향으로의 볼록한(convex) 순환흐름은 반대로 안정성을 유지하기가 용이하며 결국 이 모서리에서는 제2와류가 주와류와 동시에 제3와류에 대하여서도 오목한 유동패턴을 유지함으로써 고레이놀즈수가 될수록 이 와류부터 불안정성이 증폭되기가 용이할 것으로 예상된다.



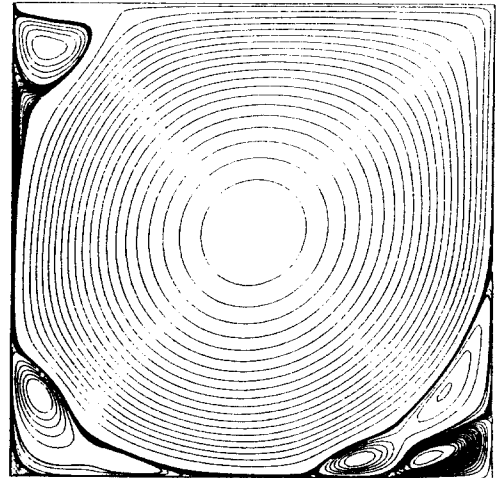
(a) $Re=8 \times 10^3$



(b) $Re=8.5 \times 10^3$



(c) $Re=9 \times 10^3$



(d) $Re=9.5 \times 10^3$

Fig.5 Instantaneous Stream Lines

이와 같은 관점에서 $Re=9.5 \times 10^3$ (그림5-d)의 경우를 보면 제2와류가 제3와류의 영향으로 중간부분이 좁아지는 특징을 나타내고 있다. 이와 같은 현상이 지속되면 제2와류는 분리가 되며 결국 이 모서리에서는 이로 인한 와류의 복잡한 거동이 지속되며 결국 유동장의 불안정성이 크게 촉진되는 특징이 발견되고 있다.

그림6은 일정시간간격을 갖는 순시의 속도분포이다. 여기에서는 레이놀즈수($Re=8.5 \times 10^3$)를 대상

으로 무차원시간 $T=1500$ 부터 2.0 간격으로 도기한 결과이다. 예비검토에서 $T=1000-1100$ 의 범위에서는 현저한 비정상 유동특성이 나타나지 않으며 $T=1400$ 전후에서부터 주기적인 변동특성이 보이기 시작하였다. 여기에서는 이 레이놀즈수에 한하여 $T=1500$ 부터 2.0간격으로 시계열의 속도분포를 나타내었다. 그 결과 왼쪽의 하부 바리영역에서 점차 감소하는 제3와류의 거동특성을 관찰할 수 있으며 이로부터 비정상적인 유동특성이 나타나기

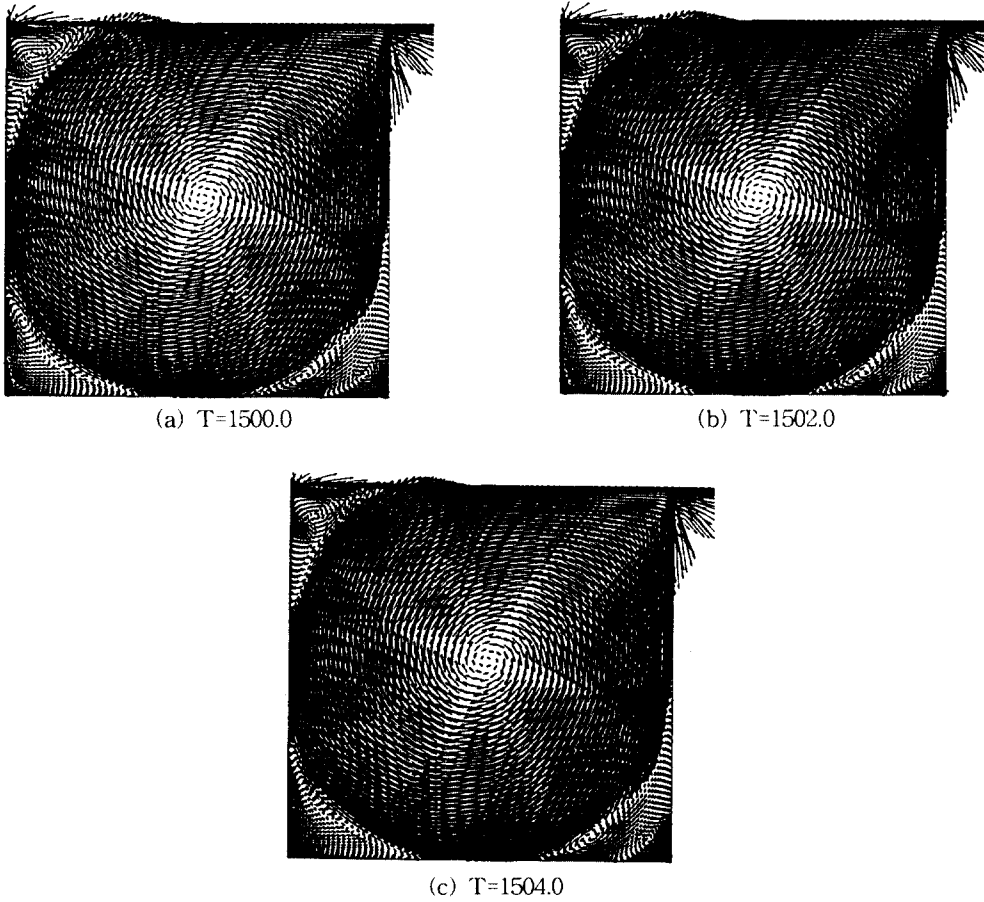


Fig.6 Migration of Small Eddies within Corner Regions($Re=8.5 \times 10^3$)

시작하는 레이놀즈수는 이 근방이며 그 시간도 매우 늦어짐을 알 수 있다.

그림7은 세 종류의 레이놀즈수($Re=8.5 \times 10^3$ 부터)에 대하여 중앙단면에서 무차원시간 $T=1000-1100$ 동안 10간격으로 하여 순시의 속도분포를 겹쳐 놓은 결과이다. 이들 그림은 국소적인 모서리영역이 아닌 거시적인 관점에서의 유동장의 비정상성 또는 불규칙성을 알아보기 위한 것이다. $Re=8.5 \times 10^3$ 에서는 모든 속도분포가 완전히 일치하고 있다. 따라서 중앙단면의 속도분포의 관점에서는 정상유동상태가 유지됨을 의미한다. $Re=9 \times 10^3$ 와 $Re=9.5 \times 10^3$ 에서는 유사한 특징을 보이고 있으며 그 진폭이 더욱 커지고 있음을 알 수가 있다. 그리고 하부벽면과

왼쪽 벽면 근처에서 미소한 비정상성의 속도분포를 나타내고 있다. 이것은 하부의 양 모서리의 박리유동에 존재하는 와류들의 비정상거동에 기인하고 있다.

그림8은 임계레이놀즈수를 알아보기 위하여 세 종류의 레이놀즈수에 대하여 $T=1100-2000$ 범위에서 모든 계산격자에서의 운동에너지, $(u^2 + v^2)/2$, 성분을 합한 전운동에너지를 계산하여 시계열로 도시한 것으로서 규칙적인 변동파형이 붕괴되기 시작하는 점을 찾고자 하였다. 그림에는 도시되어 있지 않으나 $Re=9 \times 10^3$ 에서는 $T=600$ 근방부터 규칙적인 정현파의 변동파형이 나타났다. 그리고 레이놀즈수가 증가할수록 고주파수의 변동성분이 증가

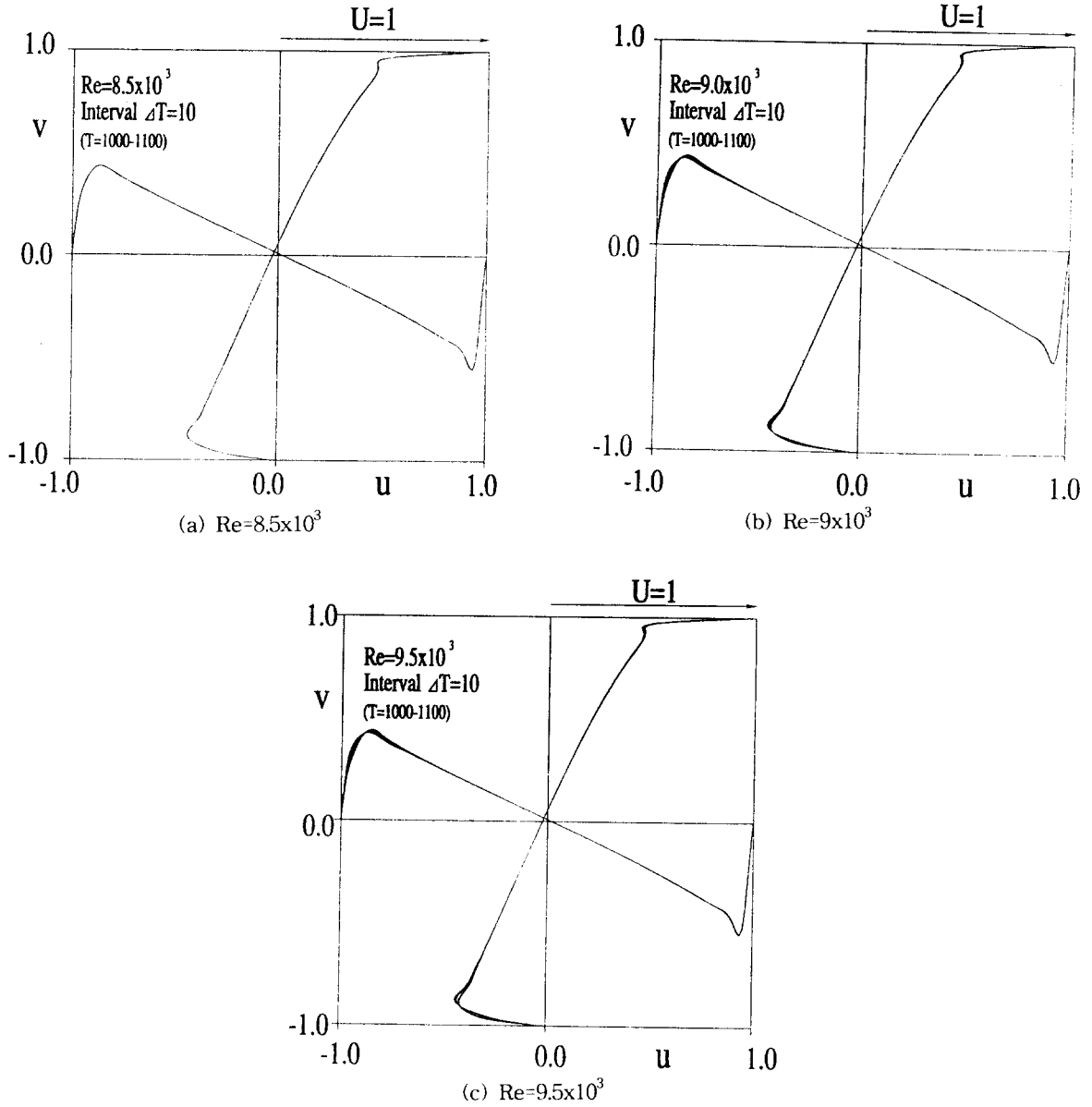


Fig.7 Overlapped Instantaneous Velocity Profiles

함을 나타내고 있으며, $Re=8.5 \times 10^3$ 의 경우는 완전히 발달한 정상류의 흐름이 지속되다가 $T=1400$ 근방부터 진폭이 일정한 정현파의 주기적인 변동특성이 시작함을 보여주고 있다. 따라서 이 그림은 입계레이놀즈수가 $Re=8.5 \times 10^3$ 의 근방에 있음을 잘

나타내고 있다.

따라서 이 연구에서 대상으로 하고 있는 2차원의 정방형 벨트구동 밀폐캐비티의 비정상유동이 나타나기 시작하는 입계레이놀즈수는 8.5×10^3 근방에 존재하고 있음을 알 수 있다.

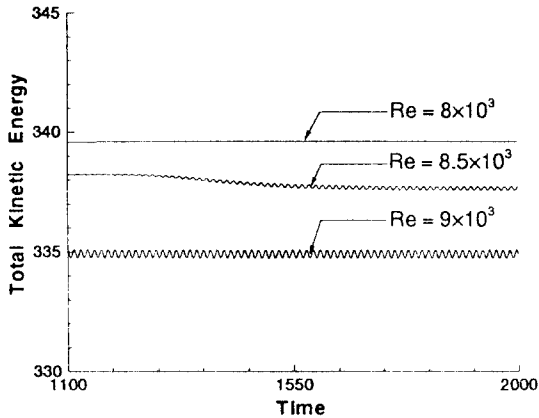


Fig.8 Temporal Fluctuation of Total Kinetic Energy(T=1100-2000)

4. 결론

2차원의 벨트구동 밀폐 캐비티유동장에서 고레이놀즈수를 대상으로 하여 이들의 본격적인 비정상 유동특성을 전산유체역학의 기법을 동원하여 규명하고자 하였다. 또한 비정상성이 나타나기 시작하는 임계레이놀즈수를 알아보기 위하여 수치해석을 행하였다. 그 결과 $Re=8.5 \times 10^3$ 에서 $T=1400$ 근방부터 진폭이 일정한 정현파의 주기적인 변동 특성이 나타나기 시작하였다.

2차원의 정방형 덮개구동 밀폐캐비티에서는 유동장의 불안정성 특성이 가장 먼저 발생하며 동시에 이들 성분이 증폭되기 시작하는 부분은 바로 캐비티의 우측하부의 박리영역(DSE)이었으며 비정

상유동이 나타나기 시작하는 임계 레이놀즈수는 8.5×10^3 근방임을 알 수 있었다.

참고 문헌

- 1) R. Verstappen, J.G. Wissink, and A.E.P. Veldman, "Direct Numerical Simulation of Driven Cavity Flows", Applied Scientific Research, Vol.51, pp.377-381, 1993
- 2) J.R. Koseff, R.L. Street, "The Lid-Driven Cavity Flow : A Synthesis of Qualitative and Quantitative Observations", Trans. ASME, J. Fluids Eng., Vol.106, pp.390-398, 1984
- 3) J.R. Koseff, R.L. Street, "On End Wall Effects in a Lid-Driven Cavity Flow", Trans. ASME, J. Fluids Eng., Vol.106, pp.385- 389, 1984
- 4) Y.H. Lee, Y. Matsumoto, T. Kobayashi and T. Saga, "Velocity Measurements in 3-D Cavity Flows by PIV", Proc. 2nd JSME/KSME Fluids Eng. Conf., pp.293-298, 1990
- 5) F.H. Harlow and J.E. Welch, "Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface", Phys. Fluids, Vol.8, No.12, pp.2182-2189, 1965
- 6) 최민선, 송치성, 이영호, "2차원 밀폐캐비티의 고레이놀즈수 흐름에 관한연구", 한국박용기관학회지, 제20권, 3호, pp.101-109, 1996